المحاضرتين الأولى والثانية

د. نزار عبد الرحمن

الحمولات –الاجهادات

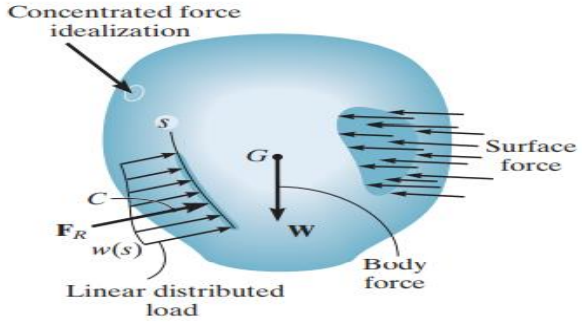
يدرس علم مقاومة المواد أو ميكانيك المواد العلاقة بين الحمولات الخارجية المطبقة على الجسم ، والاجهادات والانفعالات الناتجة عن الحمولات داخل الجسم .

يمكن للقوى الخارجية أن تكون موزعة أو مركّزة على مساحة محددة من الجسم .

الحمولات الخارجية :يتعرض الجسم لنوعين من الحمولات الخارجية هي قوى السطح ، وقوى الجسم

- **قوى السطح** : تنتج عن طريق التماس المباشر بين سطح جسم معين وجسم آخر ، وتكون هذه القوى موزعة على مساحة التماس بين الأجسام

- **قوى الجسم** :تنتج عندما يؤثر جسم ما بقوة على جسم آخر بدون تماس الجسمين فيزيائياً بشكل مباشر بينهما ، مثل قوة تأثير الجاذبية والقوة الكهرو مغناطيسية. هذه الحمولات يتم تمثيلها بقوة مركّزة وحيدة



تعاريف أساسية

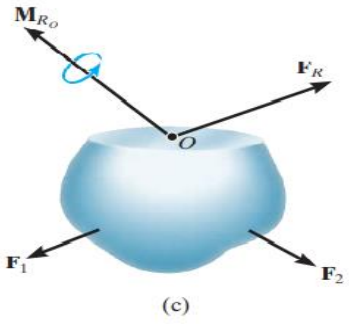
المقاومة : مقاومة المادة للحمولات الخارجية ، وتقاس بواحدات الاجهاد .

الصلابة : المادة التي يمكنها تحمّل وحدة اجهاد عالية مصحوبة بوحدة انفعال صغيرة نسبيا ، ويمكن قياس هذه الخاصية عن طريق معامل المرونة .

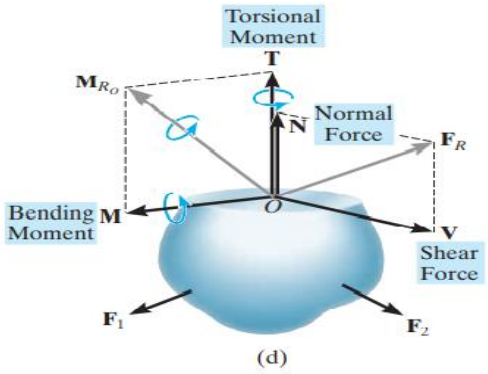
المتانة: مقاومة المادة لامتصاص الطاقة الميكانيكية المكتسبة عند تعريضها لحمل معين ،ويقال عن المادة أنها متينة عندما تقاوم تشكلات كبيرة مع اجهاد كبير بنفس الوقت .

الصلادة : مقاومة المادة للخدش أو البري أو الاحتكاك أو القطع

محصلة الحمولات الداخلية:



(c)



(d)

في الفراغ ثلاثي الأبعاد

القوة الناظمية :تؤثر بشكل متعامد مع المساحة ، وتنتج هذه القوة عندما تحاول الحمولات الخارجية دفع أو سحب جزئي المقطع من الجسم بالنسبة

لبعضهما البعض. N

قوة القص :يقع خط تأثير هذه القوة في مستوي المساحة ، وتنتج هذه القوة عندما تحاول الحمولات الخارجية أن تحدث انزلاق أحد أجزاء الجسم على الجزء الآخر.

عزم الفتل : ينتج عندما تحاول الحمولات الخارجية فتل أحد أجزاء الجسم بالنسبة للجزء الآخر حول محور عمودي على المساحة.T(Tourqe)

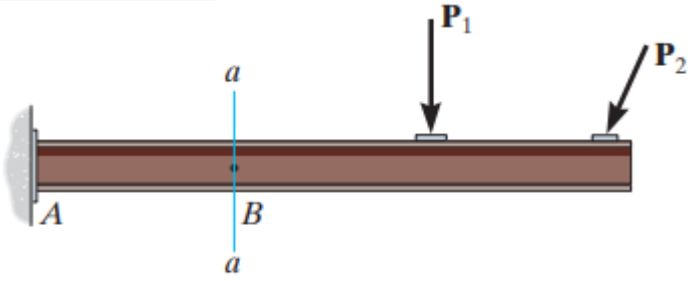
عزم الانعطاف :ينتج عندما تحاول الحمولات الخارجية بثني الجسم حول محور يمر بمستوي المساحة M.

الحمولات الداخلية المتشكلة في العناصر الانشائية والميكانيكية في المستوي:

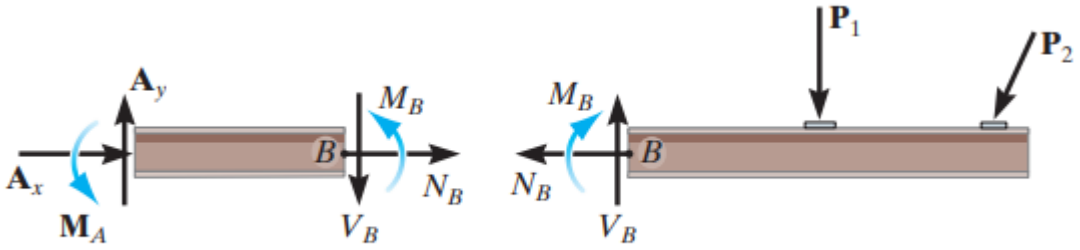
من أجل تصميم العناصر الانشائية والميكانيكية توجد حاجة لمعرفة قيم الحمولات المؤثرة داخل العناصر من أجل التأكد من أن المادة تستطيع أن تقاوم هذه الحمولات .

يمكن تحديد الحمولات الداخلية عن طريق استخدام طريقة المقاطع .

مثال من أجل تحديد الحمولات الداخلية للعتبة المبينة في الشكل المؤثرة عند النقطة B، نتخيل مقطعا وهميا a-a يقسم العتبة إلى قسمين (يميني ويساري) . هذه الحمولات الداخلية تصبح خارجية عند رسم مخطط الجسم الحر لكل قسم من العتبة .



(a)



(b)

- القوة NB تؤثر بشكل عمودي على المقطع العرضي وتسمى القوة الناظمية (العمودية) .

- القوة VB تؤثر بشكل مماسي على المقطع العرضي وتسمى قوة القص .

- عزم المزدوجة MB يسمى عزم الانحناء.

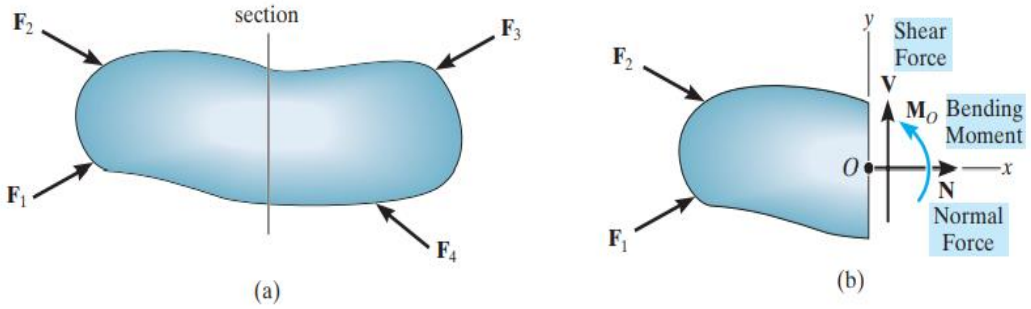
مركبات القوة تمنع الحركة الانسحابية بين قسمي العتبة ، بينما يمنع عزم المزدوجة قسمي العتبة من الدوران .

وفق قانون نيوتن الثالث يكون اتجاه هذه القوى متعاكسا بين قسمي العتبة .

يمكن حساب هذه الحمولات عن طريق كتابة معادلات التوازن للقسم المختار ، وفي هذا المثال من الأفضل كتابة معادلات التوازن للقسم اليميني حيث لا توجد ضرورة لحساب ردود الأفعال عند التثبيت التام A .

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0 .$$

$\sum M_B = 0$(حيث تكون قيمة العزم للقوتين مساوية للصفر)



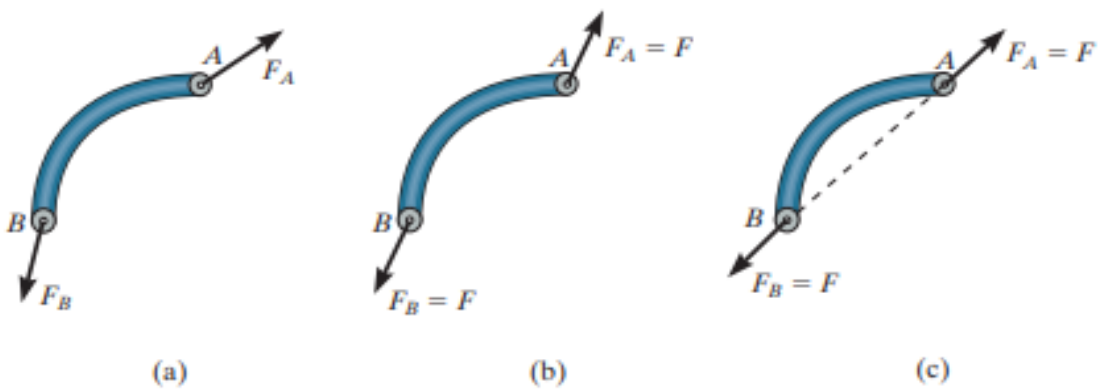
- القوة الناظمية N

- قوة القص V

- عزم الانحناء Mo

العناصر المتوازنة تحت تأثير قوتين Two Forces Members:

هي عناصر غير محمَلة بأية قوة خارجية أو عزم وتكون متوازنة تحت تأثير قوتين فقط تؤثران في نهايتي العنصر وعلى امتداده ، ويكون العنصر المفروض إما في حالة ضغط أو شد



في المستوي

في حالة القوى المستوية سوف يؤثر في المركز الهندسي للجسم القوى القوة الناظمية ،وقوة القص ، وعزم الانعطاف N,V,M

كتابة معادلات التوازن :

حدد المحاور مع نقطة المبدأ للمركز الهندسي.

