تحكم لا خطي

المحاضرة السابعة (عملي)

إيجاد التابع الواصف للعناصر اللاخطية

م. زينة أديب علي

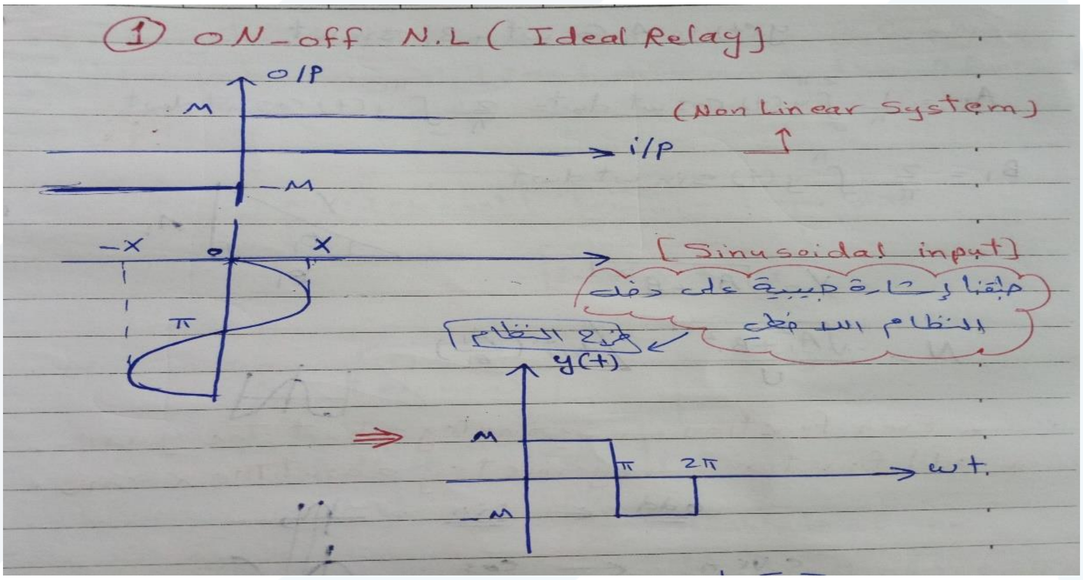
قسم الروبوت سنة رابعة-فصل أول

التابع الواصف Describing Function

استخراج التابع الواصف للعناصر اللاخطية:

استخراج التابع الواصف للريليه (ON/OFF):

لاستخراج التابع الواصف لأي عنصر لاخطي نقوم بتطبيق إشارة جيبية على دخله وبتطبيق الإشارة الجيبية على دخل الريليه تكون إشارة الخرج:



$$y(t) = M \qquad 0 \le wt \le \pi$$

$$y(t) = -M \qquad 0 \le wt \le 2\pi$$

الإشارة متناظرة حول المحور X خلال دور ولذلك فإن متوسط الإشارة

$$A_0 = 0$$

الدالة الناتجة فردية لذلك فإن $A_1 = 0$

حساب B_1:

$$B_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} y(t)\sin wt\, dwt$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} M\sin wt\, dwt = \frac{2M}{\pi}[-coswt](0 \to \pi) = \frac{4M}{\pi}$$

