

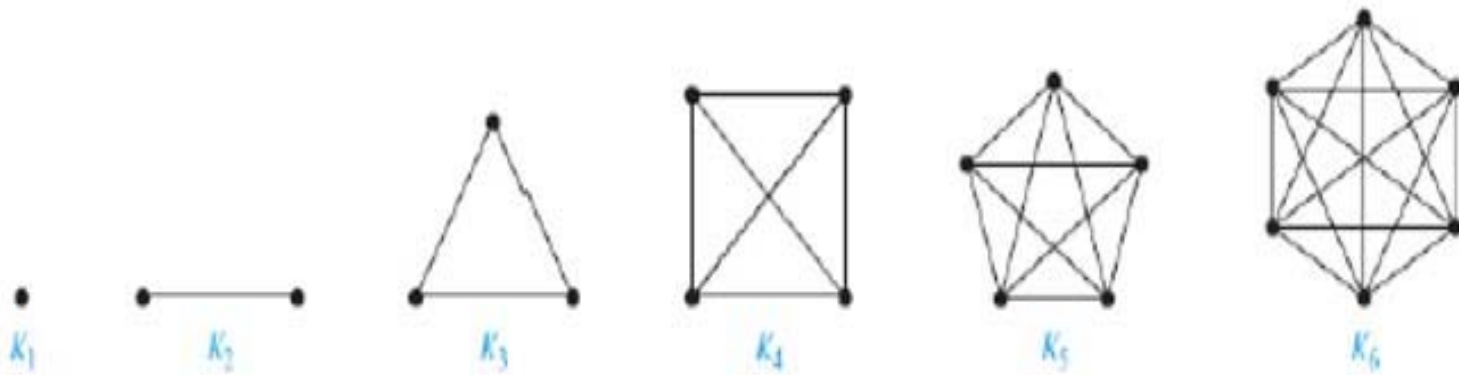
# مقرر الرياضيات المتقطعة

جلسة العملي السادسة

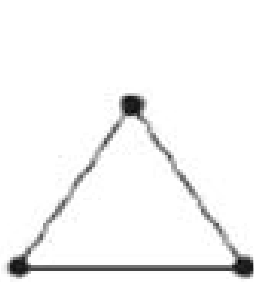
البيان البسيط: هو البيان الذي لا يوجد بين كل نقطتين الا وصلة واحدة فقط و لا يوجد فيه حلقات

## أنواع خاصة من البيانات:

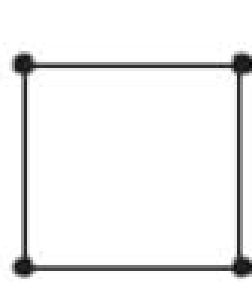
- 1- البيانات التامة : هي عبارة عن بيانات بسيطة ب  $n$  عقدة بحيث أنها تحوي على سهم واحد بين كل زوج من العقد نرسم لها ب  $K_n$  يبين الشكل التالي البيانات التامة المختلفة من أجل  
 $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$



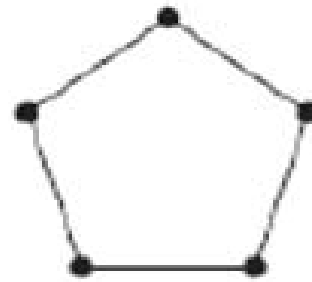
- 2- البيان الدائري : هي عبارة عن بيانات بسيطة ب  $n$  عقدة بحيث أن  $n \geq 3$  وتكون الوصلات بين العقد هي  $\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}, \{v_n, v_1\}$  نلاحظ ان العقدة الاخيرة متصلة بالأولى ،نرمز لها ب  $C_n$  .
- يبين الشكل التالي البيانات الدائرية المختلفة من أجل  $n = 3, 4, 5, 6$



