

## كلية طب الاسنان

مبادئ البحث العلمي والاحصاء الحيوي

### Methodology & Biostatistics



الأستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب

الفصل الدراسي الاول للعام 2023-2024

محاضرة رقم ( ) اليوم تاريخ / / 2023

# العرض الجدولي للتوزيعات التكرارية

## Ungrouped data

### التوزيع التكراري

هو وسيلة لتنظيم وتجميع الدرجات أو القياسات أو البيانات في مجموعات، ومن شأن هذا التنظيم أو التجميع تلخيص بيانات التوزيع في عدد محدود من هذه المجموعات لتسهيل معالجتها رياضياً. ولإنشاء جدول التوزيع التكراري غير المبوب ترتب الدرجات ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً ويسجل عدد مرات تكرار كل درجة منها.

مثال : التوزيع التكراري لدرجات الخمسين طالباً في الاختبار النهائي

الطريقة الثانية		الطريقة الأولى	
n التكرارات	x الدرجة	n التكرارات	x الدرجة
1	4	1	5
2	8	1	6
2	9	4	7
1	10	1	8
4	11	4	9
4	12	3	10
3	13	2	11
2	14	7	12
5	15	6	13
1	16	5	14
5	17	4	15

ويتضح من الجدول أن الدرجات منتشرة انتشاراً واسعاً، وتكرار بعض هذه الدرجات صفر كما أنه ليس هناك ما يدل على وجود نزعة مركزية للدرجات من النظرة الأولى، لذلك ينبغي تجميع الدرجات في فئات أو مجموعات، وتكوين جدول توزيع تكراري (FDT):

## جداول التوزيع التكراري لبيانات مبوبة: *Grouped data*

**التبويب** : عبارة عن تنظيم البيانات في مجموعات من المتغيرات المتجانسة التي تتميز بحد أدنى وحد أعلى لمدى هذا التجانس أما التكرارات فهي عدد المفردات التي تدرج تحت فئة معينة من هذه الفئات

### - خطوات إعداد جدول التوزيع التكراري:

1. ترتيب البيانات ترتيباً منتظماً تصاعدياً أو تنازلياً.
2. حساب المدى الكلي : وهو الفرق بين أكبر وأصغر قيمة في قيم التوزيع أي  
المدى الكلي = أكبر قيمة - أصغر قيمة

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

$$R = Lu - Ls + 1$$

ملاحظة: نظراً لأن هذا المدى قد لا يشمل كل المفردات لذلك يفضل إضافة +1 المدى وذلك لضمان شمول هذا المدى الجديد لجميع المفردات.

3. حساب عدد المجالات (الفئات) ويتم عادة باستخدام إحدى المعادلتين التاليتين:  
أ- معادلة سترجس وتعطى بالعلاقة التالية:

$$k = 1 + 3.322 * \log n$$

ولقد استخلص سترجس هذه القاعدة من التوزيع التكراري لتوزيع ذات الحدين ويعيها أنها تعطي عدداً

كبيراً من الأقسام حينما يكون عدد الأفراد قليلاً، وعدد قليلاً من الأقسام عندما يكون عدد الأفراد كبيراً لذلك فهي لا تعطي نتائج مرضية إذا كان عدد الأفراد أقل من /10/ أو أكبر من /1000/ فرد.

ب- معادلة يول وتعطى بالعلاقة التالية:

$$k = 2.5 * \sqrt[4]{n}$$

ولتسهيل الحسابات نأخذ لوغاريتم الطرفين للمعادلة السابقة على لوغاريتم عدد الأقسام وباستخدام الحاسبات الالكترونية نحصل على عدد الأقسام باعتماد التعليلة التالية: اضغط على مفتاح

Shift ثم ← مفتاح INV ثم ← لوغاريتم (log) فنحصل على عدد الفئات أو الأقسام.

مثال

احسب عدد الأقسام اللازمة لتبويب 150 قياساً باستخدام معادلة يول.

