الفصل الأول : الاجهادات المرنة في التربة

1.1 مقدمة

التربة وسط غير متجانس, سلوكه ليس مرناً إلا في حالة التشوهات الصغيرة جداً, ولكن دراسة سلوك التربة اللدن يتطلب معرفة السلوك المرن للتربة, وبشكل عام يعتبر التحليل المرن الخطوة الأولى في دراسة السلوك غير المرن للتربة.

من أجل استخدام التحليل المرن فقط في دراسة سلوك التربة, يتوجب على المهندس الجيوتكنيكي التأكد من أن التربة لن تتعرض لهبوطات كبيرة تحت تأثير أية حالة تحميل متوقعة للمنشأة, فيجب أن تكون الهبوطات ضمن الحدود المسموحة كما يجب أن تكون هذه الهبوطات مرنة, أي أنه لا يوجد هبوطات متبقية بعد تفريغ الحمولات. فعلى سبيل المثال, يمكن استخدام التحليل المرن لحساب هبوط الترب المفككة الخشنة.

الهدف الأساسي لهذا الفصل هو إيجاد حالة الاجهادات لأية نقطة من وسط التربة وبالنسبة لأي مستوي يقطع هذه النقطة، يستوجب ذلك معرفة الاجهادات الناظمية والمماسية في هذه النقطة بالنسبة لثلاثة مستويات متعامدة.

المصطلح العلمي باللغة العربية	المصطلح العلمي باللغة الانكليزية	الرمز	الواحدة
متجانس	Homogeneous	-	-
غير متجانس	Heterogeneous	-	-
مادة مرنة	Elastic Material	-	-
مادة مرنة خطياً	Linear Elastic Material	-	-
اجهاد ناظمي	Normal Stress	σ	kN/m^2
اجهاد مماسي	Shear Stress	τ	kN/m^2
اجهاد الوسطي	Mean Stress	p	kN/m^2
ضغط الماء المسامي	Pores Water Pressure	u	kN/m^2
متماثل الخواص	Isotropic	-	-
متباين الخواص	Anisotropic	–	-
معامل يونغ (المرونة)	Young's Modulus	E	kN/m^2
معامل القص	Shear Modulus	G	kN/m^2
معامل بواسون	Poisson's Ratio	ν	-
حالات التشوهات المستوية	plane strain condition	-	-
حالة التناظر المحوري	Axisymetric condition	-	-
الاجهادات الأولية في التربة	Initial Stresses in Soil	σ_0	kN/m^2
الاجهادات الشاقولية الأولية	Vertical Initial Stresses	σ_{v0}	kN/m^2
الاجهادات الأفقية الأولية	Horizontal Initial Stresses	σ_{h0}	kN/m^2
معامل دفع التربة الجانبي	Lateral earth pressure	-	-
حمولة مركزة	Point Load	-	kN

kN/m	-	Line Load	حمولة خطية شريطية
$kN/m^2/m$	-	Strip Load	حمولة شاقولية شريطية موزعة بانتظام
kN/m^2	-	Uniformly Circular Loaded Area	مساحة دائرية محملة بحمولة موزعة بانتظام
kN/m^2	-	Uniformly Rectangular Loaded Area	مساحة مستطيلة محملة بحمولة موزعة بانتظام
$kN/m^2/m$	-	Embankment Loading	حمولة ردمية
kN/m^2	σ_i	Principal Stress	اجهاد رئيسي
kN/m^2	σ_1	Major Principal Stress	اجهاد رئيسي أعظمي
kN/m^2	σ_3	Minor Principal Stress	اجهاد رئيسي أصغري

2. 1 تعاريف

مفهوم الاجهاد (stress concept) :

لنعتبر جسماً ما في حالة توازن تحت تأثير القوى الخارجية (الشكل 1-1). يقطع المستوي A هذا الجسم إلى جزأين، ويكون كل من هذين الجزأين في حالة توازن تحت تأثير القوى الداخلية والخارجية المؤثرة على كل جزء. القوى الداخلية مطبقة على المقطع الناتج عن المستوي A. لنعتبر مساحة متناهية في الصغر dA والناظم عليها n . لنفرض أن dF هي محصلة القوى الداخلية المؤثرة على هذه المساحة، والتي تقسم إلى مركبتين مماسية dT وناظمية dN . بالتالي، يمكن تعريف الاجهاد الناظمي σ_n والاجهاد القاص τ بالنسبة للمستوي A كما يلي:

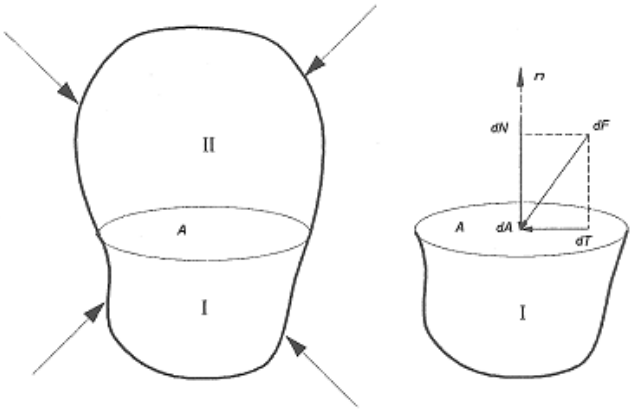
$$\sigma_n = \lim_{dA\to 0} \frac{dN}{dA}$$

$$\tau = \lim_{dA\to 0} \frac{dT}{dA} \qquad (1-1)$$

يمكن أن تقسم القوة dT أيضاً إلى مركبتين dTx و dTy بالنسبة للمحورين x و y . بالتالي، يمكن تعريف الاجهادات المماسية كما يلي:

$$\tau_x = \lim_{dA\to 0} \frac{dT_x}{dA}$$

$$\tau_y = \lim_{dA\to 0} \frac{dT_y}{dA} \qquad (1-2)$$



الشكل 1-1 : توازن الوسط تحت تأثير القوى الخارجية

الاجهادات الرئيسية (Principle stresses)

في أية نقطة من وسط مستمر معرضة للاجهادات هناك ثلاثة مستويات متعامدة تكون فيها الاجهادات المماسية معدومة, تدعى هذه المستويات بالمستويات الرئيسية للاجهادات, وتدعى الاجهادات الناظمية على تلك المستويات بالاجهادات الرئيسية. يسمى أكبر تلك الاجهادات الاجهاد الرئيسي الأعظمي ويرمز له بـ σ_1, وأصغر تلك الاجهادات الاجهاد الرئيسي الأصغري ويرمز له بـ σ_3.

الاجهاد الكلي σ (Total stress) :

هو الاجهاد المنقول بواسطة جزيئات التربة والسائل والغاز الموجودين في فراغات التربة.

الاجهاد الفعال σ′ (Effective stress) :

هو الاجهاد المنقول بواسطة جزيئات التربة الصلبة.

ضغط ماء المسامات u (Pore water pressure) :

هو ضغط الماء المحجوز في مسامات التربة

الاجهاد الوسطي P (Mean stress) :

هو متوسط الاجهادات المؤثرة على الجسم, أو متوسط الاجهادات في ثلاثة اتجاهات متعامدة متجاورة.

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \qquad (1-3)$$

يرمز للاجهاد الوسطي الفعال بـ p′.ويحسب بالعلاقة :

$$p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3}{3} = \frac{\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z}{3} = p - u \qquad (1-4)$$

الاجهاد الديفياتوري q (Deviatoric stress) :

يعبر الاجهاد الديفياتوري عن الاجهاد القاص المؤثر على الجسم ويعطى بالعلاقة :

$$q = q' = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (1-5)$$

وسط متماثل الخواص (Isotropic) :

يعني أن خواص المادة متماثلة في جميع الاتجاهات كما أنها تحت تأثير تشوه ما تخضع المادة لنفس الاجهادات مهما كان اتجاه تطبيق هذا التشوه.

وسط متباين الخواص (Anisotropic) :

يعني أن خواص المادة غير متساوية في الاتجاهات المختلفة كما أن الاجهادات المتولدة نتيجة تطبيق تشوه ما على المادة تتعلق باتجاه تطبيق التشوه.

مادة مرنة (Elastic material) :

هي المادة التي تعود إلى وضعها الأصلي عند نزع الحمولة عنها.

مادة مرنة خطياً (Linear elastic material) :

هي المادة التي تعود إلى وضعها الأصلي عند نزع الحمولة عنها, وتكون العلاقة بين الاجهادات والتشوهات خطية.

