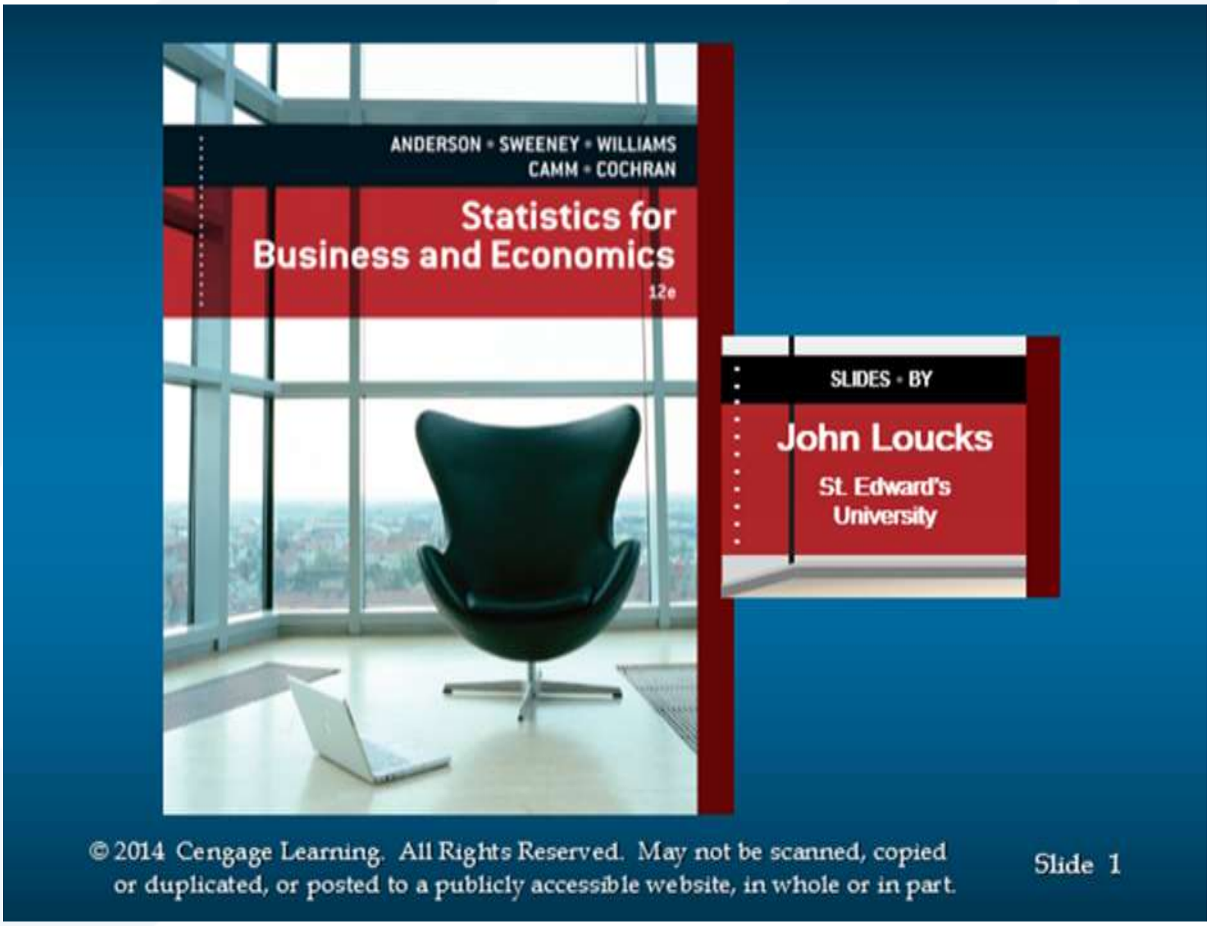
جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

# كلية إدارة الاعمال

# الإحصاء 1 Statistics

الأستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب

محاضرة رقم 11




الفصل الأول للعام 2023–2024

# الأرقام القياسية

# INDEX NUNBERS

**-تعريف الرقم القياسي:**

**الرقم القياسي: هو عبارة عن قيمة نسبية مرتبّطة مع الزمن، وهذه القيمة النسبية نحصل عليها نتيجة قســمة قيمة الظاهرة في فترة معينة (فترة المقارنة) على قيمة الظاهرة في فترة أخرى ( فترة الأســاس) ونضـــرب الناتج ب 100 للحصـــول على نســـبة مئوية. وغالباً تقاس الفترات الزمنية في الظواهر الاقتصادية عامة بالسنوات، لذلك سنتطلع إلى استخدام السنة عوضا عن الفترة في دراستنا القادمة. وبالتالي يمكن أن نعرف الرقم القياسي على الشكل الآتي:**

**قيمة الظاهرة في فترة (سنة) المقارنة**

**الرقم القياسي =--------------------------* 100**

قيمة الظاهرة في فترة (سنة) الاساس

**-2- أنواع الأرقام القياسية:**

نقسم الأرقام القياسية إلى عدة أنواع وذلك حسب عدّات مختلفة نذكر منها الآتي:

**-1-الأرقام القياسية حسب علاقتها بسنة الأساس:**

هناك نوعان من الأرقام القياسية حسب علاقتها بسنة الأساس هما:

1-الأرقام القياسية ذات الأساس الثابت:

وهي الأرقام القياسـية الناتجة عن تقسـيم كل قيم الظاهرة خلال عدة سـنوات، على قيمة الظاهرة في سـنة معينة تعدّ سنة أساس وغالباً ما تكون السنة الأولى في السلسلة ، وتحسب من العلاقة الآتية:

$$I = \frac{y_i}{y_1} . 100$$

2-الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك:

$$I = \frac{y_i}{y_{i-1}}.100$$

**وهنا نلاحظ أن الأرقام القياسـية ذات الأسـاس الثابت تقيس معدل تغير الظاهرة في كل عام مقارنة مع سنة الأساس المعتبرة، وهي ذات مجموع تراكمي.**

**أما الأرقام القياســية ذات الأســاس المتحرك، فتقيس معدل تغير الظاهرة في كل عام نســبة إلى العام السابق له. وقد ورد الحديث عن هذه الأشكال من الأرقام القياسية في بحث السلاسل الزمنية.**

## -2-الأرقام القياسية حسب تركيبها:

وهي تقسم حسب هذا المعيار أيضاً إلى قسمين هما:

1-الأرقام القياسية البسيطة:

**وهي الأرقام القياسـية التي تحسـب بشـكل بسـيط، دون تثقيل، أي دون تثقيلها بالأوزان المرافقة لها، فمثلاً نحسـب الأرقام القياسـية دون تثقيل بكمياتها، أو نحسـب الأرقام القياسـية للكميات دون تثقيلها بأسعارها.**

2-الأرقام القياسية المثقلة (أو المرجحة):

**وهي الأرقام القياسية التي يتم حسابها بعد تثقيل قيمة الظاهرة بأوزان معينة تناسبها، لتعكس أثر هذه الأوزان على الظاهرة ذاتها. كحساب الأرقام القياسية للأسعار بعد تثقيلها بالكميات المستهلكة منها، أو العكس، حساب الأرقام القياسية للكميات بعد تثقيلها بأسعارها.**

-2-3-الأرقام القياسية حسب شمولها:

وهنا نلاحظ أيضاً أن هناك نوعين من الأرقام القياسية حسب شمولها هما:

1-الأرقام القياسية المفردة:

وهي الأرقام القياسية التي تحسب لكل ظاهرة على حدة، كأن نحسب الأرقام القياسية لسعر سلعة واحدة فقط.