الحل :

$$k = 2.5 \sqrt[4]{150}$$

$$\log k = \log 2.5 + 0.25 * \log n$$

$$0.3979 \frac{1}{4} + (2.17609125) = 0.9419228$$

ومنه حساب (0.9419228) Intilog = 8.75 ≈ 9 أقسام.

4. حساب مدى القسم الواحد وبحسب بالعلاقة التالية:

$$C = \frac{R}{K} = \frac{\text{المدى (طول) الفئة}}{\text{الأقسام}} = \frac{\text{المدى (طول) الفئة}}{\text{الأقسام}}$$

ويمكن تحديد طول الفئة بحساب الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين عندما يكون الجدول منتظم ( أي أطوال الفئات متساوية ) أو الفرق بين الحدين الأدنى لفئتين متتاليتين أو الفرق بين الحدين الأعلى لفئتين متتاليتين.

5. تحديد مركز الفئة : ويعطى بالصيغة التالية:

الحد الأعلى + الحد الأدنى

مركز الفئة = -----

2

6. - تعيين حدود الفئات:

وعموماً تقسم الفئات إلى نوعين هما:

أ- الفئات المتصلة (السيارة):

وهي الفئات التي يكون حدها الأعلى هو الحد الأدنى للفئة التي تليها .

20-25 وتصاغ من 20 إلى أقل من 25

25-30 وتصاغ 25 إلى أقل من 30

وفيها يكون الحد الأدنى للفئة المتصلة من ضمن الفئة على حين أن الحد الأعلى لا يكون من ضمنها.

أما طول الفئة = الحد الأعلى للفئة - الحد الأدنى للفئة

ويكون الحد الأعلى للفئة المتصلة هو الحد الأعلى الفعلي (الحقيقي) وكذلك الحد الأدنى الفعلي (الحقيقي) وهو ما يعرف عادة بالتبويب نصف المفتوح :

$[a-b[$

$[b-c[$

ب- الفئات المنفصلة (الوثابة):

وهي الفئات التي يكون الحد الأعلى لها لا يساوي الحد الأدنى للفئة التي تليها وإنما بينهما فاصل.

مثال:

10-15

16-20

ويحسب طول الفئة الوثابة = الحد الأعلى للفئة - الحد الأدنى للفئة + 1

طول الفئة (المتصلة) = الحد الأعلى الفعلي - الحد الأدنى الفعلي.

كما يحسب الحد الحقيقي الأعلى أو الأدنى بالعلاقات التالية:

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة} = \text{مركز تلك الفئة} - \frac{1}{2} (\text{طول الفئة})$$

$$\text{الحد الأعلى الحقيقي لأي فئة} = \text{مركز تلك الفئة} + \frac{1}{2} (\text{طول الفئة}).$$

$$\text{الحد الأعلى الفعلي (الحقيقي) لأي فئة وثابتة} = \text{الحد الأعلى للفئة} + 0.5$$

$$\text{الحد الأدنى الفعلي (الحقيقي) لأي فئة وثابتة} = \text{الحد الأدنى للفئة} - 0.5$$

وبشكل عام يفضل أن يكون الحد الأدنى للفئة الأولى أصغر أو يساوي لأصغر قيمة في التوزيع وفي حالة وجود بعض القياسات خارج حدود الفئات الأخيرة عموماً ينصح باعتماد تصحيح لمدى الفئات وذلك بإضافة ثابت (1) إلى مدى كل فئة ويعاد كتابة حدود الفئات

عموماً يتوقف تعيين حدود الفئات على طبيعة الظاهرة والقياسات والصفة الإحصائية ومن أهم طرق تعيين أو كتابة حدود الفئات.

