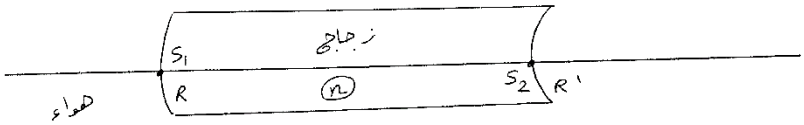
# تمارين في الضوء الهندسي: الكاسر الكروي

التمرين الأول:




لدينا حبلة ضوئية تكونت من أسطوانة زجاجية قرينة انكسار مادتها ($n=1,5$) من أجل طول الموجة $\lambda$ وحيث يكون قاعدتا الأسطوانة وجهين كرويين أنصاف أقطار تقعرهما $R$ و $R'$ كما نفرض أن $S_1S_2=2R$

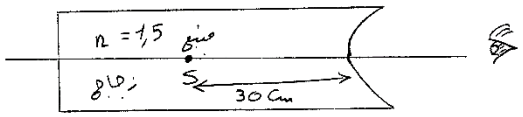
① أوجد عبارة $\frac{1}{S_2F'}$ حيث $F'$ هي البؤرة الخيال للحبلة وذلك بدلالة $R'$ و $R$ و $n$

② أوجد عبارة $R'$ بدلالة $n$ و $R$ حتى لا تتغير وضعية البؤرة الخيال للحبلة عندما يتغير طول الموجة قليلاً أي $\frac{d}{dn}\left(\frac{1}{S_2F'}\right)=0$ . أوجد العبارة العددية لـ $R'$ بدلالة $R$ .

التمرين الثاني:

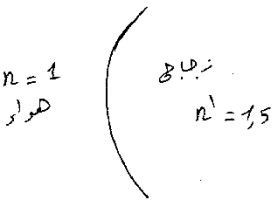
لدينا قضيب أسطواني من الزجاج ذي قرينة الانكسار (1,5) محور بالهواء حيث تكون نهايته اليسرى على تماس مع نصف كرة زجاجية نصف قطرها 2Cm . أين توجد صورة منبع ضوئي واقع على بعد (6Cm) من ذروة تقعر نصف الكرة ؟ ما طبيعة الخيال ؟ أعد حل التمرين علماً أن القضيب مع نصف الكرة محورين الماء ذي قرينة الانكسار (1,33).

التمرين الثالث:



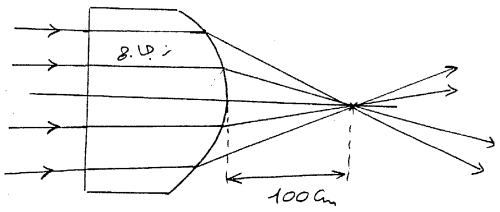

أين توجد صورة المنبع S الواقع على مسافة 30Cm من ذروة نصف الكرة علماً أن نصف قطر تقعرها هو 10Cm ؟ ما طبيعة الخيال ؟

التمرين الرابع:



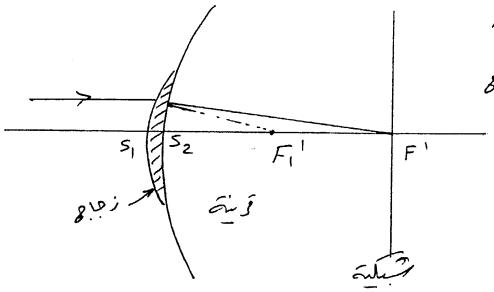

حدد البعد البؤري الجسم والخيال علماً أن نصف قطر التقعر هو $R=5Cm$

التمرين الخامس:



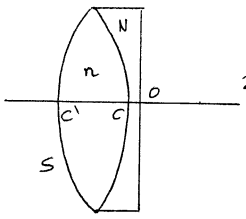

هو وصف قطر تقعر السطح الكروي للزجاج حتى تتقارب الحزمة الضوئية المتوازية على مسافة 100cm من ذروة التقعر علماً أن قرينة انكسار الزجاج هي (1,46) وأنه مغمور في الكحول الإيتيلي ذو قرينة الانكسار (1,36).

