محاضرات مادة الفيزياء /2/

لطلاب السنة الأولى

(ميكاترونيكس)

الأستاذ الدكتور جبُّور نوفل جبُّور

2023 - 2024

الفصل الثالث

دارات التيار المتناوب والأمواج الكهرطيسية

Alternating-Currents and Electromagnetic Waves

1) مقدمة،
2) مقاومات في دارة تيار متناوب،
3) مكثفات في دارة تيار متناوب،
4) وشائع في دارة تيار متناوب،
5) مقاومة R ومكثفة C ووشيعة L في دارة تسلسلية،
6) الاستطاعة في دارة تيار مستمر،
7) دارة طنين تسلسلية RLC،
8) المحولة،
9) توقعات ماكسويل،
10) تأكيد هرتز على توقعات ماكسويل،
11) توليد أمواج كهرطيسية بواسطة هوائي،
12) خصائص الأمواج الكهرطيسية،
13) طيف الأمواج الكهرطيسية،
14) مفعول دوبلر للأمواج الكهرطيسية.

دارات التيار المتناوب

1- مقدمة: Introduction

مُعظم الأدوات والأجهزة الكهربائية تعمل على "التيار المتناوب – alternating current (AC)" لتزويد تلك الأدوات الأجهزة بالطاقة.

سنبدأ بدراسة دارات التيار المتناوب ومن ثم تفحص مميزات وخواص دارة تحتوي منبع لقوة محركة كهربائية emf وعنصر آخر مثل: مقاومة، مكثفة، أو وشيعة. ومن ثم ندرس ماذا يحدث لهذه العناصر عند وصلها ببعضها البعض لتشكيل دارات أخرى. وسيقتصر حديثنا عن تشكيلات بسيطة تسلسلية لهذه الأنواع الثلاثة من العناصر.

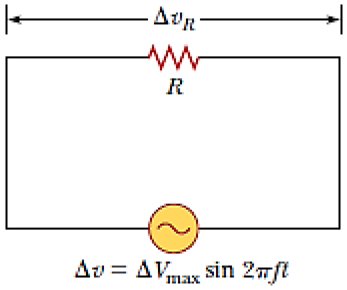
وسنختتم حديثنا عن الأمواج الكهرطيسية التي تتكون من تغيرات للحقل الكهربائي والمغناطيسي. إن الأمواج الكهرطيسية هي عبارة عن شكل من أشكال الضوء المرئي الذي نراه من حولنا في هذا الكون؛ الأمواج ما تحت الحمراء التي تقوم بتسخين المحيط حولنا، الأمواج الراديوية والتلفزيونية لتشغيل الراديو والتلفزيون، والأمواج التي تحمل معلومات عن مجرتنا، أشعة إكس المستخدمة في التصوير الشعاعي للأجسام، والأمواج التي تسمح بحساب أبعاد النجوم عنا. حيث يُعتبر الضوء مفتاح فهمنا للكون.

2) مقاومات في دارة تيار متناوب: Resistors in an AC circuit

في دارة لتيار متناوب تتكون من تشكيلات من عناصر (مقاومة، مكثفة، وشيعة) ومولد أو منبع (وحدة تغذية) للتيار المتناوب (AC)، يزود الدارة بالتيار المتناوب. إن خرج مولد لتيار متناوب هو عبارة عن شكل أو تابع جيبي ويتغير مع الزمن وفق العلاقة الآتية:

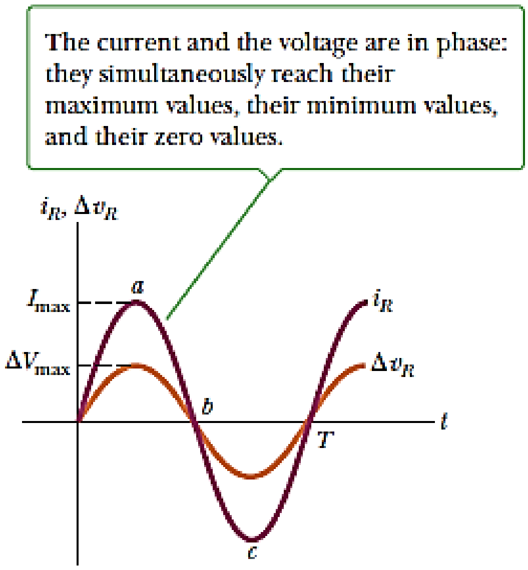
$$\Delta v = \Delta V_{max} \sin 2\pi ft \qquad (1)$$

حيث Δv الجهد اللحظي، ΔV_{max} الجهد الأعظمي للمولد AC، و f التردد الذي يتغير وفقه الجهد، ويُقاس بالهرتز (Hz). مقارنة بالمعلومات التي نعرفها فإن $\omega = 2\pi f$.



دارة تسلسلية مكونة من مقاومة موصولة مع مولد AC، الذي نرمز له بالمز:

لنعتبر أولاً دارة مكونة من مقاومة ومولد أو منبع للتيار المتناوب AC، كما هو موضح في الشكل المرفق. الشكل التالي يوضح تغير كل من التيار والجهد بتابعية الزمن المار بالمقاومة.



التمثيل البياني لتغير التيار والجهد بتابعية الزمن.

لشرح مفهوم التيار المتناوب، نبدأ بالحديث عن تغير التيار بتابعية الزمن، كما هو مبين في الشكل السابق. في النقطة a على المنحني، التيار يأخذ قيمة عظمى باتجاه واحد، وبشكل عشوائي نُطلق عليه اسم الاتجاه الموجب. بين النقطة a وb التيار يتناقص لحظي إلى القيمة صفر؛ وبعد ذلك يبدأ بالتزايد في الاتجاه المعاكس (الاتجاه السالب) بين النقطتين b و c. في النقطة c تصل قيمته إلى القيمة العظمى لكن بالاتجاه السالب.

إن سلوك التيار والجهد واحد حيث كل منهما يتغير بشكل مشابه مع الزمن. بما أن التيار والجهد يصلان إلى قيمهما العظمى بنفس الوقت أو نفس الزمن، نقول إنهما بنفس الطور. ونشير إلى أن القيمة الوسطى للتيار خلال دور واحد تساوي الصفر بسبب وجود نبضة موجبة ونبضة سالبة باتجاهين متعاكسين. ونشير أيضاً إلى أن اتجاه التيار ليس له تأثير على سلوك المقاومة في الدارة: إن تصادم بين الإلكترونات والذرات الثابتة في المقاومة يؤدي إلى تزايد درجة حرارة المقاومة بالنسبة لاتجاه التيار.

يمكننا أن نعبر عن ذلك كمياً بالقول إن معدل الطاقة المستهلكة في المقاومة، أي الاستطاعة تساوي P:

$$P = i^2R$$

حيث i التيار اللحظي في المقاومة. وبسبب مفعول الحرارة للتيار فهي تتناسب مع مربع التيار، أي أن اتجاه التيار ليس له تأثير على الاستطاعة، سواء كان التيار بالاتجاه الموجب أو السالب. وبسبب تأثر الحرارة فإن القيمة العظمى للتيار I_{max} في حالة التيار المتناوب **ليس نفسها** في حالة التيار المستمر.

إن أهمية الكمية في دارة التيار المتناوب هو أن القيمة الوسطى للتيار يُطلق عليها اسم (الجذر التربيعي للقيمة الوسطى – root mean square "rms"): الطاقة المستهلكة، في حالة التيار المستمر والمتناوب، في المقاومة تكون واحدة لها نفس القيمة. إيجاد القيمة الوسطى للتيار المتناوب i، الموصوف في الشكل المرفق، غير مُستخدم لأن القيمة الوسطى تساوي الصفر، بينما قيمة الـ rms تكون دوماً موجبة. ولإيجاد التيار rms ، يجب أولاً تربيع التيار، وبعد ذلك إيجاد قيمته الوسطى، وأخيراً أخذ الجزر التربيعي لهذه القيمة الوسطى. إذاً، بما أن i^2 يتغير كالمقدار $sin^2 2\pi f t$، فالقيمة الوسطى لـ i^2 تساوي $I_{max}^2/2$ ، كما هو موضح في الشكل المرفق. مع ذلك، فإن فالقيمة rms للتيار I_{rms} تتعلق بالقيمة العظمى للتيار المتناوب I_{max} وفق العلاقة:

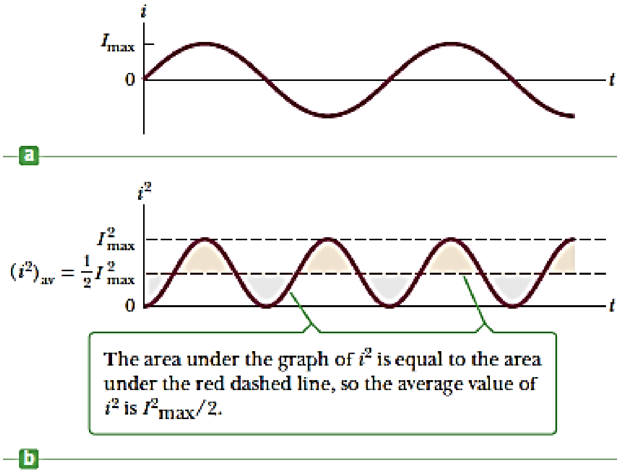
$$I_{rms} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707\ I_{max} \qquad (2)$$