-  $[a-b]$  عبارة عن مجال مغلق تنتمي إليه جميع القيم الواقعة بين  $a, b$  كما يتقيم قيمتي  $a, b$  نفسيهما  $a \leq x \leq b$

-  $[b-c]$  عبارة عن مجال نصف مفتوح يحتوي على جميع القيم المساوية للحد الأدنى والقيم الواقعة بين  $a$  و  $b$  والتي هي أصغر من قيمة الحد الأعلى للفئة  $a \leq x < b$

-  $]a,b[$  عبارة عن مجال مفتوح من حديه تنتمي إليه جميع القيم بين  $a, b$  فقط ودون قيمتي  $a, b$  نفسيهما أي  $a < x < b$ .

7. **تفريغ البيانات لكل فئة** . (التوزيع الشكلي للمفردات):

ويتم ذلك بتحديد القيم الأصلية واحدة، واحدة في الفئة الخاصة أو المنتمية إليها المفردة ويتم تفريغ البيانات (المفردات) بطرق عدة منها:

- **الحزم الخماسية:** حيث يرمز لكل مفردة بشحطة 1 وكل أربع مفردات تحزم بمفردة خامسة وهكذا.

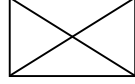
لنكن لدينا القياسات التالية:

$$[20, 21, 22, 23, 24] \quad [25, 27, 29, 30, 35]$$

$$5 \text{ مفردات} = \text{|||||} \quad 5 \text{ مفردات} = \text{|||||}$$

- طريقة المغلف : ويعبر المغلف عن 10 مفردات تمثل بـ

4 زوايا + 4 أضلاع + قطران = 10 قياسات



ويفضل دائماً البدء بالزوايا ثم الأضلاع ثم القطرين وبنهاية التفريغ تحصر المفردات المقابلة لكل فئة من الفئات وتعطي ما يعرف بالتركرارات (Fréquences) .

مثال

جدول يبين درجات 80 طالباً وطالبة في المستوى الأول – كلية إدارة الاعمال في مقرر الإحصاء.

80	87	98	81	74	48	79	80
78	82	93	91	70	90	80	84
73	74	81	56	65	92	70	71
86	83	93	65	51	85	68	72
68	86	43	74	73	83	90	35
75	67	72	90	71	76	92	93
81	88	91	97	72	61	80	91
77	71	59	80	95	99	63	60
63	89	67	60	82	83	76	63
75	79	88	66	70	88		

المطلوب: هبئ جدول التوزيع التكراري وفق الخطوات العامة لتكوين جدول التوزيع التكراري.

الحل:

1- حساب المدى الكلي = أعلى قيمة – أقل قيمة

$$R = 99 - 35 = 64$$

2- تحديد عدد الفئات : يمكن حساب ذلك بعدة طرق منها:

1- طريقة سترجس :  $K = 1 + 3.322 * \log 80 = 7.32$

$$k = \sqrt[4]{80} \cdot 2.5 = 7.47 \approx 7$$

**ملاحظة:** يجب أن يكون الحد الأدنى للفئة الأولى مساوياً أو أصغر من أقل قيمة في التوزيع ويجب أن يكون الحد الأعلى للفئة الأخيرة أكبر من أكبر قيمة في التوزيع .

3- طول الفئة : هو المدى العددي بين حدي الفئة ويستحسن أن تكون أطوال الفئات متساوية لتسهيل العمليات الحسابية ونرمز لها بـ  $c$

$$\frac{y \text{ الكلي}}{\text{طول الفئة} = \frac{\text{الأد سام}}$$

$$c = \frac{64}{7} = 9.14 \approx 10$$

يجب تبويب البيانات الواردة في الجدول ضمن سبع فئات مدى الفئة الواحدة (10)

جدول التوزيع التكراري لدرجات 80 طالب:

م	الفئات	الحدود الحقيقية للفئات	مركز الفئة $x'_i$	التوزيع الشكلي	$n_i$ التكرار
1	40-31	40.5-30.5	35.5		1
2	50-41	50.5-40.5	45.5		2
3	60-51	60.5-50.5	55.5		5
4	70-61	70.5-60.5	65.5		15
5	80-71	80.5-70.5	75.5		25
6	90-81	90.5-80.5	85.5		20
7	100-91	10.5-90.5	95.5	11	12
80	المجموع	-	-	-	-

