

الدارات الكهربائية 1

الدكتور المهندس
علاء الدين أحمد حسام الدين

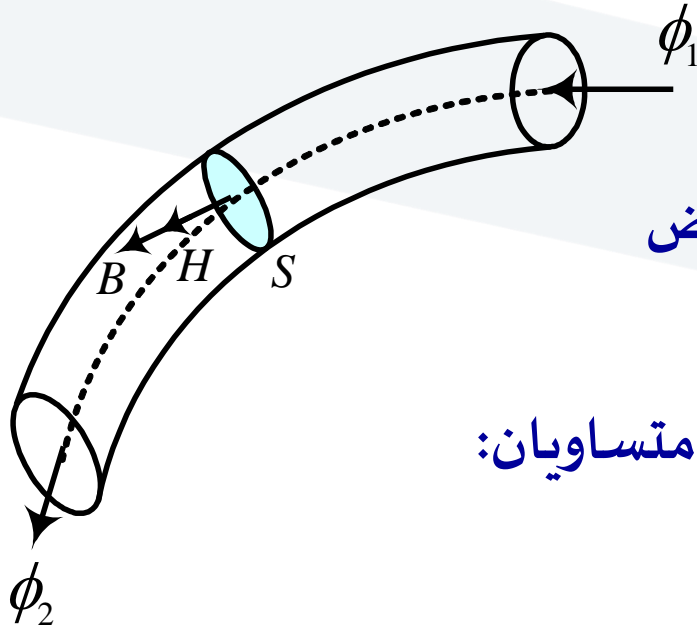
8

حساب الدارات الكهرومغناطيسية

THE CALCULATION OF

ELECTROMAGNETIC CIRCUITS

مبدأ أوم في الدارات المغناطيسية:



ليكن لدينا جزء من دائرة مغناطيسية كما هو مبين في الشكل. الفيض المغناطيسي في بداية الدائرة ϕ_1 وفي نهايتها ϕ_2 .

بإهمال الفيض المتسرب يكون الفيضان المغناطيسيان في بداية الدائرة ونهايتها متساويان:

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi$$

لتكن H شدة الحقل المغناطيسي في كل نقطة من نقاط خط الحقل الذي ينطبق على محور هذا الجزء من الدائرة، في هذه الحالة يعطى الجهد المغناطيسي (القوة الدافعة المغناطيسية) بين بداية ونهاية الدائرة حسب العلاقة:

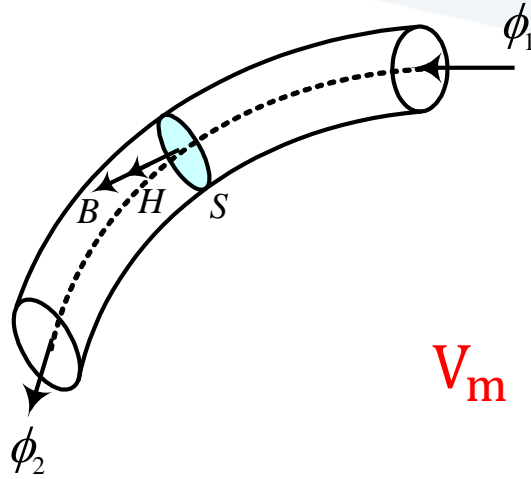
$$V_m = F_m = H \cdot l$$

إذا فرضنا أن سطح الجزء المغناطيسي متجانس ويساوي S ، وأن التحريض المغناطيسي منتظم في جميع نقاط السطح، فإن:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \mu_a \cdot H \Rightarrow H = \frac{\Phi}{\mu_a \cdot S}$$

نعوض في علاقة الجهد المغناطيسي:

$$V_m = F_m = \frac{\Phi}{\mu_a \cdot S} \cdot l = \Phi \cdot \frac{l}{\mu_a \cdot S} \Rightarrow \frac{V_m}{\Phi} = \frac{F_m}{\Phi} = \frac{l}{\mu_a \cdot S} = R_m$$



نلاحظ أن هذه العلاقة مشابهة لقانون أوم في الدارات الكهربائية، حيث تعبر R_m عن المقاومة المغناطيسية للدائرة المغناطيسية (القلب الفولاذي)، وهي تعبر عن قانون أوم في الدارات المغناطيسية. أي أن الفيض المغناطيسي يساوي النسبة بين القوة الدافعة المغناطيسية (الجهد المغناطيسي) وبين المقاومة المغناطيسية.

$$V_m = F_m = R_m \cdot \emptyset \Rightarrow \emptyset = \frac{V_m}{R_m} = \frac{F_m}{R_m}$$

حيث: $R_m = \frac{l}{\mu_a \cdot S}$ علاقة المقاومة المغناطيسية.

واحدة قياس المقاومة المغناطيسية: $[R_m] = \frac{[F_m]}{[\emptyset]} = \frac{[A]}{[Wb]} = \left[\frac{A}{V \cdot s} \right] = \left[\frac{1}{\Omega \cdot s} \right] = \left[\frac{1}{H} \right] = [H^{-1}]$

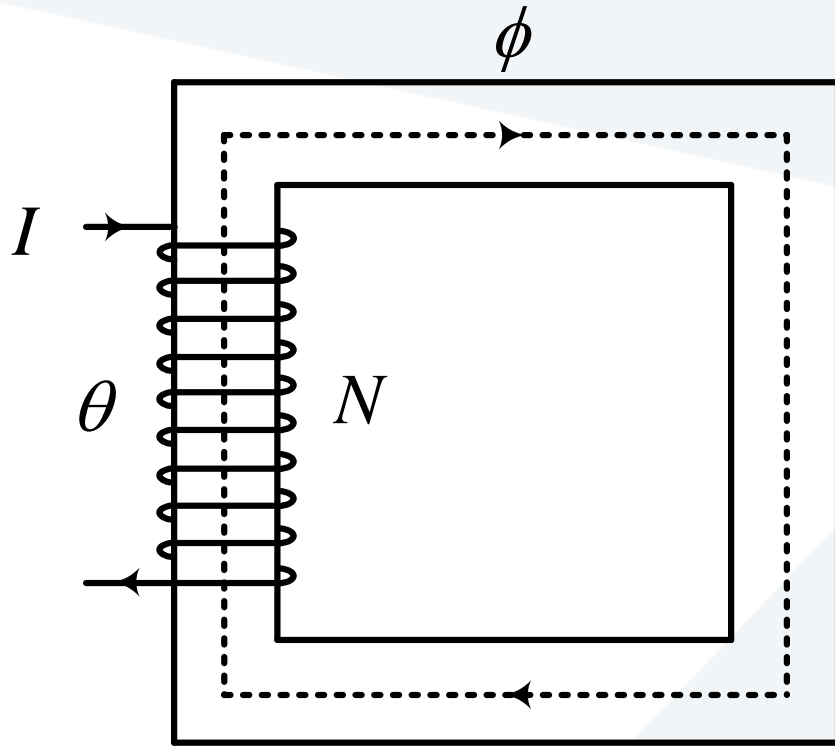
يسمى مقلوب المقاومة المغناطيسية السماحية المغناطيسية: $g_m = \frac{1}{R_m} = \frac{\mu_a \cdot S}{l}$

واحدة قياس السماحية المغناطيسية: $[g_m] = \frac{1}{[R_m]} = [H]$

وفقاً لما سبق من العلاقات يمكن تنظيم العلاقة الآتية:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\psi}{I} = \frac{N \cdot \emptyset}{I} = N \cdot \frac{\theta}{I \cdot R_m} = \frac{N^2 \cdot I}{I \cdot R_m} \\ &= \frac{N^2}{R_m} = N^2 \cdot g_m = \frac{N^2 \cdot \mu_a \cdot S}{l} \end{aligned}$$

ومن المهم هنا ملاحظة ارتباط عامل التحريض الذاتي L بالثابت μ_a



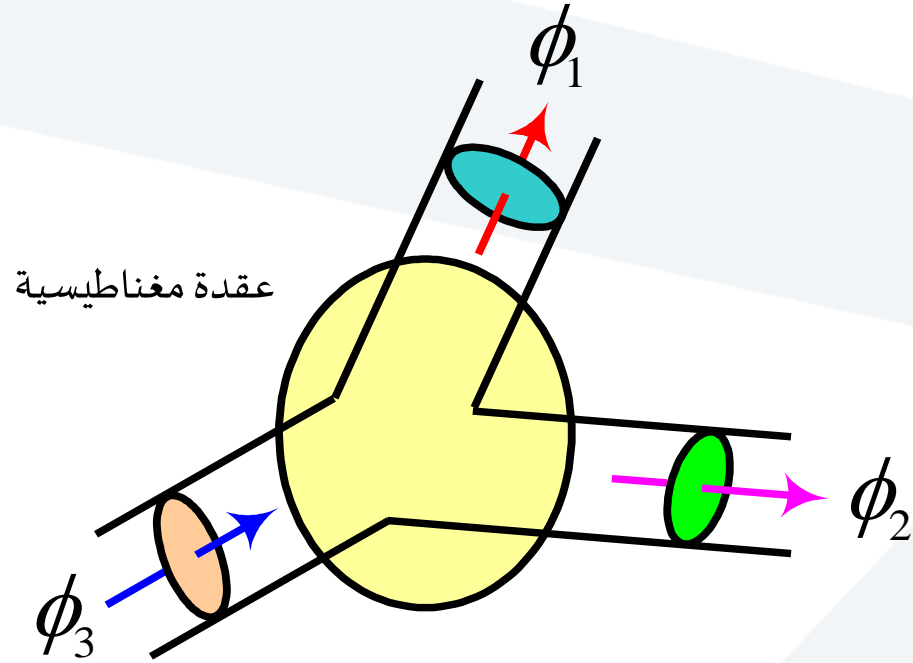
مبدأ أمبير في الدارات المغناطيسية:

$$V_m = \phi \cdot R_m$$

حسب قانون التيار الكلي:

$$V_m = \theta = N \cdot I$$

$$\Rightarrow \theta = N \cdot I = \phi \cdot R_m$$



قوانين كيرشوف في الدارات المغناطيسية:

1. قانون كيرشوف الأول في الدارات المغناطيسية:

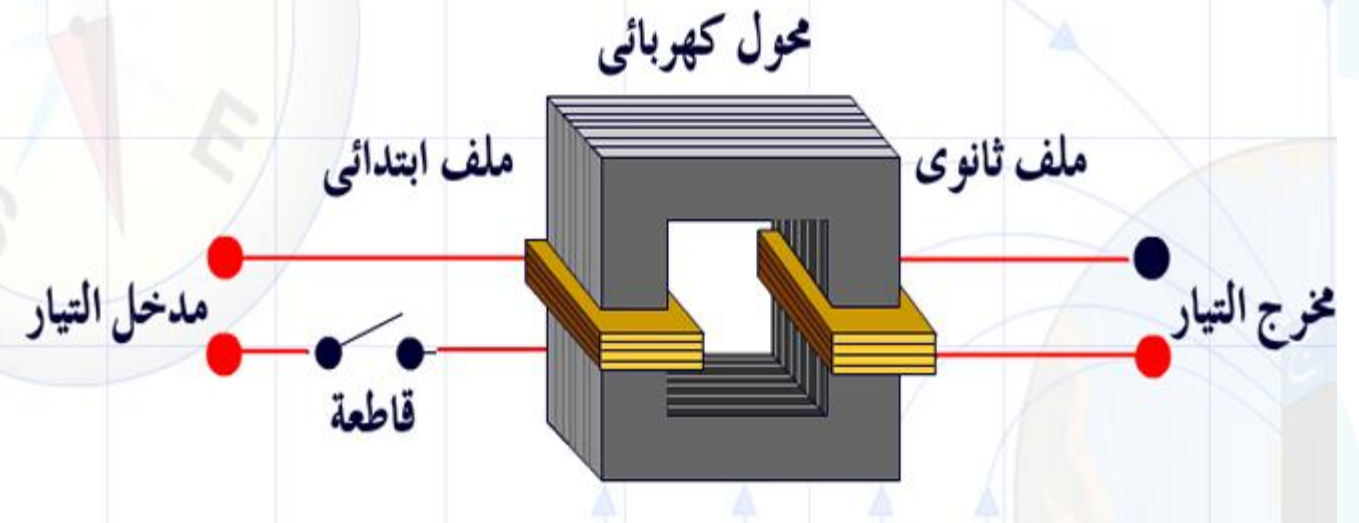
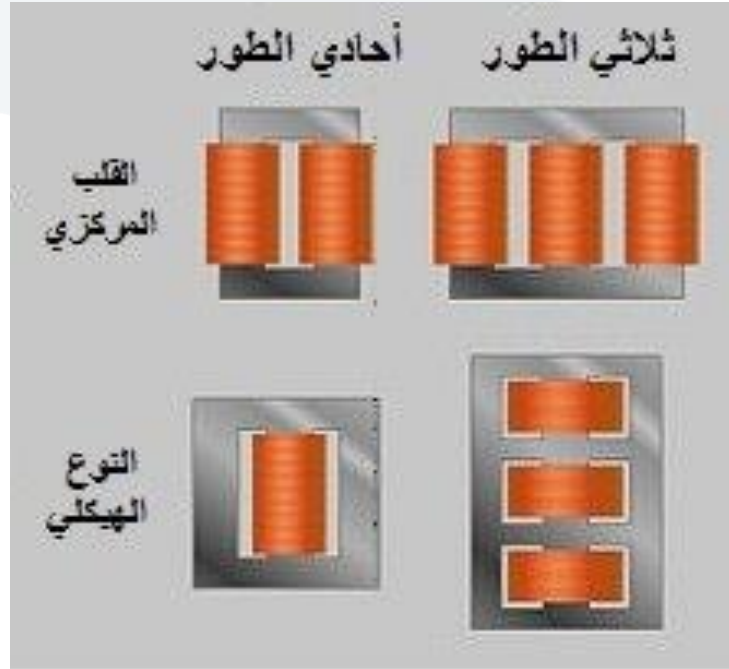
$$\sum \emptyset = 0$$

$$\emptyset_1 + \emptyset_2 - \emptyset_3 = 0$$

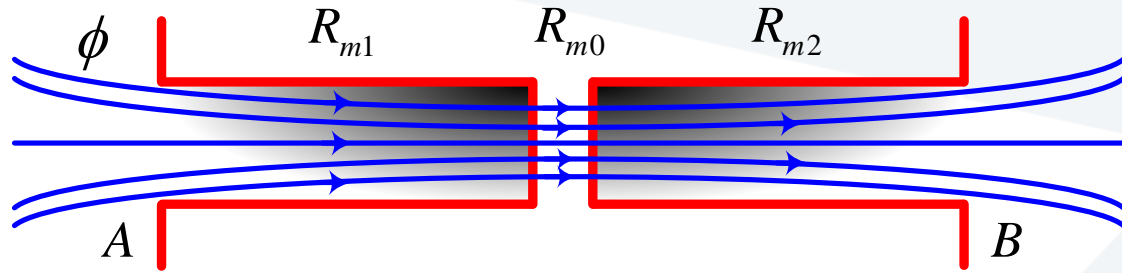
$$\emptyset_3 = \emptyset_1 + \emptyset_2$$

2. قانون كيرشوف الثاني في الدارات المغناطيسية:

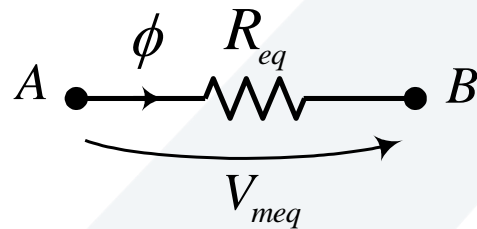
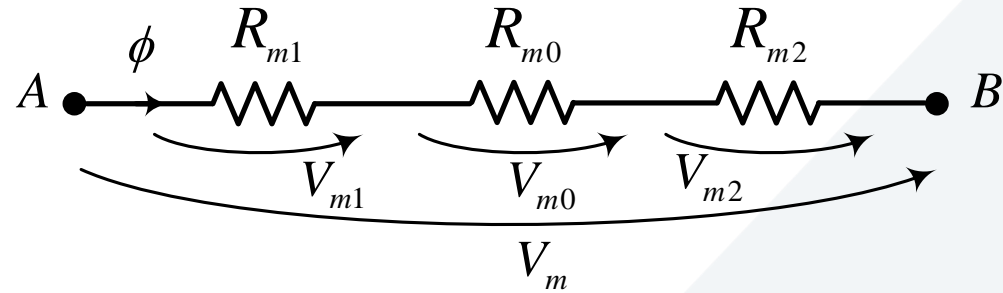
$$\sum_{K=1}^n \theta_K = \sum_{K=1}^n \emptyset_K \cdot R_{mK} = \sum_{K=1}^n V_{mK}$$



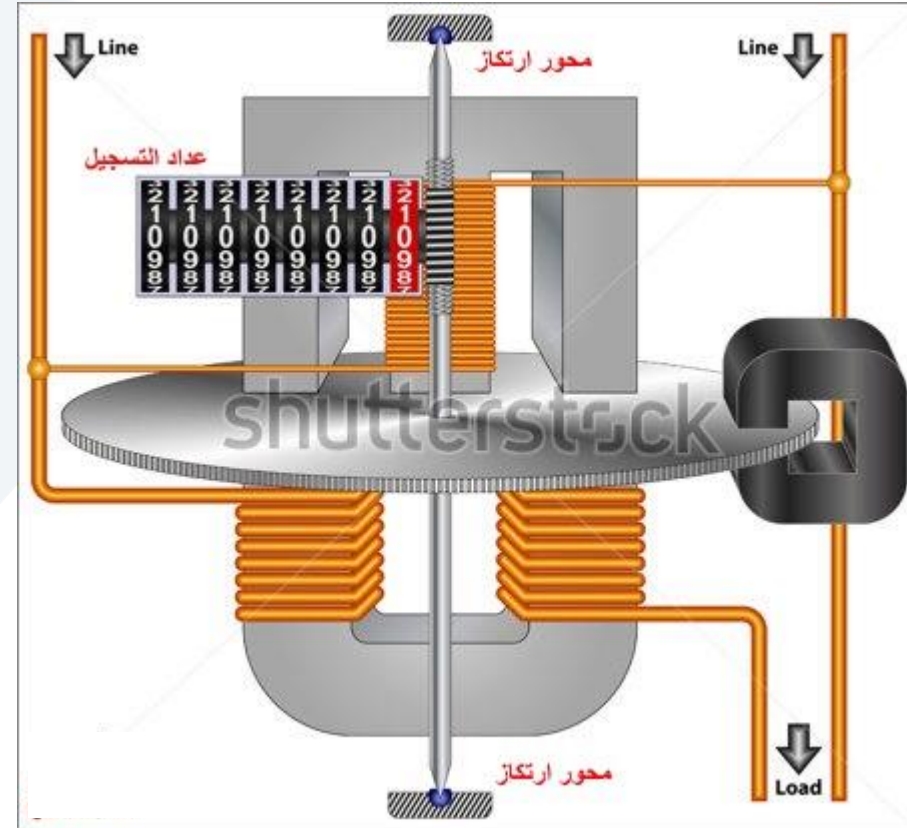
نظريات المقاوّمات المكافئة في الدارات المغناطيسية:



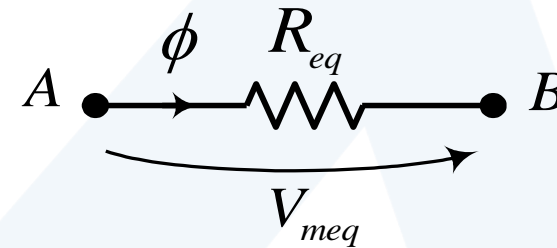
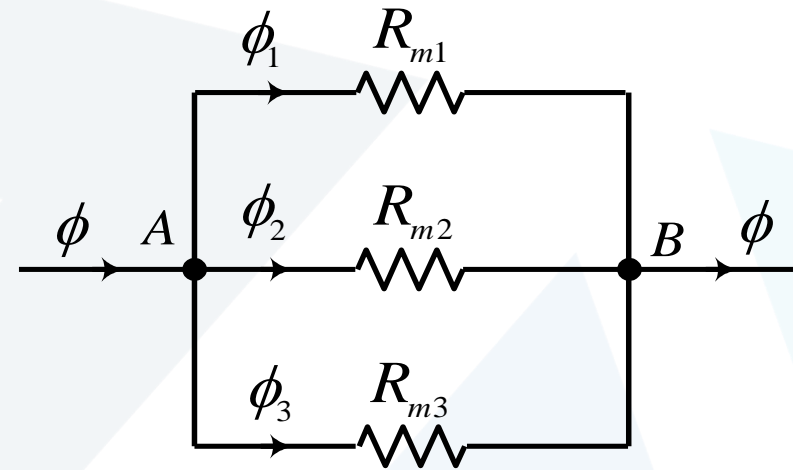
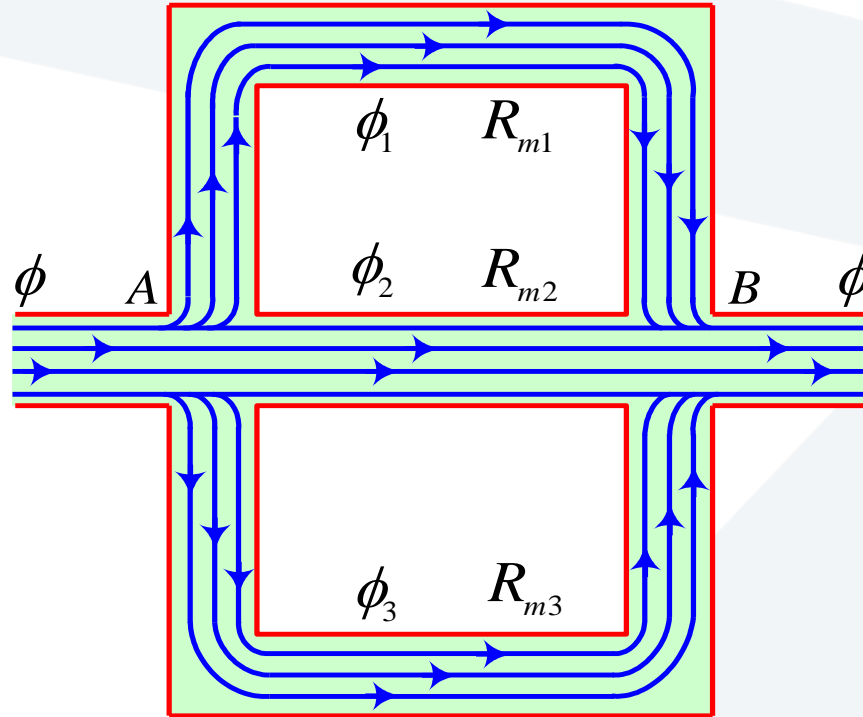
ربط المقاوّمات على التسلسل:



$$R_{meq} = R_{m1} + R_{m2} + R_{m3}$$



ربط المقاومات على التفرع:



$$\frac{1}{R_{meq}} = \sum_{K=1}^N \frac{1}{R_{mK}}$$

$$\frac{1}{R_{meq}} = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}} + \frac{1}{R_{m3}}$$