$$Y = \sqrt{(A_1^2 + B_1^2)} = B_1$$

$$\emptyset_1 = \tan^{-1}\frac{A_1}{B_1} = 0$$

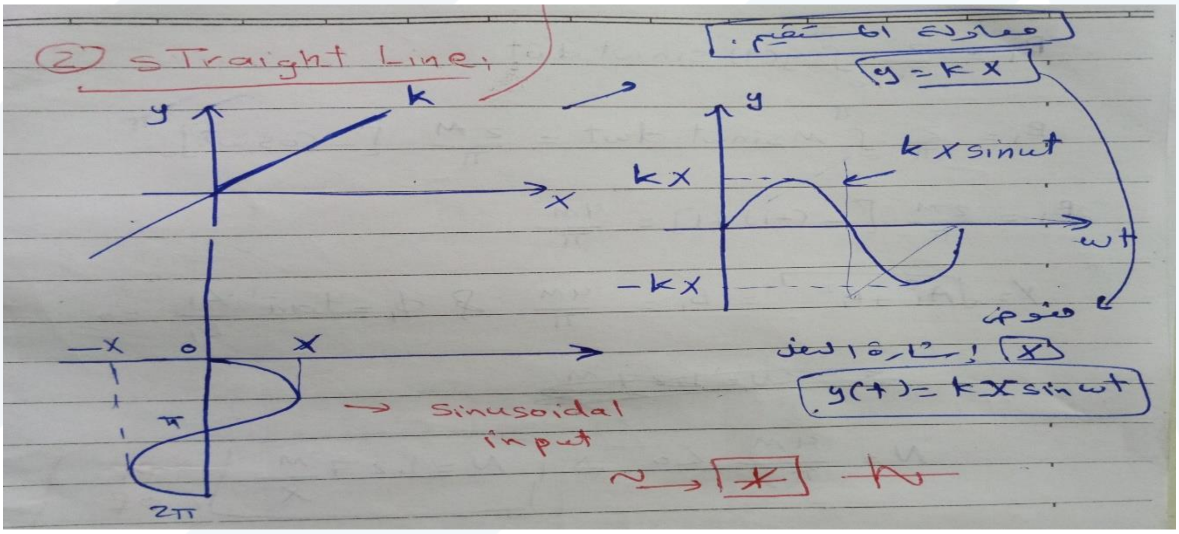
وبالتالي يكون لدينا التابع الواصف:

$$N = \frac{4M}{\pi x}$$

مثال2:

استخراج التابع الواصف للخط المستقيم:

لاستخراج التابع الواصف لأي عنصر لاخطي نقوم بتطبيق إشارة جيبية على دخله وبتطبيق الإشارة الجيبية على دخل الريليه تكون إشارة الخرج:



$$y(t) = K \sin wt$$

الإشارة متناظرة حول المحور X خلال دور ولذلك فإن متوسط الإشارة

$$A_0 = 0$$

الدالة الناتجة فردية لذلك فإن $A_1 = 0$

حساب B_1:

$$B_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} y(t) \sin wt \, dwt$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} KX \ sin^2 \, wt \, dwt$$

$$sin^2\, wt = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos wt$$

$$B_1 = \frac{2KX}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2wt\right) dwt$$

$$B_1 = \frac{2KX}{\pi}\left[\frac{1}{2}wt - \frac{sin2wt}{4}\right](0 \to \pi) = KX$$

$$Y = \sqrt{(A_1^2 + B_1^2)} = B_1$$

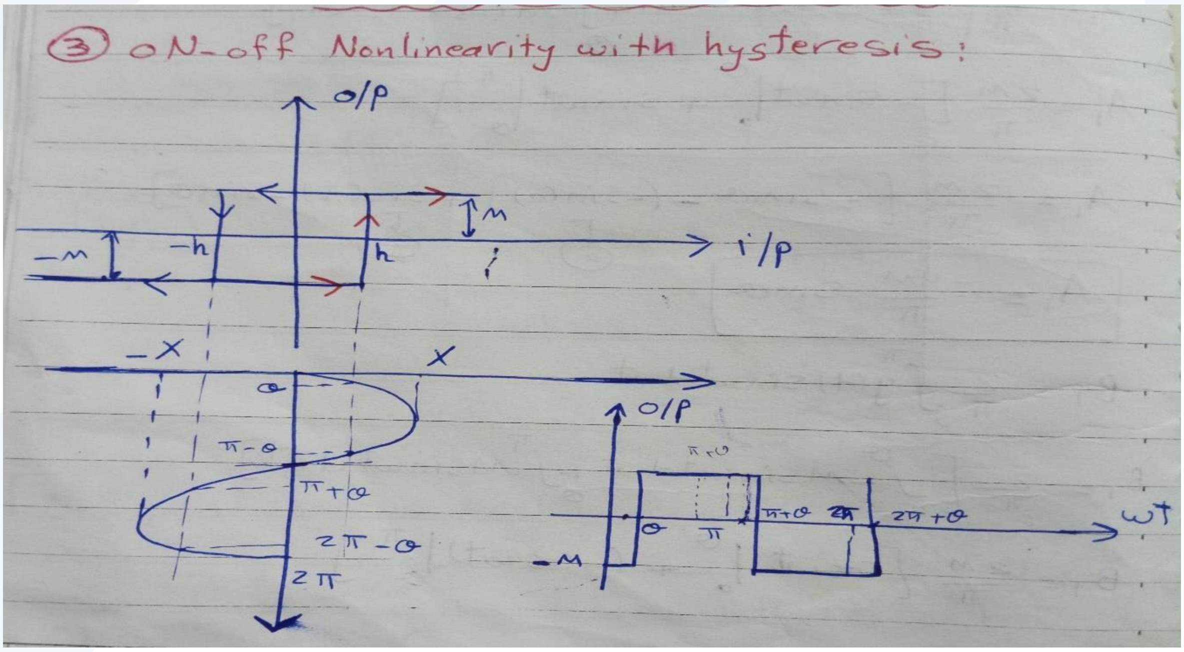
$$\emptyset_1 = \tan^{-1}\frac{A_1}{B_1} = 0$$

