

(Mechanical Properties of Matter) الخواص الميكانيكية للمادة

تتضمن المحاضرة الفقرات التالية:

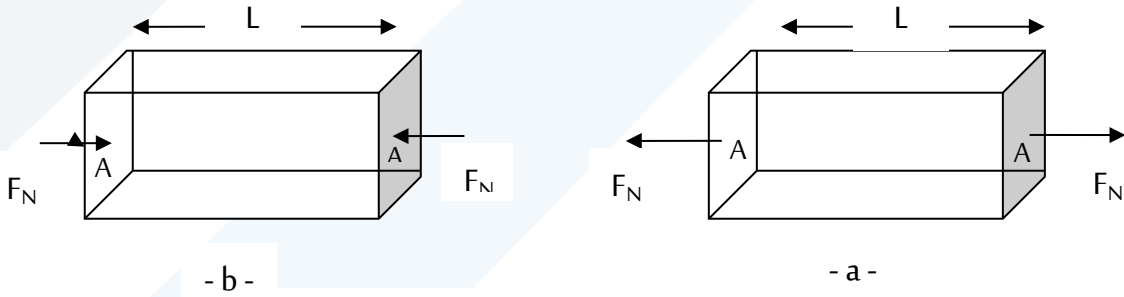
- 1 المرونة (Elasticity)
 - 1-1 الإجهاد (Stress)
 - 2-1 الانفعال أو المطاوعة (Strain)
 - 2 أنواع الانفعال (Kinds of Strain)
 - 1-2 الانفعال المرن (Elastic Strain)
 - 2-2 الانفعال اللدن (Plastic Strain)
- 3 معاملات المرونة (Modulus of Elasticity)
 - 1-3 معامل المرونة الطولي (معامل يونغ) (Y) (Young's Modulus)
 - 2-3 معامل المرونة القصي (G) (Shear Modulus)
 - 3-3 معامل المرونة الحجمي (B) (Bulk Modulus)
- 4 معامل الانضغاطية (k) (Compressibility Modulus)
- 5 نسبة بواسون (Poisson's Ratio)
- 6 الصلادة (H) (Hardness)
- 7 المتانة (T) (Toughness)

1 المرونة (Elasticity)

ينتظر موضوع المرونة إلى دراسة الكيفية التي تتغير فيها شكل المادة وحجمها عند تسليط قوة خارجية، والعلم الذي يدرس هذا الموضوع يعرف بمقاومة المواد (Strength of Materials). كما نعرف أن الجسم الصلب (Rigid Body) هو الجسم الذي لا يتغير شكله أو حجمه بتأثير القوى الخارجية، ولكن في الواقع كل المواد تتأثر بالقوى المسلطة عليها ولكن بدرجات متفاوتة وتسمى المادة التي تسترجع شكلها وحجمها الأصليين عند زوال القوة بأنها مادة تامة المرونة وخلافا لذلك تسمى مادة لدنة، وتفقد المادة خاصية المرونة هذه إذا ازدادت القوة عن مقدار معين يسمى حد المرونة ($ElasticLimit$)، وتدرس خواص المرونة للمواد بواسطة كميتين هما الإجهاد ($Stress$) والإنفعال ($Strain$).

1-1 الإجهاد (Stress)

إذا تم شد أو ضغط قضيب مساحة مقطعه (A) وطوله (L) بقوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه وتقعان على استقامة واحدة مقدار كل منها (\vec{F}) وكما موضح في الشكل 1.



a - تسليط قوة شد عمودية F_N مما يؤدي إلى تولّد إجهاد شد.

b - تسليط قوة ضغط عمودية F_N مما يؤدي إلى تولّد إجهاد ضغط.