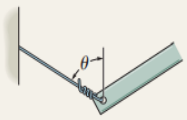
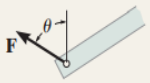
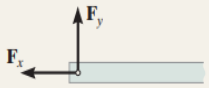
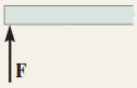
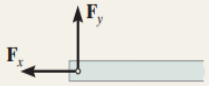
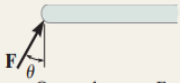
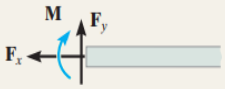
نأخذ معادلة العزوم بالنسبة للمقطع حول كل محورتؤثرفيه محصلة

حيث ينتج لدينا مباشرة قيمة Mأو T,

بعد حل المعادلات ،إذا نتج لدينا أن إشارة إحدى القيم سالبة فهذا يعني أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة عكس الاتجاه المفروض .

المفاصل وردود الأفعال

TABLE 1–1

Type of connection	Reaction	Type of connection	Reaction
 Cable	 One unknown: F	External pin	 Two unknowns: F_x, F_y
Roller	 One unknown: F	Internal pin	 Two unknowns: F_x, F_y
Smooth support	 One unknown: F	Fixed support	 Three unknowns: F_x, F_y, M

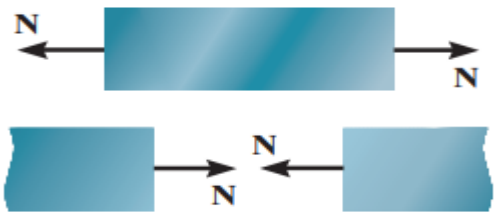
معادلات التوازن في الفراغ والمستوي

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0$$
$$\Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0$$

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma M_O = 0$$

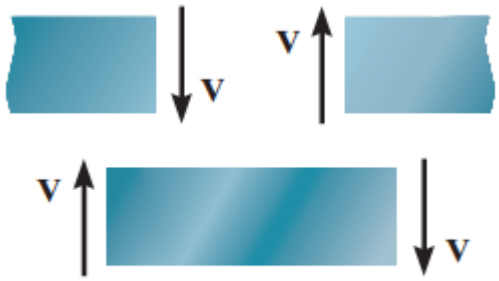
مصطلحات تحديد اتجاهات القوى الداخلية:

- القوة الناظمية الموجبة



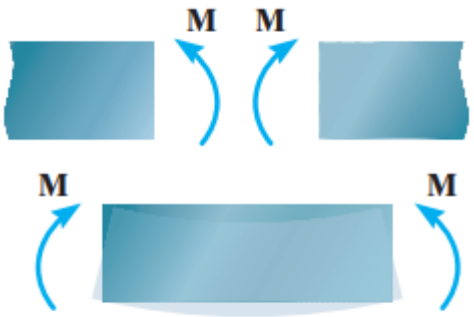
Positive normal force

- قوة القص الموجبة:



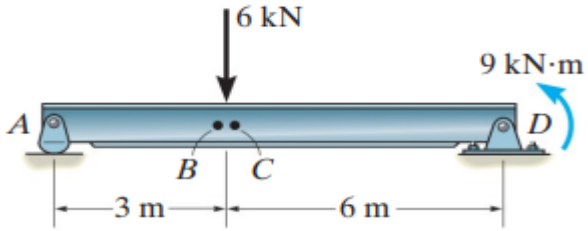
Positive shear

- عزم الانحناء الموجب :

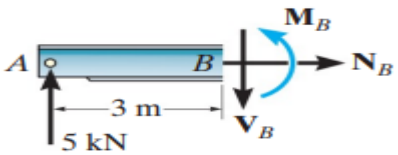


Positive moment

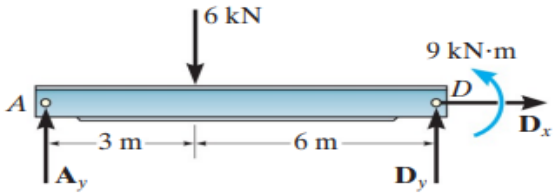
مسألة 1 :احسب القوة الناظمية ،وقوة القص ، وعزم الانعطاف الداخلية للعتبة المبينة في الشكل على يسار النقطة Bتماماً ، وعلى يمين النقطة Cتماماً .



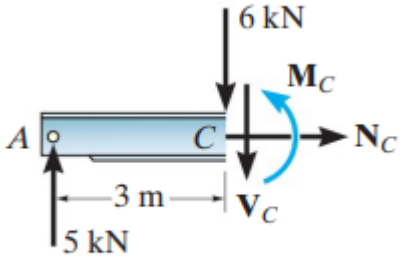
(a)



(c)



(b)



(d)

1-حساب ردود الأفعال الخارجية :

نرسم مخطط الجسم الحر لكامل العتبة ونحسب رد الفعل عند المفصل المتحرك A ، حيث سنأخذ المقطع اليساري في الحساب .

$$\sum M_D = 0 \,, \Rightarrow 9KN.m + 6KN(6m) - A_y(9m) = 0$$
$$A_y = 5KN$$

2- مخطط الجسم الحر: نرسم مخطط الجسم الحر اليساري للجزئين AB ,AC، من الملاحظ أن عزم المزدوجة 9 KN.m لاتظهر في مخطط الجسم الحر حيث تبقى في مكانها الأصلي حتى بعد القطع .

Equations of Equilibrium.

Segment AB

$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;$ $N_B = 0$ *Ans.*

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $5\text{ kN} - V_B = 0$ $V_B = 5\text{ kN}$ *Ans.*

$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0;$ $-(5\text{ kN})(3\text{ m}) + M_B = 0$ $M_B = 15\text{ kN}\cdot\text{m}$ *Ans.*

Segment AC

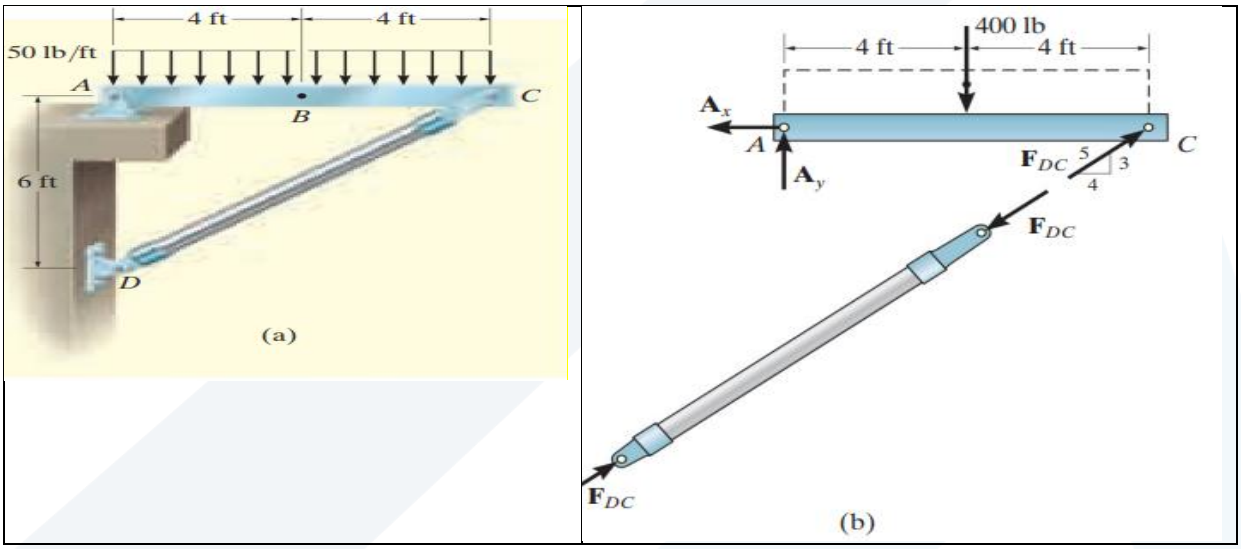
$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;$ $N_C = 0$ *Ans.*

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $5\text{ kN} - 6\text{ kN} - V_C = 0$ $V_C = -1\text{ kN}$ *Ans.*

$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;$ $-(5\text{ kN})(3\text{ m}) + M_C = 0$ $M_C = 15\text{ kN}\cdot\text{m}$ *Ans.*

من الملاحظ أن الاشارة السالبة لقوة القص VC تدل أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة بعكس الاتجاه المفروض . وأن النقطتين B و Cمتقاربتين بحيث أن الذراع يساوي 3 متر في الحالتين .

مسألة 2: احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للهيكل المبين في الشكل عند النقطة B.



1- حساب ردود الأفعال الخارجية :

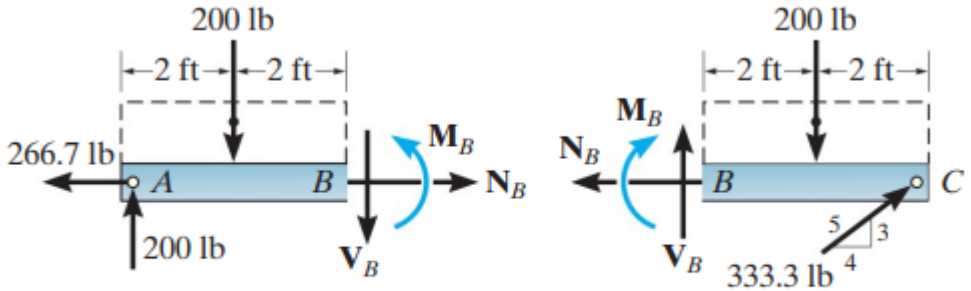
من الملاحظ أن العنصر CD هو عنصر متوازن تحت تأثير قوتين فقط

(TWO FORCES MEMBER)

$$\sum M_A = 0, -400(4) + F_{CD}(\frac{3}{5})(8) = 0 \, , F_{CD} = 333.3Ib$$

$$\sum \boldsymbol{F_x = 0 \, , A_x - 333.3\left(\frac{4}{5}\right) = 0, A_x = 266.7Ib}$$

$$\sum \boldsymbol{F_y = 0 \, , A_y - 333.3\left(\frac{3}{5}\right) - 400 = 0, A_y = 200Ib}$$



(c)

كتابة معادلات التوازن للجزء AB:

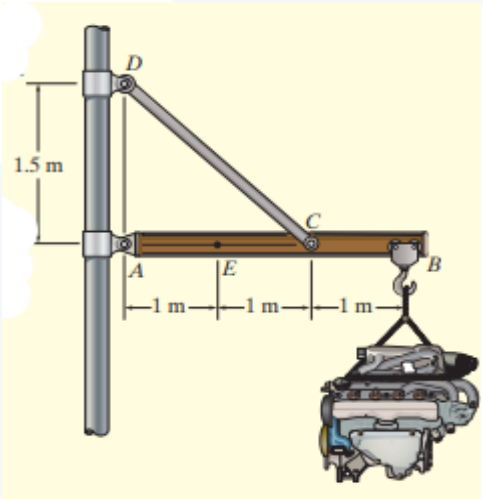
$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad N_B - 266.7\ \text{lb} = 0 \quad N_B = 267\ \text{lb} \quad \textit{Ans.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 200\ \text{lb} - 200\ \text{lb} - V_B = 0 \quad V_B = 0 \quad \textit{Ans.}$$

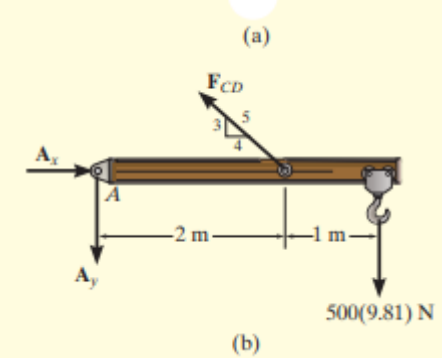
$$\circlearrowleft +\Sigma M_B = 0; \quad M_B - 200\ \text{lb}\,(4\ \text{ft}) + 200\ \text{lb}\,(2\ \text{ft}) = 0$$

$$M_B = 400\ \text{lb}\cdot\text{ft} \quad \textit{Ans.}$$

مسألة (3): محرك كتلته 500 Kg معلّق بواسطة رافعة ، أوجد محصلة القوى الداخلية المؤثرة على المقطع العرضي للعارضة عند النقطة E.



حساب ردود الأفعال:



$$\curvearrowleft + \Sigma M_A = 0; \quad F_{CD}\left(\tfrac{3}{5}\right)(2\text{ m}) - [500(9.81)\text{ N}](3\text{ m}) = 0$$

$$F_{CD} = 12\,262.5\text{ N}$$

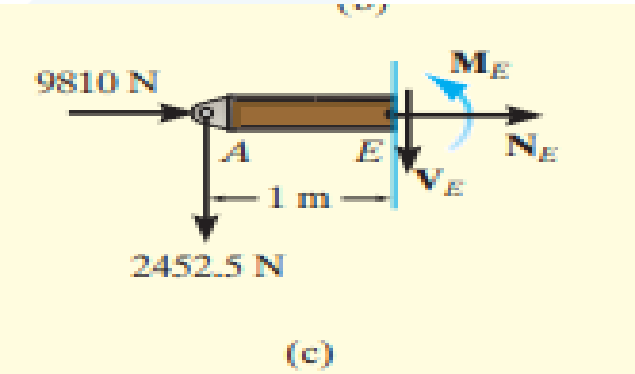
$$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad A_x - (12\,262.5\text{ N})\left(\tfrac{4}{5}\right) = 0$$

$$A_x = 9810\text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -A_y + (12\,262.5\text{ N})\left(\tfrac{3}{5}\right) - 500(9.81)\text{ N} = 0$$

$$A_y = 2452.5\text{ N}$$

مخطط الجسم الحر للجزء AE وكتابة معادلات التوازن :



$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad N_E + 9810\ \text{N} = 0$

$N_E = -9810\ \text{N} = -9.81\ \text{kN}$ *Ans.*

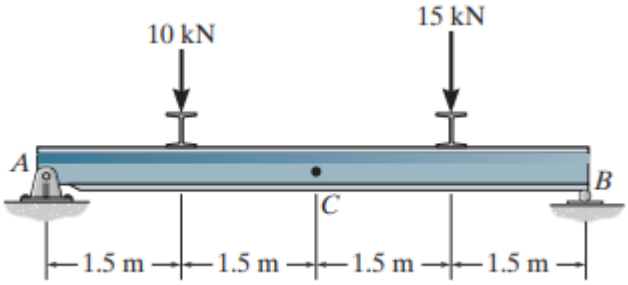
$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \quad -V_E - 2452.5\ \text{N} = 0$

$V_E = -2452.5\ \text{N} = -2.45\ \text{kN}$ *Ans.*

$\circlearrowleft+\Sigma M_E = 0; \quad M_E + (2452.5\ \text{N})(1\ \text{m}) = 0$

$M_E = -2452.5\ \text{N}\cdot\text{m} = -2.45\ \text{kN}\cdot\text{m}$ *Ans.*

مسألة (4) : احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل عند النقطة C.



$\circlearrowleft+\Sigma M_A = 0; \quad B_y(6) - 10(1.5) - 15(4.5) = 0$

$B_y = 13.75\ \text{kN}$

$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0$ *Ans.*

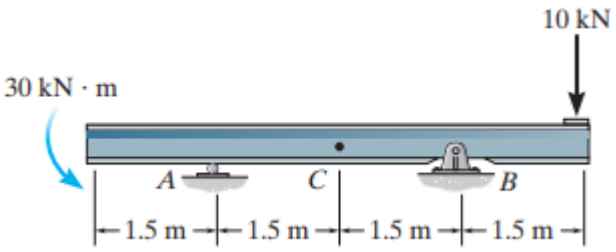
$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \quad V_C + 13.75 - 15 = 0$

$V_C = 1.25\ \text{kN}$ *Ans.*

$\circlearrowleft+\Sigma M_C = 0; \quad 13.75(3) - 15(1.5) - M_C = 0$

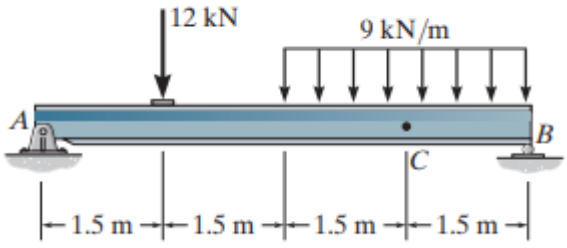
$M_C = 18.75\ \text{kN}\cdot\text{m}$ *Ans.*

مسألة (5) : احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل عند النقطةC



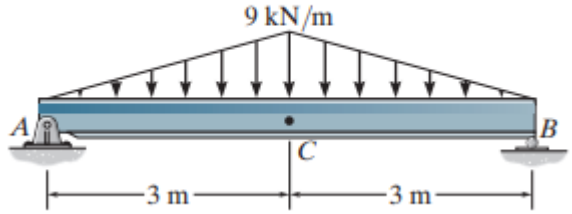
$$\zeta + \Sigma M_B = 0; \quad 30 - 10(1.5) - A_y(3) = 0$$
$$A_y = 5 \text{ kN}$$
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 5 - V_C = 0$$
$$V_C = 5 \text{ kN}$$
$$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad M_C + 30 - 5(1.5) = 0$$
$$M_C = -22.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

مسألة (6) : احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل عند النقطةC



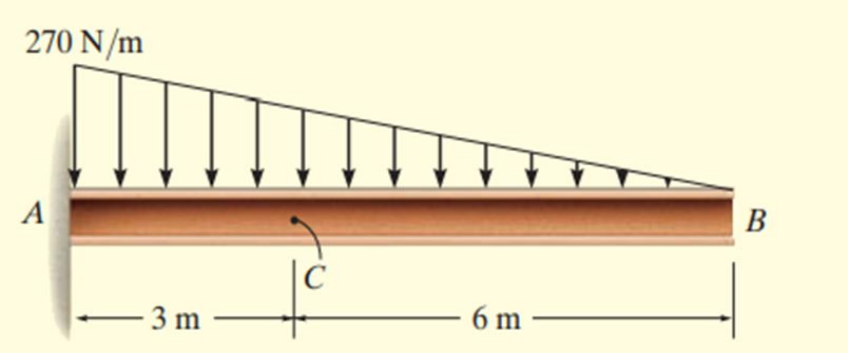
$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad B_y(6) - 12(1.5) - 9(3)(4.5) = 0$$
$$B_y = 23.25 \text{ kN}$$
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 23.25 - 9(1.5) = 0$$
$$V_C = -9.75 \text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$
$$\zeta + \Sigma M_C = 0;$$
$$23.25(1.5) - 9(1.5)(0.75) - M_C = 0$$
$$M_C = 24.75 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة (7) : احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل عند النقطةC



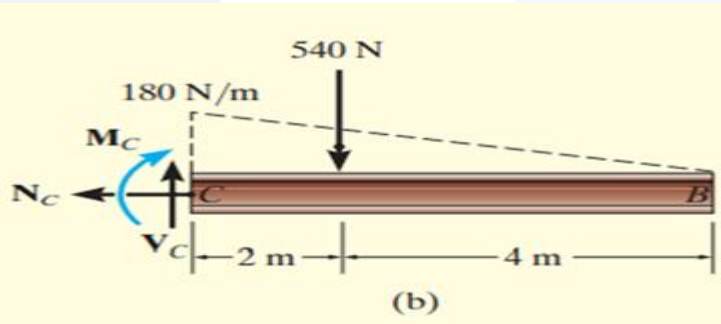
$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad B_y(6) - \tfrac{1}{2}(9)(6)(3) = 0$$
$$B_y = 13.5 \text{ kN}$$
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 13.5 - \tfrac{1}{2}(9)(3) = 0$$
$$V_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad 13.5(3) - \tfrac{1}{2}(9)(3)(1) - M_C = 0$$
$$M_C = 27 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة 8:احسب محصلة القوى الداخلية المؤثرة عند النقطة Cللهيكل المبين في الشكل.