التمرين السادس:




إذا علمت أن وصف قطر تقعر قرنية العين هو 8mm وقرينة انكسارها $\frac{4}{3}$، وضع أمامها قطعة زجاجية سماكتها (1,50). كم يجب أن تكون x وصف قطر تقعر الوجه الخارجي للقطعة الزجاجية حتى يكون المحرم الخيالي للمجموعة (قرنية - زجاج) واقعاً على شبكية العين التي تبعد 24mm عن $S_2$.

التمرين السابع:




نعتبر جملة مكونة من عدسة قرينة انكسارها n وسماكتها cc' ومساوية لنصف قطر التقعر R لكل وجه) ومن عدسة رقيقة مستوية مقعرة نصف قطر وجهها المقعر هو أيضاً R وقرينة انكسارها N.

نضع جسم AB أمام الجملة فتكون خيال له هو A'B' عينها.

① أوجد علاقة الترافد التي تربط بين $\overline{OA}$ و $\overline{OA'}$ و R و n و N

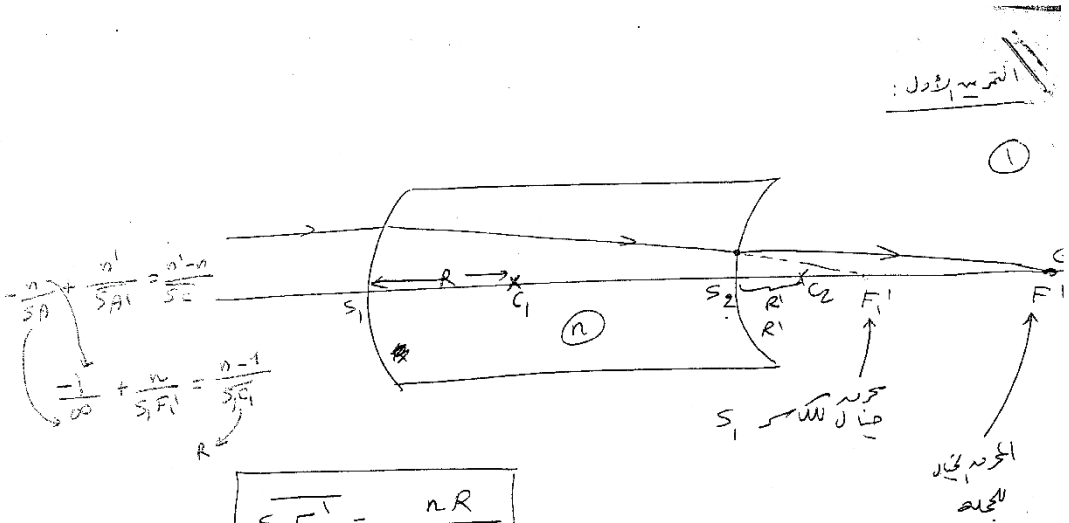
② أوجد التكبير γ بدلالة $\overline{OA}$ و $\overline{OA'}$ و n

③ أوجد قيمة المحرم الخيالي $\overline{OF'}$ بدلالة N و n و R

④ = = = البعد $\overline{OF}$ بدلالة N و n و R

⑤ أوجد أماكن المستويات الرئيسية المترافقة $\overline{OH}$ و $\overline{OH'}$ والتي تواافقها تكبير $\gamma = 1$ وذلك بدلالة R و N و n كما استنتج $\overline{H'F'}$ و $\overline{HF}$.

الحل:




$$\overline{S_1F_1'} = \frac{nR}{n-1}$$

$$\overline{S_2F_1'} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1F_1'}$$

$$= -\overline{S_1S_2} + \overline{S_1F_1'}$$

$$= -2R + \frac{n}{n-1}R = \frac{-2R(n-1) + nR}{n-1} = \frac{2R - Rn}{n-1}$$

$$\overline{S_2F_1'} = R\frac{2-n}{n-1}$$

$F_1'$ هي صورة $F_1'$ من $S_2$:

$$\frac{n}{\overline{S_2F_1'}} - \frac{1}{\overline{S_2F'}} = \frac{n-1}{R'} \rightarrow S_2C_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{S_2F'}} = \frac{n}{\overline{S_2F_1'}} - \frac{n-1}{R'}$$

$$\frac{1}{\overline{S_2F'}} = \frac{n}{R\frac{2-n}{n-1}} - \frac{n-1}{R'}$$

$$\frac{1}{\overline{S_2F'}} = \frac{n(n-1)}{R(2-n)} - \frac{n-1}{R'}$$

$$\boxed{\frac{1}{S_2\overline{F'}} = \frac{n(n-1)}{R(2-n)} - \frac{n-1}{R'}}$$

⑤ $\lambda$ متغير قليلاً $\Leftarrow$ $n$ متغير قليلاً

$$\frac{d}{dn}\left(\frac{1}{S_2\overline{F'}}\right) = 0$$

$$\frac{(2n-1)(R)(2-n) + n(n-1)(R)}{R^2(2-n)^2} - \frac{1}{R'} = 0$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{(2n-1)(2-n) + n(n-1)}{R(2-n)^2}$$

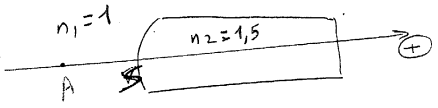
$$R' = R\,\frac{(2-n)^2}{(2n-1)(2-n) + n(n-1)}$$

$$\boxed{R' = R\,\frac{(2-n)^2}{-n^2 + 4n - 2}}$$

$$n = \frac{3}{2} \Rightarrow R' = R\,\frac{\frac{1}{4}}{-\frac{9}{4} + \frac{12}{2} - 2}$$

$$R' = R\,\frac{\frac{1}{4}}{-\frac{9}{4} + \frac{24}{4} - \frac{8}{4}}$$

$$\boxed{R' = \frac{R}{7}}$$




تمرين إضافي:

$$-\frac{n_1}{\overline{SA}} + \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \quad (1)$$

$$\frac{-1}{-6cm} + \frac{1,5}{\overline{SA'}} = \frac{1,5-1}{2\ cm}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1,5}{\overline{SA'}} = \frac{+0,5}{2cm}$$

$$\boxed{\overline{SA'} = 18\ cm}$$

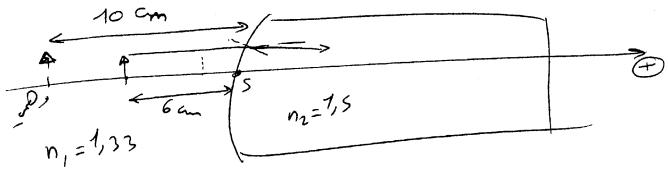
الخيال حقيقي وموجود على يمين S من الزجاج

(2) القطب من الزجاج:

$$-\frac{1,33}{-6cm} + \frac{1,5}{\overline{SA'}} = \frac{1,5-1,33}{2cm}$$

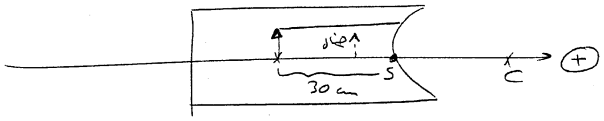
$$\boxed{\overline{SA'} = -10,98\ cm}$$

الخيال وهمي على يسار V الصور تتباعد



جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

مسألة الثالث:



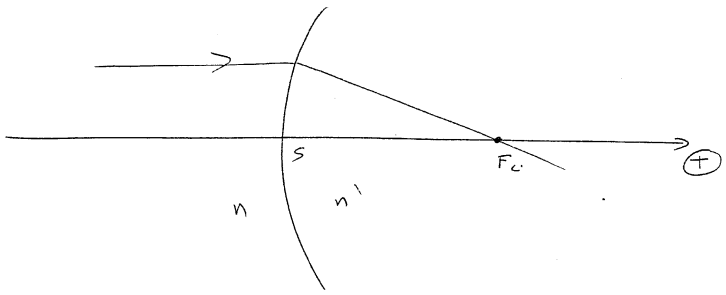

$$-\frac{n}{\overline{SA}}+\frac{n'}{\overline{SA'}}=\frac{n'-n}{\overline{SC}}$$