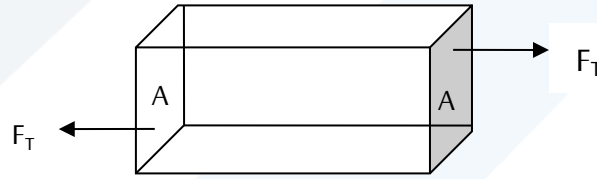
الشكل 1: إجهاد الشد وإجهاد الضغط

فإن القضيب يبقى في حالة اتزان وتسمى قوة الشد لوحدة المساحة بإجهاد الشد ($TensionStress$) أما قوة الضغط لوحدة المساحة فتسمى بإجهاد الضغط ($CompressiveStress$)، ويعبر عن الإجهاد بالحالتين السابقتين بالعلاقة التالية، وذلك تبعا لنوع القوة المؤثرة والتي تعمل على تغيير شكل وحجم الجسم:

$$\text{Stress}(\delta) = \frac{\vec{F}}{A} (N/m^2) \dots (1)$$

قد تكون القوة مماسية لسطح الجسم فتقوم بتغيير شكله حيث تكون القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه ولكن تعملان على خطوط تأثير مختلفة كما مبين في الشكل (2) وتسمى القوى المماسية لوحدة المساحات بإجهاد القص (Shearing Stress) وتسمى اختصاراً بالقص (Shear) ويعبر عنه بالعلاقة :

$$\text{Shear Stress}(\tau) = \frac{\vec{F}_T}{A} (N/m^2) \dots (2)$$



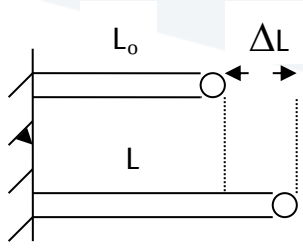
تسليط قوة مماسية F_T موازية للمساحة A من الأعلى والأسفل

الشكل 2 : إجهاد القص

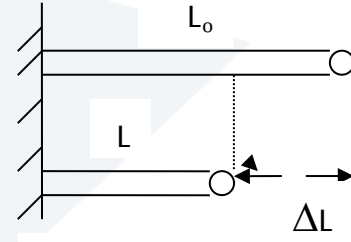
هنالك إجهادات أخرى مثل إجهاد اللوي (Torsion Stress) حيث يدرس تأثير القوى المماسية للقضبان والتي تعمل على لويها ، وكذلك إجهاد الصدمة (Impact Stress) الذي يدرس تأثير اصطدام الأجسام السريعة بالمادة الصلدة ، وهناك نوع آخر من الإجهاد يسمى ضغط الموائع الساكنة (P) مصدره ضغط المائع ويعرّف بالقوة العمودية المسلطة على وحدة المساحة من المائع .

2-1 الانفعال أو المطاوعة (Strain)

وهو التغيير النسبي لأبعاد أو شكل الجسم عندما يتعرّض لإجهاد معين، وهناك أنواع معينة من الانفعال تبعا لنوع الإجهاد المسلط، فإذا كان الإجهاد المسلط انضغاطاً سبّب قصراً في طول الجسم بمقدار (ΔL) وتسمى النسبة بانفعال الانضغاط، وإذا كان الإجهاد المسلط شداً سبّب زيادة في طوله بمقدار (ΔL) وتسمى النسبة بانفعال الشد، كما مبين في الشكل (3) وغالبا ما يرمز له بالرمز (ϵ) .



- b - انفعال الشد



- a - انفعال الانضغاط

شكل 3 : انفعال الشد والانضغاط

ويعبر عن الانفعال بالحالتين السابقتين بالعلاقة التالية:

$$Strain(\varepsilon) = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L - L_0}{L} \dots (3)$$

أما إذا سلط إجهاد قص، فإن هذا يؤدي إلى تغيير شكل الجسم، وتقاس في هذه الحالة انفعال القص (Shearing Strain) (γ) الذي يتناسب مع مقدار ظل الزاوية (θ)، وتكون هذه الزاوية صغيرة، وظلها يساويها بالمقدار (عند القياس النصف القطري للزاوية):

$$Shearing Strain(\gamma) = \frac{\Delta X}{h} \dots (4)$$

أما الانفعال الناتج عن الضغط (P) فسمى بالانفعال الحجمي والتي تساوي التغير في الحجم نتيجة الضغط المسلط :