وهذه العلاقة تقول إن التيار المتناوب التي قيمته العظمى تساوي $3A$ يُنتج أو يُعطي نفس التأثير الحراري في مقاومة في حالة تيار مستمر قيمته $(3/\sqrt{2})A$. ومنه، نستطيع القول إن الاستطاعة الوسطى المصروفة أو المستهلكة في مقاومة يمر بها تيار متناوب I تساوي:

$$P_{av} = I_{rms}^2 R$$

الجهود المتناوبة هي أيضاً من الأفضل أن نتحدث عنها بعبارة جهود الـ rms، والتي ترتبط بـ ΔV_{max} بعلاقة مشابهة للعلاقة (2) السابقة المتعلقة بالتيار:

$$\Delta V_{rms} = \frac{\Delta V_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707\ \Delta V_{max} \qquad (3)$$



(a) تمثيل التيار المار بالمقاومة بتابعية الزمن. (b) تمثيل بياني لمربع التيار في المقاومة بتابعية الزمن. وهذا يبين أن المساحة أو السطح لمربع التيار هي نفسها تحت الخط الأحمر المقطع، وهكذا فإن: $(i^2)_{av} = I_{max}^2/2$.

ونشير هنا إلى أن مقاييس التيار والجهد مصممة لقياس قيم الـ rms.

جدول يبين المصطلحات المستخدمة

	الجهد	التيار
القيمة اللحظية	Δv	i
القيمة العُظمى	ΔV_{max}	I_{max}
قيمة الـ rms	ΔV_{rms}	I_{rms}

لنعتبر دارة مؤلفة من مقاومة موصـولة على التسـلسـل ع مولد للتيار المتناوب. مقاومة تعيق التيار المتناوب للدارة، تعمل تماماً في حالة دارة لتيار مسـتمر. فإن قانون أوم مع ذلك يصـلح لدارة تيار متناوب، ويكون لدينا:

$$\Delta V_{R,rms} = I_{rms}R \qquad (4a)$$

الجهد rms الذي يمر في المقاومة يسـاوي التيار rms في دارة التيار المتناوب مضـروباً بالمقاومة. هذه المعادلة صحيحة أيضاً إذا استخدمت القيم العظمى للتيار وللجهد:

$$\Delta V_{R,max} = I_{max}R \qquad (4b)$$

سؤال سريع:

ما هو الوضع الصحيح من الأوضاع الآتية من أجل مقاومة موصولة على التسلسل مع منبع للتيار المتناوب؟(a) $P_{av} = 0 \; and \; i_{av} = 0$، (b) $P_{av} = 0 \; and \; i_{av} > 0$،
(c) $P_{av} > 0 \; and \; i_{av} = 0$، (d) $P_{av} > 0 \; and \; i_{av} > 0$.

الجواب: الخيار (c). الاستطاعة الوسطى تتناسب مع التيار rms الذي لا يساوي الصفر حتى لو كان التيار الوسطي يساوي الصفر. الحالة (a) هي فقط صالحة من أجل دارة مفتوحة، حيث يكون لدينا $R \to \infty$. الحلتان (b) و (d) لا يمكن أن يكونا أبداً صحيحتان لأن $i_{av} = 0$ من أجل التيار المتناوب.

مثال: (حساب قيمة التيار rms)

منبع جهد متناوب يُعطي $\Delta v = (2{,}00 \times 10^2 V)\sin 2\pi f t$. هذا المنبع موصول بمقاومة تساوي $1{,}00 \times 10^2 \Omega$. المطلوب إيجاد قيمة الجهد rms والتيار rms في المقاومة.

الحل:

نحصل على قيمة الجهد الأعظمية بمقارنة العبارة المُعطاة مع الشكل العام للعبارة:

$$\Delta v = \Delta V_{max}\sin 2\pi f t \qquad \Delta v = (2{,}00 \times 10^2 V)\sin 2\pi f t$$

فنجد أن:

$$\Delta V_{max} = 2{,}00 \times 10^2 V$$

بالاستبدال في العلاقة (3) نجد الـ rms لجهد المنبع:

$$\Delta V_{rms} = \frac{\Delta V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{2,00 \times 10^2 V}{\sqrt{2}} = 141\ V$$

وباستبدال النتيجة في قانون أوم نجد قيمة الـ rms للتيار:

$$I_{rms} = \frac{\Delta V_{rms}}{R} = \frac{141\ V}{1,00 \times 10^2 \Omega} = 1,41\ A$$

ملاحظة:

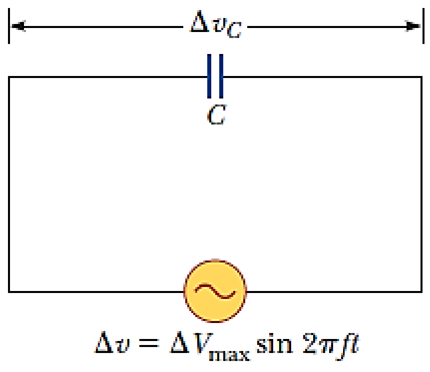
نشير هنا إلى أن مفهوم قيم الـ rms تسمح بمعاملة دارة تيار متناوب AC كمياً في كثير من الحالات بنفس طريقة دارة تيار مستمر DC.

سؤال: صح أم خطأ: قيمة الـ rms لتيار في دارة لتيار متناوب تهتز جيبياً مع الزمن. الجواب خطأ.

3) مكثفات في دارة تيار متناوب:

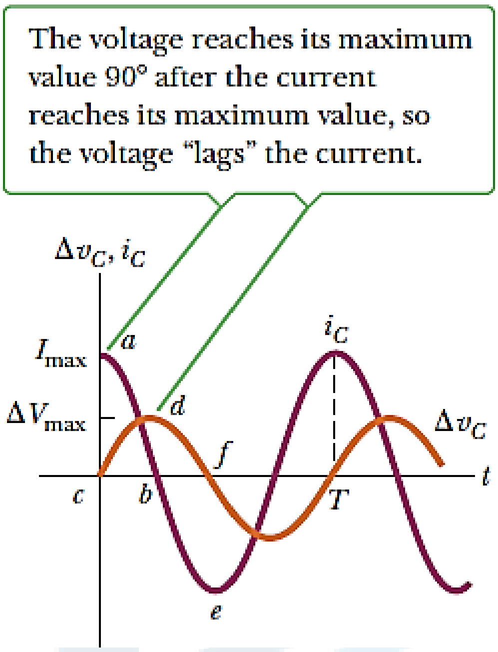
لفهم مفعول مكثفة في دارة تحتوي على منبع جهد متناوب، يجب أولاً أن نرى ماذا يحدث إذا كانت مكثفة في دارة تحتوي على منبع جهد مستمر، على سبيل المثال بطارية. عند غلق القاطعة في دارة تسلسلية تحتوي على بطارية، مقاومة، ومكثفة، حيث الشحنة البدائية على لبوسيها تساوي الصفر. حركة الشحنة عبر الدارة يكون نسبياً حر، ويوجد تيار كبير في الدارة. وعند تراكم أو تجمع العديد الكبير من الشحنات على المكثفة، الجهد المار يتزايد، يعاكس للتيار. بعد مجال زمني، يتعلق في الثابت الزمني RC، التيار يقترب من الصفر. وبالنتيجة، مكثفة في دارة تيار مستمر تحد أو تمنع التيار وهكذا فهو يقترب من الصفر بعد زمن قصير.

لنعتبر الآن دارة تسلسلية بسيطة مؤلفة من مكثفة موصولة بمولد للتيار المتناوب، كما هو مبين في الشكل المرفق.



دارة تسلسلية مكونة من مكثفة سعتها C ومولد تيار متناوب AC.

الشكل المرفق يوضح التمثيل البياني لتيار وجهد يمران بمكثفة، دارة تيار متناوب AC، بتابعية الزمن. إذاً في دارة تيار متناوب مكونة من مولد للتيار المتناوب ومكثفة الجهد "يتأخر أو يتخلف" عن التيار بزاوية قدرها 90 درجة. هذا يعني أن الجهد يصل لقيمته العظمى خلال ربع دور بعد وصول التيار لقيمته العظمى.



تمثيل بياني لتيار وجهد يمران بمكثفة بتابعية دارة تيار متناوب AC. الجهد المار بالمكثفة يصل لقيمته العظمى متأخراً عن التيار بزاوية قدرها 90 درجة، أي بعد وصول التيار لقيمته العظمى، وهكذا فالجهد "يتخلف أو يتأخر" عن التيار.