الحل : لا توجد ضرورة لحساب ردود الأفعال عند نقطة التثبيت التام A، إذا اعتبرنا المقطع CBفي الدراسة :

مخطط الجسم الحر للمقطع CB:



يجب المحافظة على القوى الموزعة المؤثرة على المقطع CB، ويمكننا حساب شدة تأثير هذه القوى عند النقطة Cعن طريق التناسب وفق الآتي :

$$\frac{W}{6m} = \frac{270}{9m} \Rightarrow w = 180\ N/m$$

قيمة محصلة الحمولة الموزعة تساوي المساحة تحت منحنى الحمولة (مثلث) ، وتكون مركّزة في مركز مساحة المثلث ،أي أن :

$$F = \frac{1}{2}\left(\frac{180N}{m}\right)(6m) = 540N \text{ ،}$$

نقطة تأثير المحصلة = $\frac{1}{3}(6) = 2\ \text{m}$

معادلات التوازن :

$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad -N_C = 0$$

$$N_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$

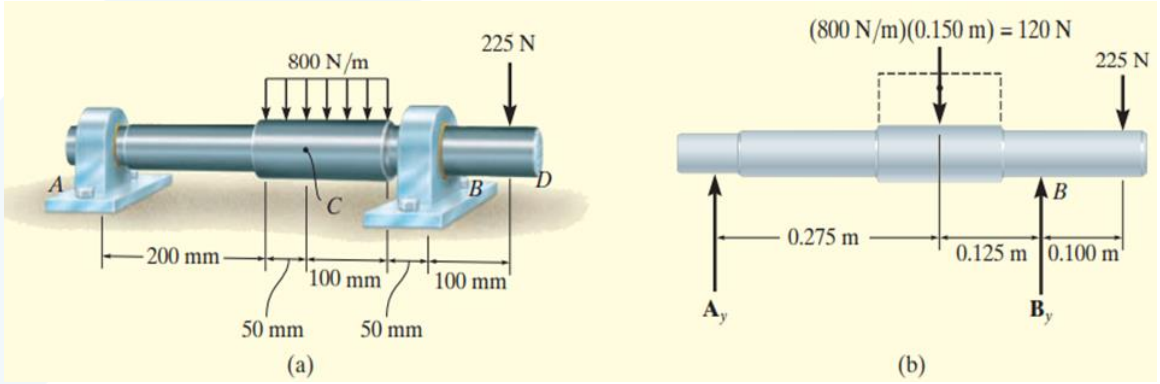
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad V_C - 540\ \text{N} = 0$$

$$V_C = 540\ \text{N} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -M_C - 540\ \text{N}(2\ \text{m}) = 0$$

$$M_C = -1080\ \text{N}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة 9:احسب محصلة القوى الداخلية المؤثرة عند النقطة Cللعمود المبين في الشكل ، المحامل عند النقطتين A,Bتنتج ردود أفعال عمودية فقط .



نقوم بحل المسألة بأخذ الجزء اليساري للمقطع AC:

من أجل حساب رد الفعل عند المحمل A نكتب معادلة العزوم حول النقطة B:

$$\sum M_B = 0$$

$$\Rightarrow -A_y(0.400m) + 120N(0.125m) - 225N(0.100m) = 0$$

$$A_y = -18.75N$$

الاشارة السالبة لرد الفعل تعني أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة هو عكس الاتجاه المفروض.

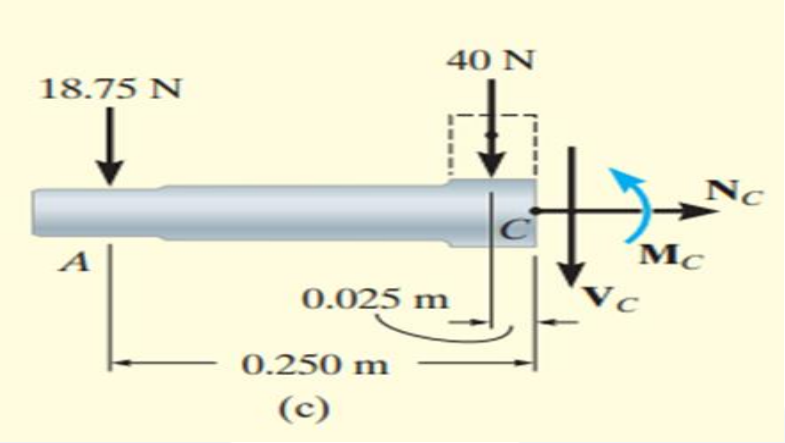
رسم مخطط الجسم الحر وكتابة معادلات التوازن للجزء AC:

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow N_C = 0$$

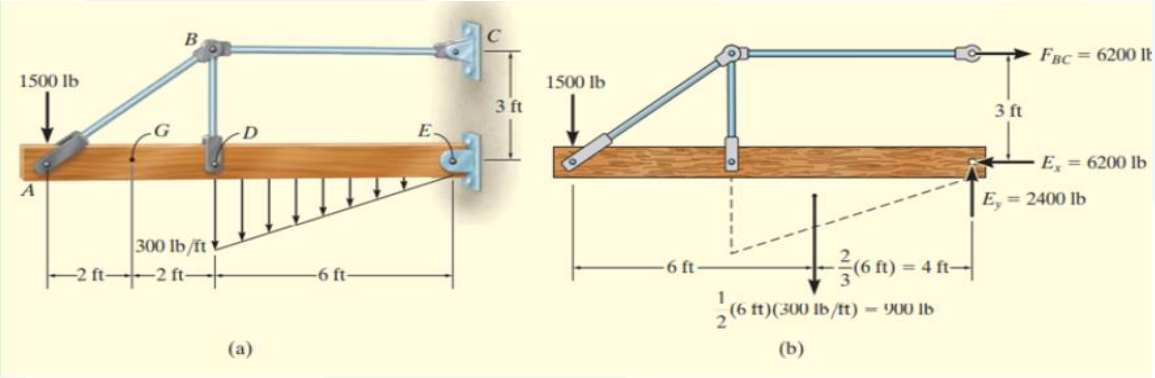
$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow -18.75\,N - 40N - V_C = 0$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_C + 40N(0.025) + 18.75N(0.250m) = 0$$

$$M_C = -5.69N.m$$



مسألة10 : احسب محصلة القوى الداخلية المؤثرة على المقطع العرضي عند النقطة G بفرض أن كافة المفاصل عبارة عن وصلات مفصلية .



رسم مخطط الجسم الحروحساب ردود الأفعال الخارجية :

لدينا العنصر (two forces member) BC ، وبالتالي نستطيع تحديد القوة المؤثرة في هذا العنصر .

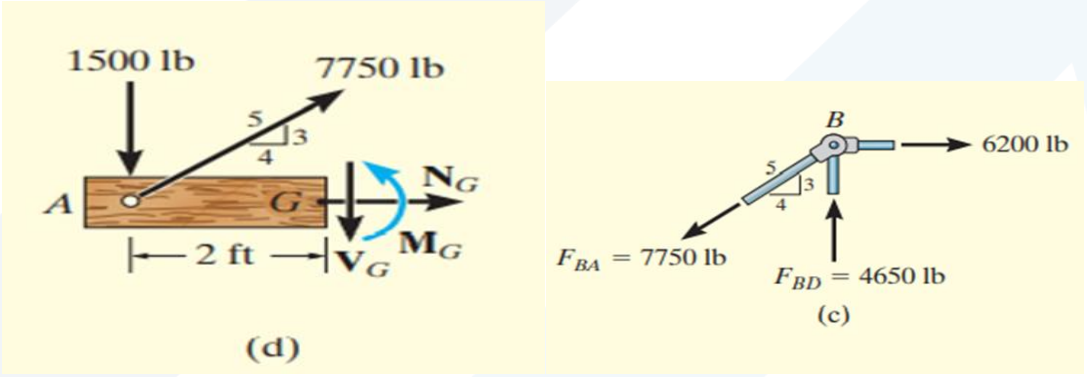
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{BC} - E_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -1500 - 900 + E_y = 0$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow 1500(10) + 900(4) - F_{BC}(3) = 0$$

$F_{BC} = 6200Lb.\ E_x = 6200Lb\ , E_y = 2400Ib$

بعد حساب ردود الأفعال الخارجية نحن بحاجة لحساب القوة في العنصر AB وذلك عند اختيارنا للمقطع اليساري AG، مع ملاحظة أن العنصرين ABو BD هي أيضا عناصر Two forces member، نستطيع حساب القوى في هذه العناصر باعتبار النقطة B هي عقدة وكتابة معادلات التوازن بالنسبة للمحورين X ,Y.



مخطط الجسم الحرومعادلات التوازن للجزء AG:

Equations of Equilibrium.

$$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad 7750\ \text{lb}\left(\tfrac{4}{5}\right) + N_G = 0 \qquad N_G = -6200\ \text{lb} \qquad \textit{Ans.}$$

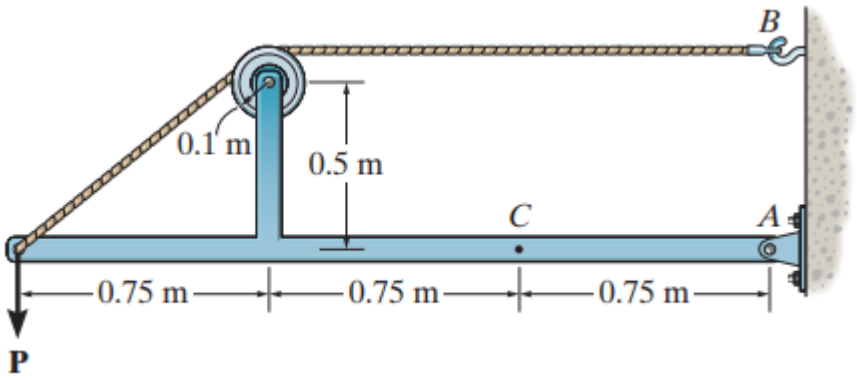
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -1500\ \text{lb} + 7750\ \text{lb}\left(\tfrac{3}{5}\right) - V_G = 0$$

$$V_G = 3150\ \text{lb} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_G = 0; \quad M_G - (7750\ \text{lb})\left(\tfrac{3}{5}\right)(2\ \text{ft}) + 1500\ \text{lb}(2\ \text{ft}) = 0$$

$$M_G = 6300\ \text{lb} \cdot \text{ft} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة11 : احسب القوة الناظمية ، وقوة القص ، والعزم للمقطع العرضي المار عند النقطة C. P= 8KN.



Support Reactions:

$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad 8(2.25) - T(0.6) = 0 \quad T = 30.0\ \text{kN}$

$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad 30.0 - A_x = 0 \quad A_x = 30.0\ \text{kN}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y - 8 = 0 \quad A_y = 8.00\ \text{kN}$

Equations of Equilibrium: For point C

$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad -N_C - 30.0 = 0$

$N_C = -30.0\ \text{kN}$

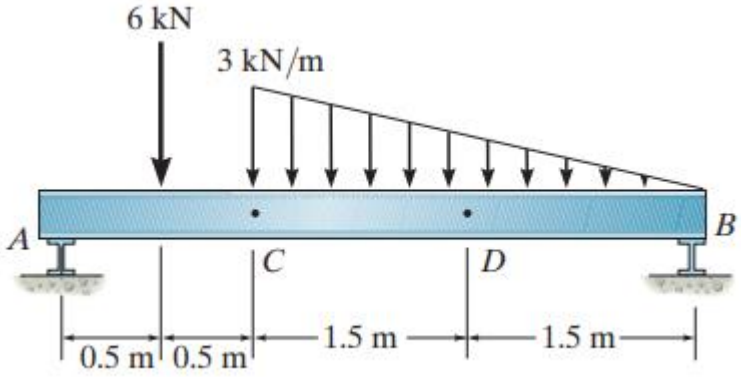
$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 8.00 = 0$

$V_C = -8.00\ \text{kN}$

$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad 8.00(0.75) - M_C = 0$

$M_C = 6.00\ \text{kN} \cdot \text{m}$

مسألة12 : احسب محصلة القوى الداخلية المؤثرة على المقطع العرضي المار بالنقطتين Cو D.