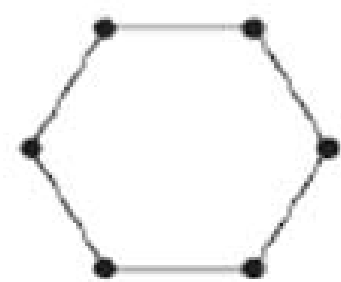
$C_3$



$C_4$

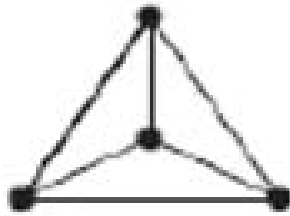


$C_5$

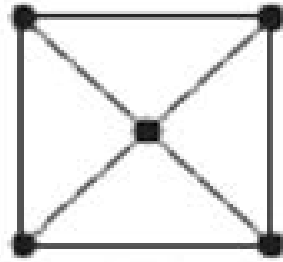


$C_6$

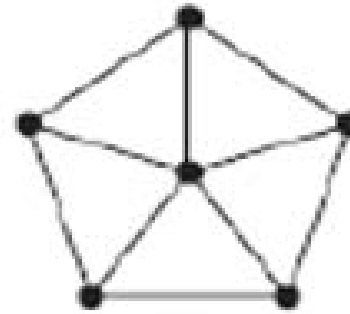
3- البيانات الدولابية : هي البيانات التي يتم الحصول عليها بإضافة عقدة الى البيانات الدائرية ( $n \geq 3$ ) وإضافة سهم من العقدة الجديدة الى كافة العقد الأخرى ، يرمز لها ب  $W_n$  ،  
يبين الشكل التالي من أجل  $n = 3, 4, 5, 6$



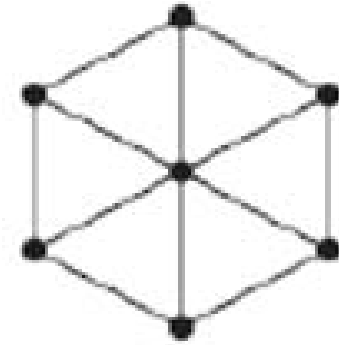
$W_3$



$W_4$



$W_5$

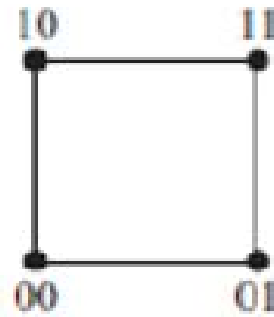


$W_6$

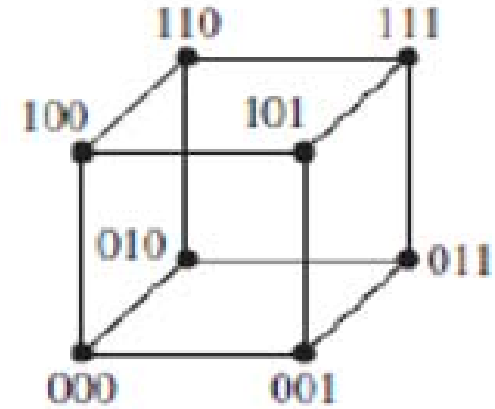
4- البيانات التكعيبية : هي البيانات عدد عقدها  $2^n$  وتمثل بالقيم الثنائية لسلسلة طولها  $n$  بت ،  
تكون عقدتان مجاورتان اذا فقط اذا اختلفتا ببت واحد فقط ،  
ونرمز لها ب  $Q_n$  ويبين الشكل التالي البيانات من أجل  $n = 1, 2, 3$  :