إن تأثير ممانعة المكثفة في دارة تيار متناوب يُعطى بما يُسمى ب "الردية السعوية – capacitive reactance" ويُرمز لها بالرمز X_C والمعرفة بالعلاقة الآتية:

$$\boldsymbol{X_C \equiv \frac{1}{2\pi f C}} \qquad (5)$$

وقيمة الجهد rms والتيار rms الماران في المكثفة يتعلاقان ببعضهما وفق العلاقة:

$$\boldsymbol{\Delta V_{C,rms} = I_{rms} X_C} \qquad (6)$$

مثال: (دارة تحتوي فقط على مكثفة ومولد للتيار المتناوب)

مكثفة سعتها $800\ \mu F$ موصولة على التسلسل مع مولد لتيار متناوب حيث قيمة الـ rms للجهد تساوي $1{,}50 \times 10^2\ V$، وتردد يساوي $60{,}0\ \text{Hz}$. المطلوب حساب السعة الردية للمكثفة وقيمة الـ rms للتيار.

الحل:

بتبديل قيم كل من التردد وسعة المكثفة في العلاقة (5) نجد:

$$X_C \equiv \frac{1}{2\pi f C} \equiv \frac{1}{2\pi(60{,}0\ Hz)(8{,}00 \times 10^{-6} F\ )} = 332\ \Omega$$

وبحل المعادلة (6) من أجل التيار، وتبديل قيم كل من X_C وقيمة الـ rms للجهد نجد أن قيمة الـ rms للتيار تساوي:

$$I_{rms} = \frac{\Delta V_{C,rms}}{X_C} = \frac{1{,}50 \times 10^2\ V}{332\ \Omega} = 0{,}452\ A$$

4) وشائع في دارة تيار متناوب:

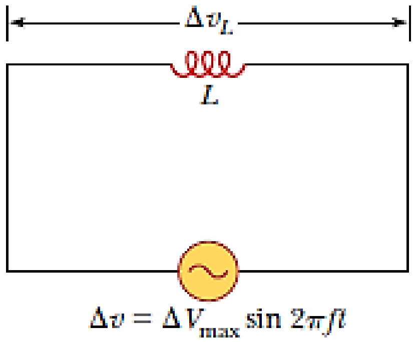
في دارة تيار متناوب مؤلفة من مولد ووشيعة، الجهد يتقدم على التيار بزاوية قدرها 90 درجة. هذا يعني أن الجهد يصل لقيمته العظمى قبل أن يصل التيار لقيمته العظمى بربع دور.

في الحقيقة إن لسلك الوشيعة مقاومة، ولكن نهمله هنا. إن تغير تيار خرج المولد ينتج قوة محركة ردية emf يُعرقل سير التيار في الدارة. إن قيمة الـ emf تساوي:

$$\Delta v_L = L\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad (7)$$

إن الممانعة الفعلية (المقاومة الفعلية) لملف أو لوشيعة في دارة تيار متناوب تقيس كمية يُطلق عليها اسم "الردية التحريضية – inductive reactance"، ويُرمز لها بالرمز X_L والمعرفة بالعلاقة الآتية:

$$X_L \equiv 2\pi f L \qquad (8)$$



دارة تسلسلية مكونة من وشيعة قيمتها التحريضية L ومولد تيار متناوب AC.

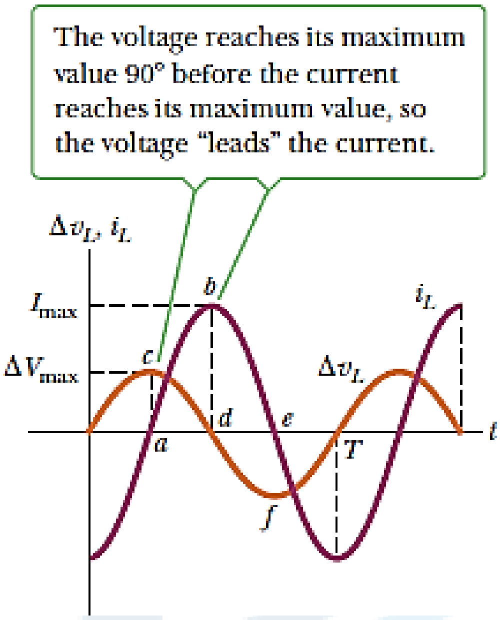
عندما نُقدر التردد بالهرتز فإن L تُقدر بالهنري، إن واحدة X_L هي الأوم. إن الردية التحريضية تتزايد مع ازدياد التردد وازدياد القيمة التحريضية للوشيعة. وما يحدث في حالة مكثفة هو العكس، حيث عند تزايد التردد أو السعة، فالردية السعوية تتناقص.

لفهم معنى الردية التحريضية، لنقارن المعادلتين (7) و (8). أولاً، نجد أن الردية التحريضية تتعلق بالقيمة التحريضية للوشيعة L، وهذا منطقي بسبب أن الـ emf (المعادلة 7) أكبر من أجل قيم L. ثانياً، نلاحظ أن الردية التحريضية تتعلق بالتردد f. وهذا الارتباط، هو منطقي لأن الـ emf تتعلق بـ $\Delta I/\Delta t$، وهي كمية أكبر عندما يتغير التيار بسرعة، كما أن يجب أن يكون بالنسبة للترددات العالية.

عند تعريف الردية التحريضية بهذا الشكل، يمكننا أن نكتب معادلة لها نفس شكل قانون أوم للجهد المار بالوشيعة أو المُحرض الملف:

$$\Delta V_{L,rms} = I_{rms} X_L \qquad (9)$$

حيث إن $\Delta V_{L,rms}$ و I_{rms} قيمة كل الـ rms للجهد وللتيار المارين بالوشيعة على التوالي.



تمثيل بياني لتيار وجهد يمران بوشيعة بتابعية دارة تيار متناوب AC. الجهد المار بالوشيعة يصل لقيمته العظمى متقدماً (قبل) على التيار بزاوية قدرها 90 درجة، أي يصل الجهد لقيمته العظمى ومن ثم التيار، وهكذا فالجهد "يتقدم" على التيار.

مثال: (دارة تحتوي على وشيعة موصولة على التسلسل مع مولد للتيار المتناوب)

دارة تيار متناوب تحتوي وشيعة صرفة قيمتها $L = 25,0\ mH$، ومنبع للجهد قيمته الـ rms تساوي $1,50 \times 10^2 V$. المطلوب إيجاد الردية التحريضية والتيار rms إذا كان التردد يساوي $60\ Hz$.

<u>الحل:</u>

بتبديل قيمة L والتردد f في العلاقة (8) نحصل على الردية التحريضية:

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi(60\ s^{-1})(25,0 \times 10^{-3}\ H) = 9,42\ \Omega$$

وبحل المعادلة (9) من أجل قيمة التيار rms والتبديل نجد:

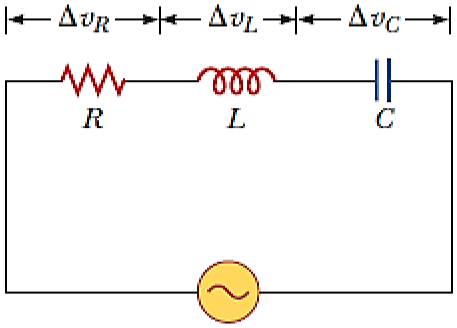
$$I_{rms} = \frac{\Delta V_{L,rms}}{X_L} = \frac{1,50 \times 10^2 V}{9,42\ \Omega} = 15,9\ A$$

5) مقاومة R ومكثفة C ووشيعة L في دارة تسلسلية:

في المقاطع السابقة تفحصنا تأثيرات كل من المحرض (وشيعة)، مكثفة، ومقاومة بشكل منفصل عن بعضهما وموصولين مع مولد للجهد المتناوب. الآن سنرى ماذا سيحدث عند وصل هذه العناصر على التسلسل مع بعضها مع مولد للجهد المتناوب.

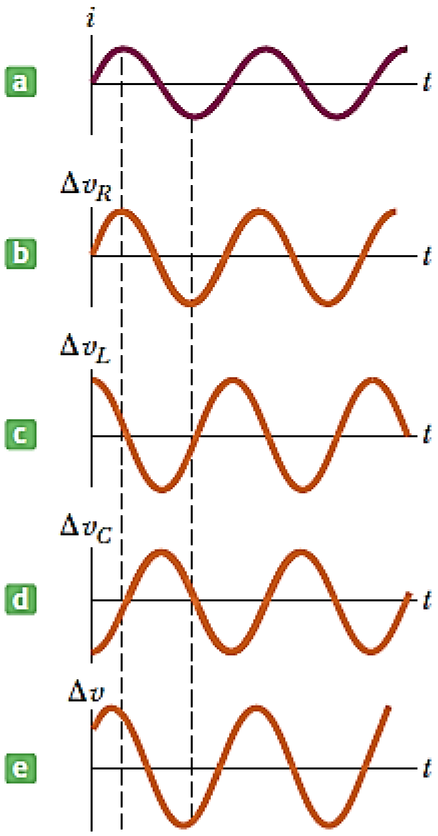
لنعتبر الدارة الموضحة في الشكل المرفق حيث تحتوي على مقاومة، وشيعة، ومكثفة موصولين على التسلسل مع منبع للتيار المتناوب يُعطي جهد كلي Δv لحظي. إن التيار في الدارة واحد في كل من نقاطها في أي لحظة ويتغير بشكل جيبي مع الزمن، كما هو مبين في الشكل المرفق، الحالة (a). ويمكن التعبير عن التيار الجيبي بالعلاقة الآتية:

$$i = I_{max} \sin 2\pi\ ft$$



دارة تسلسلية تحتوي مولد لمنع تيار متناوب، مقاومة، مكثفة، ووشيعة.