مفهوم التشوه (Strain concept)

ليكن لدينا الانتقالات متناهية الصغر ∂u و ∂v و ∂w التي تحدث في الاتجاهات x و y وz بالترتيب. تعرف التشوهات الخطية كالتالي:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$
$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad (1-6)$$
$$\varepsilon_x = \frac{\partial w}{\partial z}$$

كما تعرف التشوهات الزاوية أو تشوهات القص كالتالي:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$
$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \qquad (1-7)$$

1. 3 قانون هوك

1. 3. 1 الحالة العامة للاجهادات

في حالة الترب المرنة خطياً ومتماثلة الخواص, ترتبط الاجهادات بالتشوهات وفق قانون هوك الذي يعطى في الحالة العامة للاجهادات بالشكل التالي :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \qquad (1-8)$$

من العلاقة السابقة, لدينا مثلاً :

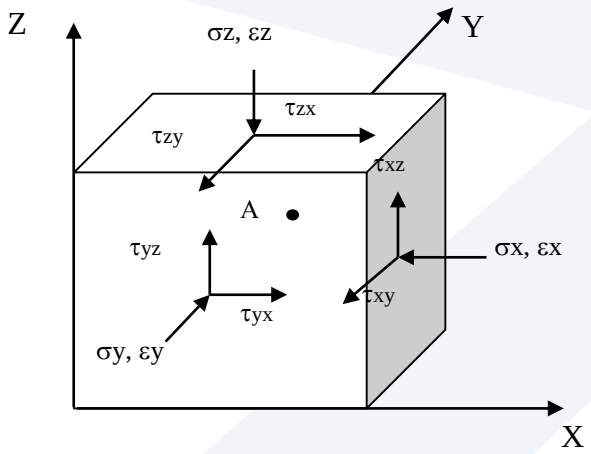
$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \qquad (1-9)$$

حيث G تمثل معامل القص, ويعطى بالعلاقة :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad (1-10)$$

سوف نسمي ν, G, E بارامترات المرونة

يكفي معرفة اثنين من هذه البارامترات (E, ν) أو (G, ν) من أجل حل المسائل في حالة المواد المرنة خطياً ومتماثلة الخواص.



الشكل 2-1: مركبات الاجهادات الناظمية والمماسية

1. 3. 2 حالة الاجهادات الرئيسية

إذا كانت المحاور 1 و 2 و3 محاور رئيسية وكانت الاجهادات الناظمية وفق هذه المحاور ($\sigma_3, \sigma_2, \sigma_1$) رئيسية فإن قانون هوك يختصر إلى التالي :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{E}\begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} \qquad (1-11)$$

1. 4 حالات التشوهات المستوية والتناظر المحوري (Plane strain and axisymmetric conditions)

1. 4. 1 حالة التشوهات المستوية (plane strain condition)

حالة التشوهات المستوية مألوفة جداً في الهندسة الجيوتكنيكية, حيث يكون التشوه في أحد الاتجاهات معدوماً, ويكون المنشأ متناظراً على كامل طول هذا الاتجاه (من ناحية الشكل والحمولات). كمثال على حالة التشوهات المستوية, لنعتبر عنصراً صغيراً A من التربة الواقعة خلف الجدار الاستنادي (الشكل 3-1). نظراً إلى أن الانتقالات التي يمكن أن تحدث في الاتجاه Y صغيرة جداً

مقارنة بطول الجدار, فإن هذه التشوه الناظمي وفق هذا الاتجاه يتناهى إلى الصفر, أي أن $\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y} \approx 0$. يمكننا إذاً الافتراض بأن العنصر A يخضع لشروط التشوهات المستوية.

بتعويض $\varepsilon_2=0$ في المعادلة 8-1, يصبح قانون هوك لحالة التشوهات المستوية كما يلي :