2-الأرقام القياسية التجميعية:

وهي الأرقام القياسـية التي تحسـب لمجموعة ظواهر في آن واحد، كأن نحسـب الأرقام القياسـية لأسـعار مجموعة من السلع في وقت واحد.

وهنا نذكر بأن الأرقام القياسية المفردة أو التجميعية، يمكن أن تكون بسيطة أو مثقلة (مرجحة)، وكذلك يمكن أن تكون بالأساس الثابت أو بالأساس المتحرك

**4-الأرقام القياسية حسب طبيعة المؤشر المدروس:**

حسب طبيعة المؤشر المدروس في الأرقام القياسية، نلاحظ أن هناك أنواع عديدة للأرقام القياسية، تتغير بتغير الظاهرة المدروسة، فهناك الأرقام القياسية للأسعار، الأرقام القياسية للكميات، الأرقام القياسية للإنتاج الزراعي أو الصناعي، الأرقام القياسية للناتج القومي الصافي أو الإجمالي، ....الخ.

وكل هذه الأنواع لا تختلف طريقة حسابها بعضها عن بعض إلا بتغير الظاهرة المدروسة. ولكن في المجال الاقتصادي كثيراً ما نحتاج إلى نوعين رئيسين من الأرقام القياسية حسب طبيعة المؤشر المدروس، هما:

## 1-الأرقام القياسية للأسعار:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغيرات أسعار سلعة أو مجموعة من السلع خلال فترة زمنية معينة وهي أيضاً يمكن أن تكون بسيطة أو مثقلة، وكذلك مفردة أو تجميعية.

## -الأرقام القياسية للكميات:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغيرات الكميات الخاصة بسلعة أو مجموعة من السلع خلال فترة زمنية معينة، وهي أيضاً يمكن أن تكون بسيطة أو مثقلة، وكذلك مفردة أو تجميعية.

كما يمكن أن نواجه في بعض الحالات أنواع أخرى من الأرقام القياسية التي ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالأرقام القياسية للأسعار أو الكميات، منها: الأرقام القياسية للقيم النقدية، الأرقام القياسية للتضخم النقدي، الأرقام القياسية للقوة الشرائية للعملة.

وفيما سوف نعرض هذه الأرقام القياسية بشيء من التفصيل وكذلك سوف نتعرف على الطرائق المختلفة لحساب هذه الأرقام وما تتميز به كل طريقة.

## -الأرقام القياسية للأسعار:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغير أسعار السلع خلال فترتين زمنيتين أو خلال سنتين مختلفتين. وسندرسها على الشكل التالي:

**-الأرقام القياسية البسيطة للأسعار:**

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغير أسعار سلعة واحدة أو أكثر خلال سنتين مختلفتين، ونقسم إلى أرقام قياسية بسيطة مفردة وأرقام قياسية متعددة (تجميعية).

## 81-الأرقام القياسية البسيطة والمفردة للأسعار:

وهي الأرقام القياسية التي تقيس تغير سعر سلعة معينة خلال سنتين مختلفتين وتحسب بالعلاقة الآتية:

$$I_p = \frac{p_t}{p_0}.100$$

حيث:

$I_p$ : الرقم القياسي

$p_t$ : سعر السلعة في سنة المقارنة

$p_0$ : سعر السلعة في سنة الأساس

***مع العلم أن سنة الأساس يمكن أن تكون أية سنة من السنوات سواء تسبق سنة المقارنة مباشرة، أو أية سنة أخرى. يمكن حساب هذا الرقم لأية سلعة من السلع لمعرفة تغير سعرها خلال فترة الدراسة. كما ويمكن حسـابه لنفس السـلعة وفي نفس الفترة ولكن في أماكن مختلفة وذلك للوقوف على مدى تغير أسعار السلعة المدروسة بين المناطق المختلفة في البلد.***

**مثال**

نفرض لدينا أسعار الكيلو غرام الواحد من حديد البناء في المحافظات:

دمشق- حلب- طرطوس، خلال السنتين 2020 2021، كما هي واردة في الجدول لآتي:

**الجدول (8-1) أسعار الحديد في عدة محافظات خلال عامي 2020-2021 بالليرات السورية**

| المحافظة / العام | دمشق | حلب | طرطوس |
|---|---|---|---|
| 2021 | 35 | 30 | 28 |
| 2020 | 45 | 38.5 | 40 |

المصدر: فرضي

**المطلوب:**

حساب الأرقام القياسية لتغير أسعار الحديد في المحافظات الثلاث خلال الفترة المذكورة والمقارنة بينها.

**الحل:**

دمشق $I_p = \frac{45}{35}.100 = 128.57\%$

حلب $I_p = \frac{38.5}{30}.100 = 128.33\%$

طرطوس $I_p = \frac{40}{28}.100 = 142.86\%$

نلاحظ انه رغم اختلاف الأسعار في المحافظات الثلاث إلا أن الأرقام القياسية بينت ما يلي:

في دمشـق ارتفع سـعر الحديد في عام 2008 عنه في عام 2000 بمقدار 28.57%، وهذا التغير قريب جداً من ارتفاع ســـعر الحديد في حلب والبالغ 28.33% ، بينما الارتفاع في الســـعر كان في طرطوس اكبر أو بلغ 42.86%. ومن خلال مقارنة بسيطة نستنتج مبدئياً أن الطلب على الحديد في طرطوس كان اكبر مما أدّى إلى ارتفاع سـعره بشـكل اكبر من باقي المحافظات الذي يدل أيضـاً على نشـاط الحركة العمرانية في طرطوس بشكل أكبر أيضاً من باقي المحافظات.

## 2-الأرقام القياسية البسيطة والمتعددة للأسعار:

هي الأرقام القياسـية التي تدرس تغيرات أسـعار مجموعة سـلع دفعة واحدة خلال سـنتين مختلفتين، كأن ندرس تغيرات أسعار السلع الغذائية للمواطن خلال فترة معينة، وتحسب على الشكل الآتي:

$$P_{t1}, P_{t2}, P_{t3}, \ldots\ldots\ldots\ldots P_{tn}$$

وبفرض أسعار هذه السلع في سنة الأساس هي:

$$P_{01}, P_{02}, P_{03}, \ldots\ldots\ldots\ldots P_{0n}$$

فإن الرقم القياسي البسيط والمتعدد للأسعار يحسب على الشكل الآتي:

$$I_p = \frac{P_{t1} + P_{t2} + P_{t3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + P_{tn}}{P_{01} + P_{02} + P_{03} + \ldots\ldots\ldots\ldots + P_{0n}}.100 = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{ti}}{\sum_{i=1}^{n} P_{0i}}.100$$

ويمكن أن نكتب هذه العلاقة، وجميع العلاقات اللاحقة بشكل مختصر، على الشكل الآتي:

$$I_p = \frac{\sum P_t}{\sum P_0}.100$$

**مثال**

بفرض لدينا المعلومات التالية عن أسعار بعض السلع الغذائية في عامي 2000,2008 والمدونة في الجدول الآتي:

**الجدول (8-2) أسعار بعض السلع الغذائية في عامي 2019-2020 بالليرات السورية**

| السلعة / العام | الخبز | السكر | الشاي | الارز | لحم عجل |
|---|---|---|---|---|---|
| 2019 | 15 | 18 | 160 | 35 | 250 |
| 2020 | 20 | 27 | 250 | 55 | 425 |

المصدر : فرضي

**المطلوب:**

حساب الرقم القياسي البسيط والمتعدد لأسعار السلع المذكورة أعلاه.