رأينا سابقاً أن الجهد المار بكل عنصر يمكن أن يكون أو لا يكون في نفس الطور مع التيار. إن الجهود اللحظية المارة في العناصر الثلاثة، موضحة في الشكل المرفق، حيث علاقات الطور مع التيار اللحظي موضحة أيضاً:



(a) إن التيار هو نفسه في كل نقطة من نقاط الدارة، وهو يتغير بشكل جيبي مع الزمن.

(b) إن الجهد اللحظي Δv_R المار بالمقاومة له نفس طور التيار اللحظي.

(c) إن الجهد اللحظي Δv_L المار بالوشيعة يتقدم بالطور بزاوية قدرها 90 درجة عن التيار اللحظي.

(d) إن الجهد اللحظي Δv_C المار بالمكثفة يتأخر بالطور بزاوية قدرها 90 درجة عن التيار اللحظي.

(e) الجهد اللحظي Δv المطبق في الدارة يساوي لمجموع الجهود اللحظية المارة في العناصر الثلاثة بشكل منفصل:

$$\Delta v = \Delta v_R + \Delta v_L + \Delta v_C$$

العلاقات بين الأطوار في دارة تسلسلية $\boldsymbol{RLC}$.

إن الجهد اللحظي Δv المطبق بالمنبع المتناوب يساوي لمجموع الجهود التي تمر في العناصر بشكل منفصل:

$$\Delta v = \Delta v_R + \Delta v_L + \Delta v_C$$

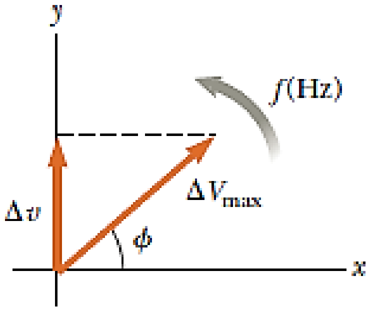
وهذا يعني، مع ذلك، أن الجهود المقاســة بمقياس الجهد المتناوب المار عبر المقاومة، المكثفة، والوشــيعة هي مجموع الجهد المقاس. في الواقع، إن الجهود المقاســة لا تســاوي جهد المنبع المقاس لأن الجهود المارة عبر المقاومة، المكثفة، والوشيعة جميعها مختلفة في الأطوار.

للكي نأخذ بالحســبان اختلاف الأطوار في هبوط الجهد (اختلاف قيم الجهد)، نســتخدم تقنية الأشعة. نمثل الجهد المار في كل عنصر مع دوران الشعاع، كما هو مبين في الشكل المرفق. دوران الأشعة يشير إلى اختلاف الطور، والمخطط يُسمى بالـــ "مخطط الأطوار – phasor diagram". إن هذا المخطط الخاص يُمثل جهد دارة مُعطى بالعلاقة الآتية:

$$\Delta v = \Delta V_{max} \sin(2\pi\, ft + \phi)$$

حيث ΔV_{max} هي القيمة العظمى للجهد (قيمة طويلة شــعاع الدوران للطور)، و ϕ الزاوية بين شــعاع الطور والاتجاه الموجب للمحور x عندما $t = 0$. والطور يُمكن أن يُنظر له كشعاع قيمته ΔV_{max} يدور بتردد ثابت، وهكذا يكون مســقطه على طول المحور x يُمثل الجهد اللحظي في الدارة. بما أن ϕ هي زاوية الطور بين الجهد التيار في الدارة، فإن فرق الطور للتيار (كما هو مبين في الجدول المرفق) يربط الطول الموجب للمحور x عندما $t = 0$، ويُعبر عنه بالعلاقة الآتية:

$$i = I_{max} \sin(2\pi\, ft)$$



مخطط يبين مفهوم الطور للجهد في دارة لتيار متناوب، حيث ϕ هو الطور بين الجهد والتيار، و Δv هو الجهد اللحظي.

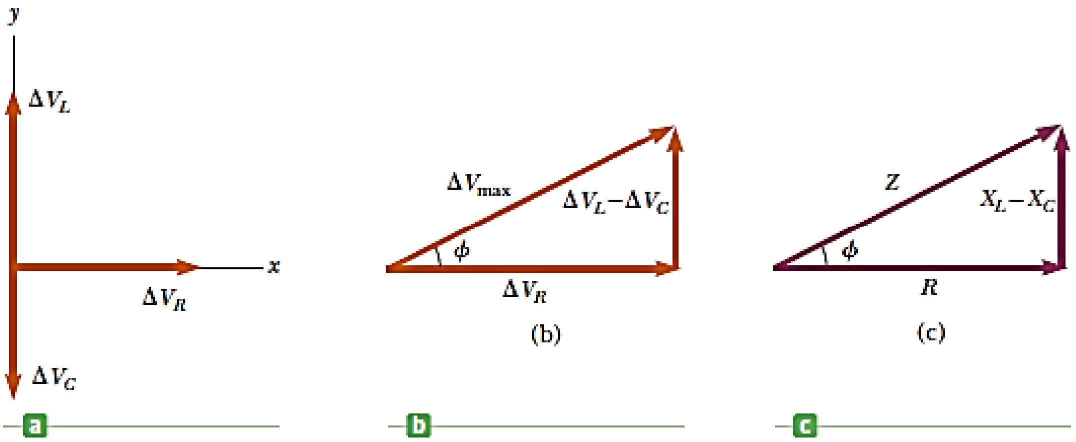
إن الشــكل المرفق مفيد جداً يبين آلية التحليل والتمثيل الشــعاعي لتغير الطور لدارة تســلســلية تحتوي RLC. إن الجهود والتيار لهما نفس الطور وممثلان بأشــعة على طول الاتجاه الموجب للمحور x، والجهود والتيار مختلفا الطور عندما يكونا باتجاهات مختلفة. عندما يكون ΔV_R أفقي وإلى اليمين يكون له نفس طور التيار. وبالعكس، إذا كان ΔV_L ممثل على طول الاتجاه الموجب للمحور y يكون متقدم على التيار بزاوية قدرها 90 درجة. وأخيراً، إذا كان ΔV_C ممثل وفق الاتجاه الســالب المحور y يكون متأخر عن التيار بزاوية قدرها 90 درجة. وإذا جُمعت الأطوار كمقادير شــعاعية فيجب أن نأخذ بالاعتبار فرق الأطوار للجهود المارة في المقاومة، الوشيعة، والمكثفة، كما موضح في الحالة (a) من الشكل المرفق، الذي يبين فقط المركبة وفق المحور x للجهد ΔV_R، والمركبة الصافية وفق المحور y لـ $\Delta V_L - \Delta V_C$. والآن نجمع الأطوار شــعاعياً لإيجاد فرق الطور ΔV_{max}، كما هو مبين في الحالة (b) من الشــكل المرفق، الذي يُمثل الجهد

الأعظمي. إن المثلث القائم، الحالة (b) في الشـــكل المرفق، يُعطي المعادلات الآتية من أجل الجهـد الأعظمي وزاوية الطور ϕ بين الجهد الأعظمي والتيار:

$$\Delta V_{max} = \sqrt{\Delta V_R^{\,2} + (\Delta V_L - \Delta V_C)^2} \qquad (10)$$

$$\tan\phi = \frac{\Delta V_L - \Delta V_C}{\Delta V_R} \qquad (11)$$

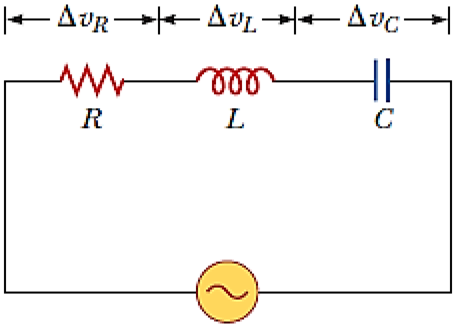
في هذه المعادلات، كل الجهود تكون قيمها عُظمى. ونحن اخترنا اسـتخدام القيم العظمى للجهود في تحليلنا، حيث المعادلات السابقة تُطبق بالتساوي من أجل قيم الـ rms للجهود ـ لأن المقدارين أو الكميتين مرتبطان ببعضـــهما البعض بنفس العامل (الهندســي) من أجل عناصـــر الدارة. إن القيمة العُظمى للتيار ΔV_{max} تُعطى بالعلاقة رقم (10) حيث تكون، في الواقع، الجهود المارة في المقاومة، في الوشـــيعة، وفي المكثفة ليس لها نفس الطور (أطوارها مختلفة)، حيث لا يمكننا تبسيط الجمع للحصول على الجهد المار في الدارة المحتوية على تشكيل من العناصر أو للحصول على منبع الجهد.