التشابه بين الدارات المغناطيسية والدارات الكهربائية:

علاقات الدارات المغناطيسية	علاقات الدارات الكهربائية	الكميات المغناطيسية	الكميات الكهربائية
$V_m = R_m \cdot \emptyset$	$V = R \cdot I$	\emptyset	I
		V_m	V
$\sum_{K=1}^n \emptyset_K = 0$ $\sum_{K=1}^n \theta_K = \sum_{K=1}^n R_{mK} \cdot \emptyset_K$	$\sum_{K=1}^n I_K = 0$ $\sum_{K=1}^n E_K = \sum_{K=1}^n R_K \cdot I_K$	θ	E
		R_m	R
		g_m	g

المواد المغناطيسية ومنحني المغنطة $B = f(H)$:

1. المواد المغناطيسية الطردية (البارامغناطيسية) $(\mu_r > 1)$:

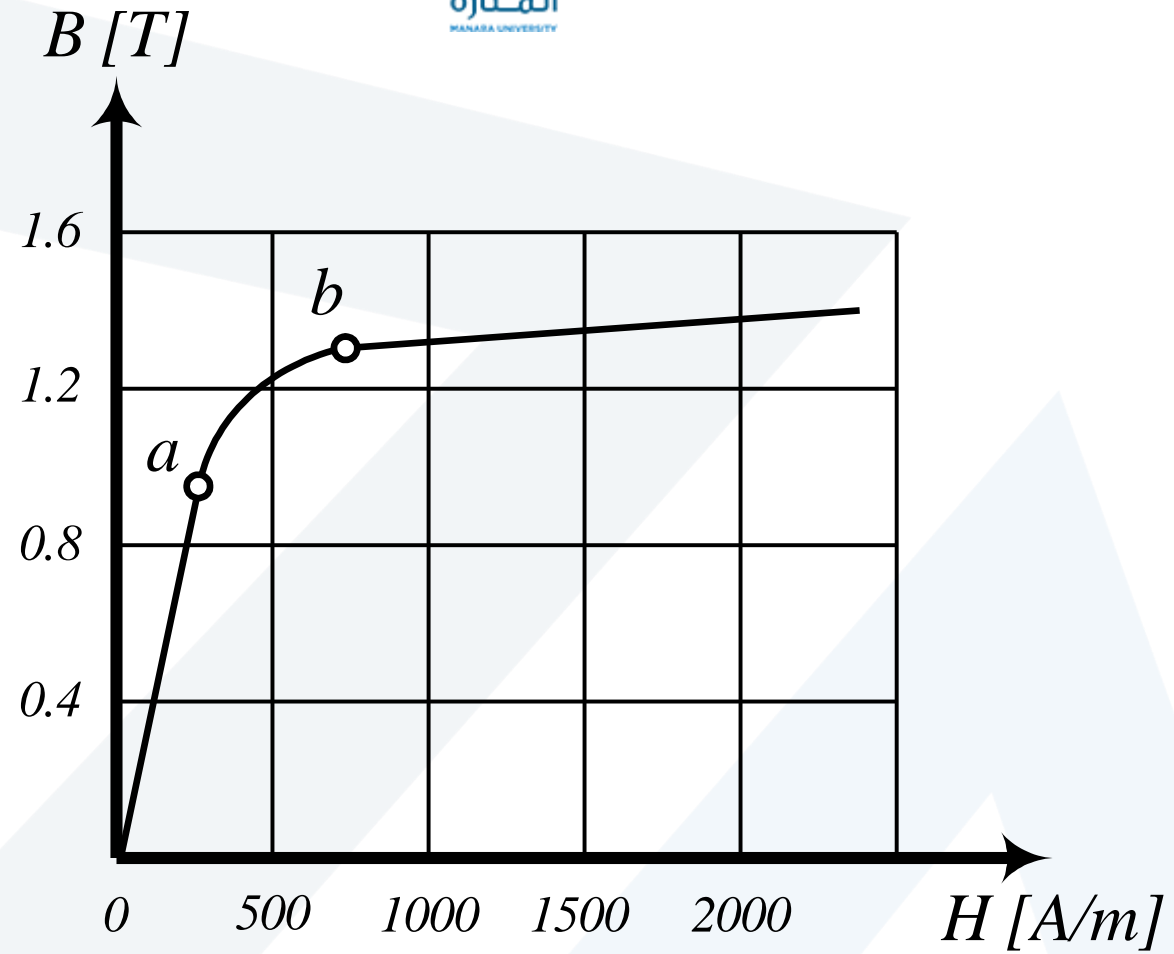
وهي مواد تكون نفوذيتها المغناطيسية المطلقة μ_a أكبر من μ_0 بكمية ضئيلة مثل المنغنيز، الألمنيوم، السيليكون...

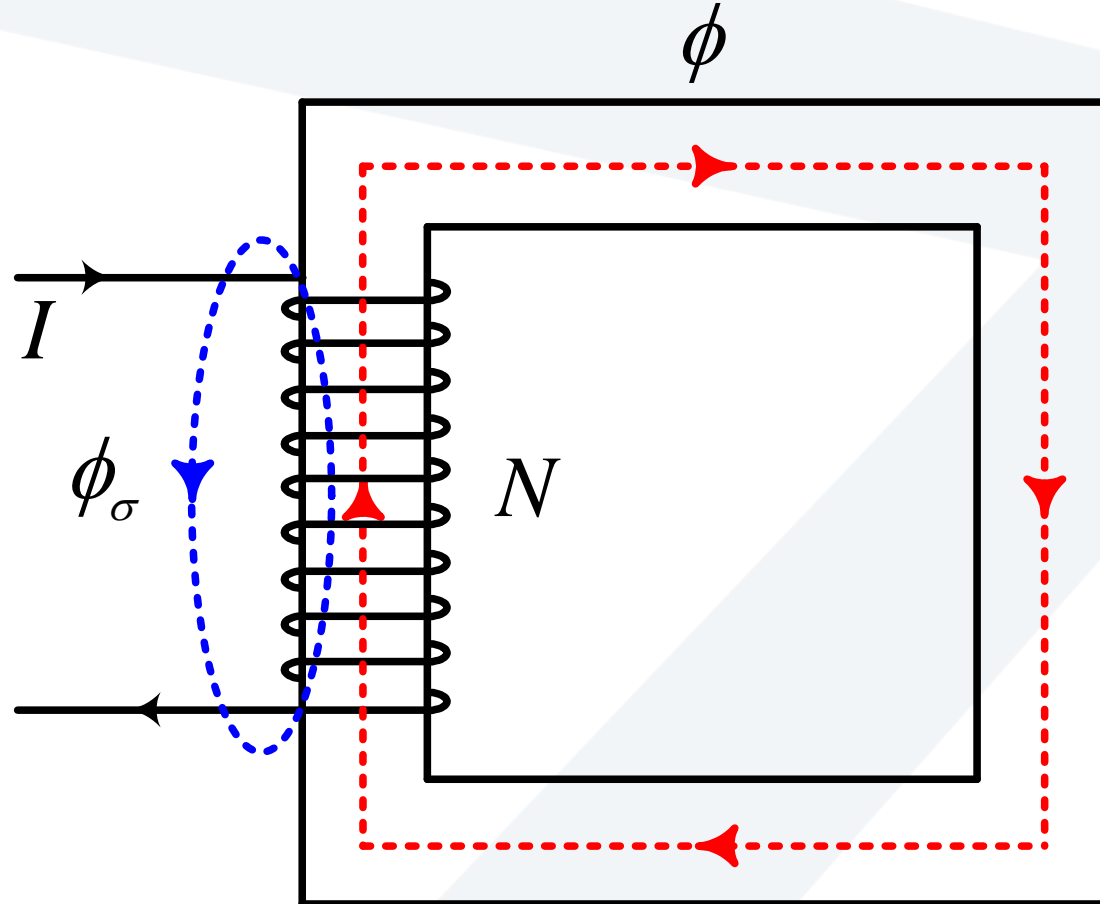
2. المواد المغناطيسية العكسية (الديامغناطيسية) $(\mu_r < 1)$:

وهي مواد تكون نفوذيتها المغناطيسية المطلقة μ_a أصغر من μ_0 بكمية ضئيلة مثل البزموت، النحاس، الفضة...

3. المواد المغناطيسية الحديدية (الفيرومغناطيسية) $(\mu_r \gg 1)$:

وهي مواد تملك نفوذية مغناطيسية مطلقة μ_a عالية، أكبر من μ_0 بأضعاف كثيرة مثل الحديد، النيكل، الكوبالت، وبعض خلائط هذه المواد.





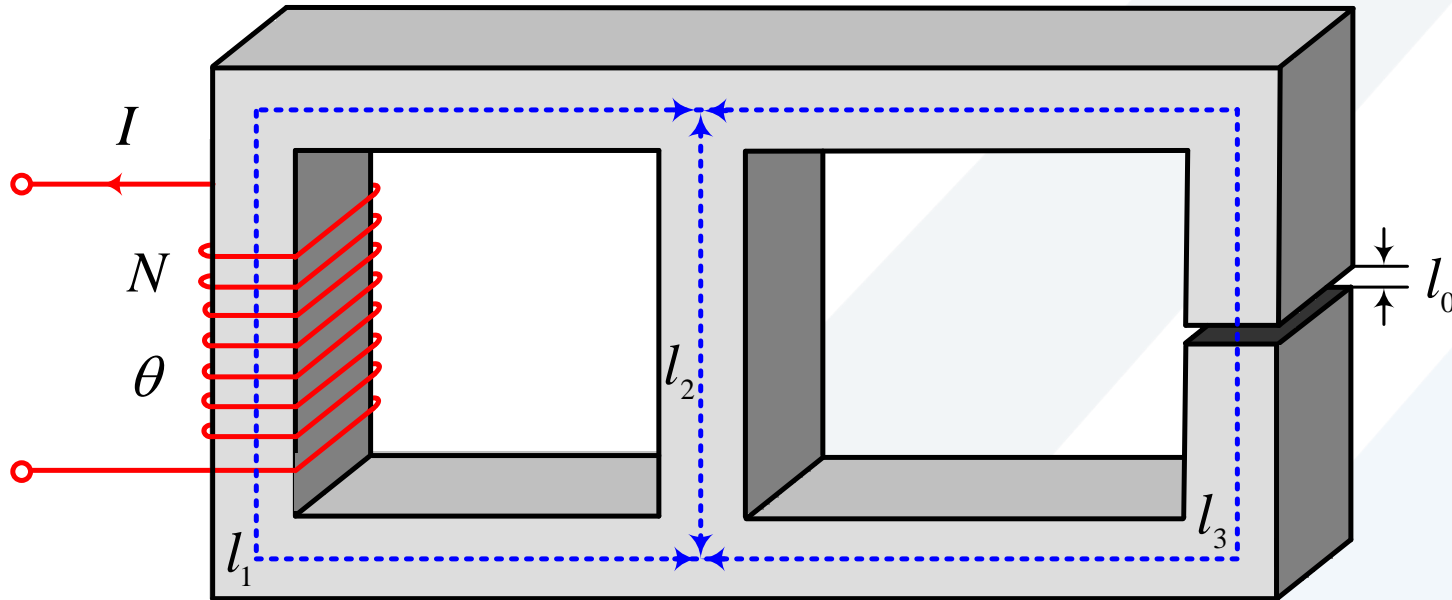
حسابات الدارات المغناطيسية:

لحساب الدارة المغناطيسية يتم تقسيمها إلى أجزاء ذات فيض مغناطيسي متجانس (الفيض نفسه)، ثم نقوم بحساب التحريض المغناطيسي B وفق العلاقة $B = \Phi/S$ وذلك في كل جزء من الأجزاء السابقة. ويتم تحديد شدة الحقل المغناطيسي من العلاقات الرياضية المذكورة سابقاً، أو بالاعتماد على منحنى المغنطة $B=f(H)$. ويحسب الحقل في الثغرة الهوائية من العلاقة:

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{B_0}{4\pi \times 10^{-7}} \approx (0.8 \times 10^6) \cdot B_0$$

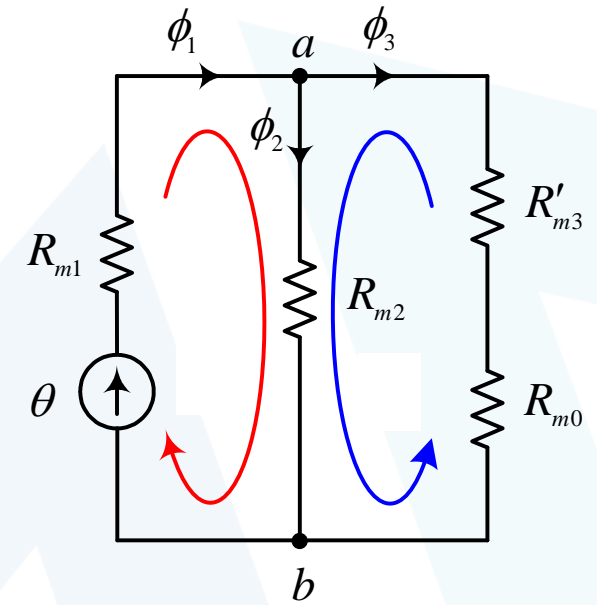
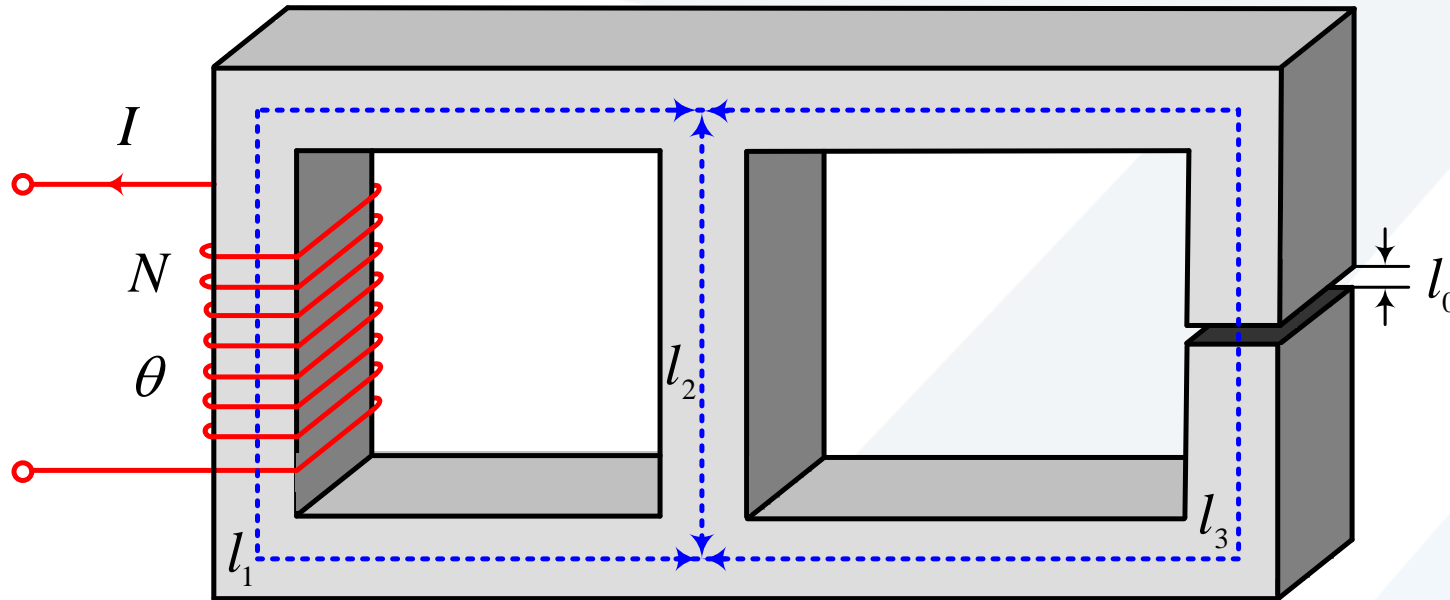
$$\theta = V_m = I \cdot N = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_0 \cdot l_0 + \dots$$

1. كم يجب أن يكون طول الثغرة الهوائية في الذراع المغناطيسي للدائرة المبينة بالشكل، والتي إذا طبقنا على وشيعتها قوة محرّكة مغناطيسية قيمتها $\theta = 1800$ [AT] مر عبر قلبها الفولاذي فيضاً مغناطيسياً مقداره 5.96×10^{-4} [Wb] علماً بأن :



$$\begin{aligned}
 l_1 &= 40\text{cm}, l_2 = 12\text{cm}, l_3 = 30\text{cm} \\
 S_1 &= S_3 = 4\text{cm}^2, S_2 = 2\text{cm}^2 \\
 \mu_{a1} &= 0.5418 \times 10^{-3}\text{H/m} \\
 \mu_{a2} &= 0.2727 \times 10^{-3}\text{H/m} \\
 \mu_{a3} &= 0.8648 \times 10^{-3}\text{H/m}
 \end{aligned}$$

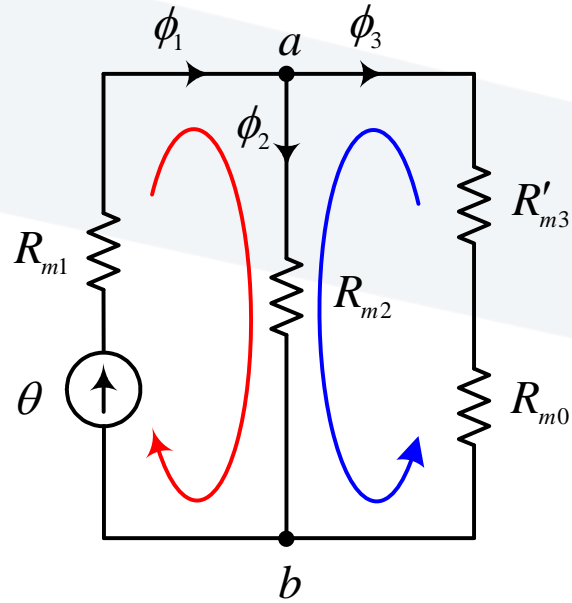
الدائرة المكافئة



$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3$$

(1)

بتطبيق قانون كيرشوف الأول في العقدة a :



بتطبيق قانون كيرشوف الثاني في الحلقتين المبينتين بالدارة :

$$\theta = \phi_1 \cdot R_{m1} + \phi_2 \cdot R_{m2} \quad (2)$$

$$0 = \phi_2 \cdot R_{m2} - \phi_3 \cdot (R'_{m3} + R_{m0}) \quad (3)$$

$$R_{m1} = \frac{l_1}{\mu_{a1} \cdot S_1} = \frac{40 \times 10^{-2}}{0.5418 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-4}} = 18.46 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu_{a2} \cdot S_2} = \frac{12 \times 10^{-2}}{0.2727 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-4}} = 22 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R'_{m3} = \frac{l_3}{\mu_{a3} \cdot S_3} = \frac{30 \times 10^{-2}}{0.8648 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-4}} = 8.67 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

نعوض في العلاقة (2) :

$$\theta = \phi_1 \cdot R_{m1} + \phi_2 \cdot R_{m2} \quad (2)$$

$$\phi_2 = \frac{\theta - \phi_1 \cdot R_{m1}}{R_{m2}} = \frac{1800 - (5.96 \times 10^{-4} \times 18.46 \times 10^5)}{22 \times 10^5} = 3.2 \times 10^{-4} [\text{Wb}]$$

$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3 \quad (1) \quad \text{نعوض في العلاقة (1) :}$$

$$\phi_3 = \phi_1 - \phi_2 = 5.96 \times 10^{-4} - 3.2 \times 10^{-4} = 2.76 \times 10^{-4} [\text{Wb}]$$

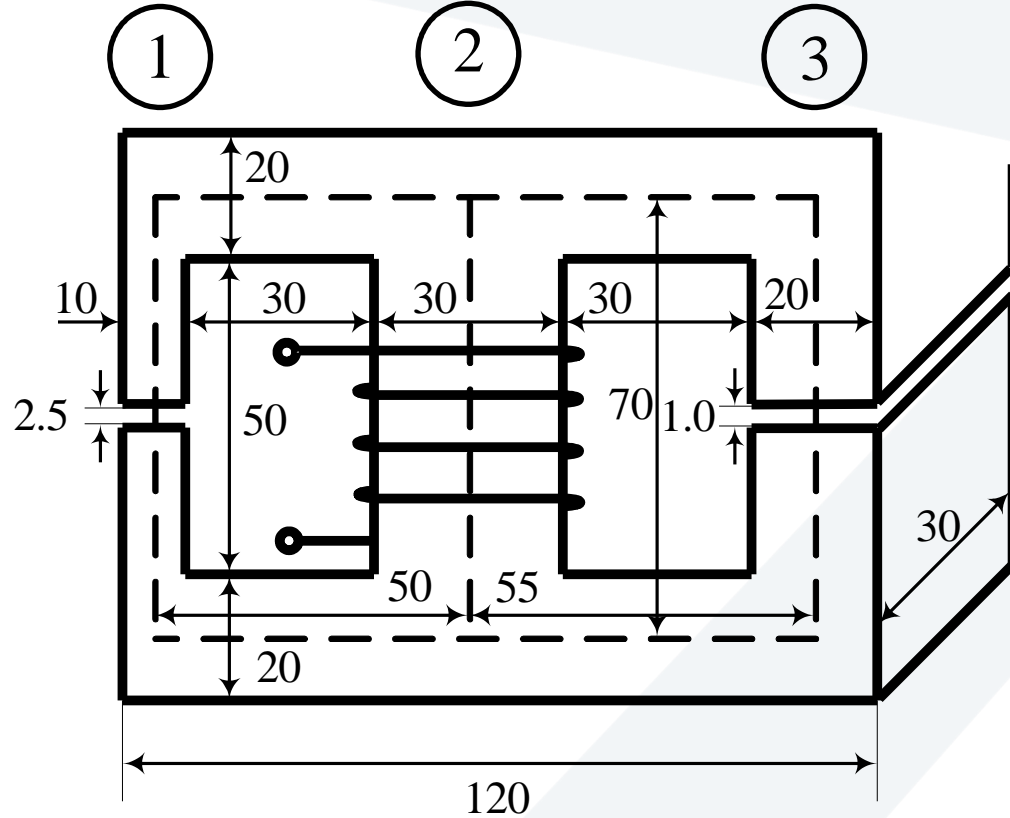
$$0 = \Phi_2 \cdot R_{m2} - \Phi_3 \cdot (R'_{m3} + R_{m0}) \quad (3)$$

من العلاقة (3) :