**الحل:**

باستخدام العلاقة

$$I_p = \frac{20+27+250+55+425}{15+18+160+35+250}.100 = \frac{777}{478}.100 = 162.55\%$$

نلاحظ من الرقم القياسي أن أسعار المواد المذكورة قد ارتفعت بشكل عام بمقدار 62.55% في عام 2020 عنها في عام 2019. ولكن نلاحظ أن هذا الرقم، ورغم بساطته، فهو لا يعبر بشكل صحيح وصادق عن مستوى تغير الأسعار خلال الفترة المذكورة، وذلك لأن هذه الصيغة تفترض أن هذه السلع تستهلك بكميات مختلفة من قبل المواطن، فالمواطن على سبيل المثال يستهلك 10 كغ من السكر شهرياً، بينما لا يستهلك شهرياً سوى 2 كغ من اللحم. وبالتالي كان لا بد من أخذ هذه الكميات المستهلكة من هذه السلع بعين العدّ، واستخدامها كتثقيلات، وذلك للتعبير الحقيقي عن مستوى تغير الأسعار، وهذا ما سوف ندرسه في الفقرة التالية.

## 2-الأرقام القياسية المرجحة (المثقلة) للأسعار:

هذه الأرقام القياسية تتميز عن سابقتها بأننا -كما ذكرنا- نثقل (نرجح) أسعار المواد المستهلكة، بكميات استهلاكها الشهري أو الأسبوعي أو السنوي، وذلك بهدف معرفة التغير الحقيقي للأسعار، والذي يؤدي أيضاً إلى تغير كميات الاستهلاك.

وبما أن الكميات المستهلكة تتغير تبعاً لتغير الأسعار، فإننا يمكن أن نستخدم هنا الكميات المستهلكة في سنة الأساس أو سنة المقارنة، أو متوسط هذه الكميات، أو كميات أخرى. لذلك نجد أن هناك عدة طرق لحساب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار تبعاً للكميات المستخدمة في الترجيح وذلك على الشكل الآتي:

*ولكن قبل ذكر هذه الطرائق سنصطلح على استخدام الرموز التالية:*

**الجدول (8-3) الرموز المستخدمة في حساب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار**

| رقم السلعة / البيان | 1 | 2 | 3 | ...................... | n |
|---|---|---|---|---|---|
| أسعار سنة الأساس | $P_{01}$ | $P_{02}$ | $P_{03}$ | ...................... | $P_{0n}$ |
| أسعار سنة المقارنة | $P_{t1}$ | $P_{t2}$ | $P_{t3}$ | ...................... | $P_{tn}$ |
| كميات سنة الأساس | $q_{01}$ | $q_{02}$ | $q_{03}$ | ...................... | $q_{0n}$ |
| كميات سنة المقارنة | $q_{t1}$ | $q_{t2}$ | $q_{t3}$ | ...................... | $q_{tn}$ |

المصدر : المؤلف.

## 1- رقم (لاسبير) للأسعار (Laspeyre):

افترض (لاسبير) أن كميات الاستهلاك لا تتغير عند تغير الأسعار وبالتالي فهو استخدم كميات سنة الأساس كأوزان للترجيح، أي أنه يدرس تغير الأسعار، بغض النظر عن تغير كميات الاستهلاك، وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_L = \frac{p_{t1}.q_{01} + p_{t2}.q_{02} + p_{t3}.q_{03} + \dots\dots\dots\dots + p_{tn}.q_{0n}}{p_{01}.q_{01} + p_{02}.q_{02} + p_{03}.q_{03} + \dots\dots\dots\dots + p_{0n}.q_{0n}}.100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_L = \frac{\sum p_t.q_0}{\sum p_0.q_0}.100$$

## 2-82 رقم (باش) للأسعار (Paasche):

افترض (باش) بأن التغيرات التي تحدث في كميات الاستهلاك نتيجة تغير الأسعار، تعكس بشكل واضح، التغير النسبي للأسعار، ولذلك فقد فضل ترجيح الأسعار بالكميات المستهلكة في سنة المقارنة، وبالتالي فقد اقترح الصيغة التالية لحساب الرقم القياسي المرجح للأسعار:

$$I_p = \frac{p_{t1}.q_{t1} + p_{t2}.q_{t2} + p_{t3}.q_{t3} + \dots\dots\dots\dots + p_{tn}.q_{tn}}{p_{01}.q_{t1} + p_{02}.q_{t2} + p_{03}.q_{t3} + \dots\dots\dots\dots + p_{0n}.q_{tn}}.100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_p = \frac{\sum p_t.q_t}{\sum p_0.q_t}.100 \qquad (7-8)$$

## 3- رقم (مارشال) للأسعار (Marshall) أو (ادجورث) :(Edgeworth)

إن رقمي (لاسبير) و(باش) لاقيا انتقادات كثيرة، وكان هناك جدل كبير حول سبب اختيار كل منهم للأوزان المستخدمة في الترجيح. ولذلك حاول العالم (مارشال) حل هذا الخلاف باستخدام متوسط الكميات المستخدمة في سنتي الأساس والمقارنة، كأوزان للترجيح.

ونظراً للخواص الرياضية للكسور، والخاصة التجميعية لعملية الضرب، فقد آلت الصيغة التي اقترحها (مارشال) لحساب الرقم القياسي للأسعار إلى الشكل الآتي:

$$I_M = \frac{p_{t1}(q_{01}+q_{t1})+p_{t2}(q_{02}+q_{t2})+p_{t3}(q_{03}+q_{t3})+\dots\dots\dots+p_{tn}(q_{0n}+q_{tn})}{p_{01}(q_{01}+q_{t1})+p_{02}(q_{02}+q_{t2})+p_{03}(q_{03}+q_{t3})+\dots\dots\dots+p_{0n}(q_{0n}+q_{tn})}.100$$

أو بالشكل المختصر:

$$I_M = \frac{\sum p_t(q_0+q_t)}{\sum p_0(q_0+q_t)}.100$$

## 4-رقم (فيشر) للأسعار (Fisher):

يسمى أيضاً الرقم القياسي المثل للأسعار، حيث اقترح صيغة لحل مشكلة التثقيل بكميات سنة الأساس (لاسبير) أو كميات سنة المقارنة (باش)، حيث اقترح أن يتم حساب الوسط الهندسي لرقمي (لاسبير) و (باش) وهذه القيمة هي أفضل من الناحية الرياضية من قيمة الرقم القياسي التي اقترحها (مارشال) لذلك سمي هذا الرقم –الرقم القياسي الأمثل– وهو يحسب بالصيغة الآتية:

$$I_F = \sqrt{I_L.I_p}$$

أي:

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}.\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}}.100$$

## 5–رقم (درويش) للأسعار (Drobish):

هذا الرقم القياسي ليس بأهمية الأرقام القياسية التي سبقته، ولكنه يفيد في بعض الحالات ، حيث قيمته تساوي الوسط الحاسبي لقيمتي رقمي (لاسبير) و (باش)، وكما هو معلوم أن الوسط الهندسي أفضل من الوسط الحسابي عندما تكون القيم على شكل قياسات نسبية والأرقام القياسية هي أرقام نسبية، وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_D = \frac{1}{2}(I_L + I_p)$$

$$I_D = \frac{1}{2}\left(\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}\right).100$$