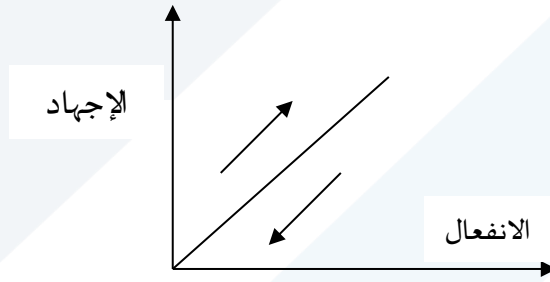
$$Volume Strain = \frac{\Delta V}{V} \dots (5)$$

ومن الجدير بالذكر أن الانفعال يكون مجرداً من الوحدات وذلك لأنه ينتج عن حاصل قسمة الأبعاد نفسها.

2 أنواع الانفعال (Kinds of Strain)

1-2 الانفعال المرن (Elastic Strain)

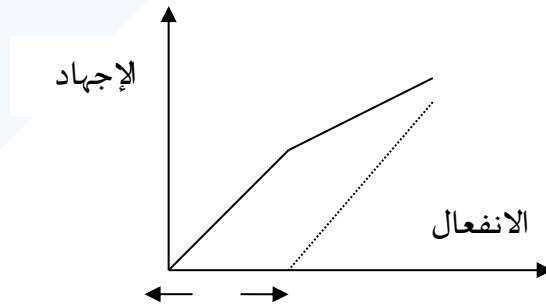
وهو انفعال وقتي يزول بزوال المؤثر، إذ يتلاشى الانفعال بعد إزالة الإجهاد المسلط، وقيمة الانفعال المرن تتناسب طردياً مع مقدار الإجهاد المسلط كما هو مبين في الشكل (4).



الشكل 4 : علاقة الانفعال بالإجهاد للجسم

2-2 الانفعال اللدن (Plastic Strain)

وهو انفعال ذو تأثير دائم لا يزول عند زوال المؤثر، إذ لا يتلاشى بعد الإجهاد المسلط، ويحدث هذا للمادة نتيجة لتسليط إجهاد بمقدار يتجاوز حد المرونة، وكما مبين في الشكل (5).



انفعال دائم متبقي بعد زوال الإجهاد

الشكل 5 : علاقة الانفعال بالإجهاد للجسم اللدن

3 معاملات المرونة (Modulus of Elasticity)

تعرف المرونة على أنها قابلية المادة على استعادة شكلها الأصلي بعد إزالة القوة المؤثرة والمسببة للتشويه، وهناك أنواع مختلفة من المعاملات ويعتمد نوع المعامل على نوع التشوه الذي تتعرض له المادة كالاستطالة والانحناء وغيرها وتمثل جميع المعاملات بإيجاد نسبة الإجهاد إلى الانفعال:

$$\text{Modulus of Elasticity} = \frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} \dots (6)$$

إن وحدات معامل المرونة هي وحدات الإجهاد نفسه لأن الانفعال لا وحدات له، عندما يكون الإجهاد ضمن حدود المرونة فإن نسبة الإجهاد إلى المطاوعة ستكون مقدارا ثابتا ويسمى هذا الثابت بمعامل المرونة وتبقى هذه النسبة ثابتة للمادة الواحدة المتجانسة الخواص ضمن حدود المرونة حيث تكون العلاقة خطية بين الإجهاد والانفعال ولا يعتمد على الزمن وهذا ما يعرف بقانون هوك (Hooks Law).

1-3 معامل المرونة الطولي (معامل يونغ) (Y) (Young's Modulus)

يعرف معامل يونغ بأنه نسبة الإجهاد إلى المطاوعة في حالتها الاستطالة والانكماش الطولي:

$$\text{Young Modulus}(Y) = \frac{\frac{\vec{F}}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} \dots (a7)$$

$$\text{Young Modulus}(Y) = \frac{\vec{F}}{A} \cdot \frac{L}{\Delta L} (N/m^2) \dots (b7)$$

إن وحدات معامل يونغ هي وحدة الإجهاد نفسه (نيوتن / م²) أو (داين / سم²) ويعتمد معامل يونغ على نوع المادة وليس على أبعادها.