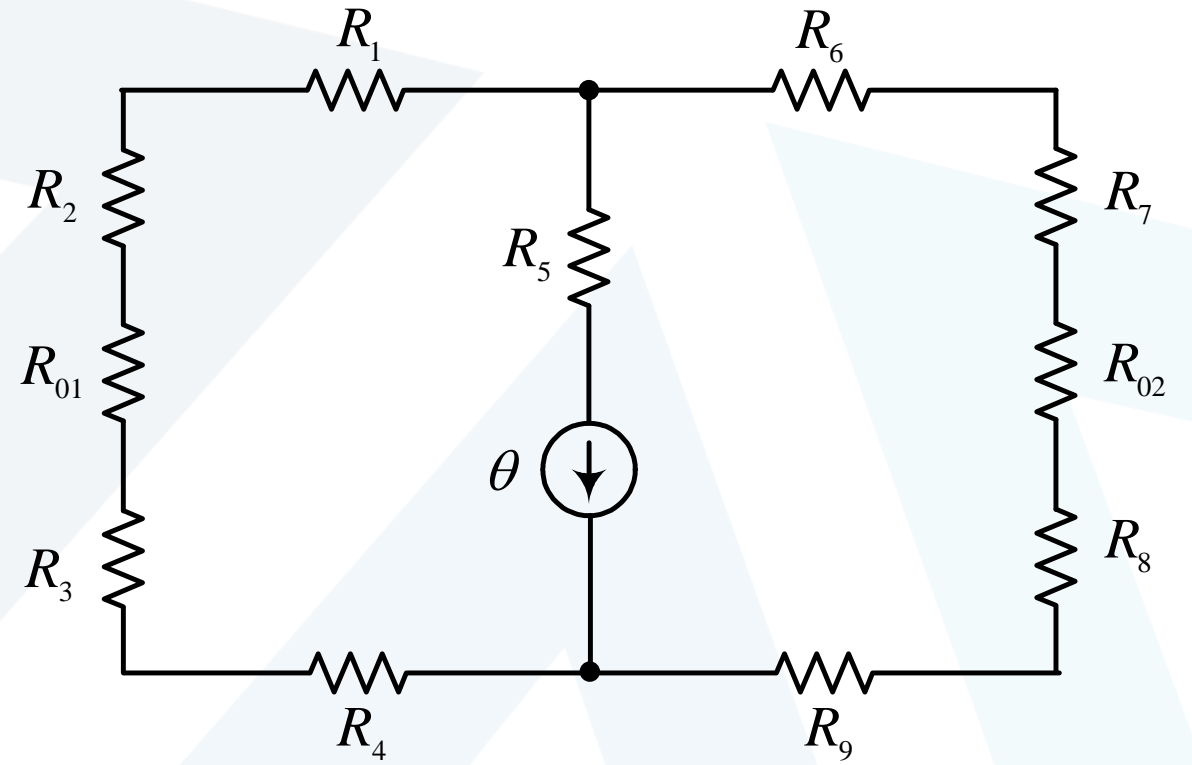
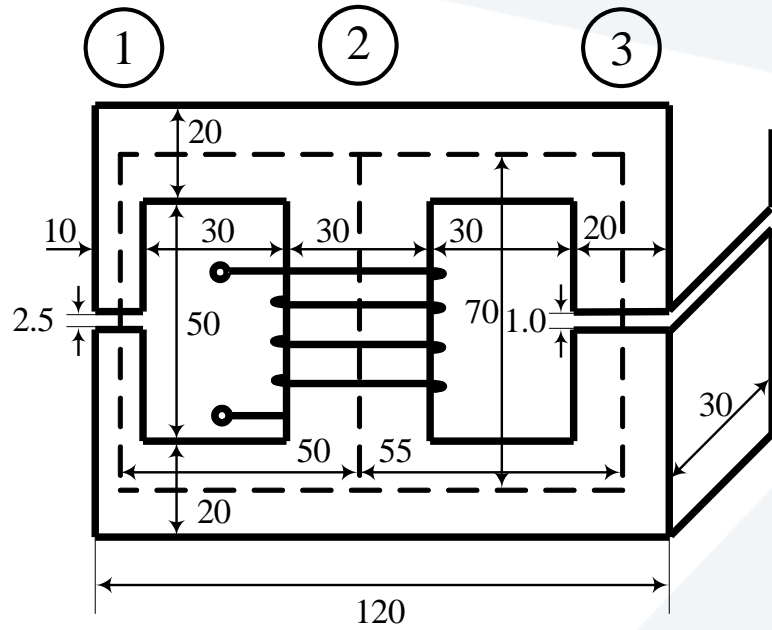
$$\begin{aligned} 0 &= \Phi_2 \cdot R_{m2} - \Phi_3 \cdot R'_{m3} - \Phi_3 \cdot R_{m0} \\ R_{m0} &= \frac{l_0}{\mu_0 \cdot S_3} = \frac{\Phi_2 \cdot R_{m2} - \Phi_3 \cdot R'_{m3}}{\Phi_3} \\ \Rightarrow l_0 &= \frac{\mu_0 \cdot S_3 \cdot (\Phi_2 \cdot R_{m2} - \Phi_3 \cdot R'_{m3})}{\Phi_3} \end{aligned}$$

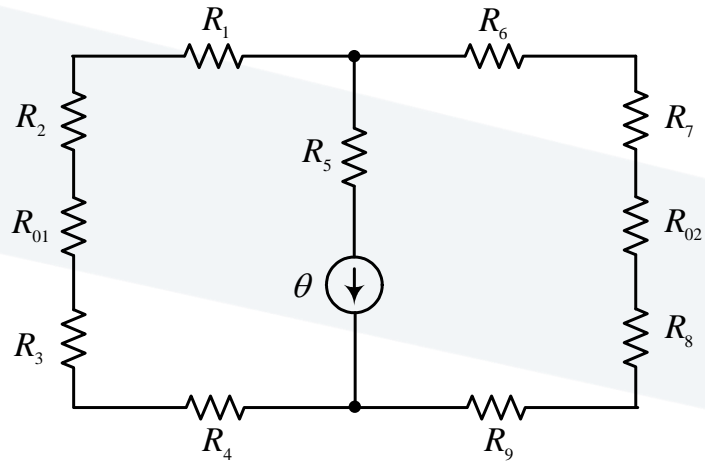
$$l_0 = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 4 \times 10^{-4} \times (3.2 \times 10^{-4} \times 22 \times 10^5 - 2.76 \times 10^{-4} \times 8.67 \times 10^5)}{2.76 \times 10^{-4}}$$

$$l_0 = 0.846 \times 10^{-3} [\text{m}] \approx 1 [\text{mm}]$$



2. لتكن لدينا الدارة المغناطيسية المبينة بالشكل، الأبعاد بـ [mm]. عدد لفات الوشيعة $N=120$ [T]، وتيارها $I=10$ [A]، وإذا علمت أن $\mu_r=500$. المطلوب:
1. رسم الدارة الكهربائية المكافئة.
 2. حساب المقاومات المغناطيسية لجميع أجزاء الدارة. احسب المقاومة المكافئة.
 3. إيجاد الفيض المغناطيسي في كل جزء من أجزاء الدارة.
 4. حساب التحريض المغناطيسي في الفرعين 1 و 3.





2. يتم حساب المقاومات المغناطيسية لأجزاء الدارة وفق العلاقة:

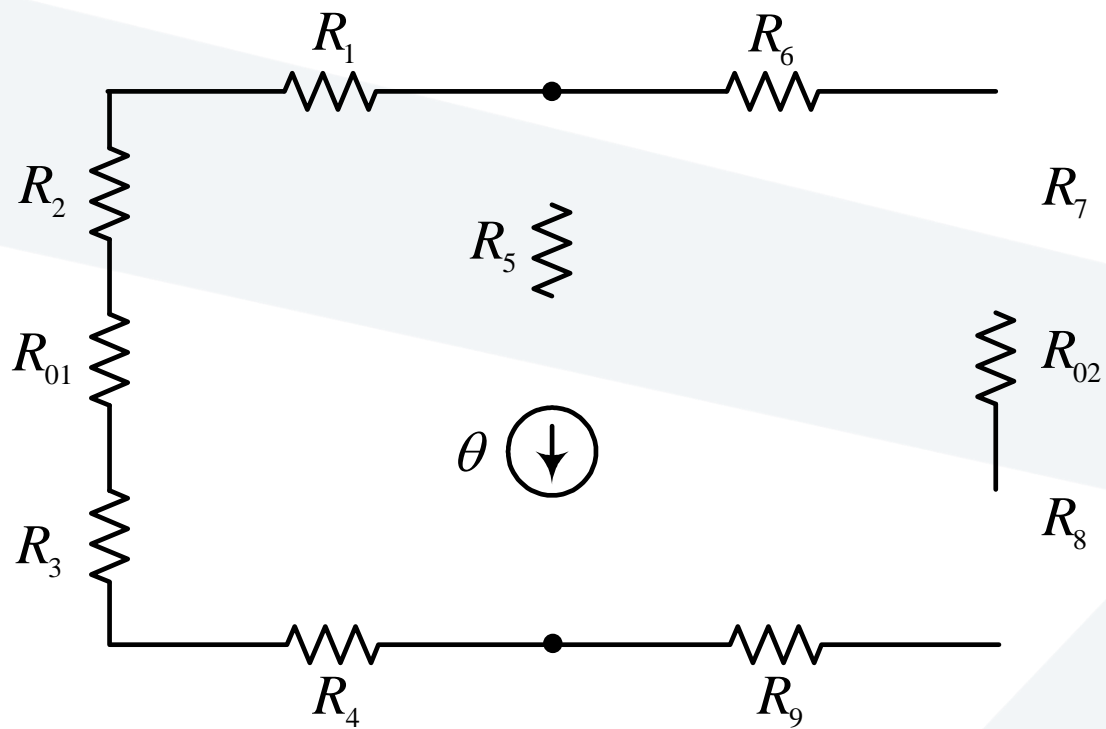
$$R = \frac{l}{\mu_a \cdot S} \Rightarrow$$

$$R_1 = R_4 = \frac{50 \times 10^{-3}}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times (20 \times 30) \times 10^{-6}} = 1.33 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R_2 = R_3 = \frac{33.75 \times 10^{-3}}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times (10 \times 30) \times 10^{-6}} = 1.79 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R_6 = R_9 = \frac{55 \times 10^{-3}}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times (20 \times 30) \times 10^{-6}} = 1.459 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

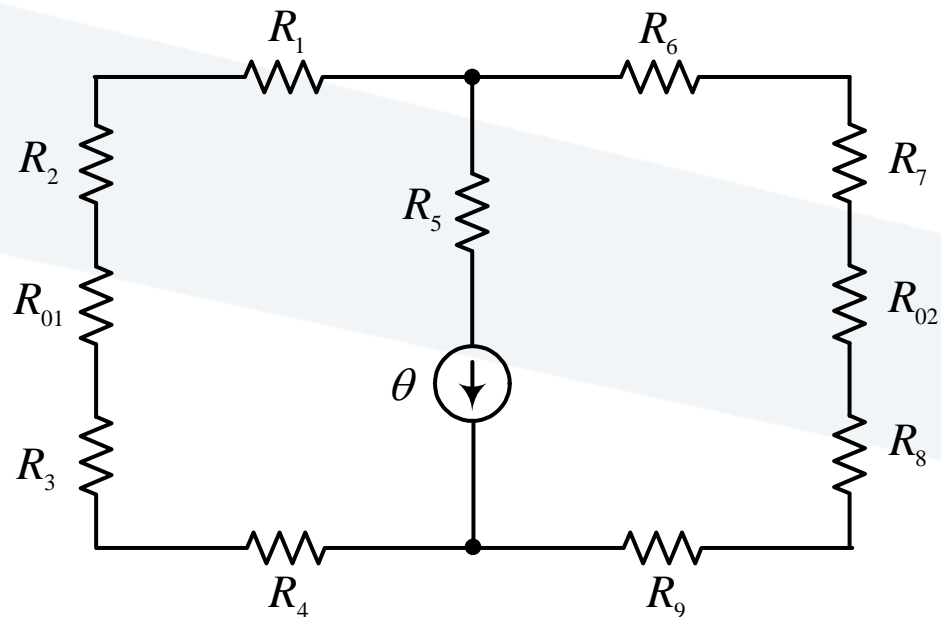
$$R_7 = R_8 = \frac{34.5 \times 10^{-3}}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times (20 \times 30) \times 10^{-6}} = 0.93 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$



$$R_5 = \frac{70 \times 10^{-3}}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times (30 \times 30) \times 10^{-6}} = 1.238 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R_{01} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times (10 \times 30) \times 10^{-6}} = 66.35 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R_{02} = \frac{1.0 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times (20 \times 30) \times 10^{-6}} = 13.269 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$