**ملاحظة:**

إن قيم الأرقام القياسية لكل من (فيشر) و(مارشال) و(درويش) قريبة بعضها من بعض، وهي جميعها تقع بين قيمتي رقمي (لاسبير) و(باش)، لأنها تنتج عنها بشكل أو بآخر عن طريق أحد الأوساط، أي

$$I_p \le I_M \le I_L \quad I_L \le I_M \le I_p$$

كذلك:

$$I_p \le I_F \le I_L \quad I_L \le I_F \le I_p$$

وكذلك أيضاً:

$$I_p \le I_D \le I_L \quad I_L \le I_D \le I_p$$

## 6-الرقم القياسي النموذجي للأسعار:

هذا الرقم القياســي يســتخدم كأوزان للترجيح، كميات اســتهلاك نموذجية، وهذه الكميات قد تكون كميات الاســتهلاك من ســنة معينة تعدّ ســنة طبيعية، لم تحدث فيها تغيرات تؤثر بشــكل أو بآخر، على كميات الاستهلاك العادية للإنسان الطبيعي، أو قد تكون كميات متوسطة ، حسبت وفق دراسات معينة، وتعبر عن الاســتهلاك العادي أو الطبيعي لإنســان يعيش حياة طبيعية متوســطة. وتثقل الأســعار في ســنتي المقارنة والأساس بهذه الكميات، وبالتالي يمكن حساب الرقم القياسي النموذج للأسعار، وفق ما يلي:

$$I_w = \frac{p_{t1}w_1 + p_{t2}w_2 + p_{t3}w_3 + \dots\dots\dots + p_{tn}w_n}{p_{o1}w_1 + p_{o2}w_2 + p_{o3}w_3 + \dots\dots\dots + p_{on}w_n} .100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_w = \frac{\sum p_t.w}{\sum p_o.w} .100$$

حيث: $W_i$ كميات الاستهلاك من السلع التي تدخل تركيب الرقم القياسي.

**مثال**

بفرض لدينا المعلومات التالية عن أسعار مجموعة من السلع وكميات الاستهلاك الشهري منها، حسب ما هو وارد في الجدول (8-4) الآتي:

**الجدول (8-4) أسعار وكميات استهلاك مجموعة من السلع**

| السلع / البيان | الخبز | السكر | الشاي | الحليب | اللحم |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_0$ أسعار السلع في سنة الأساس | 10 | 18 | 160 | 10 | 200 |
| $P_t$ أسعار السلع في سنة المقارنة | 15 | 30 | 250 | 20 | 350 |
| $q_0$ كميات الاستهلاك من السلع في سنة الأساس | 15 | 6 | 1.5 | 15 | 4 |
| $q_t$ كميات الاستهلاك من السلع في سنة المقارنة | 15 | 4 | 1.3 | 14 | 3 |
| $W$كميات الاستهلاك من السلع في سنة نموذجية | 15 | 5 | 1 | 18 | 2.5 |

المصدر: فرضي

جَـامعة
المَـنارة
MANARA UNIVERSITY

**والمطلوب:**

حساب جميع الأرقام القياسية المرجحة للأسعار والمقارنة بينها.

**الحل:**

لحساب هذه الأرقام القياسية نحتاج الجدول المساعد الآتي:

**جدول مساعد لحساب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار**

| السلع / البيان | $p_o q_o$ | $p_t q_o$ | $p_o q_t$ | $p_t q_t$ | $p_o(q_o+q_t)$ | $p_t(q_o+q_t)$ | $p_o q_w$ | $p_t q_w$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الخبز | 150 | 225 | 150 | 225 | 300 | 450 | 150 | 225 |
| السكر | 108 | 180 | 72 | 120 | 180 | 300 | 90 | 150 |
| الشاي | 240 | 375 | 208 | 325 | 448 | 700 | 160 | 250 |
| الحليب | 150 | 300 | 140 | 280 | 290 | 580 | 180 | 360 |
| اللحم | 800 | 1400 | 600 | 1050 | 1400 | 2450 | 500 | 875 |
| $\sum$ | 1448 | 2480 | 1170 | 2000 | 2618 | 4480 | 1080 | 1860 |

المصدر :حسب من قبل المؤلف

1–رقم (لاسبير) للأسعار:

$$I_L = \frac{\sum p_t.q_0}{\sum p_0.q_0}.100 = \frac{2480}{1448}.100 = 171.27\%$$

أي أن الأسعار ارتفعت بمقدار 71.27% في سنة المقارنة عما كانت عليه في سنة الأساس، وذلك بنفس كميات استهلاكها في سنة الأساس.

2–رقم (باش) للأسعار:

$$I_p = \frac{\sum p_t.q_t}{\sum p_0.q_t}.100 = \frac{2000}{1170}.100 = 170.94\%$$

أي الأسعار ارتفعت بمقدار 70.94 في سنة المقارنة عما كانت عليه في سنة الأساس ، وذلك حسب كميات استهلاكها في سنة المقارنة. وهنا نذكر أنه ليس بالضرورة أن يكون رقم باش أصغر من رقم لاسبير، فمن الوارد في بعض الأحيان أن يكون عكس ذلك.

3-رقم (مارشال ) للأسعار:

$$I_M = \frac{\sum p_t(q_0+q_t)}{\sum p_0(q_0+q_t)}.100 = \frac{4480}{2618}.100 = 171.12\%$$

أي أن الأسعار ارتفعت بمقدار 71.12% في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس، وذلك عندما ثقلنا بمجموع الكميات المستهلكة في سنتي المقارنة والأساس. وهنا نلاحظ أن رقم (مارشال) تقع قيمته بين رقمي (لاسبير) و(باش).

4-رقم (فيشر) للأسعار:

$$I_F = \sqrt{I_L . I_p} = \sqrt{171.27 \times 170.94} = 171.10\%$$

أو

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} . \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}}.100 = \sqrt{\frac{2480}{1448} . \frac{2000}{1170}}.100 = 171.10\%$$

أي أنه حسب طريقة (فيشر) الرقم القياسي الأمثل، فإن الأسعار قد ارتفعت بمقدار 71.10%. وهنا نلاحظ أيضاً أن قيمة الرقم القياسي (فيشر) للأسعار تقع بين قيمتي رقمي (لاسبير) و(باش) بعدّ أنه الوسط الهندسي لها.

5-رقم (درويش) للأسعار:

**باستخدام العلاقة (8-11) نجد:**

$$I_D = \frac{1}{2}(I_L + I_p) = \frac{1}{2}(171.27 + 170.94) = 171.105\%$$

**أو باستخدام العلاقة (8-12) نجد:**

$$I_D = \frac{1}{2}\left(\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}\right).100 = \frac{1}{2}(\frac{2480}{1448} + \frac{2000}{1170}).100 = 171.105\%$$

**نلاحظ أنه حسب طريقة (درويش) فإن الأسعار قد ارتفعت بمقدار 71.105%. وهنا نلاحظ أن قيمة الرقم (درويش) للأسعار تقع بين قيمتي الرقمين القياسيين (لاسبير) و(باش) بعدّه الوسط الحسابي**

لهما. كما نلاحظ أن قيمته قريبة جداً من قيمة رقم (فيشـــر) إلا أن قيمة رقم (فيشـــر) أدق منه وذلك استناداً لخواص الوسط الهندسي المذكورة أعلاه.

6-الرقم القياسي النموذجي للأسعار:

$$I_w = \frac{\sum p_t.w}{\sum p_o.w}.100 = \frac{1860}{1080}.100 = 172.22\%$$

أي أن الأســـعار وفق هذه الطريقة قد ارتفعت بمقدار 72.22%. وهذه القيمة تختلف عن باقي الأرقام القياسية، وذلك يتعلق بالأوزان التي تم استخدامها في الترجيح.