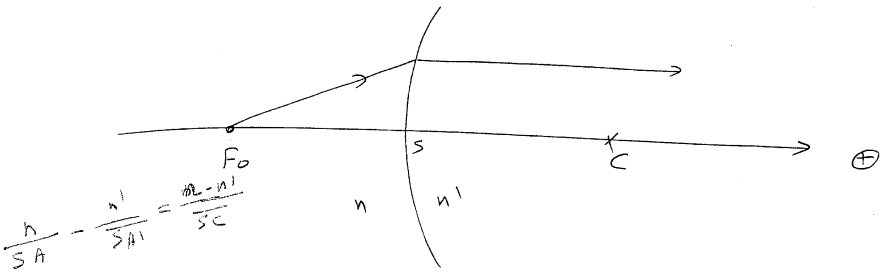
$$-\frac{1,5}{-30}+\frac{1}{\overline{SA'}}=\frac{1-1,5}{+10\,cm}$$

$$\boxed{\overline{SA'}=-10\ cm}$$

الخيال وهمي الأشعة تتباعد ويتقاطع امتداداتها خلف المرآة

التمرين الرابع:




$$\frac{n}{SA} - \frac{n'}{SA'} = \frac{n-n'}{SC}$$

$$f_o = \overline{SF} = \frac{n}{n-n'}\ \overline{SC}$$

A → ∞ ← شعاع ساقط

$$\frac{+n}{SF} = \frac{n-n'}{SC}$$

$$f_o = \frac{1}{1-1,5} \times 5 = \frac{1}{-0,5} \times 5 = -10\,cm$$

$$f_c = \overline{SF_1} = \frac{n'}{n'-n}\ \overline{SC}$$

A → ∞

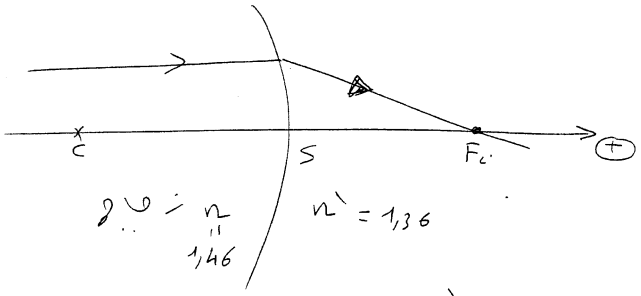
$$\frac{-n'}{SF_1} = \frac{n-n'}{SC}$$

$$= \frac{1,5}{1,5-1} \times 5 = \frac{1,5}{0,5} \times 5$$

$$= 3 \times 5$$

$$= +15\,cm$$

التمرين الخامس:




$$\overline{S F_c'} = \frac{n'}{n' - n} \overline{SC}$$

$$100\ cm = \frac{1,36}{1,36 - 1,46} \times \overline{SC}$$

$$\overline{SC} = -7,3\ S\ cm \quad (<0)$$

S على يسار C

التمرين السادس:

$F'$ المحرق الخيالي هي نقطة تقارب الأشعة الواردة الموافقة لأشعة ورود متوازية ومحاذية للمحور المجاه

تتأكد هذه الأشعة عبر الكاسر $S_1$ و تتجه نحو المحرق الخيالي $F_1'$

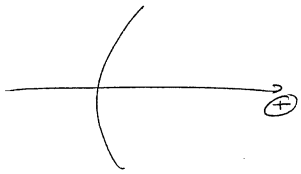
وعندما تعبر الكاسر $S_2$ تمر بالمحرق $F'$ الذي يجب أن يكون على استقامة