$Q_1$

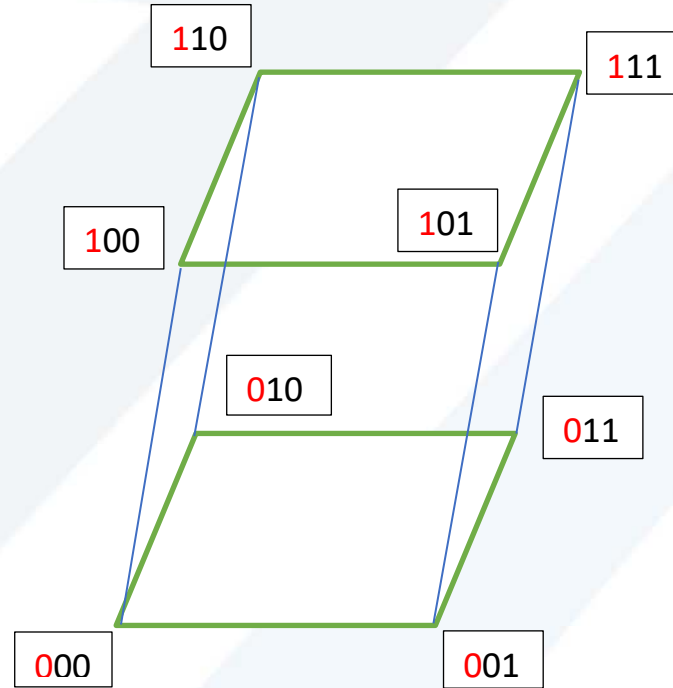


$Q_2$

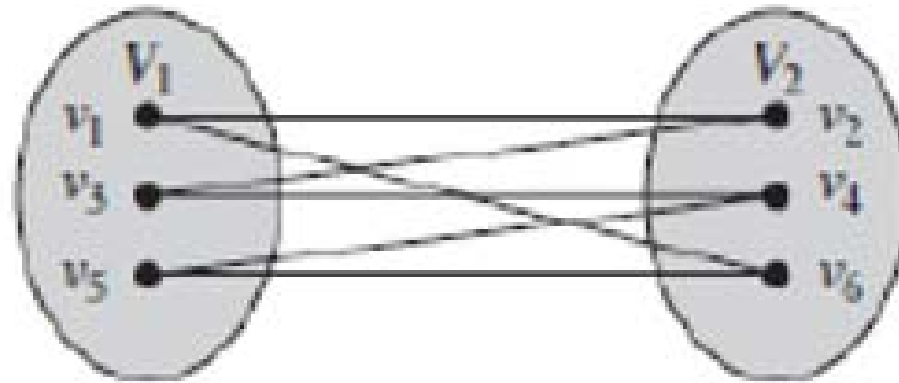


$Q_3$

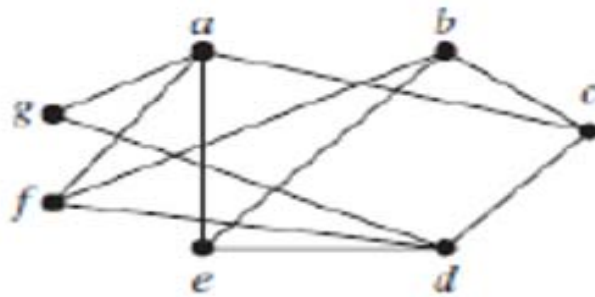
ملاحظة : ينتج Q3 من Q2 بمضاعفة المربع الناتج عن Q2 واطافة صفر الى يسار البتات  
في المربع في الاسفل وواحد الى يسار البتات المربع في الاعلى  
ثم نوصل بين النقاط المتقابلة لينتج المكعب في Q3 :



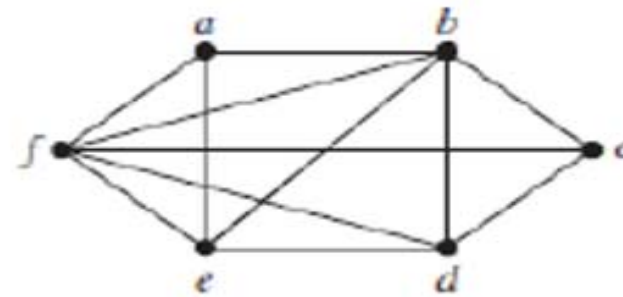
5- البيانات ذات الجزأين : نقول عن بيان بسيط  $G$  أنه ذو جزئين اذا تمكنا من تجزئة مجموعة العقد  $V$  التي يتألف منها إلى مجموعتين  $V_1, V_2$  بحيث أن سهم من أسهم البيان يربط عقدة على الأقل من  $V_1$  بعقدة من  $V_2$  ، ولا يمكن أن يوجد اي وصلات بين عقد الجزء الواحد.