## 4-الأرقام القياسية للكميات:

وهي الأرقام القياســية التي تدرس تغير الكميات المســتهلكة (أو المنتجة) من ســلعة معينة خلال فترتين زمنيتين، أو خلال سنتين مختلفتين، وسندرسها على الشكل التالي، مع ملاحظة أن دراستها لا تختلف عن دراسة الأرقام القياسية للأسعار سوى باستبدال الأسعار بالكميات أو العكس.

-الأرقام القياسية البسيطة للكميات:

وهي الأرقام القياســية التي تدرس تغير الكميات المســتهلكة (أو المنتجة) من ســلعة واحدة أو أكثر خلال سنتين مختلفتين، ونقسم إلى أرقام قياسية بسيطة مفردة وأرقام قياسية متعددة (تجميعية)، وذلك بمعزل عن تغير أسعارها.

1- -الأرقام القياسية البسيطة والمفردة:

وهي الأرقام القياســية التي تقيس تغير الكمية المســتهلكة (أو المنتجة) من ســلعة معينة خلال ســنتين مختلفتين، وتحسب بالعلاقة الآتية:

$$I_q = \frac{q_t}{q_o}.100$$

حيث الرموز المستخدمة في هذه الأرقام لها نفس التفسير المستخدم في الأرقام القياسية للأسعار. يمكن حساب هذا الرقم لأية سلعة من السلع لمعرفة تغير نمط استهلاكها خلال فترة الدراسة، كما يمكن حسابه لنفس الســلعة ، وفي نفس الفترة ولكن في أماكن مختلفة وذلك للوقوف على تغير العادات الاســتهلاكية للسلعة المدروسة بين المناطق.

**مثال**

لدينا المعلومات التالية عن الكميات المستهلكة من قبل الأسرة الواحدة في الشهر من مادة السكر في محافظتي دمشق وحمص، خلال السنتين 2019−2020 كما هي واردة في الجدول (8−6) الآتي:

**الجدول(8−6)كميات الاستهلاك الشهري للأسرة من السكر خلال عامي2019، 2020 في محافظتي دمشق وحمص**

| المحافظة / العام | دمشق | حمص |
|---|---|---|
| 2019 | 25 | 30 |
| 2020 | 22 | 24 |

المصدر : فرضي

**المطلوب:**

حساب الأرقام القياسية لتغير كميات استهلاك السكر في محافظتي دمشق وحمص، خلال الفترة المذكورة والمقارنة بينها.

**الحل:**

دمشق $I_q = \frac{22}{25}.100 = 88\%$

حمص $I_q = \frac{24}{30}.100 = 80\%$

لقد انخفض استهلاك السكر في دمشق بمقدار 12% بينما انخفض في حمص بمقدار 20% وذلك نتيجة تغير العادات الاستهلاكية، دون النظر لتغير الأسعار.

**1−2−الأرقام القياسية البسيطة والمتعددة للكميات:**

هي الأرقام القياسية التي تدرس تغير الكميات المستهلكة (أو المنتجة) من مجموعة سلع دفعة واحدة خلال سنتين مختلفتين، كأن ندرس تغيرات عادات الاستهلاك من السلعة الغذائية للمواطن خلال فترة زمنية، دون النظر لتغير الأسعار، وتحسب على الشكل الآتي:

$$I_q = \frac{q_{t1} + q_{t2} + q_{t3} + \dots\dots\dots + q_{tn}}{q_{o1} + q_{o2} + q_{o3} + \dots\dots\dots + q_{on}}.100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_q = \frac{\sum q_t}{\sum q_o}.100$$

**مثال:**

بفرض لدينا المعلومات التالية عن الكميات المستهلكة شهرياً من بعض السلع الغذائية من قبل الأسرة السورية خلال السنتين 2019–2020والمدونة في الجدول الآتي:

**الجدول الكميات المستهلكة من بعض السلع الغذائية في عامي 2019، 2020 من قبل الأسرة السورية (كغ)**

| المحافظة / العام | الخبز | السكر | الشاي | الأرز | لحم العجل |
|---|---|---|---|---|---|
| 2019 | 35 | 20 | 2.5 | 7 | 4 |
| 2020 | 30 | 22 | 2.2 | 9 | 3 |

المصدر: فرضي

**المطلوب:**

حساب الرقم القياسي البسيط المتعدد للكميات المستهلكة من السلع المذكورة أعلاه.

**الحل:**

باستخدام العلاقة نجد:

$$I_q = \frac{30+22+2.2+9+3}{35+20+2.5+7+4}.100 = \frac{66.2}{68.5}.100 = 96.64\%$$

نلاحظ من خلال هذا الرقم القياسي أن الكميات المستهلكة من السلع الغذائية قد انخفضت بمقدار 3.36% بمعزل عن تغيرات أسعارها، وذلك في العام 2020 عن عام 2019. بطريقة مشابهة لما سبق نلاحظ أن تغيرات الكميات المستهلكة أو المنتجة من سلعة أو مجموعة سلع لا يمكن أن تحدث دون تأثير تغير أسعارها، سيما أن تغيرات الأسعار غالباً ما تكون بنسب مختلفة، لذلك كان لا بد من دراسة تغير الكميات مع الأخذ بعين العدّ تغير أسعارها، لذلك لا بد من تثقيل الكميات بأسعارها.

## الأرقام القياسية المرجحة (المثقلة) للكميات:

هذه الأرقام تمتاز عن سابقتها (وكما هو الحال في الأرقام القياسية المرجحة للأسعار)، بأننا نرجح (نثقل) الكميات المستهلكة أو المنتجة بأسعارها. ولها عدة طرائق لحسابها، سنراها فيما يلي:

### رقم (لاسبير) للكميات (Laspeyre):

وهو رقم قياسي يدرس تغير كميات السلع خلال الفترة المدروسة وذلك باعتماد أوزان للترجيح –أسعار سنة الأساس– ويحسب على الشكل الآتي:

$$I_L=\frac{q_{t1}\cdot p_{01}+q_{t2}\cdot p_{02}+q_{t3}\cdot p_{03}+\dots\dots\dots+q_{tn}\cdot p_{0n}}{q_{01}\cdot p_{01}+q_{02}\cdot p_{02}+q_{03}\cdot p_{03}+\dots\dots\dots+q_{0n}\cdot p_{0n}}.100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_L=\frac{\sum q_t\cdot p_o}{\sum q_0\cdot p_0}.100$$

### –رقم (باش) للكميات (Paasche):

وهو يدرس تغيرات الكميات خلال الفترة المدروسة، وذلك بعد تثقيل هذه الكميات بأسعارها في سنة الدراسة (المقارنة)، وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_p=\frac{q_{t1}\cdot p_{t1}+q_{t2}\cdot p_{t2}+q_{t3}\cdot p_{t3}+\dots\dots\dots+q_{tn}\cdot p_{0n}}{q_{01}\cdot p_{t1}+q_{02}\cdot p_{t2}+q_{03}\cdot p_{t3}+\dots\dots\dots+q_{0n}\cdot p_{tn}}.100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_p=\frac{\sum q_t\cdot p_t}{\sum q_0\cdot p_t}.100$$