تعيين طول الفئات:

لنأخذ الفئة الرابعة 70-61

الحد الأدنى للفئة الرابعة = 61

الحد الأعلى للفئة الرابعة = 70



طول الفئة الرابعة يمكن حسابه من جدول التوزيع التكراري بإحدى الطرق التالية:  
**الطريقة الأولى:** (عندما تكون حدود الفئات أعداد صحيحة فقط).

$$\text{طول الفئة} = \text{الحد الأدنى} - \text{الحد الأدنى} + 1$$

$$70 - 61 + 1 = 10$$

**الطريقة الثانية:**

طول الفئة = الحد الحقيقي للأعلى - الحد الحقيقي الأدنى لتلك الفئة

$$70.5 - 60.5 = 10$$

**الطريقة الثالثة :**

طول الفئة = الفرق بين الحدين الأدنى أو الحدين الأعلى لفئتين متتاليتين

$$\text{الفرق بين الحدين الأدنى} \quad 71 - 61 = 10$$

$$\text{الفرق بين الحدين الأعلى} \quad 80 - 70 = 10$$

**الطريقة الرابعة:**

طول الفئة = الفرق بين الحدين الحقيقيين الأدنى أو الأعلى لفئتين متتاليتين .

$$10 = 60.5 - 70.5 =$$

$$10 = 70.5 - 80.5 =$$

**الطريقة الخامسة :**

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

$$10 = 65.5 - 75.5 =$$

**تعيين الحدود الحقيقية للفئات:**

<sup>1</sup>/<sub>2</sub> من المعروف أن القيمة الحقيقية للعدد تساوي قيمته الظاهرية مضافاً إليها مرة ومطروحاً منها مرة وحدة قياس، وهي قاعدة صحيحة في حالة البيانات المبوبة ويمكن حساب الحدود الحقيقية لأي فئة بإحدى الطرق التالية:

الطريقة الأولى:

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = مركز تلك الفئة -  $\frac{1}{2}$  (طول تلك الفئة).

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الرابعة =  $65.5 - \frac{1}{2} = 60.5$

أما الحد الأعلى الحقيقي = مركز الفئة +  $\frac{1}{2}$  (طول الفئة)

$70.5 = 65.5 + \frac{1}{2} =$

ملاحظة: إذا كانت حدود الفئات أعداد صحيحة فإن:

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = الحد الأدنى لتلك الفئة - 0.5

الحد الأعلى الحقيقي لأي فئة = الحد الأعلى لتلك الفئة + 0.5

الطريقة الثانية:

مركز الفئة = حساب مركز الفئة :

مركز الفئة =  $\frac{\text{الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$

مركز الفئة الرابعة =  $\frac{70 + 61}{2} = 65.5$

**\* إعداد جدول التوزيع التكراري النسبي :**

تكرار كل فئة

التكرار النسبي المئوي لكل فئة =  $\frac{\text{تكرار كل فئة}}{100^*}$

مجموع التكرارات الكلية

مثال : التكرار النسبي للفئة الخامسة =  $\frac{25}{80} = 0.3125$  أو تكرار النسبي المئوي للفئة الخامسة =

$31.25\% = 100 \times \frac{25}{80}$  وهكذا بالنسبة لباقي الفئات كما في الجدول التالي :

جدول : التوزيع التكراري النسبي والنسبي المئوي لدرجات الطلاب في الإحصاء.