(a) مخطط يوضح مفهوم الطور من أجل دارة RLC. (b) إضافة إلى اختلاف الطور فإن الطور مُعطى للجهد بالعلاقة: $\Delta V_{max} = \sqrt{\Delta V_R^{\,2} + (\Delta V_L - \Delta V_C)^2}$. (c) إن مثلث الردية يُعطي المقاومة الكلية: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$.

سؤال سريع:

من أجل المعطاة في الشـــكل المرفق، الجهد اللحظي للمنبع يســـاوي: (1) مجموع القيم العظمى للجهود المارة في العناصر. (2) مجموع القيم اللحظية للجهود المارة في العناصر. (3) مجموع قيم الـــ rms للجهود المارة في العناصر.



دارة تسلسلية تحتوي مولد لمنع تيار متناوب، مقاومة، مكثفة، ووشيعة.

الجواب:

الخيار هو (2). إن الخيارين (1) و (3) غير صحيحين لأن الجهود ليست على استقامة واحدة أي ليس لها نفس الطور، وهكذا يمكننا تبسيط الجمع بجمع القيم العظمى أو (قيم الـ rms) للجهود المارة بالعناصر. بتعبير آخر، فإن $\Delta V \neq \Delta V_R + \Delta V_L + \Delta V_C$، وحتى أن $\Delta v = \Delta v_R + \Delta v_L + \Delta v_C$.

يمكننا كتابة العلاقة (10) انطلاقاً من قانون أوم، باستخدام العلاقات:

$$\Delta V_R = I_{max}R \quad \& \quad \Delta V_L = I_{max}X_L \quad \& \quad \Delta V_C = I_{max}X_C$$

حيث I_{max} قيمة التيار الأعظمية في الدارة:

$$\Delta V_{max} = I_{max}\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (12)$$

ومن المصطلح أن نعرف عامل يُسمى بممانعة الدارة وفق العلاقة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (13)$$

ومن العلاقة (12) نكتب أن:

$$\Delta V_{max} = I_{max}Z \qquad (14)$$

والمعادلة (14) هي شكل من أشكال قانون أوم $\Delta V = IR$، حيث R تستبدل بالممانعة وتقدر بالأوم. فعلاً، فإن المعادلة (14) يمكن أن ننظر لها كشكل من أشكال أوم تُطبق على دارة تيار متناوب تسلسلية. إن كلاً من الممانعة والتيار في دارة تيار متناوب يتعلقان بالمقاومة، بالتحريضية (الوشيعة)، والسعة (المكثفة)، والتردد (لأن الردية والتواتر مرتبطان ببعضهما).

من المفيد تمثيل الممانعة Z مع المخطط الشعاعي كما مبين في الحالة (c) من الشكل ما قبل السابق. يتركب المثلث القائم من الجهة اليمينية $(X_L - X_C)$، القاعدة R، والوتر Z. بتطبيق نظرية فيثاغوروث على المثلث، نجد أن:

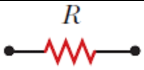
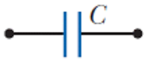
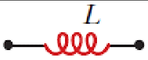
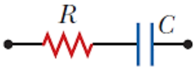
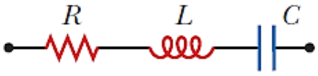
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

وما هي إلا المعادلة رقم (13). إضافة لذلك، نرى من المخطط الشعاعي كما مبين في الحالة (c) من الشكل ما قبل السابق أن زاوية الطور بين التيار والجهد تُعطى بالعلاقة:

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad (15)$$

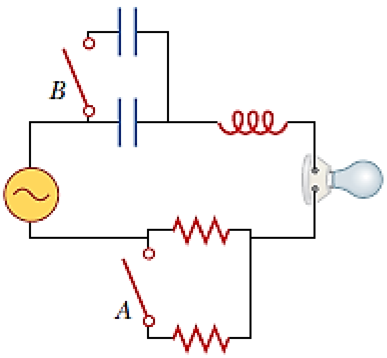
حيث المعنى الفيزيائي لزاوية الطور يصبح ظاهراً، أي أكثر وضوحاً. ونُعطي في الجدول المرفق قيم الممانعات وزوايا الطور لتشكيلات متنوعة لعناصر دارة تيار متناوب.

قيم الممانعات وزوايا الطور لتشكيلات متنوعة لعناصر دارة تيار متناوب.

عناصر الدارة	الممانعة	زاوية الطور
Circuit Elements	**Impedance**	**Phase Angle**
	R	0^o
	X_C	-90^o
	X_L	$+90^o$
	$\sqrt{R^2 + (X_C)^2}$	سالبة بين 0^o و -90^o
	$\sqrt{R^2 + (X_L)^2}$	موجبة بين 0^o و $+90^o$
	$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	سالب إذا كان $X_C > X_L$ سالب إذا كان $X_C < X_L$
نُطبق في كل حالة جهد متناوب (غير مُشار إليه في الدارات) يمر عبر عناصر الدارة، عبر النقط.		

<u>أسئلة سريعة:</u>

ليكن لدينا الشكل التالي:



شكل بخصوص الأسئلة السريعة

السؤال الأول:

بفرض أن القاطعة مغلقة وفق الشكل السابق، ماذا يحدث لممانعة الدارة؟ (1) تتزايد، (2) تتناقص، (3) لا يحدث لها شيء.

الجواب: الخيار (b). بغلق القاطعة A يتم استبدال المقاومة الفريدة بمقاومتين على التوازي. المقاومة المكافئة لهما تكون أقل دوماً من أصغرهما، أي أن المقاومة الكلية للدارة تتناقص، ومنه فإن ممانعة الدارة تساوي: $Z = \sqrt{R_{total}^2 + (X_L - X_C)^2}$، وهي تتناقص.

السؤال الثاني:

بفرض أن $X_L > X_C$ القاطعة مغلقة وفق الشكل السابق، ماذا يحدث لزاوية الطور؟ (1) تتزايد، (2) تتناقص، (3) لا يحدث لها شيء.

الجواب: الخيار (a). بغلق القاطعة A يتم استبدال المقاومة الفريدة بمقاومتين على التوازي. المقاومة المكافئة لهما تكون أقل دوماً من أصغرهما، أي أن المقاومة الكلية للدارة تتناقص، ومنه فإن زاوية الطور تساوي: $\phi = tan^{-1}[(X_L - X_C)/R]$، وهي تتزايد.

السؤال الثالث:

بفرض أن $X_L > X_C$ القاطعة A مفتوحة بينما القاطعة B مغلقة، وفق الشكل السابق، ماذا يحدث لزاوية الطور؟ (1) تتزايد، (2) تتناقص، (3) لا يحدث لها شيء.

الجواب: الخيار (a). بغلق القاطعة B نستبدل المكثفة بمكثفتين على التوازي. المكثفة المكافئة لهما أكبر من أي منهما، وبالتالي السعة تتزايد، وهذا يؤدي إلى تناقص الردية السعوية: $X_C = 1/2\pi fC$. ومنه فإن الردية النهائية: $X_L - X_C$، تتزايد مؤدية إلى تزايد زاوية الطور: $\phi = tan^{-1}[(X_L - X_C)/R]$.

السؤال الرابع:

بفرض أن $X_L > X_C$ القاطعتان مفتوحتان، ونُدخل قطعة من الحديد داخل الوشيعة (المحرض)، وفق الشكل السابق، أثناء هذه العملية، ماذا يحدث لإضاءة المصباح؟ (1) تتزايد، (2) تتناقص، (3) لا يحدث لها شيء.

الجواب: الخيار (b). بإدخال قطعة الحديد بقلب الوشيعة يزيد كل من التحريض الذاتي والردية التحريضية. وهذا يعني أن، $X_L - X_C$، والممانعة $Z = \sqrt{R_{total}^2 + (X_L - X_C)^2}$، يتزايدان، بسبب التيار، ومنه فإن إضاءة المصباح تتناقص.

<u>ملاحظة</u>: خطوات عملية لحل مسائل دارة تسلسلية *RLC*:

1) احسب الردية التحريضية والسعوية، أي X_L و X_C.
2) استخدم كل من X_L و X_C سوية مع المقاومة R لحساب الممانعة Z للدارة.

3) أوجد القيمة العظمى للتيار أو هبوط الجهد الأعظمي باستخدام القانون المكافئ لقانون أوم: $\Delta V_{max} = I_{max}Z$.

4) احسب هبوط الجهد عبر كل عنصر من عناصر الدارة مع التغيرات الموافقة لقانون أوم: $\Delta V_{R,max} = I_{max}R$، $\Delta V_{L,max} = I_{max}X_L$، و $\Delta V_{C,max} = I_{max}X_C$.

5) احسب فرق الطور باستخدام العلاقة: $\tan\phi = [(X_L - X_C)/R]$.

مثال: (دراسة دارة RLC تسلسلية)

ليكن لدينا دارة تسلسلية مؤلفة من: مقاومة $R = 2{,}50 \times 10^2\Omega$، وشيعة $L = 0{,}6000\ H$ ، ومكثفة $C = 3{,}50\ \mu F$ ، موصولة بمنبع للتيار المتناوب: تردد $f = 60{,}0\ Hz$، والقيمة العظمى للجهد تساوي $\Delta V_{max} = 1{,}50 \times 10^2 \mathrm{V}$. المطلوب إيجاد: (1) ممانعة الدارة، (2) التيار الأعظمي المار بالدارة، (3) زاوية الطور، (4) الجهود الأعظمية المارة بكل عنصر.