### رقم (مارشال) للكميات (Marshall) أو (ادجورث) (Edgeworth):

لقد استخدم (مارشال) في حسابه للرقم القياسي للكميات ، كأوزان متوسط أسعار السلع في سنتي الأساس والمقارنة، وذلك لتجاوز المشكلات والانتقادات التي وجهت لرقمي (لاسبير) و(باش). وحسب خواص الكسور والخاصة التجميعية لعملية الضرب، فإن طريقة حساب هذا الرقم القياسي هي الآتية:

$$I_M=\frac{q_{t1}(p_{01}+p_{t1})+q_{t2}(p_{02}+p_{t2})+q_{t3}(p_{03}+p_{t3})+\dots\dots\dots+q_{tn}(p_{0n}+p_{tn})}{q_{01}(p_{01}+p_{t1})+q_{02}(p_{02}+p_{t2})+q_{03}(p_{03}+p_{t3})+\dots\dots\dots+q_{0n}(p_{0n}+p_{tn})}.100$$

أو بالشكل المختصر:

$$I_M=\frac{\sum q_t(p_0+p_t)}{\sum q_0(p_0+p_t)}.100$$

**-رقم (فيشر) للكميات (Fisher):**

وهو يحسب عن طريق الوسط الهندسي لرقمي (لاسبير) و (باش) للكميات ويحسب على الشكل الآتي:

$$I_F = \sqrt{I_L . I_P}$$

أو بالشكل:

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} . \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}} .100$$

**-رقم (دروبش) للكميات (Drobish):**

كما ذكرنا سابقاً، فإن هذا الرقم ليس بأهمية الأرقام القياسية التي سبقته، وهو يحسب عن طريق الوسط الحسابي لرقمي (لاسبير) و(باش) للكميات، ويحسب على الشكل الآتي:

$$I_D = \frac{1}{2}(I_L + I_P)$$

أو بالشكل:

$$I_D = \frac{1}{2}\left(\frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} + \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}\right).100$$

وهنا نذكر أيضاً أن الأرقام القياسية للكميات لكل من (فيشر) و(مارشال) و(دروبش) قريبة بعضها من بعض، وهي جميعها تقع بين قيمتي رقمي (لاسبير) و(باش)، أي: $I_L \le I_M \le I_p$

كذلك: $I_L \le I_F \le I_p$

وكذلك أيضاً: $I_L \le I_D \le I_p$

**الرقم القياسي النموذجي للكميات:**

هذا الرقم القياسي يستخدم كأوزان للترجيح، أسعار نموذجية، وهذه الأسعار قد تكون سنة معينة، تعدّ سنة نموذجية لم تحدث فيها تغيرات اقتصادية تذكر، أو يمكن استخدام متوسط أسعار السلع خلال الفترة، أو أسعار عالمية حسب البورصات. وتثقل كميات السنة المدروسة وسنة الأساس بهذه الأسعار النموذجية، وبالتالي يمكن حساب هذا الرقم على الشكل الآتي:

$$I_w = \frac{q_{t1} w_1 + q_{t2} w_2 + q_{t3} w_3 + \dots\dots\dots + q_{tn} w_n}{q_{o1} w_1 + q_{o2} w_2 + q_{o3} w_3 + \dots\dots\dots + q_{on} w_n} .100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_w = \frac{\sum q_t \, w}{\sum q_o \, w} . 100$$

حيث: $W_i$ أسعار السلع التي تدخل تركيب الرقم القياسي.

**مثال:**

لدينا المعلومات التالية عن الكميات التي تستهلكها الاسرة شهرياً من بعض السلع الغذائية مع أسعار وذلك في العامين 2019 و 2020 مع الأسعار النموذجية لها، والمدونة في الجدول الآتي:

**الجدول أسعار وكميات استهلاك مجموعة من السلع**

| السلع / البيان | اللحم | الحليب | الشاي | السكر | الخبز |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_0$ كميات الاستهلاك سنة 2019 | 15 | 4 | 1.5 | 6 | 15 |
| $P_t$ كميات الاستهلاك سنة 2020 | 14 | 3 | 1.3 | 4 | 15 |
| $q_0$ أسعار السلع سنة 2019 | 10 | 200 | 160 | 18 | 10 |
| $q_t$ أسعار السلع سنة 2020 | 20 | 350 | 250 | 30 | 15 |
| $W$ أسعار السلع في سنة نموذجية | 15 | 300 | 240 | 35 | 18 |

المصدر : فرضي

**والمطلوب:**

حساب جميع الأرقام القياسية المرجحة للكميات والمقارنة بينها، بعدّ سنة 2019 سنة أساس.

**الحل:**

لحساب هذه الأرقام القياسية نحتاج لمعلومات الجدول المساعد الآتي:

**الجدول جدول مساعد لحساب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار**

| السلع / البيان | $q_o p_o$ | $q_t p_o$ | $q_o p_t$ | $q_t p_t$ | $q_o(p_o+p_t)$ | $q_t(p_o+p_t)$ | $q_o w$ | $q_t w$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الخبز | 150 | 150 | 225 | 225 | 375 | 375 | 270 | 270 |
| السكر | 108 | 72 | 180 | 120 | 288 | 192 | 210 | 140 |
| الشاي | 240 | 208 | 375 | 325 | 615 | 533 | 360 | 312 |
| اللحم | 800 | 600 | 1400 | 1050 | 2200 | 1650 | 1200 | 900 |
| الحليب | 150 | 140 | 300 | 280 | 450 | 420 | 225 | 210 |
| $\sum$ | 1448 | 1170 | 2480 | 2000 | 3928 | 3170 | 2265 | 1832 |

المصدر :حسب من قبل المؤلف

1–رقم (لاسبير) للكميات:

باستخدامك العلاقةنجد:

$$I_L = \frac{\sum q_t \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}.100 = \frac{1170}{1448}.100 = 80.80\%$$

أي أن الكميات المستهلكة من هذه السلع انخفضت بمقدار 19.20% سنة 2020، عما كانت عليه سنة 2019.

2–رقم (باش) للكميات:

باستخدام العلاقة (8–18) نجد:

$$I_p = \frac{\sum q_t \cdot p_t}{\sum q_0 \cdot p_t}.100 = \frac{2000}{2480}.100 = 80.65\%$$

أي حسب (فيشر) فإن الكميات المستهلكة من هذه السلع قد انخفضت 19.35% سنة 2020 عما كانت عليه سنة 2019.

### 3-رقم (مارشال ) للكميات:

باستخدام العلاقة نجد:

$$I_M = \frac{\sum q_t(p_0+p_t)}{\sum q_0(p_0+p_t)}.100 = \frac{3170}{2928}.100 = 80.70\%$$

وحسب مارشال فقد انخفض استهلاك هذه السلع بالمتوسط بمقدار 19.30% سنة 2020 عما كان عليه الاستهلاك منها سنة 2019.

### 4-رقم (فيشر) للكميات:

باستخدام العلاقة نجد: $I_F = \sqrt{I_L.I_p} = \sqrt{80.80 \times 80.65} = 80.72\%$

أو باستخدام العلاقة نجد:

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0}.\frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}}.100 = \sqrt{\frac{1170}{1448}.\frac{2000}{2480}}.100 = 80.72\%$$

أي أنه حسب طريقة (فيشر) الرقم القياسي الأمثل، فإن متوسط استهلاك الأسرة من هذه السلع سنة 2020 قد انخفضت عما كان عليه سنة 2019 بمقدار 19.28%.

### 5-رقم (درويش) للكميات:

باستخدام العلاقة نجد: $I_D = \frac{1}{2}(I_L + I_p) = \frac{1}{2}(80.80 + 80.65) = 80.725\%$

أو باستخدام العلاقة نجد:

$$I_D = \frac{1}{2}\left(\frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} + \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}\right).100 = \frac{1}{2}(\frac{1170}{1448} + \frac{2000}{2480}).100 = 80.725\%$$

نلاحظ أنه حسب طريقة (درويش) فإن متوسط استهلاك الأسرة سنة 2019 من هذه السلع الغذائية، قد انخفض عام 2020 بمقدار 19.275%. نلاحظ هنا أن الأرقام القياسية للكميات لكل من (مارشال و(فيشر) و(درويش) كانت قيمتها تقع بين قيمتي رقمي (لاسبير) و(باش) للكميات.