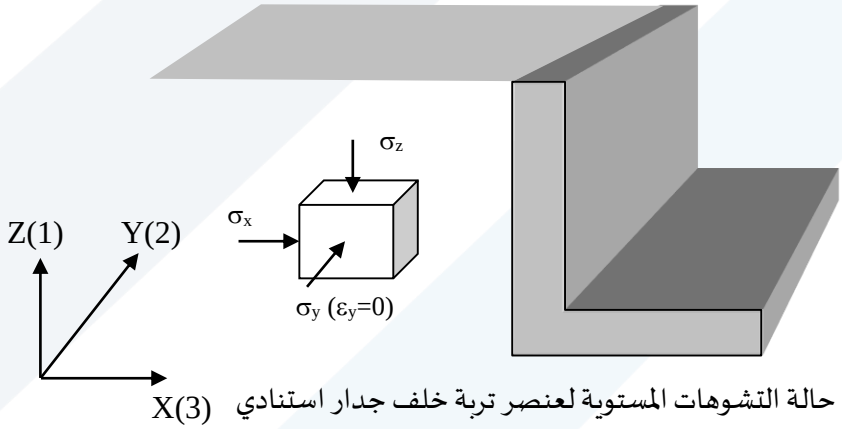
$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_3\end{Bmatrix}=\frac{1+\nu}{E}\begin{bmatrix}1-\nu & -\nu\\ -\nu & 1-\nu\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{Bmatrix} \qquad (1.12)$$

إن مقلوب المعادلة 12-1 هو :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{Bmatrix}=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1-\nu & \nu\\ \nu & 1-\nu\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_3\end{Bmatrix} \qquad (1.13)$$

كما أن σ_2 يعطى بالعلاقة:

$$\sigma_2=\nu(\sigma_1+\sigma_3) \qquad (1-14)$$



الشكل 3-1: حالة التشوهات المستوية لعنصر تربة خلف جدار استنادي

1.4.2 حالة التناظر المحوري (Axisymetric condition)

إن الحالة الثانية المألوفة في الهندسة الجيوتكنيكية هي حالة التناظر المحوري, حيث تكون كل من الاجهادات والتشوهات في الاتجاهين العموديين على محور التناظر متساوية ($\sigma_2=\sigma_3$ و $\varepsilon_2=\varepsilon_3$). لنعتبر خزان ماء يستند على سطح التربة (الشكل 4-1). إن الاجهاد القطري (σ_r) والاجهاد المحيطي (σ_θ), على عنصر اسطواني من التربة واقع تحت مركز الخزان مباشرة, متساويان ($\sigma_r=\sigma_\theta$), وذلك بسبب التناظر المحوري.

بتبديل σ_2 بـ σ_3 في المعادلة 8-1, يصبح قانون هوك لحالة التناظر المحوري الشاقولي كما يلي :

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_3\end{Bmatrix}=\frac{1}{E}\begin{bmatrix}1 & -2\nu\\ -\nu & 1-\nu\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{Bmatrix} \qquad (1-15)$$

إن مقلوب المعادلة السابقة هو :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{Bmatrix}=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1-\nu & 2\nu\\ \nu & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_3\end{Bmatrix} \qquad (1-16)$$

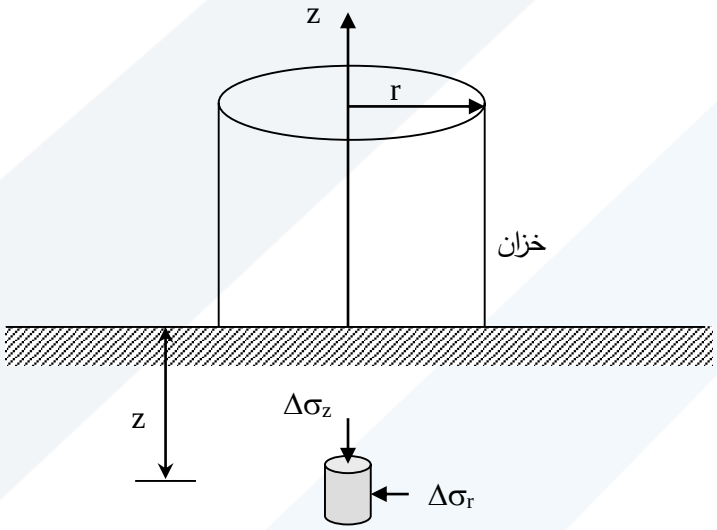
ويكون الاجهاد الوسطي في حالة التناظر المحوري (المعادلة 3-1):

$$p' = \frac{\sigma_1' + 2\sigma_3'}{3} \quad and \quad p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} \qquad (1-17)$$

$$p' = p - u$$

ويكون الاجهاد الدفياتوري (المعادلة 4-1):

$$q = q' = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1' - \sigma_3' \qquad (1-18)$$



الشكل 4-1 : حالة التناظر المحوري لعنصر تربة تحت مركز خزان

مثال 1

تم تنفيذ تجربة ضغط محوري على عينة اسطوانية، حيث تم تطبيق الاجهادات التالية $\sigma_2=\sigma_3=100$ kPa و $\sigma_1=300$ kPa. تم الحصول على النتائج التالية: $\varepsilon_1=6\%$ و $\varepsilon_2=\varepsilon_3=-1\%$ (توسع). يطلب حساب الثوابت المرنة E و ν و G وذلك بفرض أن سلوك التربة مرن خطياً.