عبر الكاسر الأول: علاقة البرافوه:

$$\frac{n}{\overline{SF'}} - \frac{n'}{\overline{SF_1}} = \frac{n-n'}{R}$$

$$\frac{1}{\infty} - \frac{\frac{3}{2}}{\overline{S_1F_1'}} = \frac{1-\frac{3}{2}}{x}$$

$$\frac{-\frac{3}{2}}{\overline{S_1F_1'}} = \frac{-\frac{1}{2}}{x}$$



$$\frac{3}{\overline{S_1F_1'}} = \frac{1}{x}$$

$$\boxed{\overline{S_1F_1'} = 3x}$$

عبر الكاسر الثاني: علاقة البرافوه

$$\frac{\frac{3}{2}}{\overline{S_2F_1'}} - \frac{\frac{4}{3}}{\overline{S_2F'}} = \frac{\frac{3}{2}-\frac{4}{3}}{8}$$

$$\approx \overline{S_1F_1'} = 3x$$

$$\frac{3}{x}$$

$$\frac{\frac{3}{2}}{3x} - \frac{\frac{4}{3}}{24} = \frac{\frac{1}{6}}{8}$$

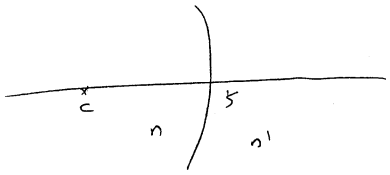
$$x = 6,6 \text{ mm}$$

التمرين السابع:

مسألة العدسة البسيطة R ⟸ مركز كل سطح كروي للعدسة السميكة تطبيقها على المرآة الكروية.

نعتبر O مبدأ إحداثيات O إما مركز C
أو ذروة S كما سبق

علاقات المرافقة:

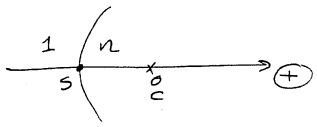



$$-\frac{n}{\overline{SA}}+\frac{n'}{\overline{SA'}}=\frac{n'-n}{\overline{SC}}$$

$$-\frac{n'}{\overline{CA}}+\frac{n}{\overline{CA'}}=\frac{n-n'}{\overline{CS}} \quad (1)$$

صورة الجسم A هو $A_1$ في الوسط الكاسر ذو قرينة الانكسار n
صورة $A_1$ هي $A_2$ بالكاسر ذو قرينة الانكسار N
صورة $A_2$ هي A' بالكاسر الثاني المستوي

كاسر S:




$$-\frac{n'}{\overline{CA}}+\frac{n}{\overline{CA'}}=\frac{n-n'}{\overline{CS}}$$

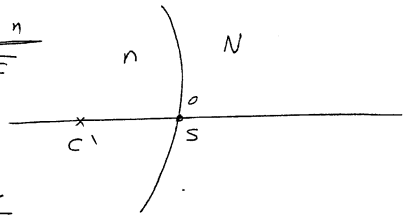
$$-\frac{n}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA_1}}=\frac{1-n}{\overline{OC'}}$$

$$-\frac{n}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA_1}}=\frac{1-n}{-R}$$

$$\boxed{\frac{n}{\overline{OA}}-\frac{1}{\overline{OA_1}}=\frac{n-1}{-R}} \quad (1)$$

الانكسار الأول:

$$-\frac{n}{SA}+\frac{n'}{SA'}=\frac{n'-n}{SC}$$




$$-\frac{n}{OA_1}+\frac{N}{OA_2}=\frac{N-n}{SC'}$$

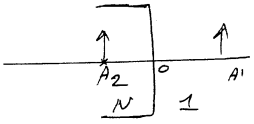
$$-\frac{n}{OA_1}+\frac{N}{OA_2}=\frac{N-n}{-R}$$

$$\boxed{\frac{n}{OA_1}-\frac{N}{OA_2}=\frac{n-N}{-R}} \quad (2)$$

الانكسار الثاني:

$$-\frac{n}{SA}+\frac{n'}{SA'}=\frac{n'-n}{SC}$$

يمكن استخدام العلاقة السابقة بالشكل $\frac{N}{\infty}-\frac{1}{OA'}=\frac{1-N}{\infty}$




$$-\frac{N}{OA_2}+\frac{1}{OA'}=\frac{1-N}{\infty}$$

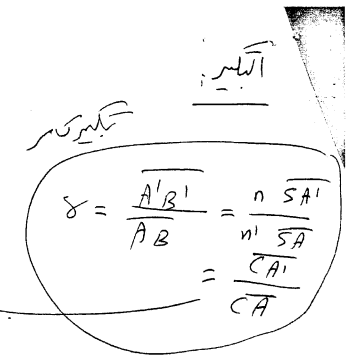
$$\frac{N}{OA_2}-\frac{1}{OA'}=0 \rightarrow \frac{\text{عدد}}{\infty}$$