وبالتالي يكون لدينا التابع الواصف:

$$N = K$$

مثال2:

استخراج التابع الواصف للريليه (ON/OFF) مع وجود منطقة إعاقة:



$$y(t)=\begin{cases}-M, & 0\le wt\le\theta \quad\quad \pi+\theta\le wt\le 2\pi+\theta\\ M, & \theta\le wt\le\pi+\theta\end{cases}$$

الإشارة متناظرة خلال دور واحد فقط لذلك فإن $A_0=0$

الدالة ليست فردية وليست زوجية.

$$A_1=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}y(t)coswtdwt$$

$$A_1=\frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\theta}-Mcoswt\,dwt+\int_{\theta}^{\pi}Mcoswt\,dwt\right]$$

$$A_1=\frac{2}{\pi}[-sinwt(0\to\theta)+sinwt(\theta\to\pi)]$$

$$A_1=\frac{-4M}{\pi}\sin\theta$$

$$B_1=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}y(t)sinwtdwt$$

$$B_1=\frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\theta}-Msinwt\,dwt+\int_{\theta}^{\pi}Msinwt\,dwt\right]$$

$$B_1=\frac{2}{\pi}[coswt(0\to\theta)+(-coswt)(\theta\to\pi)]$$

$$B_1=\frac{4M}{\pi}\cos\theta$$

$$Y=\sqrt{(A_1^2+B_1^2)}=\frac{4M}{\pi}$$

$$\emptyset_1=\tan^{-1}\frac{A_1}{B_1}=\tan^{-1}(-\tan\theta)=-\theta=-\sin^{-1}\frac{h}{X}$$

توضيح: عندما $wt=\theta$ يكون الدخل (X=h) وبالتالي يصبح لدينا:

$$h = X \sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{h}{X}$$

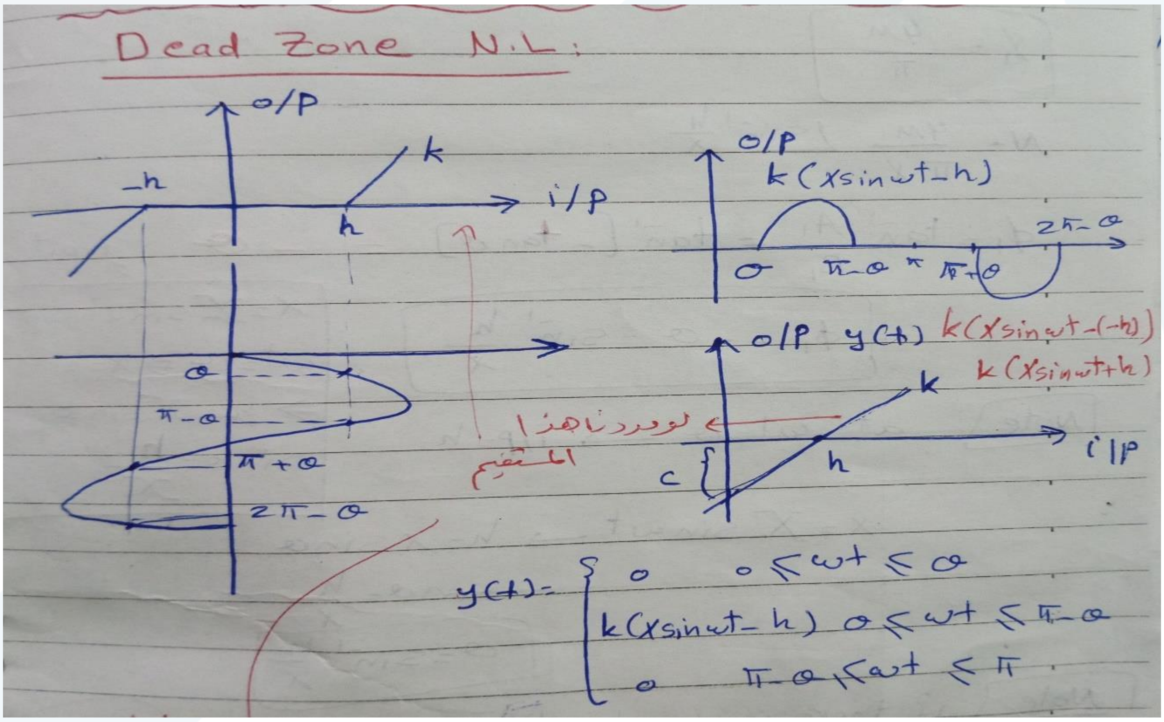
$$\theta = \sin^{-1}\frac{h}{X}$$

ملاحظة:

في حال عدم وجود إعاقة أي (h=0) تصبح الزاوية مساوية للصفر ويصبح التابع الواصف:

$N = \frac{4M}{\pi X}$ وهو التابع الواصف للريليه.

التابع الواصف للمنطقة الميتة (Dead Zone):



$$y(t) = \begin{cases} 0, & 0 \le wt \le \theta \\ K(X\sin wt - h), & \theta \le wt \le \pi - \theta \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{cases} 0, & \pi - \theta \le wt \le \pi + \theta \\ K(X\sin wt + h), & \pi + \theta \le wt \le 2\pi - \theta \end{cases}$$

توضيح:

لو مددنا المستقيم الموضح في الشكل أعلاه:

حيث معادلة المستقيم:

$$y(t) = kx + c$$

وهو يمر بالنقطة (h,0) وبالتعويض نحصل على:

$$0 = kh + c$$

$$c = -kh$$
$$y(t) = k(x - h)$$

$$y(t) = k(Xsinwt - h)$$

إشارة الخرج متناظرة حول المحور x خلال دور واحد لذلك فإن القيمة المتوسطة للإشارة:

$$A_0 = 0$$

الدالة الناتجة فردية لذلك فإن $A_1 = 0$

حساب B_1:

$$B_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} y(t)\sin wt\, dwt$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi}\int_{\theta}^{\pi-\theta} k(Xsinwt - h)\sin wt\, dwt$$

$$B_1 = \frac{2k}{\pi}\int_{\theta}^{\pi-\theta} Xsin^2wtdwt - \int_{\theta}^{\pi-\theta} h\sin wt\, dwt$$

$$B_1 = \frac{2k}{\pi}\int_{\theta}^{\pi-\theta} \left(\frac{x}{2} - \frac{x}{2}cos2wt\right) dwt - \int_{\theta}^{\pi-\theta} h\sin wt\, dwt$$

$$B_1 = \frac{2K}{\pi}\left[\frac{X}{2}(\pi - \theta - \theta) - \frac{X}{4}\sin 2(\pi - \theta) + \frac{X}{4}sin2\theta + hcos(\pi - \theta) - hcos\theta\right]$$