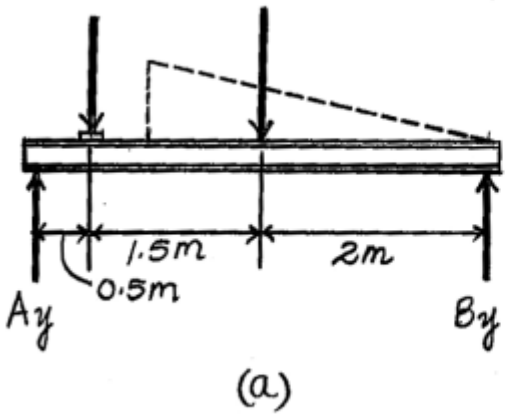
$$\zeta + \Sigma M_B = 0; \quad -A_y(4) + 6(3.5) + \frac{1}{2}(3)(3)(2) = 0 \quad A_y = 7.50\ \text{kN}$$

Referring to the FBD of this segment, Fig. *b*,

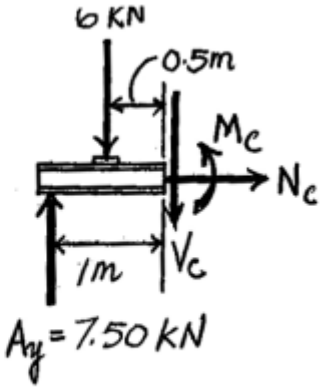
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 7.50 - 6 - V_C = 0 \quad V_C = 1.50\ \text{kN}$$

$$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad M_C + 6(0.5) - 7.5(1) = 0 \quad M_C = 4.50\ \text{kN} \cdot \text{m}$$



(a)



(b)

$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad B_y(4) - 6(0.5) - \frac{1}{2}(3)(3)(2) = 0 \quad B_y = 3.00\ \text{kN}$$

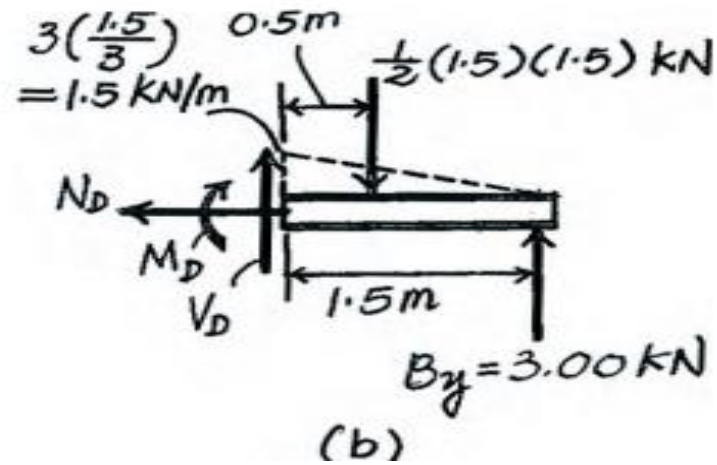
Referring to the FBD of this segment, Fig. *b*,

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_D = 0 \quad \textbf{Ans.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_D - \frac{1}{2}(1.5)(1.5) + 3.00 = 0 \quad V_D = -1.875\ \text{kN} \quad \textbf{Ans.}$$

$$\zeta + \Sigma M_D = 0; \quad 3.00(1.5) - \frac{1}{2}(1.5)(1.5)(0.5) - M_D = 0 \quad M_D = 3.9375\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$= 3.94\ \text{kN}\cdot\text{m} \quad \textbf{Ans.}$$



(b)

الاجهادات البسيطة

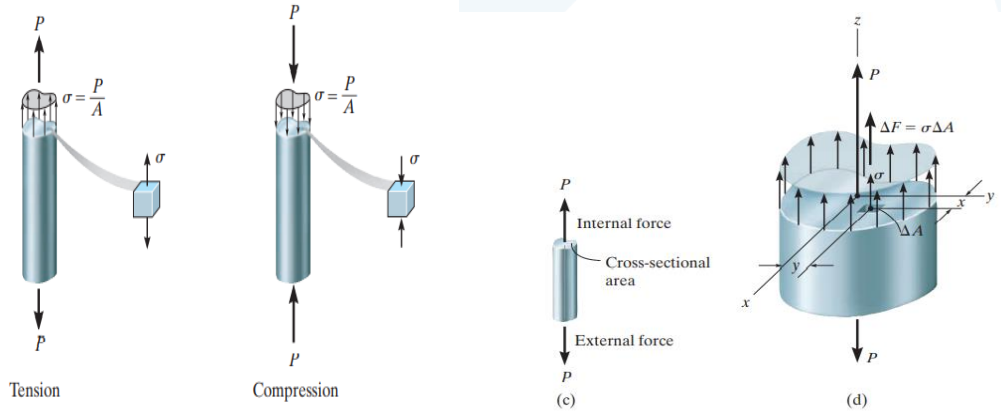
- يكون الاجهاد البسيط ثابتا ومنتظما على كامل مساحة المقطع العرضي.
- **الاجهاد :** هو القوة المطبقة على واحدة المساحة .
- تقسم الاجهادات البسيطة إلى :

1- **الاجهادات الناظمية** (إجهادات الشد – إجهادات الضغط).

2- **إجهادات القص** (إجهادات قص مفردة – إجهادات قص ثنائية)

3- **اجهادات التحميل (اجهادات الهصر)**

1-الاجهادات الناظمية



الاجهادات الناظمية : هي الاجهادات الناتجة عن تطبيق قوة عمودية على مساحة المقطع العرضي ،مقسومة على مساحة المقطع .

يجب أن تكون العناصر مصنوعة من مادة متجانسة (يجب أن تمتلك المادة نفس الخواص الفيزيائية والميكانيكية على كامل الحجم) وisotropic أي يجب أن تمتلك نفس الخواص في كافة الاتجاهات

تكون الاجهادات الناظمية (شد أو ضغط) منتظمة عندما تمرّ محصلة القوى من مركز مساحة المقطع العرضي المعرّضة لاجهادات الشد أو الضغط .

معدل الاجهاد الناظمي :

$$\sigma = P/A \qquad N/m^2$$

σ -معدل الاجهاد الناظمي في أية نقطة من المقطع العرضي للمساحة

A- مساحة المقطع العرضي للجسم

P-محصلة القوى الداخلية الناظمية المؤثرة في المركز الهندسي للمقطع

الواحدات :

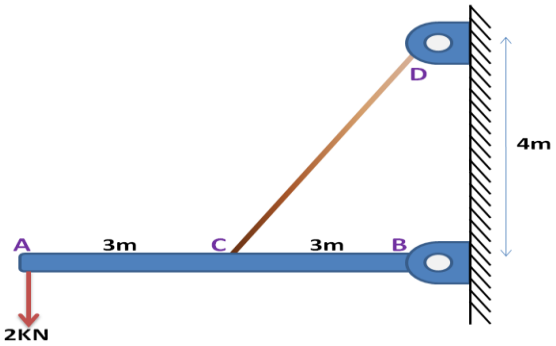
حيث أن الاجهاد عبارة عن القوة المؤثرة على المساحة ، فإن الاجهاد يقدر بالنيوتن على مربع المساحة N/m^2 ، هذه الواحدة تسمى باسكال ($1Pa = 1\frac{N}{m^2}$

توجد مضاعفات لهذه الواحدة مثل الكيلو 10^3 ورمزها K، و ميغا 10^6 ورمزها M، وجيجا 10^9 ورمزها G.

في الكثير من الحالات يكون مناسبا استخدام الواحدات " ميغا باسكال " MPa " أي : $1MPa = 1N/mm^2$

مسألة 1:عارضة متجانسة كتلتها 150Kg ،تستند بواسطة وصلة مفصلية عند B ،ومعلّقة بواسطة كبل CDقطره 10mm، تتعرض لحمولة مقدارها 2KN، احسب الاجهاد في الكبل.

m = 150 Kg
d = 10mm



مخطط الجسم الحر ومعادلات التوازن :

عند الوصلة المفصلية B لدينا مركبتين لرد الفعل ، بالإضافة إلى قوة باتجاه الكبل CB

$$W = 150(9.81)$$
$$W = 1471.5\ N$$

$$\sum M_B = 0$$

$$2000(6) + W(3) - P\left(\frac{4}{5}\right)(3) = 0$$

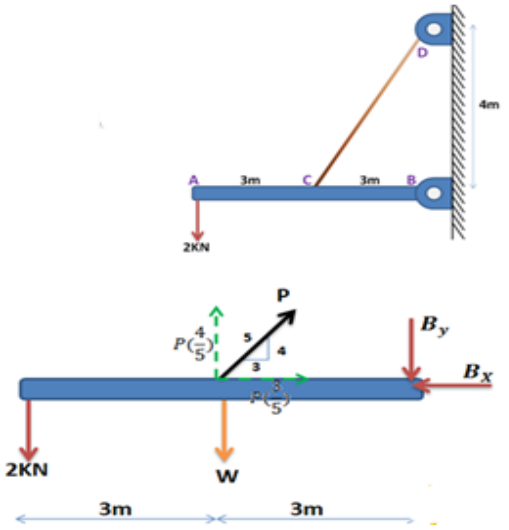
$$P = 6840N$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

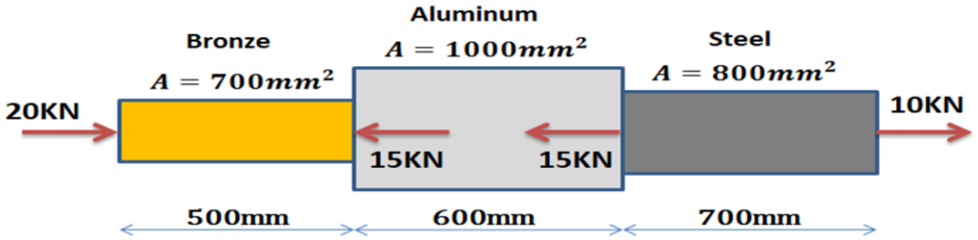
$$\sigma = \frac{6840}{78.5}\left(\frac{N}{mm^2}\right)$$

$$\sigma = 87.1\ MPa$$

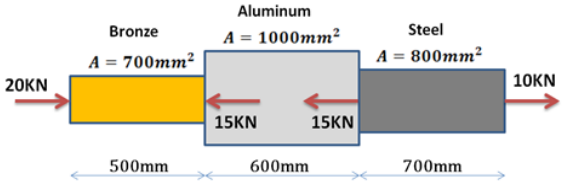
$$A = \frac{\pi}{4}d^2$$
$$A = \frac{\pi}{4}(10)^2$$
$$A = 78.5mm^2$$



مسألة2 : انبوب من الالمنيوم متصل بشكل جاسئ بقضيبين من الفولاذ والبرونز يتم التحميل بحمولات محورية كما هو مبين ، احسب الاجهاد في كل معدن.