الحل:

بتطبيق قانون هوك نحصل على:

$$\begin{Bmatrix} 0.06 \\ -0.01 \\ -0.01 \end{Bmatrix} = \frac{1}{E}\begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 300 \\ 100 \\ 100 \end{Bmatrix}$$

$$0.06=\frac{300}{E}-\frac{\nu}{E}(100+100)$$

$$-0.01=\frac{100}{E}-\frac{\nu}{E}(100+100)$$

بحل المعادلتين نحصل على E=3.8MPa و ν=0.35

$$G=\frac{E}{2(1+\nu)}=\frac{3.8}{2(1+0.35)}=1.41MPa$$

1. 5 توزع الاجهادات في التربة

1. 5. 1 الاجهادات الناتجة عن وزن التربة (Initial Stresses)

يمكن أن يكون توزع الاجهادات الناتجة عن وزن التربة بسيطاً في الحالات التي يكون فيها سطح التربة أفقياً, وتغير التربة في الاتجاه الأفقي طفيفاً. أما في الحالات الأخرى فإن توزع الاجهادات يمكن أن يكون معقداً. سوف نتطرق هنا للحالة البسيطة المذكورة آنفاً.

أ- الاجهاد الشاقولي في حال غياب المياه الجوفية

في حالة الترب المتجانسة أفقياً وعندما يكون سطح التربة أفقياً, تكون الاجهادات القاصة على المستويات الأفقية والشاقولية في التربة معدومة. يمكن في هذه الحالة حساب الاجهاد الشاقولي عند أي عمق ببساطة حيث يكون هذا الاجهاد مساوياً لوزن التربة فوق هذا العمق. إذا كان الوزن الحجمي للتربة ثابتاً مع العمق, فإن الاجهاد الشاقولي يتغير خطياً مع العمق ويحسب الاجهاد الشاقولي على عمق z لوسط من التربة ذات وزن حجمي γ بالعلاقة:

$$\sigma_z=\gamma.z \qquad (1-19)$$

إذا كانت التربة متطبقة, وكل طبقة ذات وزن حجمي مختلف فإن الاجهاد الشاقولي على عمق z يعطى بالعلاقة:

$$.\sigma_z=\sum_{i=1}^{n}\gamma_i.z_i \qquad (1-20)$$

ب- الاجهاد الشاقولي في حال وجود المياه الجوفية

تحسب الاجهادات الناظمية الفعالة في الترب المشبعة والتي تكون فيها المياه في حالة توازن هيدروستاتيكي بعلاقة ترزاكي للاجهادات الفعالة والتي تكتب بالشكل التالي:

$$\sigma'=\sigma-u \qquad (1-21)$$

ج- الاجهاد الأفقي

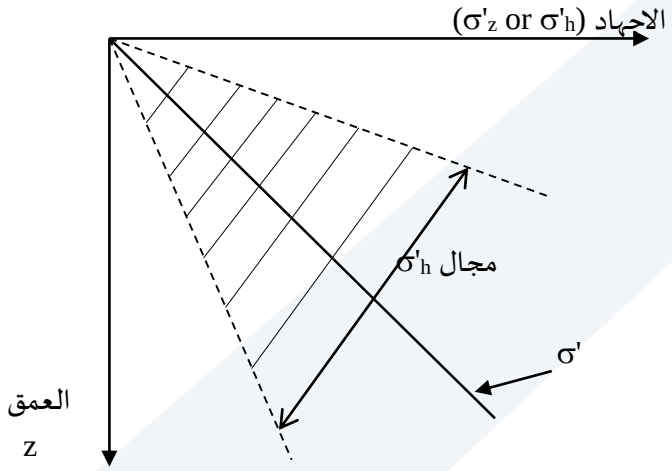
يتم عادة التعبير عن نسبة الاجهاد الأفقي الفعال σ'_h إلى الاجهاد الشاقولي σ'_z بعامل الاجهاد الجانبي K, حيث:

$$K=\frac{\sigma'_h}{\sigma'_z} \qquad (1-22)$$

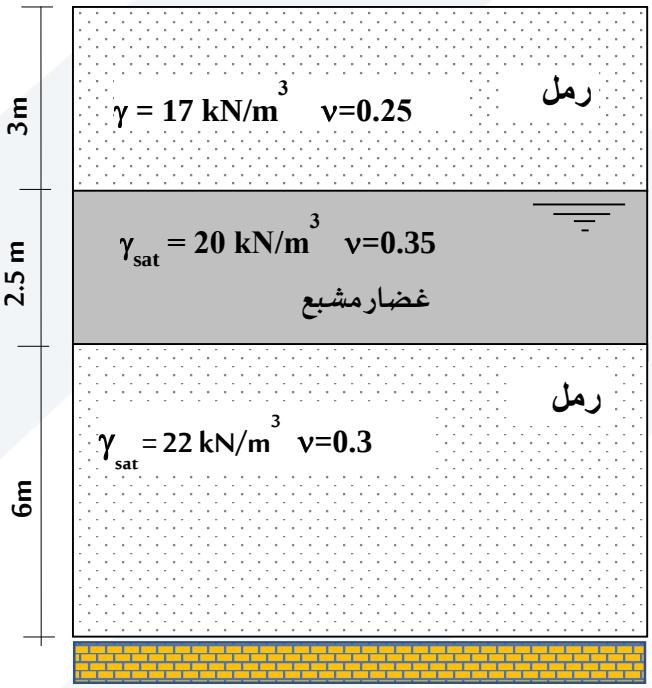
تتغير قيم K ضمن مجال واسع وذلك حسب إجهاد الضغط الذي تعرضت له التربة في السابق (الشكل 5-1).

يتم عادة الاهتمام بالاجهاد الأفقي عندما لا تتشـــوه التربة في الاتجاه الأفقي. في هذه الحالة, يدعى عامل الاجهاد K بعامل الاجهاد الجانبي في وضع الراحة, ويرمز له بـ K_0.

غالباً ما يكون الاجهاد الأفقي أصغر من الاجهاد الشـاقولي ($K_0 < 1$). على سـبيل المثال, تتراوح قيمة K_0 للرمل (0.5 – 0.4). إذا كانت التربة قد تعرضت في السابق لضغوط عالية فإنه يمكن أن يتجاوز الاجهاد الأفقي الاجهاد الشاقولي ($K_0 > 1$).



الشكل 5-1: الاجهادات الناتجة عن وزن التربة



مثال 2

يطلب الحساب والرسم على نفس الشكل لمايلي:

- تغير الاجهاد الشاقولي الفعال مع العمق
- تغير الاجهاد الأفقي الفعال مع العمق

ملاحظة: افرض في الحل أن γ_w=10 kN/m^3

الحل

$$\sigma'_{z,0} = 0$$

$$\sigma'_{z,3m} = 17*3 = 51 kN/m^2$$

$$\sigma'_{z,5.5m} = 51 + 10*2.5 = 76 kN/m^2$$

$$\sigma'_{z,11.5m} = 76 + 12*6 = 148 kN/m^2$$

$$\sigma'_h = K_0 * \sigma'_v = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma'_v$$

$$\sigma'_{h,z=0} = 0$$

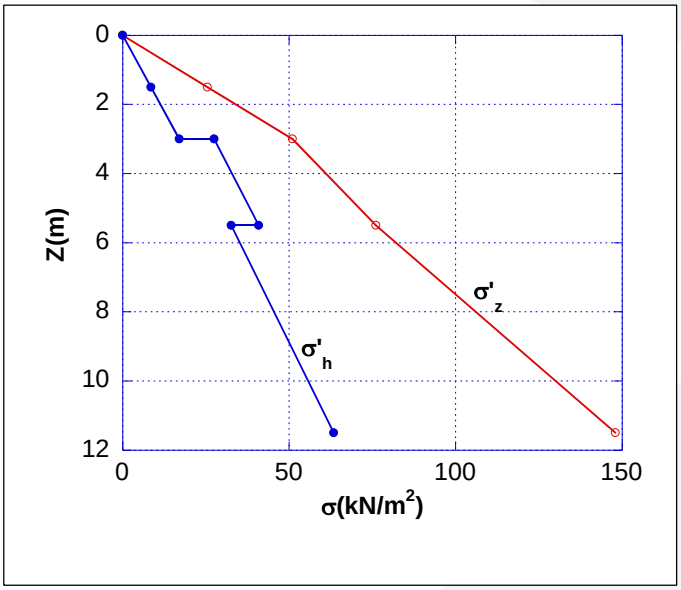
$$\sigma'_{h,3m,up} = \frac{0.25}{1-0.25} * 51 = 17\,kN/m^2$$