At $wt = \theta \quad x = h \quad h = X sin\theta$

$$B_1 = \frac{2K}{\pi}\left[\frac{X}{2}(\pi - 2\theta) - \frac{X}{4}\sin 2(\pi - \theta) + \frac{X}{4} sin2\theta + hcos(\pi - \theta) - hcos\theta\right]$$

$$B_1 = \frac{2K}{\pi}\left[\frac{X}{2}(\pi - 2\theta) + \frac{X}{2}\sin 2(\theta) + \frac{X}{2} sin2\theta - 2Xcos\theta sin\theta\right]$$

$$B_1 = \frac{2KX}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \theta + \frac{1}{2}\sin 2(\theta) - sin2\theta\right]$$

$$B_1 = \frac{2KX}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \theta - \frac{1}{2}\sin 2(\theta)\right]$$

$$B_1 = \frac{2KX}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \theta - \sin\theta\cos\theta\right]$$

$$h = X sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{h}{X}$$

$$\theta = \sin^{-1}\frac{h}{X}$$

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \frac{h^2}{X^2}}$$

نعوض في B_1:

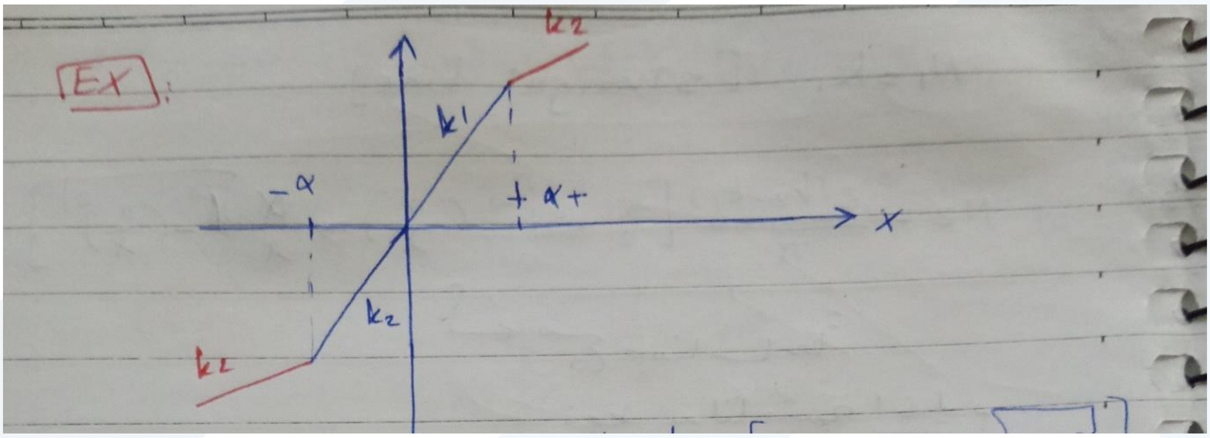
$$B_1 = \frac{2KX}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\frac{h}{X} - \frac{h}{X}\sqrt{1 - \frac{h^2}{X^2}}\right]$$