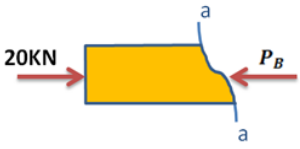


At segment (a-a):



$$\sum f_x = 0$$

$$20 - P_B = 0 \qquad \boxed{P_B = 20KN}$$

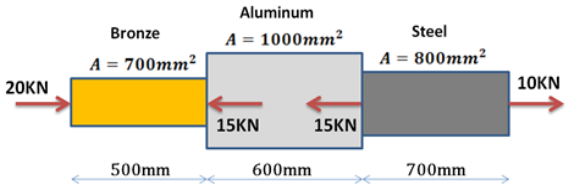


$$\sigma_B = \frac{P_B}{A_B}$$

$$\sigma_B = \frac{20x10^3}{700}\left(\frac{N}{mm^2}\right)$$

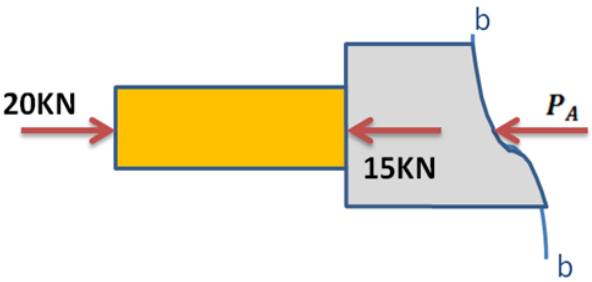
$$\boxed{\sigma_B = 28.6\ MPa}$$

At segment (b-b):



$$\sum f_x = 0$$

$$20 - 15 - P_A = 0 \qquad \boxed{P_A = 5KN}$$

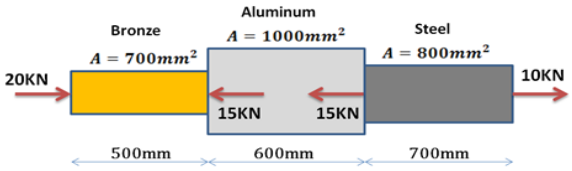


$$\sigma_A = \frac{P_A}{A_A}$$

$$\sigma_A = \frac{5x10^3}{1000}\left(\frac{N}{mm^2}\right)$$

$$\boxed{\sigma_A = 5\ MPa}$$

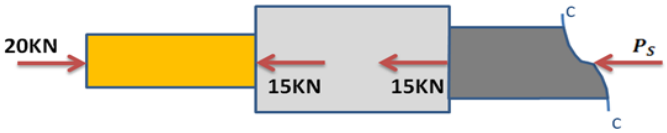
At segment (c-c):



$$\sum f_x = 0$$

$$20 - 15 - 15 - P_S = 0$$

$$\boxed{P_S = 10KN}$$



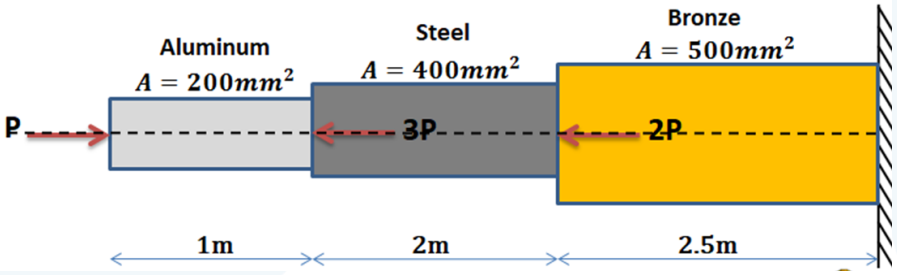
$$\sigma_S = \frac{P_S}{A_S}$$

$$\sigma_S = \frac{10x10^3}{800}\left(\frac{N}{mm^2}\right)$$

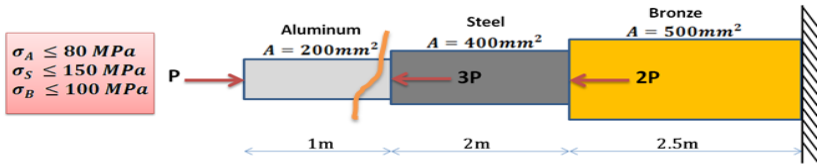
$$\boxed{\sigma_S = 12.5\ MPa}$$

مسألة 3 : انبوب من الفولاذ متصل بقضيبين من الألمنيوم والبرونز ، تطبق أحمال محورية كما هو مبيّن . احسب القوة العظمى P

$$\sigma_A \leq 80\ MPa$$
$$\sigma_S \leq 150\ MPa$$
$$\sigma_B \leq 100\ MPa$$

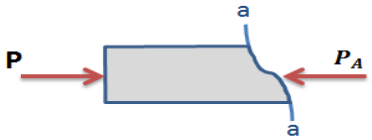


At segment (a-a):



$$\sum f_x = 0$$

$$P - P_A = 0 \qquad \boxed{P_A = P}$$

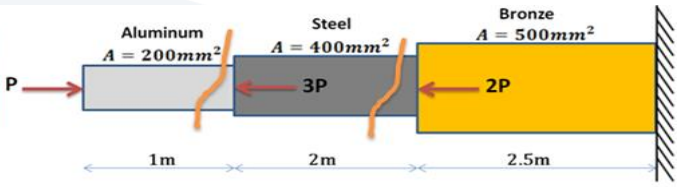


$$P_A = \sigma_A A_A$$

$$P_A = (80x10^6)(200x10^{-6})$$

$$\boxed{P_A = 16\ KN}$$

$\sigma_A \leq 80\ MPa$
$\sigma_S \leq 150\ MPa$
$\sigma_B \leq 100\ MPa$

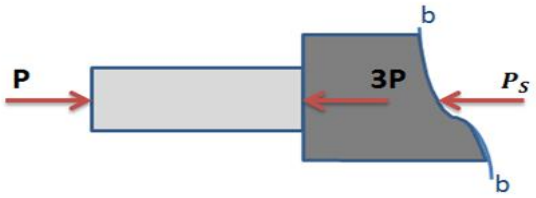


At segment (b-b):

$$\sum f_x = 0$$

$$P - 3P - P_S = 0$$

$$\boxed{P_S = 2P}$$

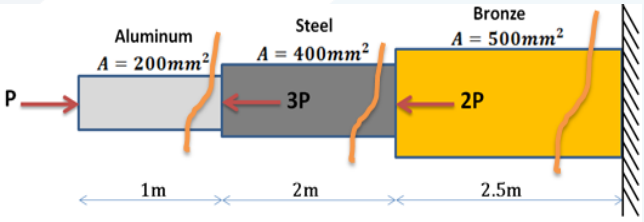


$$P_S = \sigma_S A_S$$

$$2P_S = (150x10^6)(400x10^{-6})$$

$$\boxed{P_S = 30\ KN}$$

$\sigma_A \leq 80\ MPa$
$\sigma_S \leq 150\ MPa$
$\sigma_B \leq 100\ MPa$

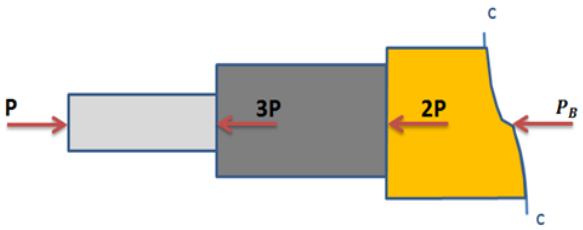


At segment (c-c):

$$\sum f_x = 0$$

$$P - 2P - 3P - P_B = 0$$

$$\boxed{P_B = 4P}$$



$$P_B = \sigma_B A_B$$

$$4P_B = (100x10^6)(500x10^{-6})$$

$$\boxed{P_B = 12.5\ KN}$$

2- اجهادات القص:

هي الاجهادات الناتجة عن تطبيق قوة موازية لمساحة المقطع العرضي ،
مقسومة على مساحة المقطع العرضي .

يؤثر اجهاد القص ضمن مستوي المقطع العرضي للمساحة ،

نتيجة لتأثير القوة على العارضة يظهر لدينا مستويين للقص AB, DC,

يحسب معدل اجهاد القص الناتج عن تطبيق القوة F

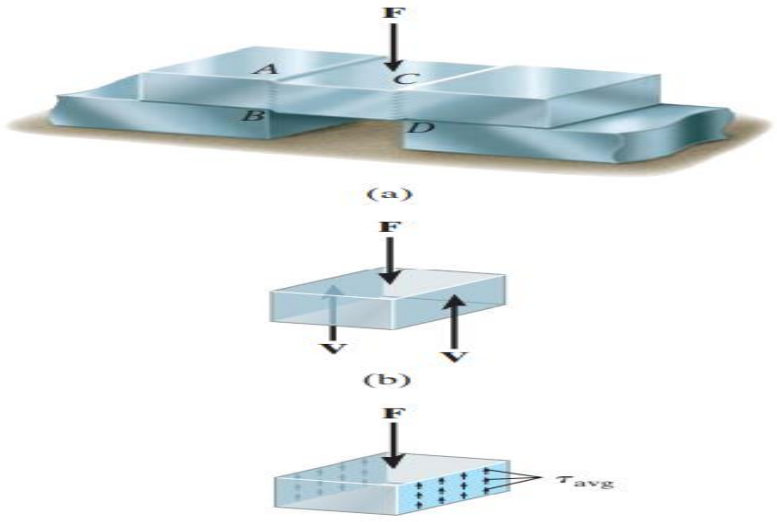
$\tau av=V/A$ (N/m^2)

τav - معدل اجهاد القص للمقطع

V– محصلة قوى القص الداخلية

A- مساحة المقطع العرضي.

يكون اجهاد القص منتظما عندما تمر محصلة القوى من مركز المساحة المعرضة للقص .



منهج التحليل:

قوى القص الداخلية :

-اصنع مقطعا وهميا في النقطة المراد حساب اجهاد القص عندها

- ارسم مخطط الجسم الحر واحسب القوة الداخلية المؤثرة على المقطع من معادلات التوازن .