تمرين 1:

سلك من فلز طوله (75cm) وقطره (0.130cm) يستطيل بمقدار (0.0350cm) عندما يعلق بطرفه ثقل مقداره (8kg). احسب:

- 1- إجهاد الشد؟
- 2- انفعال الشد؟
- 3- معامل يونغ لمادة السلك؟

الحل:

1- لحساب إجهاد الشد:

نوجد مساحة المقطع العرضي للسلك (πr^2):

$$A = \pi r^2 = (3.14) \left(\frac{0.130}{100} \right)^2 = (3.14) (0.4225 \times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow A = 1.32665 \times 10^{-6} m^2$$

$$F = mg = 8 \times 9.81$$

$$\Rightarrow F = 78.4N$$

من المعادلة (1):

$$Stress(\delta) = \frac{\vec{F}}{A} (N/m^2) \dots (1)$$

$$Stress(\delta) = \frac{78.4}{1.32665 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow Stress(\delta) = 5.91 \times 10^7 \left(\frac{N}{m^2} \right)$$

2- لحساب انفعال الشد:

من المعادلة (3):

$$Strain(\varepsilon) = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L - L_0}{L} \dots (3)$$

$$Strain(\varepsilon) = \frac{0.0350cm}{75cm}$$

$$\Rightarrow Strain(\varepsilon) = 4.67 \times 10^{-4}$$

3- لحساب معامل يونغ لمادة السلك:

من المعادلة (a 7):

$$YoungModulus(Y) = \frac{\vec{F}}{\frac{\Delta L}{L}} \dots (a7)$$

$$YoungModulus(Y) = (5.91 \times 10^7) / (4.67 \times 10^{-4})$$

$$\Rightarrow YoungModulus(Y) = 1.27 \times 10^{11} \left(\frac{N}{m^2} \right)$$

تمرين 2:

عمود صلب أسطوانى طوله (4m) وقطره (9cm). ما مقدار التغيّر في الطول عندما يحمل ثقل (80000kg)، إذا كان معامل يونغ للعمود يساوي ($1.9 \times 10^{11} N/m^2$) ؟

الحل:

نوجد مساحة المقطع العرضي للعمود (πr^2):

$$A = \pi r^2 = (3.14) \left(\frac{9}{100} \right)^2$$

$$\Rightarrow A = 6.36 \times 10^{-3} m^2$$

$$F = mg = 80000 \times 9.81$$

$$\Rightarrow F = 784000N$$

من المعادلة (b 7):

$$YoungModulus(Y) = \frac{F}{A} \cdot \frac{L}{\Delta L} (N/m^2) \dots (b7)$$

$$\Delta L = \frac{F}{A} \cdot \frac{L}{Y} = \frac{(78000)(4)}{(6.36 \times 10^{-3})(1.9 \times 10^{11})}$$

$$\Rightarrow \Delta L = 2.6 \times 10^{-3} m$$

2-3 معامل المرونة القصي (G) (Shear Modulus)

يعرّف معامل المرونة القصي على أنه نسبة إجهاد القص إلى انفعال القص:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{\frac{F_T}{A}}{\frac{\Delta X}{h}} \dots (a8)$$

$$ShearModulus(G) = \frac{F_T}{A} \cdot \frac{h}{\Delta X} (N/m^2) \dots (b8)$$

إن وحدات معامل المرونة القصي هي وحدة الإجهاد نفسه (نيوتن / م²) أو (داين / سم²) ، ويكون أقل قيمة وأقل أهمية من معامل يونغ ، وذلك لأنه من السهل جعل الذرات للمادة الصلبة تنزلق على بعضها بينما عملية تقريب الذرات من بعضها البعض أو تفريقها تكون لها صعوبة كبيرة أكبر مما هي عليه في

حالة انزلاق الذرات ، وعموماً فإن قيم معامل المرونة القصي تكون واقعة بين $(\frac{1}{2}$ إلى $\frac{1}{3})$ قيم معامل يونغ.