هل البيانيين  $G$  و  $H$  التاليين ذو جزئين؟



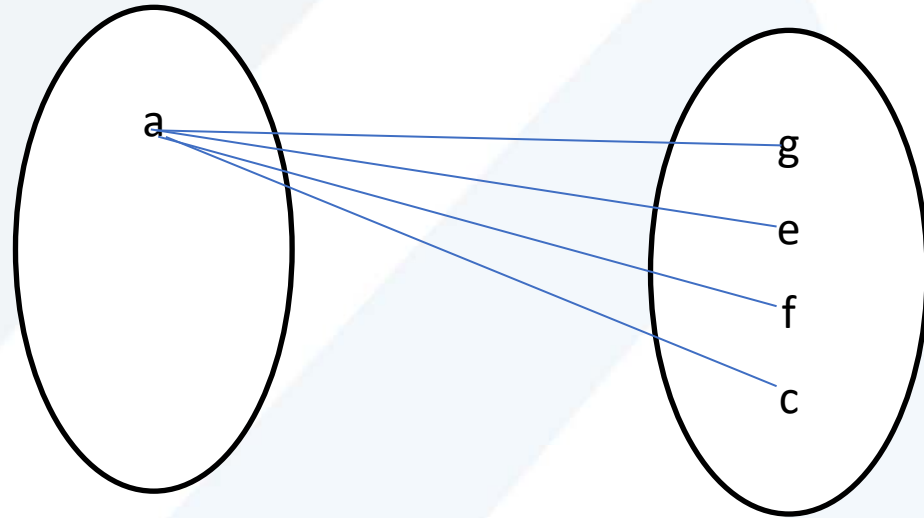
$G$



$H$

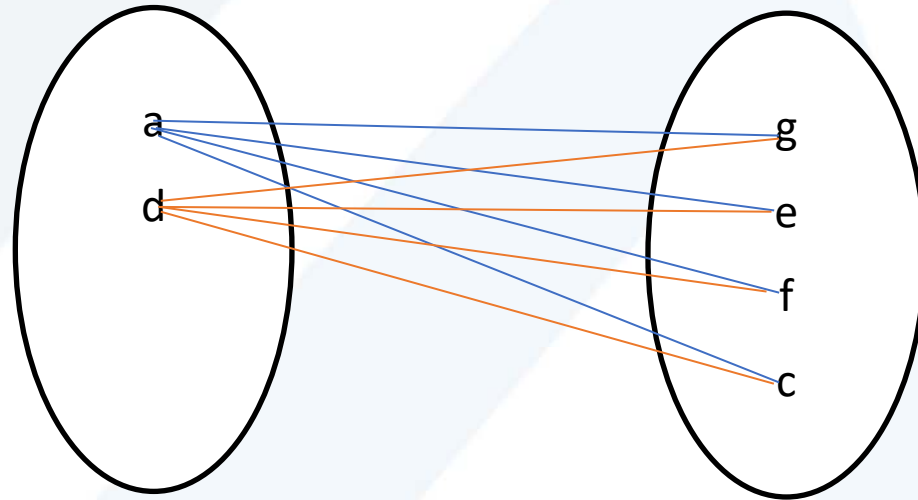


الحل: اي السؤال هنا هل يوجد طريقة لرسم هذين البيانيين بشكل البيان ذو الجزأين ،  
نبدأ بالبيان G أولاً نختار نقطة لنبدأ منها الحل مثلاً a و ثم نضعها في أول جزء  
من البيان المراد الحصول عليه نوجد النقاط المتصلة معها ونضعها في الجزء الثاني  
ونوصلها كما يلي:

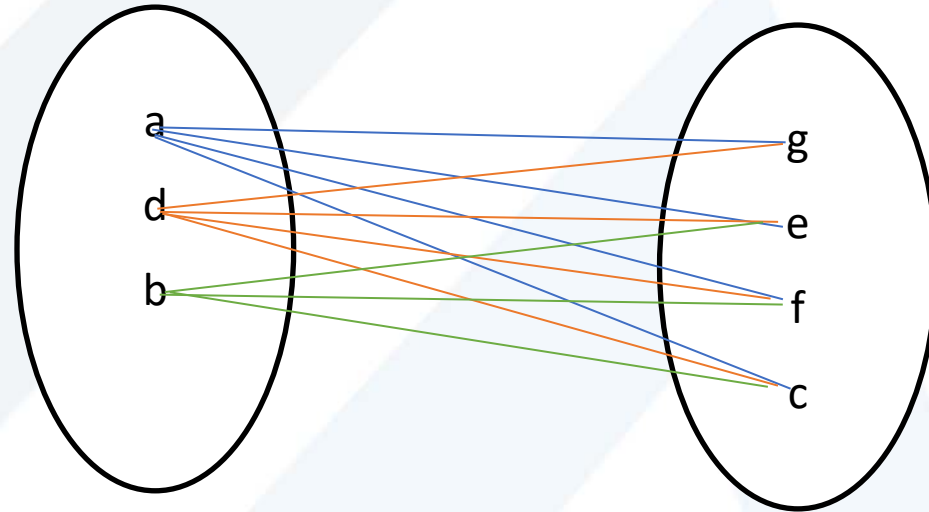


الخطوة التالية هي التأكد من عدم وجود وصلات بين نقاط الطرف الثاني وهذا صحيح.

الآن ننظر الى النقاط في الطرف الثاني (g,e,f,c) ما هي النقاط الاخرى التي تتصل معها ونجد أن إحداها هي النقطة d لذا نضعها في الجزء الأول من البيان الذي يحوي a ونتأكد من عدم وجود وصلة بين a و d وهذا صحيح لذا نتابع الحل ونوجد النقاط التي تتصل معها d ونضع الوصلات بينها من الجزء الثاني من البيان :



يوجد نقطة أخرى متصلة مع نقاط الجزء الثاني من البيان هي النقطة  $b$  لذا توضع في الجزء الأول من البيان ونتأكد من عدم اتصالها بأي نقطة من نقاط الجزء نفسه وهذا صحيح واخيرا نوصلها مع النقاط المتصلة معها من الجزء الثاني:

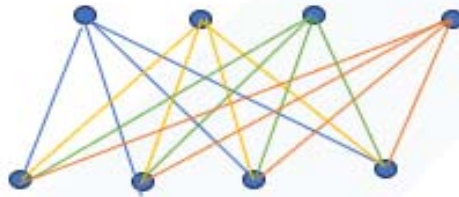


إذا البيان  $G$  هو بيان ذو جزأين .

الآن لنحل البيان H بنفس الطريقة فاذا أخذنا النقطة a سنجد اها متصلة مع b,f,e  
ثم نتأكد من أن هذه النقاط الثلاث ليست متصلة مع بعضها وهذا غير صحيح  
لذا لا داعي لإكمال الحل ويكون البيان H ليس بيان ذو جزأين.

6- البيانات الكاملة ذات الجزأين: ليكن العددان الموجبان  $n, m$ . نقول عن بيان  
أنه بيان كامل ذو جزئين على العقد  $(m,n)$  والذي يرمز له ب  
 $K_{m,n}$  ويحوي العقد المختلفة  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_m$  و  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$   
والذي يحقق الخواص التالية:

1. يوجد سهم من كل عقدة  $v_i$  إلى كل عقدة  $w_j$
2. لا يوجد أي سهم من أي عقدة  $v_i$  إلى أي عقدة  $v_k$
3. لا يوجد أي سهم من أي عقدة  $w_j$  إلى أي عقدة  $w_t$