$$Y = \sqrt{(A_1^2 + B_1^2)} = B_1$$

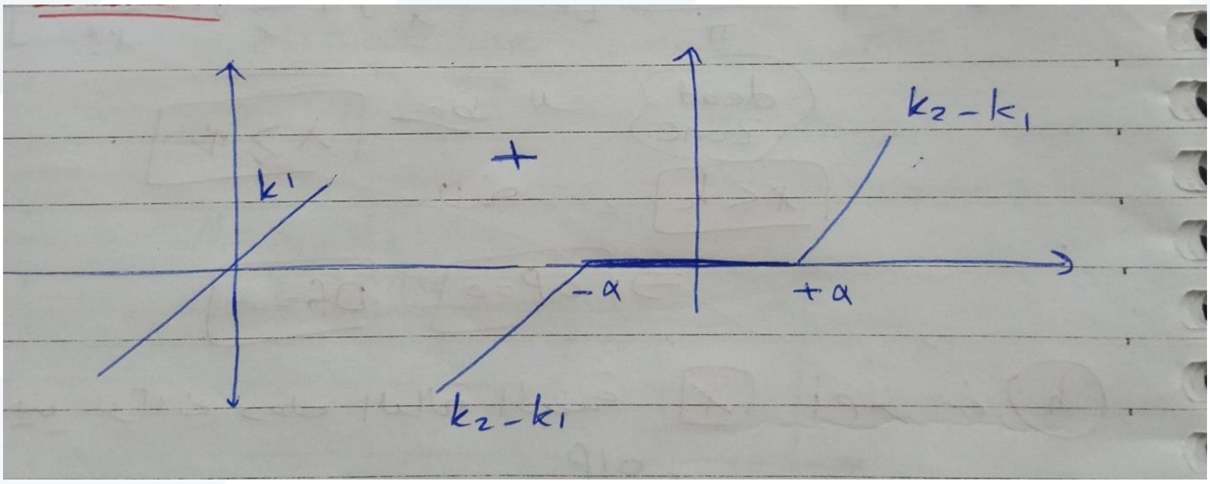
$$\emptyset_1 = \tan^{-1}\frac{A_1}{B_1} = 0$$

$$N = \frac{2K}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\frac{h}{X} - \frac{h}{X}\sqrt{1-\frac{h^2}{X^2}}\right]$$

مثال 5:



كما نلاحظ أن الدالة المرسومة هي مجموع دالتين:

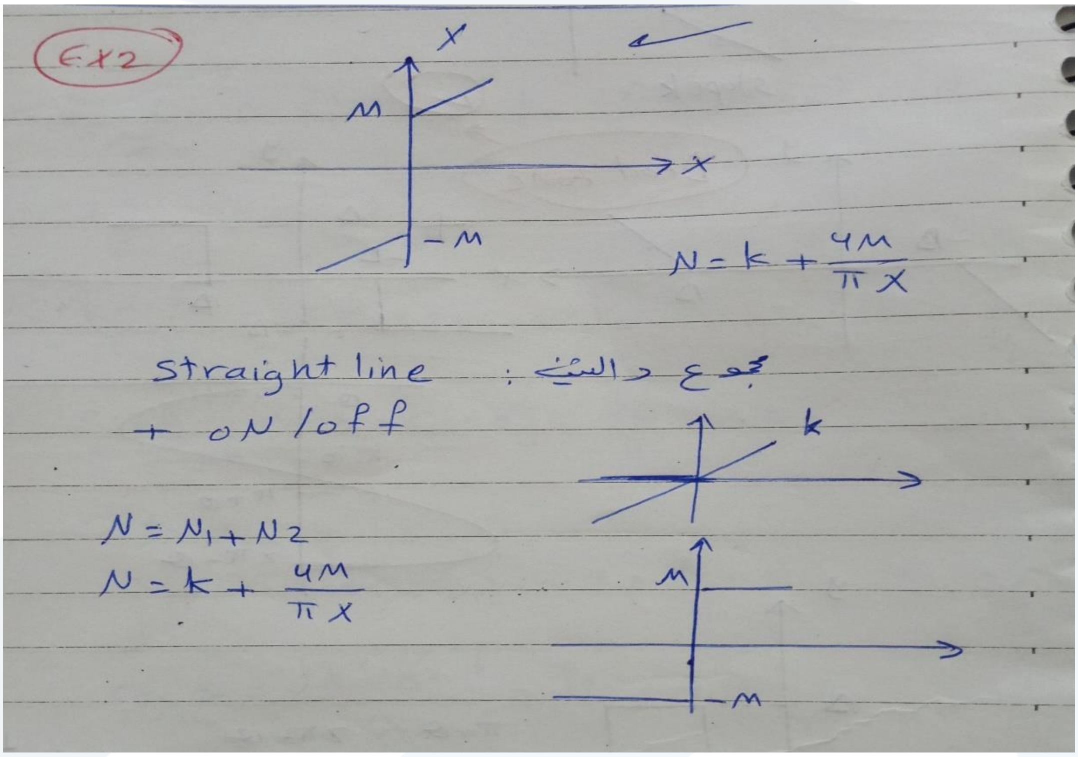


وبالتالي فإن التابع الواصف:

$$N = N_1 + N_2$$

حيث N_1 هي التابع الواصف لخط مستقيم ميله (K_1) و N_2 هو التابع الواصف لل (dead zone) والميل هو (K_2-K_1).