تمرين 3:

قطعة حلوى على شكل صندوق مساحة سطحه العلوي (15cm^2) وإرتفاعه (3cm) ، عندما تؤثر قوة قص مقدارها (0.50N) على السطح العلوي فإنه يزاح مسافة (0.4cm) بالنسبة للسطح السفلي. أوجد:

- 1- مقدار إجهاد القص ؟
- 2- مقدار إنفعال القص ؟
- 3- معامل المرونة القصي ؟

الحل:

1- لإيجاد مقدار إجهاد القص: نستخدم المعادلة (2):

$$\text{ShearStress}(\tau) = \frac{\vec{F}_T}{A} (N/m^2) \dots (2)$$

$$\text{ShearStress}(\tau) = \frac{(0.50)}{(15 \times 10^{-4})}$$

$$\Rightarrow \text{ShearStress}(\tau) = 333.33 \left(\frac{N}{m^2} \right)$$

2- لإيجاد مقدار انفعال القص:

من المعادلة (4):

$$\text{ShearingStrain}(\gamma) = \frac{\Delta X}{h} \dots (4)$$

$$\text{ShearingStrain}(\gamma) = \frac{(0.40)}{(3)}$$

$$\Rightarrow ShearingStrain(\gamma) = 0.13$$

3- لإيجاد مقدار معامل المرونة القصية:

من المعادلة (a8):

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{\frac{F_T}{A}}{\frac{\Delta X}{h}} \dots (a8)$$

$$G = \frac{333.33}{0.13}$$

$$\Rightarrow G = 2564.07 \left(\frac{N}{m^2} \right)$$

3-3 معامل المرونة الحجمي (B) (Bulk Modulus)

يسمى بالمعامل الحجمي ويعرّف بأنه النسبة بين الإجهاد في الموائع (الضغط المسلط) إلى الانفعال المناظر له (أي التغيّر النسبي في حجم المائع) :

$$BulkModulus(B) = \frac{-P}{\frac{\Delta V}{V}} \dots (9)$$

حيث أن الإشارة السالبة تعني أن الزيادة (أو نقصان) في الضغط المسلط على المائع يوّد نقصانا (أو زيادة) في حجم المائع ، أما وحدة المعامل الحجمي فهي وحدة الضغط .

تمرين 4:

معامل المرونة الحجمية للماء يساوي $(2.1 \times 10^9 m^2/N)$. إحسب النقص في حجم (100mL) من الماء عندما تتعرّض لضغط مقداره $(1.5 \times 10^6 N/m^2)$ ؟
من المعادلة (9):

$$BulkModulus(B) = \frac{-P}{\frac{\Delta V}{V}} \dots (9)$$

$$2.1 \times 10^9 = \frac{-(1.5 \times 10^6)}{\frac{\Delta V}{100}}$$

$$\Delta V = -\frac{(100)(1.5 \times 10^6)}{(2.1 \times 10^9)}$$

$$\Rightarrow \Delta V = -0.071 \text{ mL}$$

4 معامل الانضغاطية (k) (Compressibility Modulus)

يعرّف معامل الانضغاطية بأنه مقلوب معامل المرونة الحجمي أي أنه:

$$k = \frac{1}{B} \dots (10)$$

تمرين 5: إذا كانت انضغاطية الماء تساوي $(5 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N})$. احسب النقص في حجم (100 mL) من الماء عندما يتعرّض لضغط مقداره $(15 \times 10^6 \text{ N/m}^2)$ ؟

الحل:

من المعادلة (10):

$$k = \frac{1}{B} \dots (10)$$

$$B = \frac{1}{k} = 1/(5 \times 10^{-10}) \Rightarrow$$

$$B = 2 \times \frac{10^9 \text{ N}}{\text{m}^2}$$

من المعادلة (9):

$$\text{BulkModulus}(B) = \frac{-P}{\frac{\Delta V}{V}} \dots (9)$$

$$2 \times 10^9 = (-15 \times 10^6) / (\Delta V / 100) \Rightarrow \Delta V = -\frac{(100)(15 \times 10^6)}{(2 \times 10^9)}$$

$$\Delta V = -0.75 \text{ mL}$$

5 نسبة بواسون (Poisson's Ratio)

عندما يتعرض جسم إلى تأثير قوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه (قوى سحب) فإنه يستطيل (أي يزداد طوله) باتجاه قوى السحب وينكمش أو يتقلص بالاتجاه العمودي أي يقل عرضه أو سمكه والعكس صحيح.

إن النسبة بين التغير الجانبي إلى التغير الطولي يعبر عنه (نسبة بواسون) وهي ثابت مرونة مهم خالي من الوحدات .

إن الانفعال الناتج باتجاه قوى السحب أو الكبس يسمى بالانفعال الطولي (Longitudinal)، أما الانفعال الناتج بالاتجاه العمودي على اتجاه القوى المسلطة يسمى بالانفعال الجانبي أو العرضي (Lateral):

$$\text{Longitudinal} = \frac{\Delta L}{L} \dots (a11)$$

$$\text{Lateral} = \frac{\Delta r}{r} \dots (b11)$$

$$\text{PoissonRatio} = \frac{\text{LatralStrain}}{\text{LongitudinalStrain}} = \frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}} \dots (12)$$

6 الصلادة (H) (Hardness)

تعرف الصلادة على أنها مقاومة المادة لاختراق سطحها من قبل الأجسام المدببة أو مقاومتها للخدش، ويتم قياس الصلادة عن طريق إيجاد مساحة الاختراق للهرم الماسي الذي يحدثه اختراق الهرم المدبب تحت ثقل قياسي ومنها ما يعتمد على قياس عمق الاختراق لسطح المادة والذي يحدثه مُثَلَّم قياسي.

7 المتانة (T) (Toughness)

يعرف المتانة على إنها الطاقة اللازمة لكسر وتمزيق المادة، ويمكن إيجاد الطاقة من حاصل ضرب القوة في المسافة وهي تمثل المساحة أسفل منحنى الإجهاد – انفعال.

تمارين غير محلولة:

تمرين 6:

قضيب حديد طوله (4m) ومساحة مقطعه ($0.5cm^2$) يستطيل بمقدار (1mm) عندما تعلق بنهايته السفلى كتلة مقدارها (222kg). احسب معامل يونغ لمادة القضيب ؟

الإجابة: $176GPa$

تمرين 7:

احسب التغير النسبي في الحجم عندما يقل ضغط الجو ($1 \times 10^5 Pa$) حول قطعة معدنية إلى الصفر بوضع القطعة في الفراغ. إذا علمت أن معامل المرونة الحجمية للمعدن يساوي (125GPa) ؟

الإجابة: 8×10^{-7}

تمرين 8:

ثقل مقداره (50kg) يؤثر على الطرف السفلي لقضيب صلب طوله (80cm) وقطره (0.60cm). ما مقدار الاستطالة في القضيب، إذا علمت أن معامل يونغ للقضيب يساوي (190GPa) ؟

الإجابة: $73\mu m$

تمرين 9:

احسب التغير الحجمي في مكعب نحاسي طول ضلعه (40mm) عندما يتعرض لضغط مقداره (20MPa). إذا علمت أن معامل المرونة الحجمية للنحاس يساوي (125GPa) ؟
الإجابة: 10mm^3

تمرين 10:

قوتان متوازيتان ومتضادتان قيمة كل منهما (4000N) تؤثران مماسيا على وجهين متقابلين لمكعب من فلز طول ضلعه (25cm). احسب إزاحة السطح العلوي بالنسبة للسطح السفلي. إذا علمت أن معامل القص للفلز يساوي (80GPa) ؟
الإجابة: $2 \times 10^{-7}m$