$$\boxed{\frac{N}{OA_2}-\frac{1}{OA'}=0} \quad (3)$$

$n \times (1) + (2) + (3) \Rightarrow$

$$\frac{n^2}{OA}-\frac{n}{OA_1}+\frac{n}{OA_1}-\frac{N}{OA_2}+\frac{N}{OA_2}-\frac{1}{OA'}=\frac{n^2-n}{-R}+\frac{n-N}{-R}$$

$$\frac{n^2}{OA}-\frac{1}{OA'}=\frac{n^2-N}{-R} \Rightarrow \boxed{\frac{n^2}{OA}-\frac{1}{OA'}=\frac{N-n^2}{R}}$$



التكبير:

تكبير كبير

$$\gamma = \gamma_1 \times \gamma_2 \times \gamma_3$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n\,\overline{SA'}}{n'\,\overline{SA}} = \frac{\overline{CA_1}}{\overline{CA}}$$

$$\gamma_1 = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$$

$$\gamma_2 = \frac{n}{N}\,\frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA_1}}$$

$$\gamma_3 = 1$$

$$\gamma = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \Rightarrow \quad \gamma = \frac{n}{N}\,\frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}\cdot\frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA_1}}$$

$$\gamma = \frac{n}{N}\,\frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA}}$$

$$\frac{N}{\overline{OA_2}} = \frac{1}{\overline{OA_1}} \quad \Leftarrow \text{(3) حسب كسز}$$

$$\overline{OA_2} = N \cdot \overline{OA'}$$

$$\gamma = \frac{n}{N}\cdot\frac{N\cdot\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

$$\boxed{\gamma = n\,\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$$

(٣)

$\overline{OA} \longrightarrow \infty$

حسب مسألة الترافق $\Rightarrow$ $-\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{N-n^2}{R}$

$\overline{OA'} \downarrow F'$

$$\boxed{\overline{OF'} = \frac{R}{n^2 - N}}$$

(٤)

$\overline{OA_1} \longleftrightarrow \infty$

علاقة الكرة الوحيدة

$$\frac{n^2}{\overline{OF}} - 0 = \frac{N-n^2}{R}$$

$$\boxed{\overline{OF} = n^2 \frac{R}{N-n^2}}$$

(٥)

$$\gamma = 1 \Rightarrow \frac{n\,\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 1$$

$$\overline{OA} = n \cdot \overline{OA'}$$

نعوض في علاقة الكرة الوحيدة

$$\frac{n^2}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{N-n^2}{R}$$

$$\frac{n^2}{n \cdot \overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{N-n^2}{R}$$

$$\frac{n^2 - n}{n \cdot \overline{OA'}} = \frac{N-n^2}{R}$$

$$\overline{OA'} = \frac{R\,n(n-1)}{n(N-n^2)} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{R(n-1)}{N-n^2}$$

$$\boxed{\overline{OH'} = R \frac{n-1}{N-n^2}}$$

$\overline{OA} = n \cdot \overline{OA'}$

$\overline{OH} = n \cdot \overline{OH'}$

$$\boxed{\overline{OH} = \frac{nR(n-1)}{N-n^2}}$$

$$\overline{H'F'} = \overline{H'O} + \overline{OF'}$$

$$= -\overline{OH'} + \overline{OF'}$$

$$= -\frac{R(n-1)}{N-n^2} + \frac{R}{n^2-N}$$

$$\boxed{\overline{H'F'} = \frac{nR}{n^2-N}}$$

$$\overline{HF} = \overline{Ho} + \overline{OF}$$

$$= -\overline{OH} + \overline{OF}$$

$$= -\frac{nR(n-1)}{N-n^2} + \frac{n^2R}{N-n^2}$$

$$\boxed{\overline{HF} = \frac{nR}{N-n^2}}$$