$$\sigma'_{h,3_down} = \frac{0.35}{1-0.35} * 51 = 27.5\,kN/m^2$$

$$\sigma'_{h,5.5m,up} = \frac{0.35}{1-0.35} * 76 = 40.9\,kN/m^2$$

$$\sigma'_{h,5.5m,down} = \frac{0.3}{1-0.3} * 76 = 32.6\,kN/m^2$$

$$\sigma'_{h,11.5m} = \frac{0.3}{1-0.3} * 148 = 63.4\,kN/m^2$$



1. 5. 2 الاجهادات الناتجة عن الحمولات الخارجية السطحية

يمكن أن تنقل المنشآت إلى التربة مختلف أشكال الحمولات, تعتمد طرق حساب الاجهادات في التربة الناتجة عن الحمولات الخارجية على نظرية المرونة, وتفترض معظم الحلول أن **التربة متجانسة ومتماثلة الخواص وسلوكها مرن خطياً والأساس مرن**.

الاجهادات الناتجة عن حمولة مركزة

لقد كان العالم الفرنسي بوسينيسك أول من أعطى الحل لمسألة توزع الاجهادات في التربة الناتجة عن قوة مركزة سطحية، وقد اعتبر أن التربة عبارة عن نصف فراغ مرن.

بفرض حمولة مركزة P تؤثر على سطح الأرض (الشكل 6-1). أعطى بوسينسك العلاقات التالية لحساب الاجهادات الناظمية في نقطة ضمن التربة احداثياتها (x, y, z).

$$\Delta\sigma_x = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3x^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{x^2-y^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{y^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{2y^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{y^2-x^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{x^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

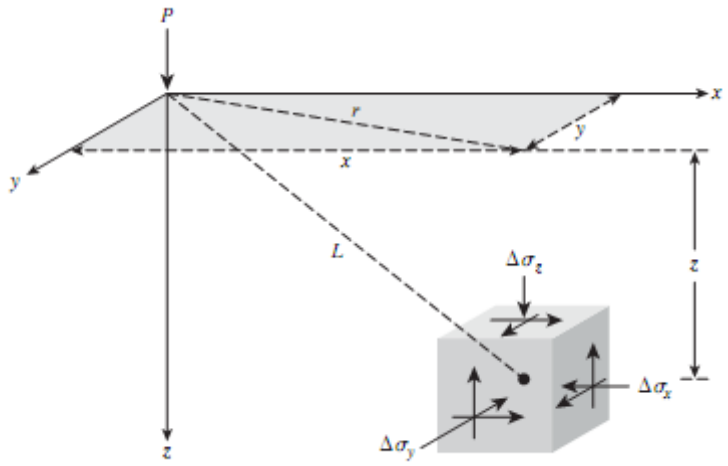
and

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{L^5} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}} \qquad (1\text{-}23)$$

where $r = \sqrt{x^2+y^2}$

$L = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{r^2+z^2}$

μ = Poisson's ratio



الشكل (1-6) : حمولة مركزة مطبقة على سطح نصف الفراغ المرن

مثال 3

احسب الاجهاد الشاقولي الناتج عن حمولة شاقولية مركزة على سطح الأرض مقدارها 100kN وذلك في نقطة احداثياتها x=3m, y=4m, z=6m علماً بأن z يمثل المحور الشاقولي.