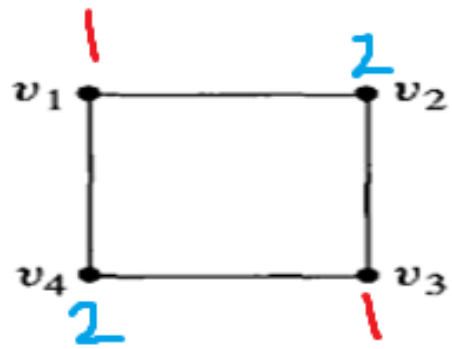
$K_{4,4}$



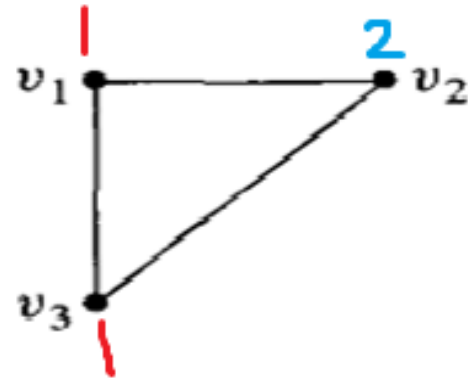
$K_{2,3}$

# bipartite graph

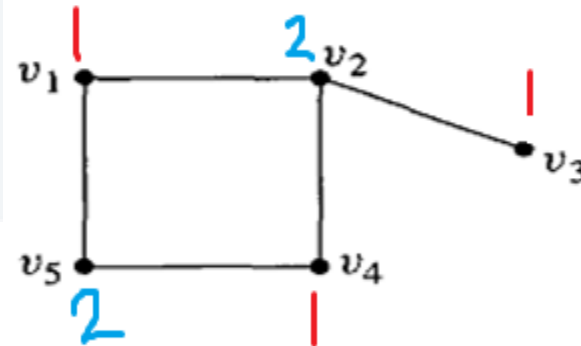
Determine whether each graph is bipartite



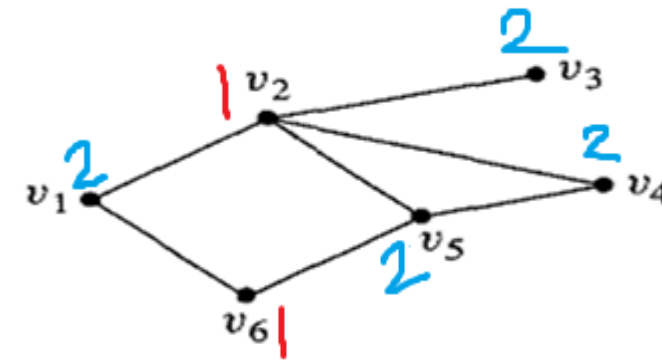
bipartite graph



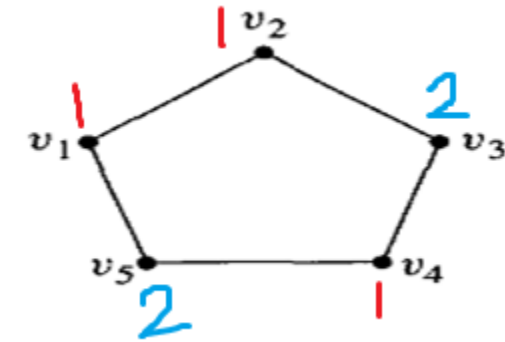
not bipartite graph



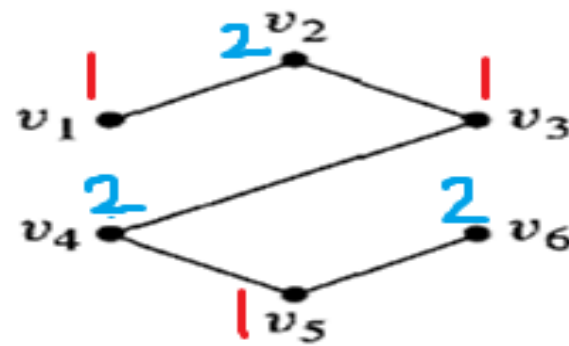
bipartite graph



not bipartite graph



not bipartite graph



bipartite graph

- How many edges does  $K_{3,6}$  contain?

This complete bipartite graph has 6 vertices with degree 3,  
and 3 vertices with degree 6.

$$\deg v = 6(3) + 3(6) = 36 = 2|E|$$

$$\rightarrow |E| = 18$$

- How many edges does  $K_9$  contain?