الحل:

(1) ممانعة الدارة:

نحسب أولاً الردية التحريضية والسعوية:

$$X_L = 2\pi f L = 226\ \Omega \quad \& \quad X_C = \frac{1}{2\pi f C} = 758\ \Omega$$

وبتبديل النتائج والمقاومة بالمعادلة (13) نحصل على ممانعة الدارة:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(2{,}50 \times 10^2\Omega)^2 + (226\ \Omega - 758\ \Omega)^2} = 588\ \Omega$$

(2) التيار الأعظمي المار بالدارة:

باستخدام العلاقة (12)، العلاقة المكافئة لقانون أوم، نجد قيمة التيار الأعظمي:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{L,max}}{Z} = \frac{1{,}50 \times 10^2 \mathrm{V}}{588\ \Omega} = 0{,}255\ A$$

(3) زاوية الطور:

لحساب زاوية اطور نستخدم العلاقة (15) فنجد:

$$\tan\phi = [(X_L - X_C)/R] \rightarrow \phi = tan^{-1}[(X_L - X_C)/R]$$
$$= tan^{-1}\left[\frac{(226\ \Omega - 758\ \Omega)}{2{,}50 \times 10^2\Omega}\right] = -64{,}8^o$$

(4) الجهود الأعظمية المارة بكل عنصر:

نستبدل في قانون أوم من أجل كل عنصر من عناصر الدارة:

$$\Delta V_{R,max} = I_{max}R = (0{,}255\ A)(2{,}50 \times 10^2\Omega) = 63{,}8\ \mathrm{V}$$
$$\Delta V_{L,max} = I_{max}X_L = (0{,}255\ A)(2{,}26 \times 10^2\Omega) = 57{,}6\ \mathrm{V}$$
$$\Delta V_{C,max} = I_{max}X_C = (0{,}255\ A)(7{,}58 \times 10^2\Omega) = 193\ \mathrm{V}$$

ملاحظات:

بما أن الدارة أكثر سعوية منها تحريضية $(X_C > X_L)$، فزاوية الطور ϕ سالبة. والقيمة السالبة لزاوية الطور تعني أن التيار يتقدم على الجهد المطبق. ونشير هنا إلى أن مجموع الجهود الأعظمية المارة في العناصر تساوي: $\Delta V_{R,max} + \Delta V_{L,max} + \Delta V_{C,max} \cong 315\ V$. وهذه القيمة أكبر بكثير من جهد المولد أو منبع التغذية $150\ V$. وكما رأينا سابقاً، فالقيمة العظمى للجهد ليس لها معنى لأن الجهود المتناوبة تُجمع، حيث أن قيمها وزوايا طورها يجب أن تؤخذ بالحسبان. نعلم أن الجهود العظمى المارة في كل تحدث أو تظهر في أزمنة مختلفة، وهكذا فإن جمعها لا يعطي معنى. إن الطريقة الصحيحة "لجمع" الجهود هي استخدام العلاقة (10).

سؤال: (خطأ أم صح)

في دارة تسلسلية RLC، الممانعة يجب أن تكون أكبر أو تساوي المقاومة. **(صح)**.

6) الاستطاعة في دارة تيار مستمر:

ليس هناك من استطاعة ضائعة (طاقة ضائعة) في دارات التيار المتناوب تحتوي فقط على مكثفات ووشائع. مكثفة صافية، بالتعريف، ليس لها لا مقاومة ولا تحريضية، في حين وشيعة صافية ليس لها لا مقاومة ولا سعة. هذه التعاريف مثالية: في مكثفة واقعية، على سبيل المثال، هناك مفاعيل تحريضية يمكن أن تصبح مهمة في الترددات العالية. سنبدأ بتحليل الاستطاعة المصروفة (المستهلكة) في دارة تيار متناوب تحتوي فقط على مولد ومكثفة.

عندما يزداد التيار في اتجاه في دارة للتيار المتناوب، تتجمع الشحنة في المكثفة (على اللبوس) ويظهر هبوط في الجهد يمر بها، أو يعبرها. عندما يصل الجهد إلى قيمته العظمى، الطاقة المخزنة في المكثفة (في سعة المكثفة) تساوي:

$$PE_C = \frac{1}{2}C(\Delta V_{max})^2$$

وهذه الطاقة المخزنة هي فقط لحظية، مع ذلك، عند انعكاس اتجاه التيار، الشحنة تغادر المكثفة (اللبوس) وتعود إلى منبع الجهد. خلال نصف دورة المكثفة تبدأ بالشحن، وخلال النصف الآخر الشحنة تبدأ بالعودة إلى منبع الجهد. إذاً، الاستطاعة الوسطى أو الوسطية التي يُقدمها المنبع تكون مساوية للصفر. بتعبير آخر، ليس هناك من استطاعة ضائعة في دارة للتيار المتناوب تحتوي مكثفة.

بشكل مشابه، يجب على المنبع العمل عكس القوة المحركة الردية أو الخلفية emf للمحرض (للوشيعة) التي تحمل تيار (تولد تيار). عندما يصل التيار إلى قيمته العظمى، الطاقة المخزنة في المحرض (الوشيعة) تكون عظمى وتُعطى بالعلاقة التالية:

$$PE_L = \frac{1}{2}LI_{max}^2$$

وعندما يبدأ التيار بالتناقص في الدارة، فهذه الطاقة المخزنة تعود للمنبع كما أن المحرض يحاول الحفاظ على التيار في الدارة. الاستطاعة الوسطى P_{av} المقدمة للمقاومة في دارة RLC تكون:

$$\boldsymbol{P_{av} = RI_{max}^2} \qquad (16)$$

الاستطاعة الوسطى المقدمة للمقاومة بواسطة المنبع تتحول إلى طاقة داخلية في المقاومة. إذاً، ليس هناك من استطاعة ضائعة في مكثفة مثالية ولا في وشيعة مثالية (محرض مثالي).

هناك علاقة بديلة للاستطاعة الوسطى الضائعة من دارى للتيار المتناوب يمكن إيجادها باستبدال (من قانون أوم) $R = \Delta V_{R,rms}/I_{rms}$ في العلاقة (16) فنجد:

$$P_{av} = I_{rms}\, \Delta V_{R,rms}$$

وإنه من المصطلح عليه الرجوع لجهد المثلث الذي يوضح العلاقة بين ΔV_{rms}، $\Delta V_{R,rms}$ و $(\Delta V_{L,rms} - \Delta V_{C,rms})$، كما هو مبين في الحالة (b) من الشكل (؟؟) حيث نطبق القيمة العظمى وقيمة الـ rms للجهود. من تلك الشكل، نرى أن هبوط الجهد عبر المقاومة يمكن أن يُكتب بعبارة (بتابعية جهد المنبع، ΔV_{rms}:

$$\Delta V_{R,rms} = \Delta V_{rms} \cos\phi$$

ومنه، الاستطاعة الوسطى المقدمة من المنبع في دارة التيار المتناوب تساوي:

$$\boldsymbol{P_{av} = I_{rms}\Delta V_{rms} \cos\phi} \qquad (17)$$

حيث يُطلق على الكمية $\cos\phi$ اسم "عامل الاستطاعة – power factor".

تُبين المعادلة (17) أن الاستطاعة المقدمة من قبل المنبع (المولد) المتناوب لأي دارة يتعلق بفرق الطور بين جهد المنبع والتيار الناتج. إن لهذا العديد من التطبيقات الهامة. على سبيل المثال، المصانع غالباً ما تستخدم في الآلات محركات كبيرة، مولدات، ومحولات التي تملك حمل تحريضي كبير سببه كثرة الأسلاك الملفوفة. لتقديم استطاعة كبيرة لمثل تلك الأجهزة والأدوات ودون اللجوء لاستخدام جهود عالية (مرتفعة)، يتم إدخال مكثفات (سعات) في الدارات لتغيير الطور. بتعبير آخر، تغيير الطور يسمح بتقديم استطاعة أكبر.

مثال: (استطاعة وسطى في دارة RLC تسلسلية)

لفهم مفهوم الاستطاعة في في دارات تسلسلية RLC، سنحسب الاستطاعة الوسطى المقدمة لدارة تسلسلية RLC مؤلفة من: مقاومة $R = 2{,}50 \times 10^2 \Omega$. وشيعة $L = 0{,}6000\ H$ ، ومكثفة $C = 3{,}50\ \mu F$ ، موصولة بمنبع للتيار المتناوب: تردد $f = 60{,}0\ Hz$، والقيمة العظمى للجهد تساوي $\Delta V_{max} = 1{,}50 \times 10^2 \text{V}$.