مثال6:



كما نلاحظ ان الدالة المرسومة هي مجموع دالتين على الشكل التالي:

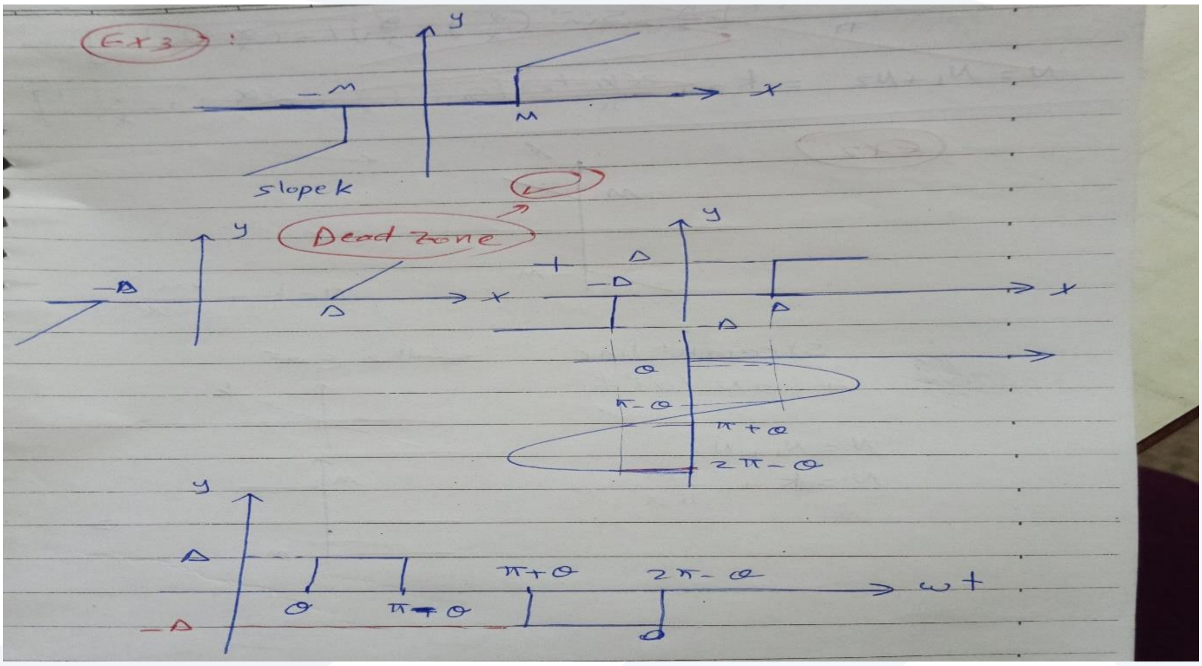
وبالتالي فإن التابع الواصف:

$$N = N_1 + N_2$$

حيث N_1 هي التابع الواصف لخط مستقيم ميله (K) و N_2 هو التابع الواصف للريليه وبالتالي فإن:

$$N = K + \frac{4M}{\pi X}$$

مثال7:



كما نلاحظ أن الدالة هي عبارة عن مجموع دالتين هما:

وبالتالي يكون التابع الواصف لها هو:

$$N = N_1 + N_2$$

حيث N_1 هي التابع الواصف للdead zone.

و N_2 هي التابع الواصف للدالة التالية، حيث إنه وبتطبيق الإشارة الجيبية عليها نحصل على الاستجابة الموضحة في الشكل أعلاه.