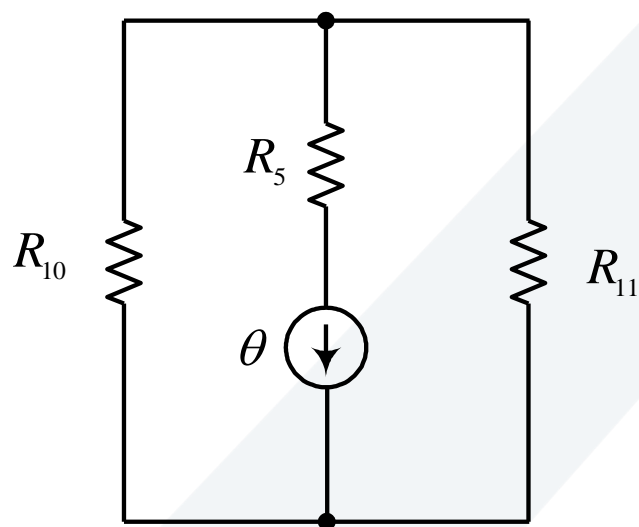
وفقاً لذلك يمكن تبسيط الدارة السابقة من خلال الجمع التسلسلي للمقاومات كما يأتي:

$$R_{10} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_{01}$$

$$R_{10} = 72.59 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R_{11} = R_6 + R_7 + R_8 + R_9 + R_{02}$$

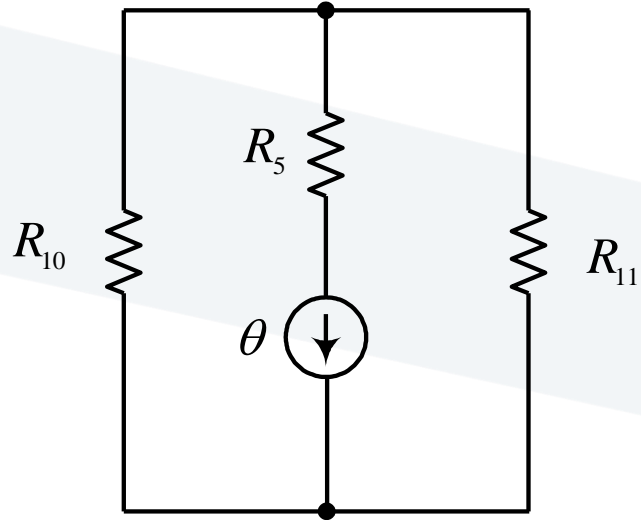
$$R_{11} = 18.047 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$



تصبح الدارة السابقة كما يلي:

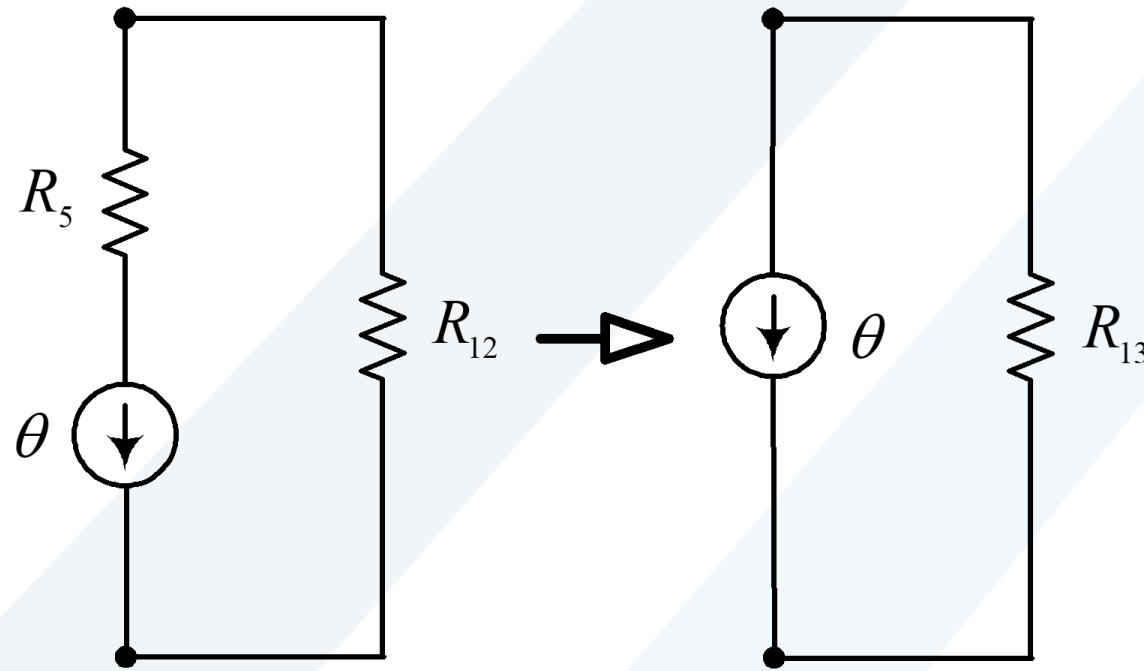
يمكن تبسيط الدارة بالجمع التفرعي للمقاومتين

R_{10} و R_{11}



$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{11}}{R_{10} + R_{11}} = 14.45 \times 10^5 [H^{-1}]$$

وتصبح الدارة بعد التبسيط كما هو مبين بالشكل.



وبالتالي فإن قيمة المقاومة المغناطيسية المكافئة تساوي: $R_{13} = R_5 + R_{12} = 15.778 \times 10^5 [H^{-1}]$

3. يتم حساب الفيض المغناطيسي في أجزاء الدارة كما يأتي:

$$\theta = R_{13} \cdot \phi_2 \Rightarrow \phi_2 = \frac{\theta}{R_{13}} = \frac{N \cdot I}{R_{13}} = \frac{120 \times 10}{15.778 \times 10^5} = 7.6 \times 10^{-4} [Wb]$$

هبوط الجهد على طرفي المقاومة R_5

$$\theta_{R5} = R_5 \cdot \phi_2 = 1.238 \times 10^5 \times 7.6 \times 10^{-4} = 94.088 [A]$$

فرق الجهد المغناطيسي على طرفي المقاومة R_{13}

$$\theta_{R13} = \theta - \theta_{R5} = 1200 - 94.088 = 1105.9 [A]$$

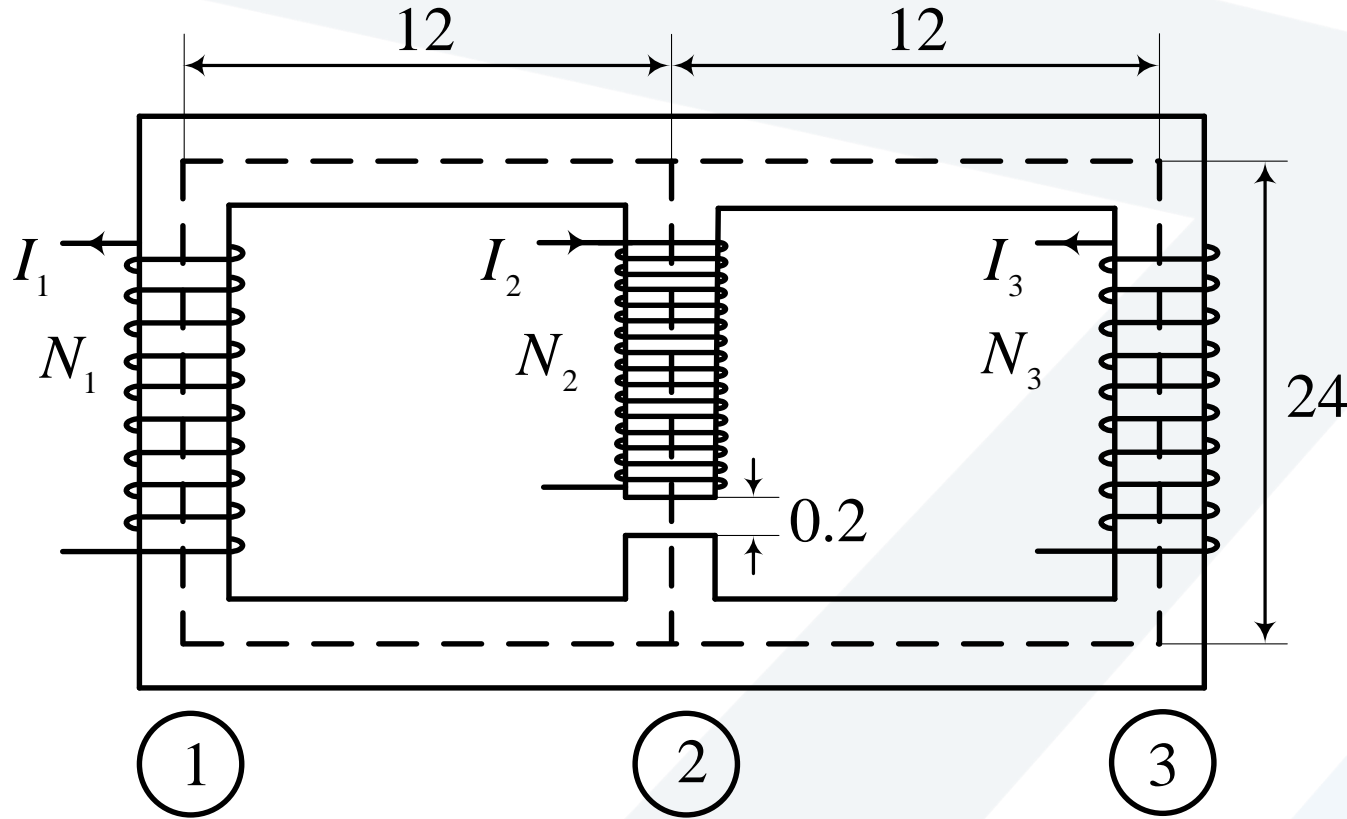
$$\Phi_1 = \frac{\theta_{R13}}{R_{10}} = \frac{1105.9}{72.59 \times 10^5} = 1.523 \times 10^{-4} [\text{Wb}]$$

$$\Phi_3 = \frac{\theta_{R13}}{R_{11}} = \frac{1105.9}{18.047 \times 10^5} = 6.13 \times 10^{-4} [\text{Wb}]$$

4. يتم حساب التحريض المغناطيسي في الفرعين 1 و 3 كما يأتي:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{1.523 \times 10^{-4}}{(10 \times 30) \times 10^{-6}} = 0.508 [\text{T}]$$