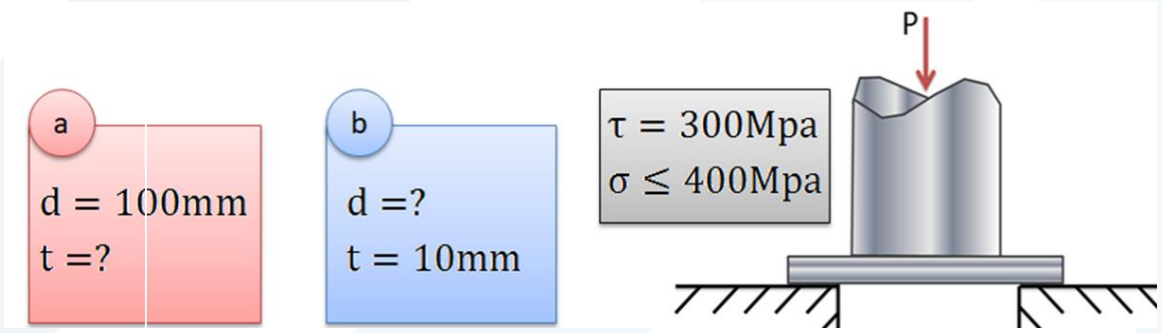
* اكتب علاقة معدل اجهاد القص :

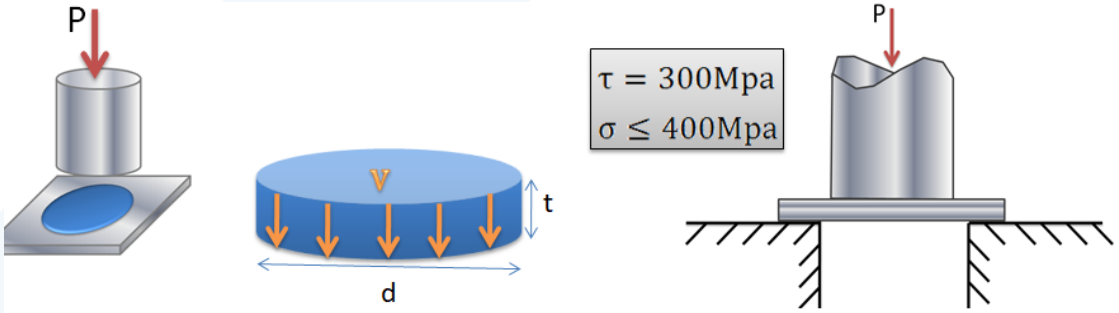
$\tau av = V/A$ (N/m^2)

احسب مساحة المقطع A واحسب معدل اجهاد القص

مسألة 4:يراد تثقيب صفيحة ذات مقاومة قص 300Mpa. اذا كان اجهاد الضغط محدّد ب 400Mpa.احسب السماكة العظمى للصفيحة من أجل تثقيب ثقب بقطر 1oomm.

b- اذا كانت سماكة الصفيحة 10mm احسب القطر الأصغري للثقب المكن تفريغه.





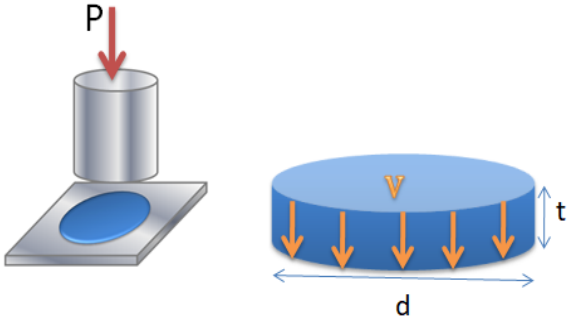
$$P_{punch} = V_{plate}$$

$$\sigma\left(\frac{\pi}{4}d^2\right) = \tau(\pi dt)$$

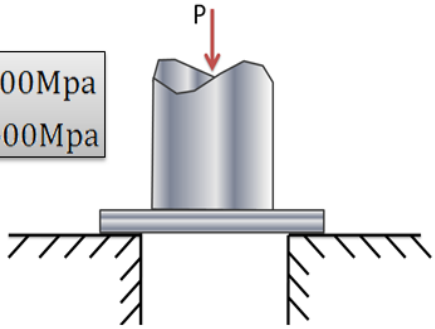
$$t = \frac{\sigma d}{4\tau} = \frac{(400)(100)}{4(300)}$$

$$t = 33.3\ mm$$

a
d = 100mm
t =?



$\tau = 300Mpa$
$\sigma \leq 400Mpa$



$$P_{punch} = V_{plate}$$

$$\sigma\left(\frac{\pi}{4}d^2\right) = \tau(\pi dt)$$

$$d = \frac{4\tau t}{\sigma} = \frac{4(300)(10)}{400}$$

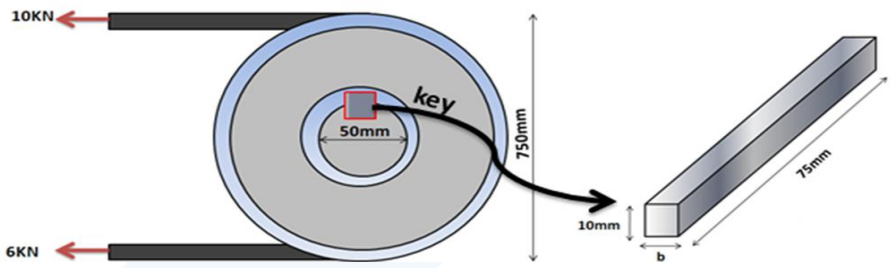
$$d = 30\ mm$$

b

d =?

t = 10mm

مسألة 5:بكرة بقطر 750mm متصلة بعمود قطر 50mm بواسطة خابور طوله 75mm.احسب عرض الخابور b اذا كان الاجهاد المسموح به 70Mpa



$$\sum M_o = 0$$

$$10(375) - 6(375) - V(25) = 0$$

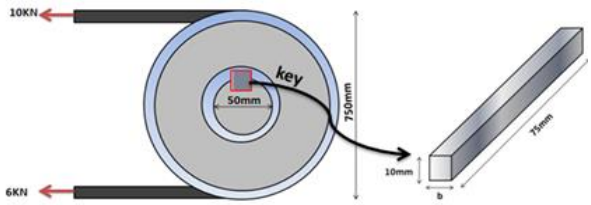
$$V = 60\ KN$$

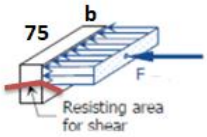
$$A = \frac{V}{\tau}$$

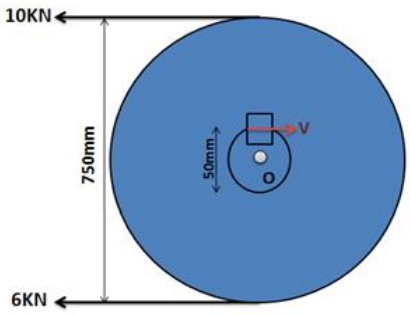
$$(75x10^{-3})b = \frac{60x10^3}{70x10^6}$$

$$b = 0.0114m$$

$$\boxed{b = 11.4mm}$$



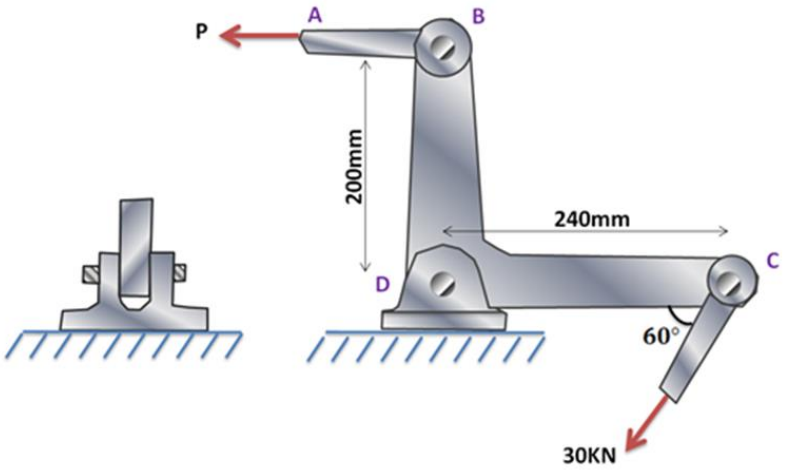


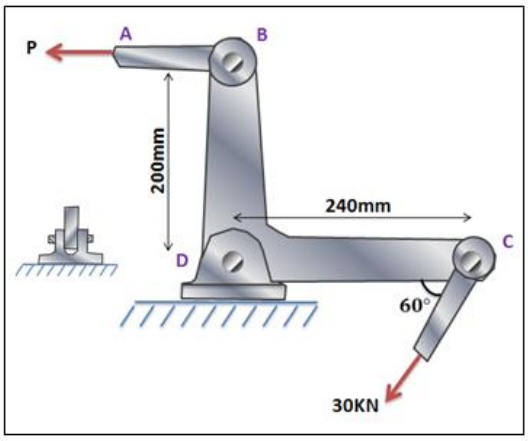


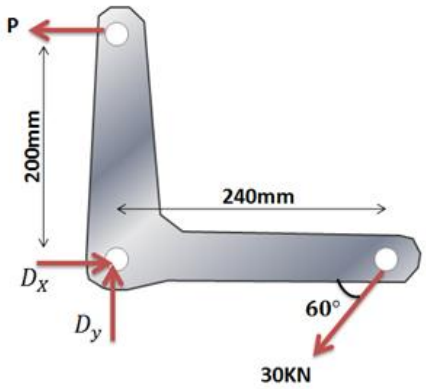
مسألة 6: a- احسب القطر المطلوب للوصلة AB اذا كان الاجهاد المحوري محدد ب 100Mpa

b- احسب اجهاد القص في المسمار عند D اذا كان قطره 20mm

$$\sigma \leq 100\ \text{Mpa}$$







$\sigma \leq 100$ Mpa

$$\sum M_D = 0$$

$$P(200) - 30\sin 60°\,(240) = 0$$

$$P = 31.2 \text{ KN}$$

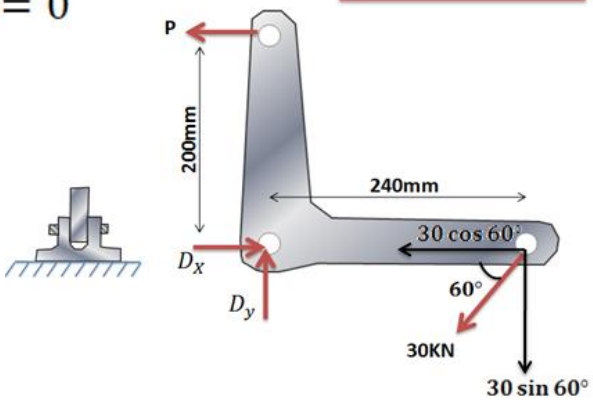
<u>for rod AB:</u>

$$A = \frac{P}{\sigma} = \frac{31.2x10^3}{100x10^6}$$

$$A = 0.312x10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\frac{\pi}{4} d^2 = 312 \text{ mm}^2$$