<u>**الحل:**</u>

باستخدام العلاقة (12)، العلاقة المكافئة لقانون أوم، نجد قيمة التيار الأعظمي:

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{L,max}}{Z} = \frac{1{,}50 \times 10^2 \text{V}}{588\ \Omega} = 0{,}255\ A$$

ومن ثم نحسب قيمة الـ rms لكل من التيار والجهد وفق العلاقات السابقة:

$$I_{rms} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}255\ A}{\sqrt{2}} = 0{,}180\ A$$

$$\Delta V_{rms} = \frac{\Delta V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1{,}50 \times 10^2 \mathrm{V}}{\sqrt{2}} = 106\ V$$

ولحساب زاوية الطور نستخدم العلاقة (15) فنجد:

$$\tan\phi = [(X_L - X_C)/R] \rightarrow \phi = tan^{-1}[(X_L - X_C)/R]$$

$$= tan^{-1}\left[\frac{(226\ \Omega - 758\ \Omega)}{2{,}50 \times 10^2 \Omega}\right] = -64,8^o$$

وبتبديل هذه النتائج في العلاقة (17) نجد الاستطاعة الوسطى:

$$P_{av} = I_{rms}\Delta V_{rms}\cos\phi = (0{,}180\ A)(106\ V)\cos(-64,8^o) = 8{,}12\ W$$

ملاحظة:

نشير هنا إلى أنه يمكن الحصول على نفس النتيجة باستخدام العلاقة (16):

$$P_{av} = RI_{rms}^2 = (2{,}50 \times 10^2 \Omega)(0{,}180\ A)^2 = 8{,}12 W$$

سؤال:

تحت أي ظروف يمكن أن تكون الاستطاعة الوسطى في دارة تسلسلية RLC تساوي الصفر؟

7) دارة طنين تسلسلية $\boldsymbol{RLC}$:

بشكل عام، إن قيمة الـ rms للتيار في دارة تسلسلية RLC يمكن أن يُكتب بالشكل الآتي:

$$\boldsymbol{I_{rms} = \frac{\Delta V_{rms}}{Z} = \frac{\Delta V_{rms}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}} \qquad \textbf{(18)}$$

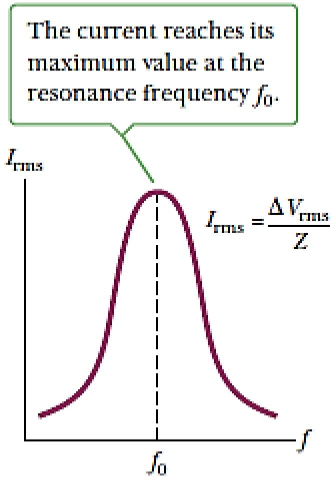
من هذه المعادلة نرى أن التردد متغير، والتيار يأخذ **قيمة عظمى** عندما تأخذ الممانعة **قيمتها الصغرى أو الدنيا**. وهذا يحدث أو يحصل عندما: $X_L - X_C$. في مثل هذه الظروف، فإن ممانعة الدارة تُختصر إلى $Z = R$. والتردد في تلك الحالة، نرمز له بـ f_0، ونُطلق عليه اسم "التردد الطنيني – resonance frequency" للدارة. ولإيجاد قيمة f_0، نضع المساواة $X_L = X_C$، التي تُعطي، من المعادلتين (5) و (8) ما يلي:

$$2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C}$$

$$\boldsymbol{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}} \qquad \textbf{(19)}$$

إن الشكل (؟؟؟) يمثل تغير التيار بتابعية التردد من أجل دارة تحتوي على قيم ثابتة لكل من المكثفة (السعة) والوشيعة (التحريضية). ومن المعادلة (18) يجب أن نستنتج أن التيار يجب أن يصبح

لانهائي عند الطنين أي من أجل $R = 0$. إضـافة إلى أن المعادلة (18) تتوقع هذه النتيجة، وإن الدارات الحقيقية (الواقعية) لها دوماً مقاومة (ولو قيمة صغيرة)، هي التي تحد من قيمة التيار.



تمثيل بياني لسعة (لقيمة) التيار في دارة تسلسلية RLC بتابعية تردد جهد المنبع (المولد).

تطبيق: (الدارة المؤالفة (التوليف) للراديو – The tuning circuit of a radio)

إن دارة توليف الراديو هي من أهم التطبيقات لدارة الطنين التسلسلية. تولف الراديو على محطة خاصة (التي تنقل إشارة راديوية خاصة) بتغيير السعة، التي بدورها تغير تردد الطنين الدارة. عندما التردد الطنيني يتناغم أو يتوافق مع تردد الموجة الراديوية الواردة أو الداخلة، فالتيار في الدارة الطنينية يزداد.

تطبيق: (كواشف المعدن عند الدخول – Metal Dtecrtors at the Courthouse)

عندما نعبر باب لكشف المعدن، كما هو مبين في الشكل (؟؟)، نحن في الحقيقة أو الواقع نمشي فوق ملف مؤلف من عدة لفات. السؤال هو: كيف يعمل كاشف المعدن؟

<u>الشرح:</u> إن الكاشف المعدني هو عبارة عن دارة طنين. إن الباب الذي نعبره هو عبارة عن محرض (حلقة كبيرة مصنوعة من سلك ناقل) وهو جزء من الدارة. إن تردد الدارة يتناغم أو يتوافق مع التردد الطنيني للدارة عندما يكون هناك معدن في المحرض (الحلقة، وشيعة). عندما نعبر الباب ومعنا أو نحمل معدن في جيبتنا، فإننا نغير التحريض الفعال لدارة الطنين، وهذا يؤدي إلى تغير التيار في الدارة. إن هذا التغير في التيار يُكشف، حيث هناك دارة إلكترونية تُصدر صوت كإشارة تنبيه للخطر.

كاشف المعدن عند الدخول لبعض الشركات، المحلات، المؤسسات....إلخ.

مثال: (دارة طنينية – A circuit in Resonance)

غاية هذا المثال هو فهم التردد الطنيني وعلاقته بالتحريض، بالسعة، وبقيمة الـ rms للتيار.

لنعتبر دارة RLC تسلسلية حيث: $R = 1,50 \times 10^2\ \Omega$، $L = 20,0\ mH$، $\Delta V_{rms} = 20,0\ V$، و $f = 796\ Hz$. المطلوب: (1) تحديد قيمة السعة لكي تكون قيمة التيار rms أعظمية.

(2) إيجاد القيمة العظمى للتيار rms في الدارة.

الحل:

(1) إيجاد قيمة السعة التي تعطي قيمة التيار rms أعظمية:

هذا يقتضي إيجاد شرط الطنين. يتم ذلك بحل علاقة التردد الطنيني للسعة (للمكثفة)، أي أن:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow \sqrt{LC} = \frac{1}{2\pi f_0} \rightarrow LC = \frac{1}{4\pi^2 {f_0}^2} \rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 {f_0}^2 L}$$

وبالتبديل بالقيم المعطاة نحصل على قيمة السعة التي تجعل التيار أعظمياً:

$$C = \frac{1}{4\pi^2 (796\ Hz)^2\ (20,0 \times 10^{-3} H)} = 2,00 \times 10^{-6} F$$

(2) إيجاد القيمة العظمى للتيار rms في الدارة:

إن السعة الردية والتحريضية الردية متساويان، أي أن $Z = R = 1,50 \times 10^2\ \Omega$.

وبالتبديل في العلاقة (18) نجد قيمة الـ rms للتيار:

$$I_{rms} = \frac{\Delta V_{rms}}{Z} = \frac{20,0\ V}{1,50 \times 10^2\ \Omega} = 0,133\ A$$

ملاحظة:

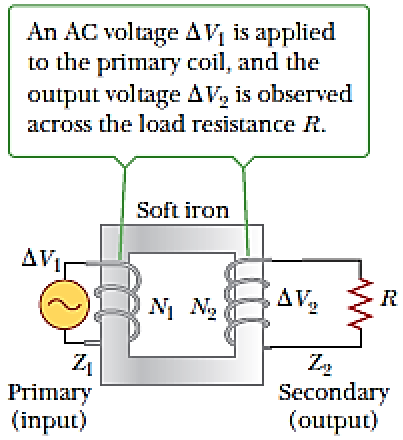
بما أن الممانعة Z في بســـط المعادلة (18)، فالقيمة العظمى للتيار يمكن أن تحدث أيضـــاً عندما $X_L = X_C$ لأن هذا يؤدي إلى قيمة دنيا صغرى للممانعة Z.

<u>**سؤال:**</u> **(خطأ أم صح):** قيمة أو سعة التيار في دارة تسلسلية RLC لا يمكن أن تكون أبداً أكبر من قيمة الـ rms للتيار.

8) المحولات: The tramsformer

من الضـروري في أغلب الأحيان اسـتبدال منابع الجهد المتناوب الصـغير بمنابع أكبر وبالعكس. ويتم تنفيذ أو تغيير ذلك بأدوات أو أجهزة يُطلق عليها بالـ "**المحولات – transformer**".

إن أبسـط شـكل "**لمحولات التيار المتناوب – AC transformer**" يتكون من من ملفين مصـنوعين من سلك ملفوف حول نواة من الحديد اللين، كما هو موضح في الشكل (؟؟).