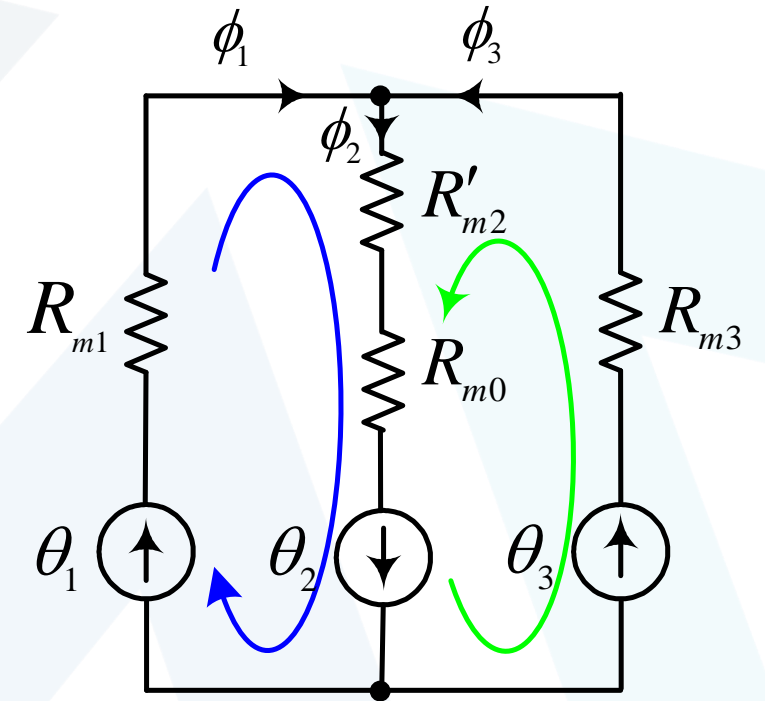
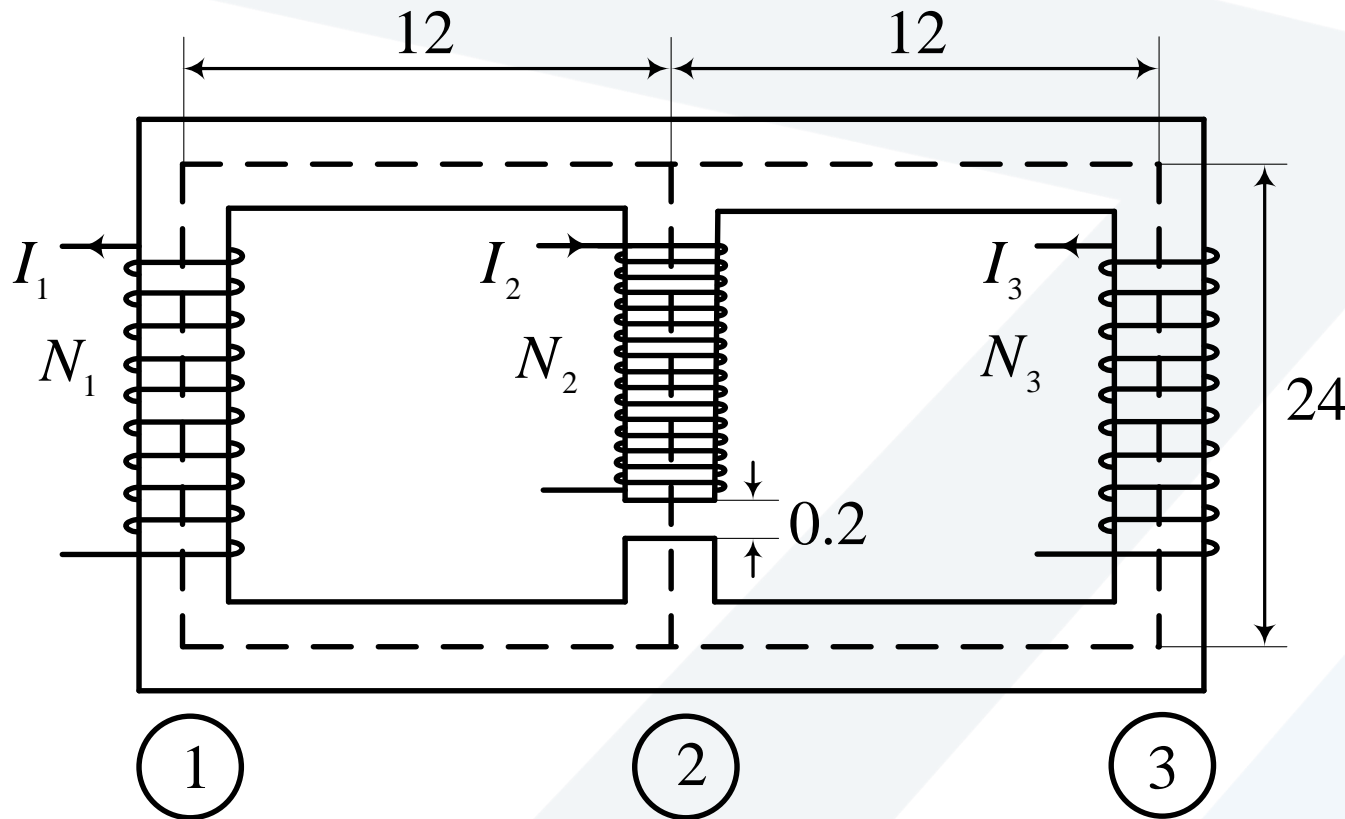
$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{6.13 \times 10^{-4}}{(20 \times 30) \times 10^{-6}} = 1.022 [\text{T}]$$



3. لتكن لدينا الدارة المغناطيسية المبينة بالشكل، الأبعاد بـ [cm]. مقطع الدارة في كل أجزائها متساوي ويبلغ $S=25[\text{cm}^2]$ ، عدد لفات كل من الوشيعتين الأولى والثالثة $N_1=N_3=200$ [T]، ويمر فيهما تيار شدته $I_1=I_3=6$ [A]، أم الوشيعية الثانية فعدد لفاتها $N_2=220$ [T]، ويمر فيها تيار شدته $I_2=12$ [A]، وإذا علمت أن $\mu_r=600$. المطلوب:

1. رسم الدارة الكهربائية المكافئة.
2. إيجاد الفيض المغناطيسي في كل جزء من أجزاء الدارة.
3. حساب القدرة المخزنة في كل وشيعة.
4. حساب التحريض الذاتي لكل وشيعة.

1. الدارة المكافئة



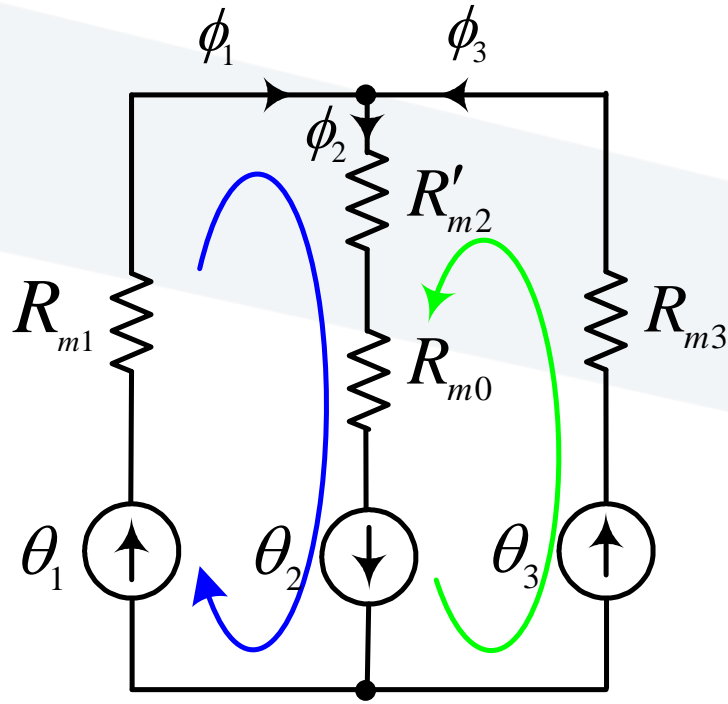
2. إيجاد الفيوض المغناطيسية:

$$R_{m1} = R_{m3} = \frac{l_0}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S_1} = 2.546 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$\hat{R}_{m2} = \frac{l_0}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S_2} = 1.273 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R_{m0} = \frac{l_0}{\mu_0 \cdot S_3} = 6.37 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$

$$R_{m2} = \hat{R}_{m2} + R_{m0} = 7.853 \times 10^5 [\text{H}^{-1}]$$



حسب قانون كيرشوف الأول لدينا:

$$\phi_2 = \phi_1 + \phi_3$$

$$\phi_1 = \phi_3 \Rightarrow \phi_2 = 2\phi_1 \quad (1)$$

حسب قانون كيرشوف الثاني في الحلقتين المبينتين بالدارة :

$$\theta_1 + \theta_2 = \phi_1 \cdot R_{m1} + \phi_2 \cdot R_{m2} \quad (2)$$

$$\theta_2 + \theta_3 = \phi_3 \cdot R_{m3} + \phi_2 \cdot R_{m2} \quad (3)$$

$$\phi_1 = \frac{\theta_1 + \theta_2}{R_{m1} + 2R_{m2}}$$

من العلاقة (2)، وبعد التعويض من (1) يكون:

$$\theta_1 = I_1 \cdot N_1 = 6 \times 200 = 1200\text{AT}$$

$$\theta_2 = I_2 \cdot N_2 = 12 \times 220 = 2640\text{AT}$$

$$\Rightarrow \phi_1 = \phi_3 = 2.15 \times 10^{-3} [\text{Wb}]$$

$$\phi_2 = 4.30 \times 10^{-3} [\text{Wb}]$$

3. حساب القدرة المخزنة في كل وشيعة:

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \Phi$$

$$W_{m1} = W_{m3} = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \Phi_1 = 6.45 \times 10^{-3} [\text{J}]$$

$$W_{m2} = \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \Phi_2 = 0.0258 [\text{J}]$$

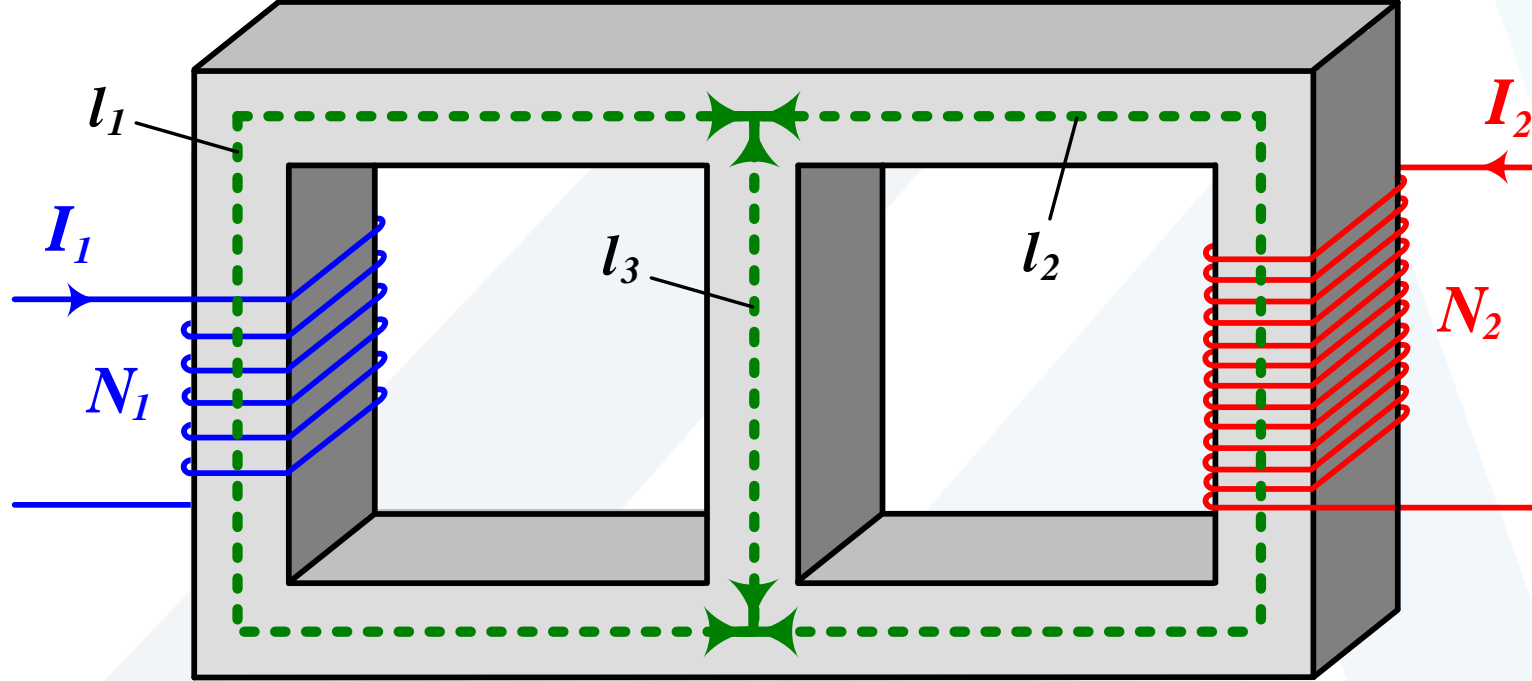
4. حساب التحريض الذاتي لكل وشيعة:

$$\psi = I \cdot L \Rightarrow L = \frac{\psi}{I} = \frac{N \cdot \emptyset}{I}$$

$$L_1 = L_3 = \frac{N_1 \cdot \emptyset_1}{I_1} = 0.072[\text{H}]$$

$$L_2 = \frac{N_2 \cdot \emptyset_2}{I_2} = 0.079[\text{H}]$$

4. لتكن لدينا الدارة المغناطيسية المبينة بالشكل، والمؤلفة من قلب مغناطيسي مكون من ثلاثة أجزاء لها مساحة المقطع نفسها $S = 4[\text{cm}^2]$ ، ومن وشيحتين عدد لفاتهما $N_1 = 1000[\text{Tur}]$, $N_2 = 2000[\text{Tur}]$ ، ويتم تغذية الوشيعة الأولى بتيار قيمته $I_1 = 0.2[\text{A}]$.



فإذا علمت أن:

$$l_1 = l_2 = 16[\text{cm}], l_3 = 6[\text{cm}]$$

$$\mu_{a1} = \mu_{a2} = 1.885 \times 10^{-3}[\text{H/m}]$$

$$\mu_{a3} = 2.5133 \times 10^{-6}[\text{H/m}]$$

المطلوب:

أ. رسم الدارة الكهربائية المكافئة.

ب. تحديد طبيعة المادة المغناطيسية لأجزاء الدارة.

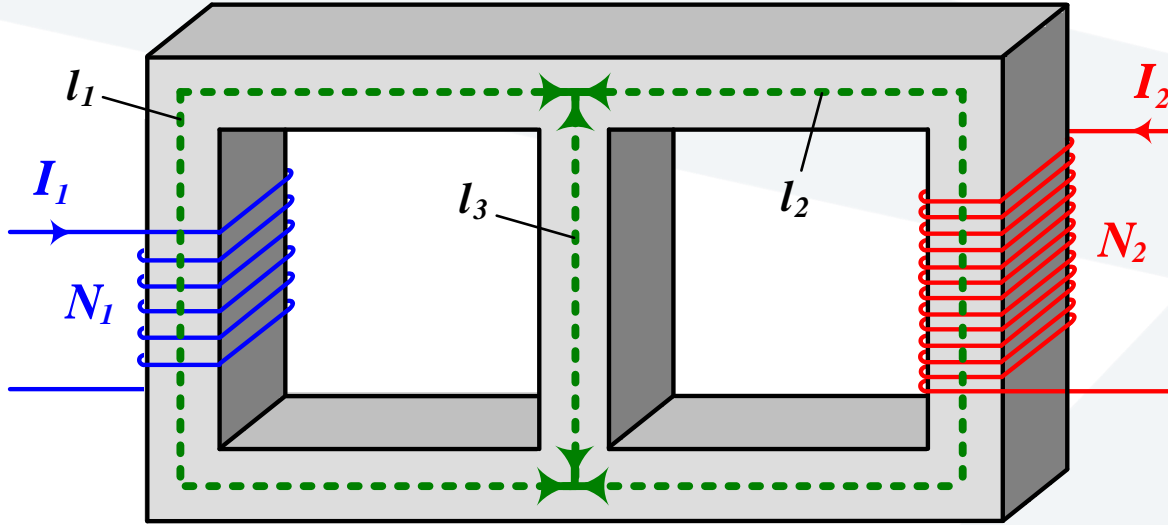
ت. حساب المقاومات المغناطيسية لجميع أجزاء الدارة.

ث. حساب الفيض المغناطيسي Φ_1 ، إذا كانت قيمة القدرة المغناطيسية المخزنة في الوشيعية الأولى تساوي

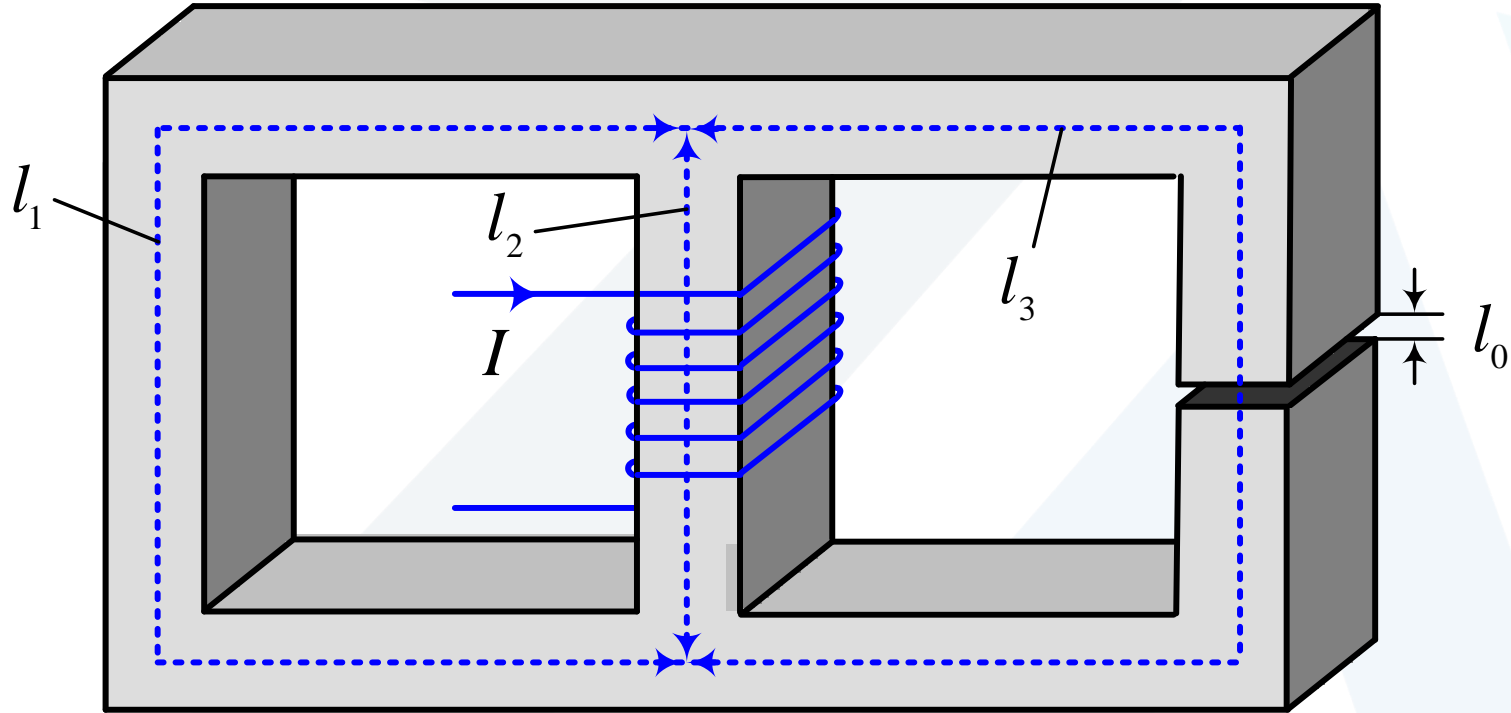
$$W_1 = 0.0472[\text{Joule}]. \text{ احسب عامل التحريض الذاتي لهذه الوشيعية.}$$

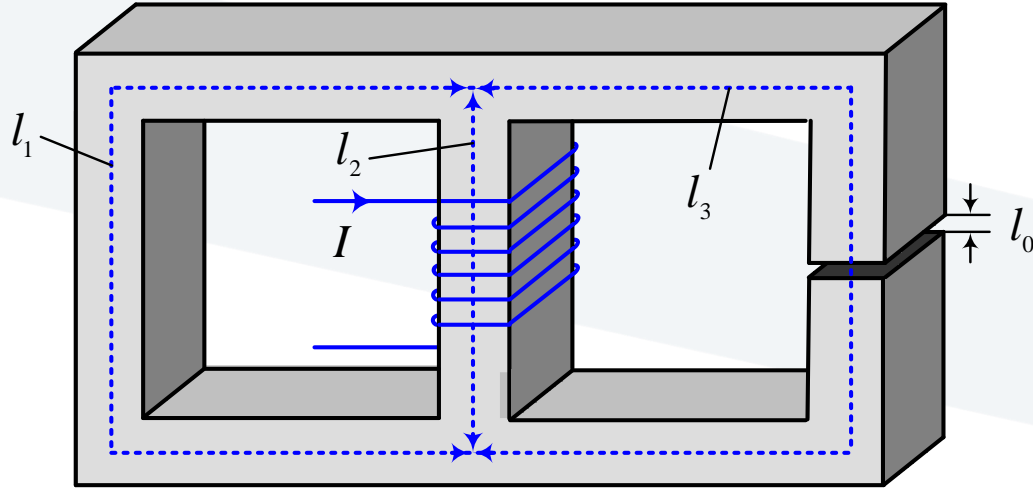
ج. إذا فرضنا أن $\mu_{a3} = \infty$. هل تتغير قيمة عامل التحريض الذاتي للوشيعية الأولى؟، وهل يؤثر ذلك في

قيمة الفيض المغناطيسي Φ_1 ؟.



5. لتكن لدينا الدارة المغناطيسية المبينة بالشكل، والمؤلفة من قلب مغناطيسي مكون من ثلاثة أجزاء، ووشية لفّت على العمود الأوسط منه.





طبّق على الوشيعة قوة محرّكة مغناطيسية قيمتها

$$\theta = 924 \text{ [AT]}$$

سببت نشوء فيض مغناطيسي قيمته $\phi = 6 \times 10^{-4} \text{ [Wb]}$

فإذا علمت أن:

$$l_1 = 40[\text{cm}], \quad l_2 = 12[\text{cm}], \quad l_3 = 30[\text{cm}], \quad l_0 = 0.1[\text{cm}]$$

$$S_1 = S_2 = 4[\text{cm}^2], \quad S_3 = 6[\text{cm}^2]$$

$$\mu_{r1} = 0.54 \times 10^{-3} [\text{H/m}], \quad \mu_{r2} = 0.27 \times 10^{-3} [\text{H/m}], \quad \mu_{r3} = 0.865 \times 10^{-3} [\text{H/m}]$$

المطلوب:

أ. رسم الدارة الكهربائية المكافئة.

ب. حساب المقاومات المغناطيسية لأجزاء الدارة.

ت. حساب قيمة التحريض المغناطيسي في جميع أجزاء الدارة.