حيث:

$$y(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \mathrm{wt} \leq \theta \\ \mathrm{M}, & \theta \leq \mathrm{wt} \leq \pi + \theta \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{cases} 0, & \pi - \theta \leq \mathrm{wt} \leq \pi + \theta \\ \mathrm{M}, & \theta + \pi \leq \mathrm{wt} \leq 2\pi - \theta \end{cases}$$

$$A_0 = 0$$

الدالة الناتجة فردية لذلك فإن $A_1 = 0$

حساب B_1:

$$B_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} y(t)\sin wt\, dwt$$

$$B_1 = \frac{2}{\pi}\int_{\theta}^{\pi-\theta} M\sin wt\, dwt = \frac{2M}{\pi}[-coswt](\theta \to \pi-\theta) = \frac{4M}{\pi}cos\theta$$

When: $wt = \theta \quad x = M$

$$M = X\sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{M}{X}$$

$$\cos\theta = \sqrt{(1-\sin^2\theta)}$$

$$\cos\theta = \sqrt{\left(1-\frac{M}{X^2}^2\right)}$$

$$Y = \sqrt{(A_1^2 + B_1^2)} = B_1 = \frac{4M}{\pi}\sqrt{\left(1-\frac{M}{X^2}^2\right)}$$

$$\emptyset_1 = \tan^{-1}\frac{A_1}{B_1} = 0$$

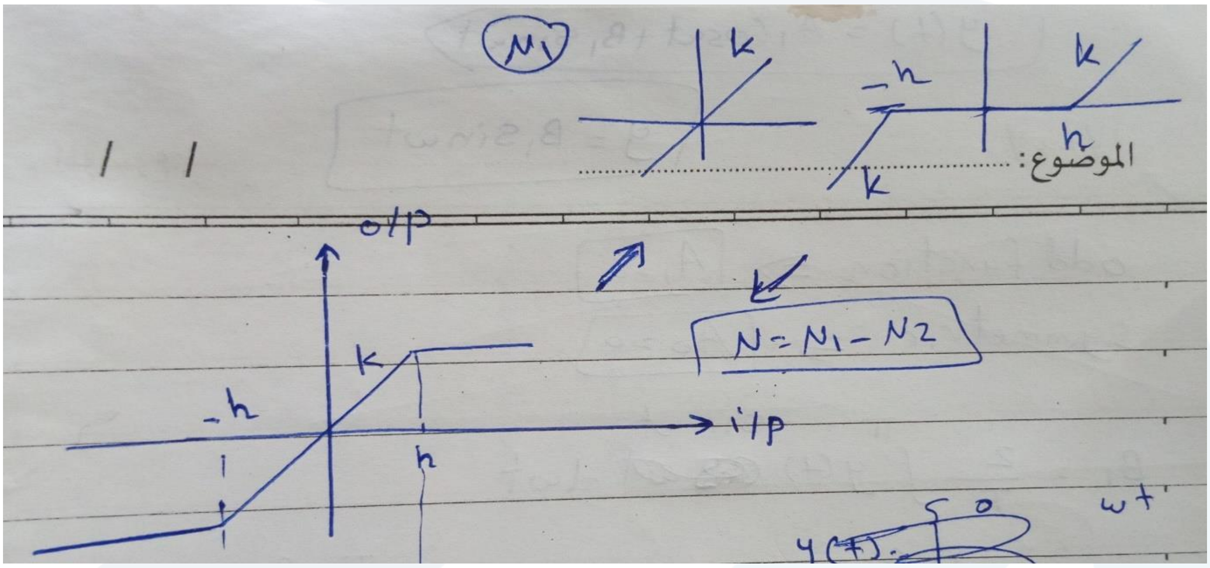
وبالتالي يكون لدينا التابع الواصف:

$$N_2 = \frac{4M}{\pi X}\sqrt{\left(1-\frac{M}{X^2}^2\right)}$$

ويكون التابع الواصف الكلي هو:

$$N = N_1 + N_2$$

مثال 8:



كما نلاحظ أن الدالة هي عبارة عن فرق دالتين موضحتين في الشكل أعلاه.

وبالتالي يكون التابع الواصف:

$$N = N_1 - N_2$$

حيث N_1 هو التابع الواصف للخط المستقيم.(ميله K).

N_2 التابع الواصف لل (dead zone)(الميل K).