محولة مثالية تتكون من ملفين مصنوعين من أسلاك ملفوفة حول نواة حديدية لينة. عند تطبيق جهد ΔV_1 على الملف الأولي، فالجهد الخارج أو جهد الخرج من الملف الثانوي، الذي يعبر مقاومة الحمل R (الجهد بين طرفي المقاومة)، بعد إغلاق الدارة، هو ΔV_2.

إن الملف اليســاري، الموصـول بمنبع الجهد المتناوب AC يحتوي N_1 لفة، يُسـمى بالملف "الأولي – **the primary**". الملف على اليمين الموصـول بالمقاومة R يتكون من N_2 لفة، يُسمى بالملف "الثانوي – **the secondary**". إن مفعول النواة الحديدية هو زيادة التدفق المغناطيســي وتأمين وســط مجاور حيث كل التدفق في ملف يمر عبر الملف الآخر.

عندما يكون جهد الدخل المتناوب AC المطبق على الملف الأولي ΔV_1، فالجهد المحرض الذي يعبر هذا الملف هو:

$$\Delta V_1 = -N_1 \frac{\Delta \phi_B}{\Delta t} \qquad (20)$$

حيث ϕ_B التدفق المغناطيسي عبر كل لفة. إذا فرضنا أن ليس هناك من تدفق يتسرب من القلب الحديد، إذاً التدفق عبر كل لفة في الملف اللأولي يساوي التدفق عبر كل ملف من الملف الثانوي. ومنه، فإن الجهد الذي يعبر أو يمر في الملف الثانوية يساوي:

$$\Delta V_2 = -N_2 \frac{\Delta \phi_B}{\Delta t} \qquad (21)$$

إن الحد هو مشترك بين المعادلتي (20) و (21) يمكن حذفه وهذا يعطي المعادلة الآتية:

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1 \qquad (22)$$

عندما يكون N_2 أكبر من N_1، فإن ΔV_1 يتجاوز ΔV_2 والمحولة نقول عنها إنها **"محولة تزيد أو ترفع الجهد – step-up transformer"**. عندما يكون N_2 أقل من N_1، فإن ΔV_2 يكون أصغر من ΔV_1 والمحولة نقول عنها إنها **"محولة تخفض الجهد – step-down transformer"**.

استناداً إلى قانون فاراداي، إن جهد متولد ويمر في الملف الثانوي هذا يكون فقط عنود وجود تغير في عدد خطوط التدفق المارة عبر هذا الملف، أي الملف الثانوي. إن التيار الداخل في الملف الأولي يجب أن يتغير مع الزمن، وهذا الذي يحدث عند استخدام تيار متناوب. عندما يكون التيار الداخل في الملف الأولي تيار مستمر، مع ذلك، فإن جهد الخرج العابر للملف الثانوي يحدث (يتولد) فقط في لحظة غلق أو فتح دارة الملف الأولي. ما أن يستقر التيار في الملف الأولي، فجهد الخرج في الملف الثانوي يساوي الصفر.

يبدو أن المحولة هي جهاز أو أداة التي بواسطتها يمكن الحصول على شيء ما من لا شيء. على سبيل المثال، محولة لزيادة أو لرفع الجهد يمكنها أن تغير الجهد من 10 فولط إلى 100 فولط. هذا يعني أن كل كولون من شحنة يغادر الملف الثانوي له طاقة قدرها 100 جول، بينما كل كولون من الشحنة الداخل للملف الأولي له فقط طاقة قدرها 10 جول. وهذا ليس هو الحالة أو الوضع هنا، إضافة لذلك، بما أن الاستطاعة الداخلة للملف الأولي تساوي الاستطاعة الخارجة من الملف الثانوي، أي أن:

$$I_1 \Delta V_1 = I_2 \Delta V_2 \qquad (23)$$

ومع ذلك يمكن أن يكون الجهد في الملف الثانوي عشرة مرات أكبر من الجهد في الملف الأولي، ولكن التيار في الثانوي سيكون أصغر بعشر مرات منه في الملف الأولي. إن المعادلة (23) تفرض أن المحولة هي **"محولة مثالية – ideal transformer"** حيث ليس هناك من ضياع في الاستطاعة بين الملف الأولي والثانوي.

إن المحولات الواقعية أو الحقيقية والنموذجية لها استطاعة فعالة تقع في المجال (90%) إلى (99%). هناك ضياع في الاستطاعة بسبب أن عدة عوامل، منها على سبيل المثال التيارات العكسية المحرضة في النواة الحديدية للمحولة، والتي تستهلك طاقة تساوي I^2R على شكل طاقة ضائعة.

عند نقل الاستطاعة الكهربائية لمسافات كبيرة، من الناحية الاقتصادية يجب استخدام جهد عالي مرتفع وتيار منخفض لأن جزء من الاستطاعة سيضيع على شكل حرارة، عند مرورها بخطوط النقل

(أسلاك النقل)، وفق العلاقة I^2R. إذا الشركات المستفيدة يمكنها تقليص التيار بعامل عشرة (10)، على سبيل المثال، فإن الاستطاعة الضائعة تُقلص بعامل مئة (100). عملياً، الجهد المقدم من قبل محطات التوليد يكون حوالي $(230000\ V)$، والجهد ينخفض تقريباً إلى القيمة $(20000\ V)$ في محطات التوزيع، وأخيراً ينخفض إلى القيمة $(120\ V)$ عند المستهلك.

<u>مثال:</u> (توزيع الاستطاعة (الطاقة) على مدينة – Distributing Power to a City)

الهدف من المثال هو فهم عمل المحولات ودورها في تقليص ضياع الطاقة.

مولد في شركة أو مؤسسة تولد تيار قيمته $1{,}00 \times 10^2\ A$ وجهد قيمته $4{,}00 \times 10^3\ V$.

يُرفع الجهد للقيمة $2{,}40 \times 10^5\ V$ بواسطة محولة قبل ارساله عبر خطوط نقل الجهد العالي إلى المناطق الريفية في المدينة. نفرض أن المقاومة الفعلية لخط الاستطاعة (الطاقة) هو $30{,}0\ \Omega$، وأن المحولات هي محولات مثالية. المطلوب: (1) تحديد النسبة المئوية للاستطاعة (للطاقة) الضائعة في خط النقل. (2) ما هي النسبة المئوية للاستطاعة (للطاقة) الأصلية (البدائية) التي يمكن أن تضيع في خط النقل إذا كان الجهد غير مرفوع؟

<u>الحل:</u>

(1) تحديد النسبة المئوية للاستطاعة (للطاقة) الضائعة في خط النقل:

بالتبديل في المعادلة (23) نجد التيار في خط النقل:

$$I_2 = \frac{I_1 \Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{(1{,}00 \times 10^2\ A)(4{,}00 \times 10^3\ V)}{2{,}40 \times 10^5\ V} = 1{,}67\ A$$

والآن باستخدام العلاقة (16) نجد اللاستطاعة الضائعة P_{lost} في خط النقل:

$$P_{lost} = I_2^2 R = (1{,}67\ \text{A})^2 (30{,}0\ \Omega) = 83{,}7\ \text{W}$$

وبحساب الاستطاعة الخارجة من المولد نجد:

$$P = I_1 \Delta V_1 = (1{,}00 \times 10^2\ A)(4{,}00 \times 10^3\ V) = 4{,}00 \times 10^5\ \text{W}$$

وأخيراً، نقسم P_{lost} على الاستطاعة الخارجة ونضربها بـ 100لإيجاد النسبة المئوية للاستطاعة الضائعة:

$$\%\ power\ lost = \left(\frac{83{,}7\ W}{4{,}00 \times 10^5\ \text{W}}\right) \times 100 = 0{,}0209\%$$

(2) ما هي النسبة المئوية للاستطاعة (للطاقة) الأصلية (البدائية) التي يمكن أن تضيع في خط النقل إذا كان الجهد غير مرفوع؟

نستبدل التيار المزود من قبل المولد في العلاقة $P_{lost} = I_2^2 R$ بالتيار الأصلي $1{,}00 \times 10^2\ A$ فنجد أن:

$$P_{lost} = I_2^2 R = (1{,}00 \times 10^2\ A)(30{,}0\ \Omega) = 3{,}00 \times 10^5\ \text{W}$$

وبحساب النسبة المئوية الضائعة، كما هو في الأعلى نجد:

$$\% \, power \; lost = \left(\frac{3{,}00 \times 10^{5}\ \mathrm{W}}{4{,}00 \times 10^{5}\ \mathrm{W}}\right) \times 100 = 75\%$$

ملاحظات:

يوضـح المثال الســابق كيفية نقل الجهد العالي في خطوط النقل. في المدينة، المحولة عبارة عن محطة جزئية (محطة صــغيرة) حيث الجهد يُخفض إلى حوالي 4000 فولط، ويتم الحفاظ على هذا الجهد عبر خطوط النقل خارج المدينة. وعند اســتخدام الطاقة في المنازل أو في الأعمال (داخل المدينة)، فهناك محولة بالقرب من المنازل أو المؤسسات تُخفض الجهد إلى 240 فولط أو إلى 120 فولط.