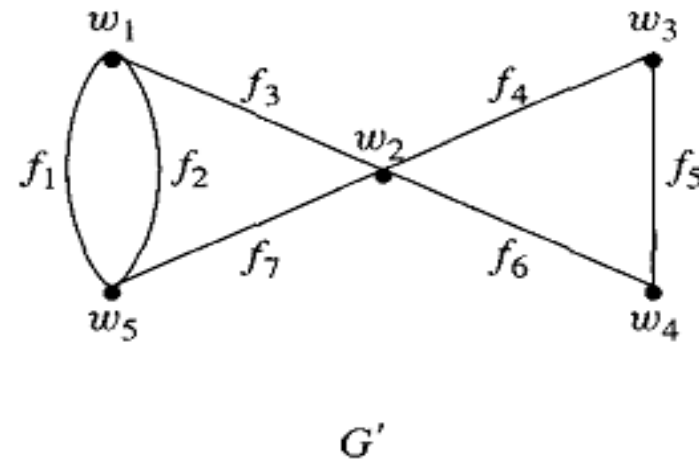
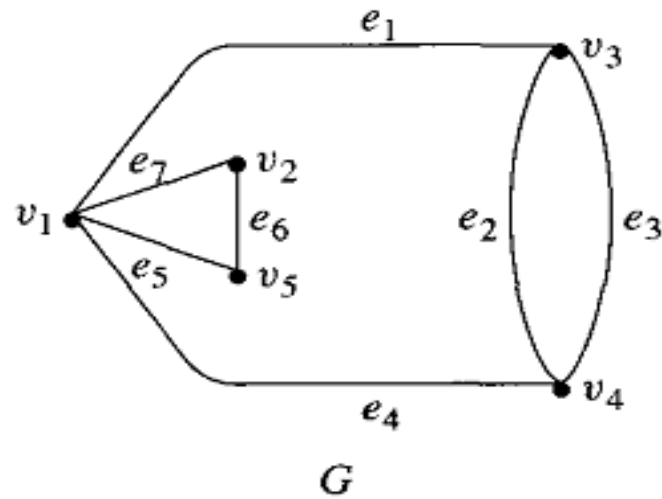
This complete bipartite graph has 9 vertices and according to the properties  
of the complete graph, each vertex is connected to all other points (8 vertices)

$$9 \cdot 8 = 72 \rightarrow 72 = 2 \cdot |E| \rightarrow |E| = 72/2 = 36$$

$$\rightarrow |E| = 36$$

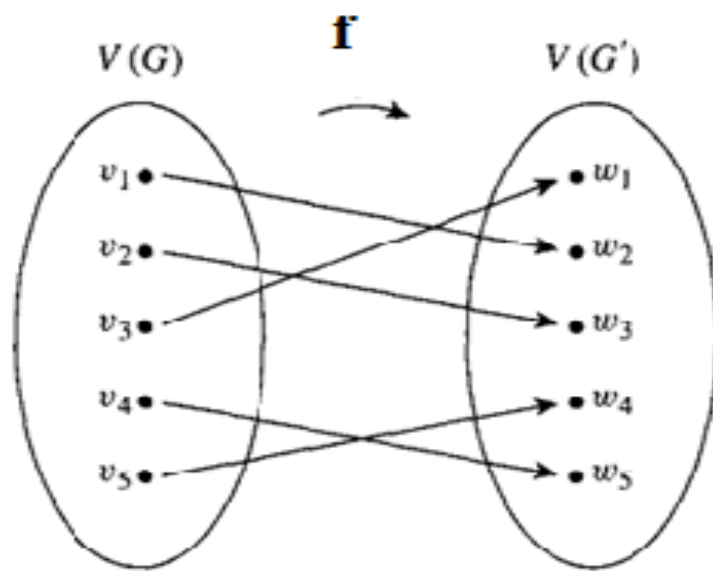
# Isomorphic graphs

Determine whether  $G$  and  $G'$  are isomorphic



✘ Isomorphism graphs there will be:

- (1) The same number of points (vertices)
- (2) The same number of edges
- (3) The same number of degree



$$\begin{aligned} f(v_1) &= w_2 \\ f(v_2) &= w_3 \\ f(v_3) &= w_1 \\ f(v_4) &= w_4 \\ f(v_5) &= w_5 \end{aligned}$$

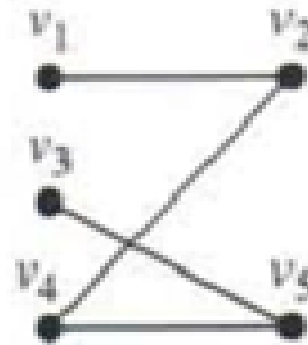
Number of points	same
Number of edges	same
Number of degree	same
$\Rightarrow G$ and $G'$ are isomorphic	