مسلسل	الفئات	$n_i$ التكرار	$\frac{n_i}{\sum n_i}$ التكرار النسبي	$\frac{n_i}{\sum n_i} * 100$ التكرار المئوي
1	40-31	1	0.0125	1.25
2	50-41	2	0.0250	2.50
3	60-51	5	0.0625	6.25
4	70-61	15	0.1875	18.75
5	80-71	25	0.3125	31.25
6	90-81	20	0.2500	25
7	100-91	12	0.1500	15
مجموع	-	80	1	%100

### 1- جداول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي:

وهي الجداول التي تعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الأعلى الحقيقي لفئة معينة ويتكون الجدول من ثلاثة أعمدة وهي الحدود العليا للفئات فأقل – التكرارات التجميعية الصاعدة والعادية وذلك كما يلي:

جدول : التوزيع التكراري المجتمع الصاعد العادي والنسبي المئوي

مسلسل	حدود الفئات العليا فأقل	التكرار $n_i$	التكرار التجميعي الصاعد	التكرار المئوي %	التكرار المئوي التجميعي الصاعد
1	أقل من 41	1	1	1.25	1.25
2	أقل من 51	2	3	2.5	3.75
3	أقل من 61	5	8	6.25	10.0
4	أقل من 71	15	23	18.75	28.75
5	أقل من 81	25	48	31.25	60.0
6	أقل من 91	20	68	25	85.0
7	أقل من 101	12	80	15	100
	المجموع	80		100	-

- جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي:

وهو الجدول الذي يعطينا عدد ونسبة المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى الحقيقي لفئة معينة ويتألف من عمودين الأول الحد الأدنى فأكثر الفئات ومحور التكرارات التجميعية وذلك جدول (9):

جدول 9: التوزيع التكراري التجميعي النازل العادي والنسبي المنوي:

التكرار المنوي التجميعي التنازلي	التكرار المنوي	التكرار التجميعي التنازلي	التكرار $n_i$	الحدود الدنيا فأكثر	
100%	1.25	80	1	31 فأكثر	1
99.75	2.50	97	2	41 فأكثر	2
96.75	6.25	77	5	51 فأكثر	3
90	18.75	72	15	61 فأكثر	4
71.25	11.25	57	25	71 فأكثر	5
40	25	32	20	81 فأكثر	6
15	15	12	12	91 فأكثر	7
0	0	0	0	101 فأكثر	8
	100		80	المجموع	

### بقراءة متأنية للجدول السابقة نجد أن :

- بقراءة جدول التوزيع التكراري العادي نجد 25 طالباً وطالبة كانت درجاتهم بين 71-80 درجة أي بنسبة تساوي 31.25% من الطلاب.
- بقراءة التكرارات التجميعية التصاعدية والنسبة التصاعدية نجد أنه لدينا 23 طالب كانت درجاتهم أقل من 70 درجة أي بنسبة 28.75%.
- بقراءة التكرارات التجميعية التنازلية والنسبية المنوية نجد أنه لدينا 72 طالباً وطالبة كانت درجاتهم أكثر من 61 درجة أي بنسبة منوية تساوي 90% وكذلك 32 طالباً كانت درجاتهم أكثر من 81 درجة أي بنسبة 40%.

مثال

إذا كان طول فئة ما يساوي 12 وحدها الأدنى 30. أوجد حدها الأعلى.

الحل:

حساب طول الفئة = الحد الأدنى - الحد الأعلى + 1

الحد الأعلى للفئة  $x$

$$12 = x - 30 + 1$$

$$\Rightarrow x = 41$$

مثال

إذا كانت أكبر مشاهدة في توزيع ما 556 وأقل مشاهدة 333. أوجد مدى التوزيع.

مدى التوزيع = أكبر مشاهدة - أقل مشاهدة + 1

$$R.D = 556 - 333 + 1 = 224$$

مثال

إذا كان الحد الحقيقي للفئة الأدنى يساوي 19.5 وطولها 5 أوجد الحد الأعلى الحقيقي للفئة.

الحل:

$$5 = x - 19.5$$

$$x \Rightarrow x = 5 + 19.5 = 24.5 = \text{الحد الحقيقي الأعلى}$$

فالحدود الحقيقية للفئة هي: 19.5-24.5

نهاية المحاضرة



جامعة  
المنارة  
MANARA UNIVERSITY