$$\boxed{d = 19.9 \text{ mm}}$$

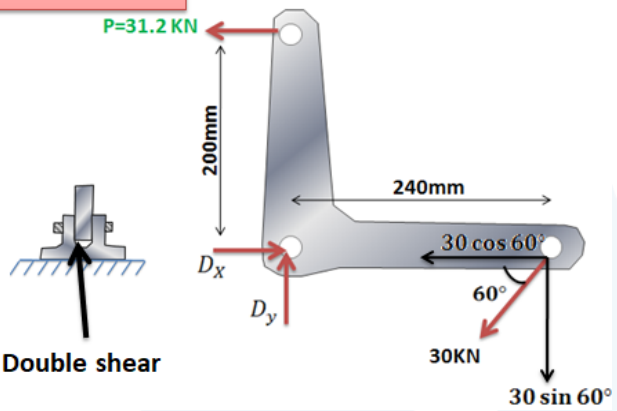


$$\sum F_X = 0$$
$$D_X - P - 30\cos 60° = 0$$
$$D_X = 46.2\ KN$$

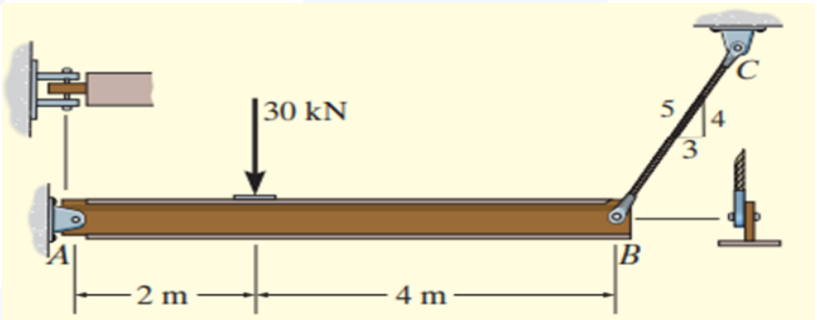
$$\sum F_y = 0$$
$$D_y - 30\sin 60° = 0$$
$$D_y = 26\ KN$$

$$D = \sqrt{(D_X)^2 + (D_y)^2}$$
$$D = \sqrt{(46.2)^2 + (26)^2}$$
$$D = 53\ KN$$

$$\tau = \frac{V}{2A} = \frac{53x10^3}{2\left[\frac{\pi}{4}(20)^2\right]}$$
$$\tau = 84.4\ Mpa$$



مسألة7: احسب معدل اجهاد القص عند المفصل ذو القطر 20 mm ,والمفصل B ذو القطر 30 mm.



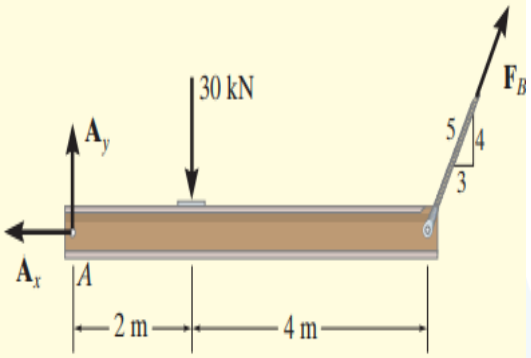
$$\circlearrowleft +\Sigma M_A = 0;\ F_B\left(\frac{4}{5}\right)(6\text{ m}) - 30\text{ kN}(2\text{ m}) = 0\ \ F_B = 12.5\text{ kN}$$

(a)

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0;\ \ (12.5\text{ kN})\left(\frac{3}{5}\right) - A_x = 0\ \ \ A_x = 7.50\text{ kN}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ \ A_y + (12.5\text{ kN})\left(\frac{4}{5}\right) - 30\text{ kN} = 0$$

$$A_y = 20\text{ kN}$$



Thus, the resultant force acting on pin A is

$$F_A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(7.50\text{ kN})^2 + (20\text{ kN})^2} = 21.36\text{ kN}$$

(b)

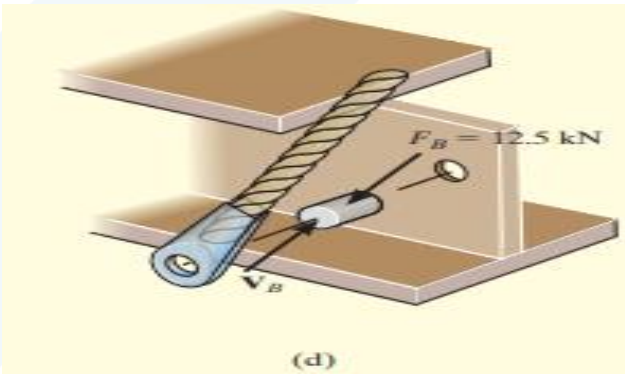
مفصل العتبة عند A معرض لمساحتين للقص . القوة المؤثرة في العتبة 21.36KN ، في هذه الحالة نعبر أن مسمار المفصل يتعرض لقص مزدوج .

قوة القص :

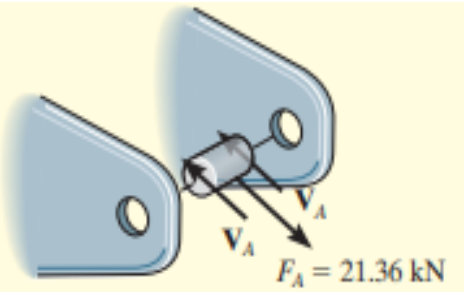
$$V_A = \frac{F_A}{2} = \frac{21.36\text{ kN}}{2} = 10.68\text{ kN}$$

في الشكل d يبين أن المسماريتعرض لقوة قص وحيدة بين الكبل والعتبة :

$$V_B = F_B = 12.5\text{ kN}$$



(d)



(c)

معدل اجهاد القص :

$$(\tau_A)_{avg} = \frac{V_A}{A_A} = \frac{10.68(10^3)\,\text{N}}{\frac{\pi}{4}(0.02\ \text{m})^2} = 34.0\ \text{MPa}$$

$$(\tau_B)_{avg} = \frac{V_B}{A_B} = \frac{12.5(10^3)\,\text{N}}{\frac{\pi}{4}(0.03\ \text{m})^2} = 17.7\ \text{MPa}$$

3.اجهادات التحميل (الهصر) :

تنتج اجهادات التحميل (الهصر) نتيجة للضغط المتبادل بين الأجسام التي تقع في حالة تلامس مع بعضها .

بفرض أن اجهاد التحميل يكون منتظما على مسافة صغيرة هي مساحة التلامس بين الجسمين ، تكون قيمة اجهاد التحميل الحمولة مساوية للحمولة مقسومة على مسقط مساحة التلامس .

$$\sigma_b = \frac{P}{A}$$

مسألة 8: لولب ربط بين صفيحتين قطره 20mm . عرض كل صفيحة 100mm.

a– إذا كان الاجهاد التحميل المسموح به 140 Mpa ، وإجهاد القص السموح به 80Mpa لمعدن اللولب. احسب السماكة الأصغرية المطلوبة لكل صفيحة .

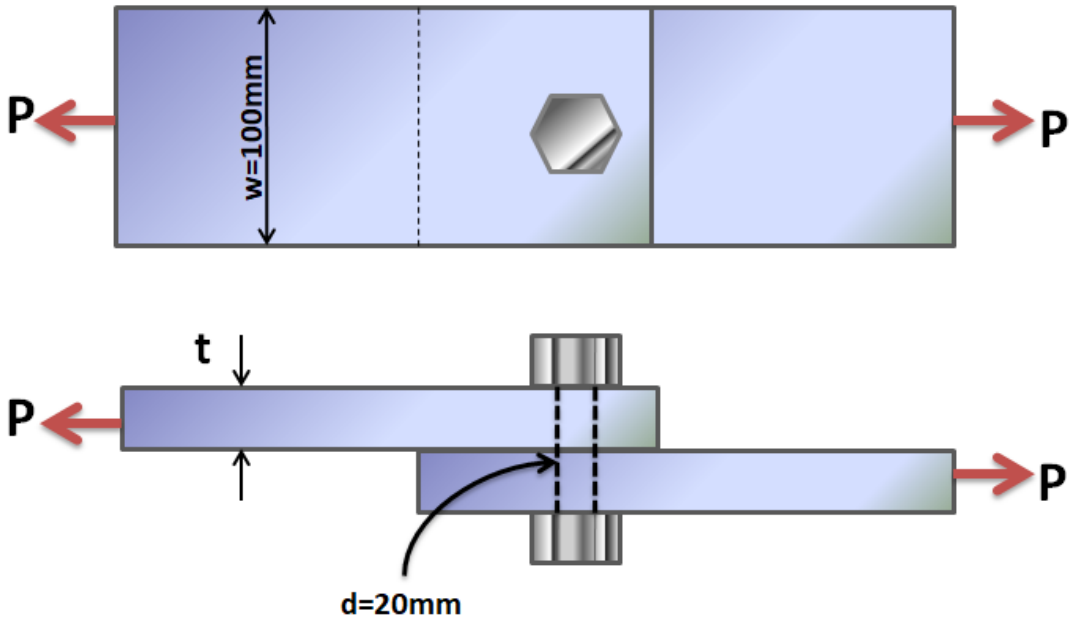
b- وفق الشروط المذكورة في الطلب الأول ، احسب معدل اجهاد الشد الأعظمي في الصفيحتين .

b

$\sigma_{ave} = ?$

a

$\sigma_b = 140\ Mpa$
$\tau = 80\ Mpa$
$t = ?$



$$P_\tau = P_b$$

$$\tau A_\tau = \sigma_b A_b$$

$$\tau \left(\frac{\pi}{4} d^2\right) = \sigma_b (td)$$

$$t = \frac{\pi d \tau}{4\sigma_b}$$

$$t = \frac{\pi(20)(80)}{4(140)} \left(\frac{mm.\,Mpa}{Mpa}\right)$$

$$t = 8.98mm$$

$$\sigma_{ave} = \frac{P}{A_{net}}$$

$$P = \tau A_{\tau} = \tau\left(\frac{\pi}{4}d^2\right)$$

$$P = (80x10^6)\left(\frac{\pi}{4}(0.02)^2\right) = 25.13\ KN$$

$$A_{net} = (W - d)t$$

$$A_{net} = (100 - 20)(8.98) = 718\ mm^2$$

$$\sigma_{ave} = \frac{25.13x10^3}{718x10^{-6}} = 35Mpa$$