# Isomprhic graphs

Determine whether  $G$  and  $G'$  are isomorphic



$G$



$G'$

$$f(u_1) = v_1$$

$$f(u_2) = v_2$$

$$f(u_3) = v_4$$

$$f(u_4) = v_5$$

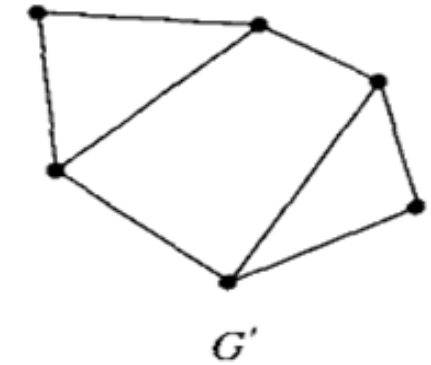
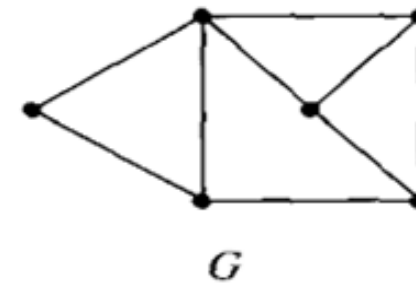
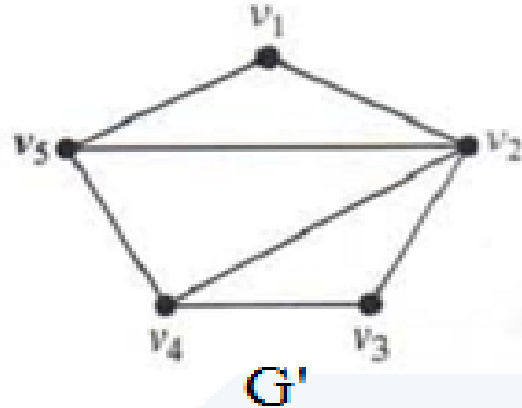
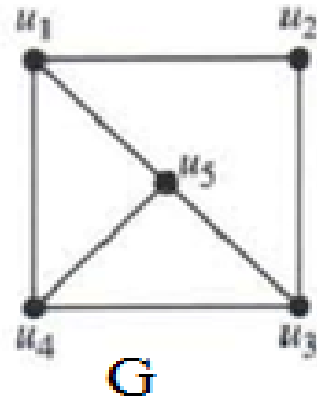
$$f(u_5) = v_3$$

Number of points	same
Number of edges	same
Number of degree	same
$\Rightarrow G$ and $G'$ are isomorphic	



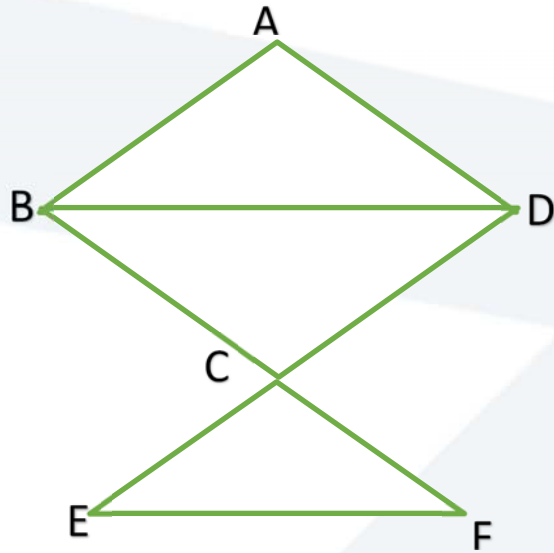
# Isomorphic graphs

Determine whether  $G$  and  $G'$  are isomorphic



Number of points	same
Number of edges	same
Number of degree	not same because $G'$ has vertex $v_2$ of degree = 4 , but $G$ does not have
$\Rightarrow G$ and $G'$ are not isomorphic	

Number of points	same
Number of edges	not same because $G$ has 9 edges but $G'$ has 8 edges
Number of degree	not same because $G$ has vertex of degree = 4 , but $G'$ does not have
$\Rightarrow G$ and $G'$ are not isomorphic	



### ***Connectivity:***

ABCD, walk of length 3

FCDBAD, walk of length 5

CEFCB walk of length 4

ABCD, is a trail

CBDCE, is a trail

ABCDAB, is not a trail

ABCEFCBD, is not a trail

ABCD, is a path

CBD, is a path

ADCEFC, is not a path

ABCEFCBD, is not a path

**DEF:**

cycle: path with  $u=v$

circuit: trail with  $u=v$

closed walk: walk with  $u=v$