### 6-الرقم القياسي النموذجي للكميات:

باستخدام العلاقة نجد:

$$I_w = \frac{\sum q_t.w}{\sum q_o.w}.100 = \frac{1832}{2265}.100 = 80.88\%$$

أي أن الكميات المستهلكة وفق هذه الطريقة، قد انخفضت سنة2020 عما كانت عليه سنة 2019 بمقدار 19.12%.

## 8-5-بعض الأرقام القياسية الهامة:

إضافة إلى الأرقام القياسية والكميات التي تستخدم على نطاق واسع، ولها استعمالاتها، وأهميتها الكبيرة في الدراسات الاقتصادية والاجتماعية، هناك بعض الأنواع من الأرقام القياسية التي تفيدنا في حالات كثيرة، نذكر منها:

الرقم القياسي للقيم النقدية، الرقم القياسي للتضخم النقدي،الرقم القياسي للقوة الشرائية للعملة.

### 1- الرقم القياسي للقيم النقدية:

إن القيمة النقدية لأية سلعة هي حاصل جداء كمية هذه السلعة بسعرها، وبالتالي إذا قسمنا مجموع قيم السلع المستهلكة في سنة المقارنة على مجموع قيمها في سنة الأساس، نحصل على رقم قياسي جديد يسمى الرقم القياسي للقيم النقدية. وهذا الرقم القياسي يظهر التغير النسبي في التكاليف التي تدفعها الأسرة مثلاً على نفقات معيشتها بين سنة المقارنة وسنة الأساس. لذلك يمكن تسمية هذا الرقم القياسي –الرقم القياسي لتكاليف المعيشة، وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_v=\frac{q_{t1}p_{t1}+q_{t2}p_{t2}+q_{t3}p_{t3}+.........+q_{tn}p_{tn}}{q_{o1}p_{o1}+q_{o2}p_{o2}+q_{o3}p_{o3}+.........+q_{on}p_{on}}.100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_v=\frac{\sum q_t p_t}{\sum q_o p_o}.100$$

كما يمكن حساب هذا الرقم القياسي من العلاقة الآتية:

$$I_v=\frac{\sum V_t}{\sum V_o}.100$$

حيث:

$V_{ti}=q_{ti}p_{ti}$ قيمة السلة i في سنة المقارنة

$V_{oi}=q_{oi}p_{oi}$ قيمة السلعة i قيمة السلعة في سنة الأساس.

**مثال**

احسب الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لمعطيات المثال

**الحل:**

من العلاقة وحسب الجدولنجد:

$$I_v=\frac{\sum q_t p_t}{\sum q_o p_o}.100=\frac{2000}{1448}.100=138.12\%$$

أي أن الأسرة أصبحت تتحمل نفقات معيشتها في عام 2020 تزيد بمقدار 38.12% عن التكاليف التي كانت تدفعها في عام 2019.

**2-الرقم القياسي للتضخم النقدي:**

هذا الرقم القياسي هو عبارة عن نسبة مجموع القيم النقدية للسلع المستهلكة في سنة المقارنة بالأسعار الجارية إلى مجموع القيم النقدية للسلع المستهلكة في سنة المقارنة ولكن بالأسعار الثابتة لسنة الأساس، وبالتالي فهو يقيس مقدار التضخم أي مقدار الزيادة التي سندفعها كقيمة للسلع المستهلكة في السنة المدروسة نسبة إلى قيمتها (لنفس الكمية) ولكن بأسعار سنة الأساس وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_I = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_t p_o}.100$$

ومن خلال المقارنة مع العلاقات السابقة نلاحظ أن العلاقة تشابه العلاقة الرقم القياسي (باش) للأسعار.

**3-الرقم القياسي للقوة الشرائية للعملة:**

وهو يقيس نسبة الانخفاض في القوة الشرائية للعملة نتيجة تغير الأسعار لذلك فهو يحسب بنسبة قيم السلع المستهلكة في سنة المقارنة ولكن بأسعار سنة الأساس على قيمة هذه السلع المستهلكة في سنة المقارنة وبأسعار سنة المقارنة. وبالتالي فهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_s = \frac{\sum q_t p_o}{\sum q_t p_t}.100$$

وبمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة التي تسبقها نجد أن كل واحدة منها هي مقلوب الأخرى، أي:

$$I_s = \frac{1}{I_I} \quad , \quad I_I = \frac{1}{I_s}$$

وبالتالي بقدر ما يحصل تضخم نقدي فإن ذلك يقابله انخفاض بنفس المقدار للقوة الشرائية للعملة، أو بمعنى آخر انخفاض في المنافع التي نحصل عليها بنفس الكمية في العملة.

**مثال**

احسب الرقم القياسي للتضخم النقدي والرقم القياسي للقوة الشرائية للعملة وذلك من خلال معطيات المثال رقم (8-6).

من خلال العلاقة والجدول المساعد نجد:

$$I_I = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_t p_o}.100 = \frac{2000}{1170}.100 = 170.94\%$$

أي أن هناك تضخم بمقدار 70.94% في عام 2020 عنه في عام 2019 ومن خلال العلاقة والجدول المساعد نجد:

$$I_s = \frac{\sum q_t p_o}{\sum q_t p_t}.100 = \frac{1170}{2000}.100 = 58.5\%$$

أي أن هناك انخفاضاً في القوة الشرائية للعملة سنة 2020 يساوي 41.5% عنه سنة 2019. بمقارنة الرقم القياسي للتضخم النقدي مع الرقم القياسي للقوة الشرائية للعملة نلاحظ أن كلاً منها هو مقلوب الأخرى ، فحسب العلاقة نلاحظ أن:

$$I_I = \frac{1}{I_s}.100 = \frac{1}{0.585}.100 = 170.94\%$$

## 6-اختبار الأرقام القياسية:

لقد ذكرنا أن هناك طرائق عديدة لحساب الأرقام القياسية، وبالتالي هذه الأرقام القياسية يختلف بعضها عن بعض، ولكن أيها الأفضل؟

الحقيقة أن أفضل رقم قياسي، هو الرقم القياسي الذي يحقق الاختبارات الخاصة بها، حيث هناك مجموعة من الاختبارات التي يمكن أن تطبق على الأرقام القياسية، والأفضل بين الأرقام القياسية هو الرقم القياسي الذي يحقق هذه الاختبارات، ومن هذه الاختبارات: اختبار الانعكاس في الزمن، اختبار الانعكاس في العامل، والاختبار الدائري. وسوف نعرّف هذه الاختبارات فيما يلي:

### -1- اختبار الانعكاس في الزمن:

ويسمى هذا الاختبار أيضاً الانعكاس في الأساس، وهذا الاختبار يعني تحويل سنة الأساس إلى سنة للمقارنة، وسنة المقارنة إلى سنة أساس جديدة، فنحصل على رقم قياسي جديد يسمى -الانعكاس الزمني أو البديل الزمني للرقم القياسي- وحتى يقبل الرقم القياسي اختبار الانعكاس في الزمن يجب أن يكون:

| |
|---|
| الرقم القياسي× الرقم القياسي البديل الزمني =الواحد الصحيح |

لنحاول معرفة أي من الأرقام القياسية التي درسناها سابقاً تحقق هذا الاختبار، مع العلم أن ما ينطبق على الأرقام القياسية للأسعار ينطبق على الأرقام القياسية للكميات لذلك سوف نختصر الدراسة هنا على الأرقام القياسية للأسعار فقط منعاً للتكرار:

1- الأرقام القياسية البسيطة والمفردة للأسعار : $\frac{p_t}{p_o}.\frac{p_o}{p_t} = 1$

إذن الأرقام القياسية البسيطة والمفردة تحقق اختبار الانعكاس في الأساس.

2- الأرقام القياسية البسيطة والتجميعية للأسعار :

$$\frac{\sum p_t}{\sum p_o}.\frac{\sum p_o}{\sum p_t} = 1$$

أيضاً الأرقام القياسية البسيطة والتجميعية تحقق اختبار الانعكاس في الأساس.

3- رقم (لاسبير) للأسعار:

$$\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_o q_t}{\sum p_t q_t} \neq 1$$

4- رقم (باش) للأسعار:

$$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \cdot \frac{\sum p_o q_o}{\sum p_t q_o} \neq 1$$

إذن رقمي (لاسبير) و(باش) لا يحققان اختبار الانعكاس في الأساس.

5- رقم (مارشال) للأسعار:

$$\frac{\sum p_t (q_0 + q_t)}{\sum p_0 (q_0 + q_t)} \cdot \frac{\sum p_o (q_0 + q_t)}{\sum p_t (q_0 + q_t)} = 1$$

وبالتالي رقم (مارشال) يحقق اختبار الانعكاس في الأساس.

6- رقم (فيشر) للأسعار:

$$\sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}} \cdot \sqrt{\frac{\sum p_o q_t}{\sum p_t q_t} \cdot \frac{\sum p_o q_o}{\sum p_t q_o}} = 1$$

أيضاً رقم (فيشر) يحقق اختبار الانعكاس في العامل.

**2-اختبار الانعكاس في العامل:**

ويعني هذا الاختبار انه إذا بدلنا رموز السعر والكمية في علاقة الرقم القياسي للسعر، يجب أن نحصل على رقم قياسي للكمية، وعندما نضرب الرقم القياسي للسعر والكمية نحصل على الرقم القياسي للقيمة والذي يقيس التغير في القيمة الكلية. وبمعنى آخر يتحقق اختبار الانعكاس في العامل، إذا كان ناتج جداء الرقم القياسي للأسعار مع الرقم القياسي للكميات يساوي نسبة القيمة في سنة المقارنة إلى القيمة في سنة الأساس، بمعنى:

الرقم القياسي×الرقم القياسي للكميات= $\dfrac{\text{يمة في سنة المقارنة}}{\text{يمة في سنة الاساس}}$

واختصاراً للكلام نلاحظ أن الرقم القياسي (فيشر)هو الوحيد من بين الأرقام القياسية الذي يحقق هذا الاختبار. وسوف نبرهن على ذلك، ونترك للقارئ التأكد من تحقيق باقي الأرقام القياسية لهذا الاختبار.

$$\sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}\cdot\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}}\cdot\sqrt{\frac{\sum q_t p_o}{\sum q_o p_o}\cdot\frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}}$$

$$=\sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}\cdot\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}\cdot\frac{\sum q_t p_o}{\sum q_o p_o}\cdot\frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}}$$

$$=\sqrt{\frac{\left(\sum p_t q_t\right)^2}{\left(\sum p_o q_o\right)^2}}$$

$$=\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_o}=\frac{V_t}{V_o}$$ المطلوب

**3-الاختبار الدائري:**

إضافة إلى الاختبارين السابقين واللذين يعدّان أساس اختبار الأرقام القياسية، فإن هناك اختباراً آخر، يعدّه بعض الباحثين على درجة ليست قليلة الأهمية، وهو الاختبار الدائري. ويمكن عدّ هذا الاختبار امتداداً لاختبار الانعكاس في الأساس، رغم أنه يفرض شروطاً أقسى منه إذ يشترط توفر اتساق رياضي تام بين قيمتين عائدتين لسنتين مختلفتين لأي رقم قياسي.

مفهوم هذا الاختبار وفي أبسط أشكاله، يستند إلى انه يجب أن يكون في الإمكان تغيير سنة الأساس لأي رقم قياسي دون أن يكون هناك حاجة لإعادة حسابه من الأسعار الأصلية، وذلك عن طريق تقسيم كل قيمة من قيم الرقم القياسي على الرقم القياسي المتخذ كأساس، وإن القيم التي نحصل عليها وفقاً لهذا الأساس الجديد، يجب أن تكون مماثلة لتلك التي يمكن تأمينها فيما لو قمنا بإعادة الحساب مباشرةً من الأسعار الأصلية. وتعود أهمية هذا الاختبار إلى أن هناك مجموعة من الأرقام القياسية للأسعار والإنتاج والاستخدام.. الخ، متوفرة ومنشورة في مجموعات إحصائية في بلدان العالم، وكل واحد من هذه الأرقام قد يختلف عن الآخر في سنة الأساس. ومن الواضح، فإنه غالباً ما يكون من الملائم تحويل جميع هذه الأرقام القياسية إلى أساس واحد (مشترك)، بغية المقارنة فيما بينها بشكل أكثر سهولة.

وفي الحقيقة، فإننا غالباً لا نستطيع الحصول على البيانات الأصلية التي حسبت منها الأرقام القياسية، وحتى في حال تمكنا من الحصول على البيانات، فإن عملية إعادة حساب جميع هذه الأرقام القياسية، من الصعوبة بمكان، بينما عملية التقسيم البسيطة للأرقام القياسية على رقم أساس أكثر سهولة.

ولكن من المهم الإشارة إلى أن تحويل مختلف الأرقام القياسية إلى سنة أساس واحدة، لا يؤدي بالضرورة إلى جعلها قابلة للمقارنة بعضها مع بعض إلا بشكل أولي غير معمق. وذلك نظراً لان عملية التحويل هذه لا تؤدي إلى استبدال الأوزان القديمة بأوزان سنة الأساس الجديدة. فبفرض لدينا ثلاثة أنواع من الأرقام القياسية للأسعار محسوبة بأساليب تحقق الاختبار الدائري، الرقم القياسي الأول هو لأسعار الجملة ، حيث سنة 2000 هي سنة الأساس، والرقم القياسي الثاني هو لأسعار المستهلك حيث سنة

2002 هي سنة الأساس، والرقم القياسي الثالث هو لأسعار نصف الجملة وسنة 2005 هي سنة الأساس مع العلم أن جميع هذه الأرقام تستخدم كميات سنة الأساس للترجيح.

فمن الواضح أننا نستطيع تحويل جميع هذه الأرقام القياسية لتكون الأساس فيها مثلاً سنة (2002)، وفي هذه الحالة سيكون للأرقام القياسية الثلاثة سنة أساس واحدة 2002، غير أن الأرقام القياسية لأسعار الجملة ستكون مرجحة بكميات سنة 2000، وكذلك الأرقام القياسية لأسعار نصف الجملة ستكون مرجحة بكميات سنة 2005 . وهذا يعني أن الأوزان المستخدمة للترجيح في هذه الأرقام القياسية الثلاثة مطبقة على أزمنة أو سنوات مختلفة، وبالتالي وكأننا لم نغير سنة الأساس. إذن بالنتيجة لم نحصل على أرقام قياسية تقبل المقارنة، وهذا ما يجعل من هذا الاختبار قليل الأهمية.