الحل

باستخدام علاقة بوسينسك :

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{3*100}{2\pi}\frac{6^3}{(3^2+4^2+6^2)^{\frac{5}{2}}} = 0.36\ kN/m^2$$

الاجهادات الناتجة عن حمولة شريطية خطية

يبين الشكل 1-7 حمولة شاقولية مرنة خطية لا متناهية الطول، شدتها q على واحدة الطول، متوضعة على سطح نصف الفراغ المرن. يمكن حساب الزيادة في الاجهاد الشاقولي ضمن وسط التربة $\Delta\sigma_z$ بالاعتماد على نظرية المرونة والتي تعطى بالعلاقة التالية :

$$\Delta\sigma_z = \frac{2\,q\,z^3}{\pi(x^2+z^2)} \qquad (1-24)$$

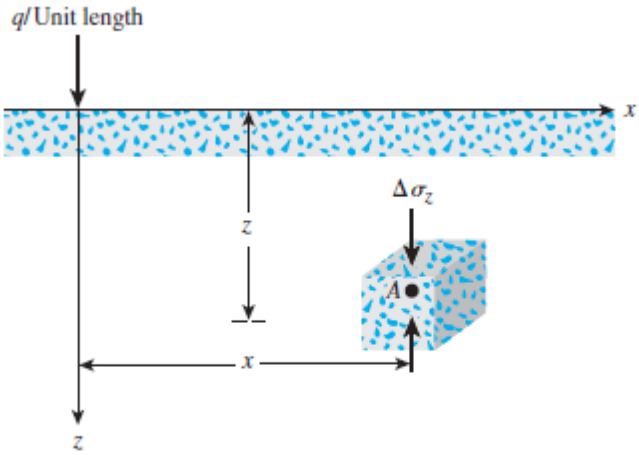
يمكن كتابة هذه العلاقة على الشكل التالي :

$$\frac{\Delta\sigma_z}{(q/z)} = \frac{2}{\pi\left[(x/z)^2+1\right]^2} \qquad (1-25)$$

نشير إلى أن العلاقة السابقة هي علاقة لا بعدية، نستطيع بواسطتها حساب تغير $\Delta\sigma_z/(q/z)$ مع تغير x/z كما هو مبين في الجدول التالي :

x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$
0	0.637	1.3	0.088
0.1	0.624	1.4	0.073
0.2	0.589	1.5	0.060
0.3	0.536	1.6	0.050
0.4	0.473	1.7	0.042
0.5	0.407	1.8	0.035
0.6	0.344	1.9	0.030
0.7	0.287	2.0	0.025
0.8	0.237	2.2	0.019
0.9	0.194	2.4	0.014
1.0	0.159	2.6	0.011
1.1	0.130	2.8	0.008
1.2	0.107	3.0	0.006

الجدول 1-1 : تغير $\Delta\sigma_z/(q/z)$ مع تغير x/z

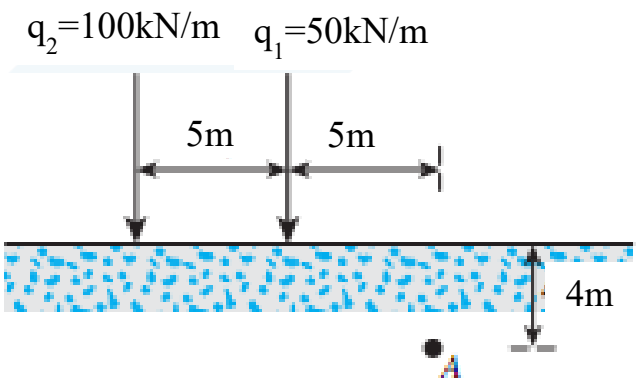


الشكل (1-7) : حمولة شاقولية مرنة مركزة لا متناهية الطول متوضعة على سطح نصف الفراغ المرن

مثال 4

يطلب حساب الاجهاد الشاقولي في النقطة A الناتج عن الحمولتين الشريطيتين المطبقتين على سطح الأرض والمبينتين في الشكل التالي.

الحل



$$\Delta\sigma_{z,A}=\Delta\sigma_{z,1}+\Delta\sigma_{z,2}$$

$$\Delta\sigma_{z,1}=\frac{2q_1z^3}{\pi(x_1^2+z^2)^2}=\frac{2*50*4^3}{\pi(5^2+4^2)^2}=1.21kN/m$$

$$\Delta\sigma_{z,2}=\frac{2q_2z^3}{\pi(x_2^2+z^2)^2}=\frac{2*100*4^3}{\pi(10^2+4^2)^2}=0.3\,kN/m$$

$$\Delta\sigma_{z,A}=1.21+0.3=1.51kN/m$$

الاجهادات الناتجة عن حمولة شاقولية شريطية موزعة بانتظام(عرض محدود وطول غير محدود)

تصادف هذه الحمولة كثيراً في الحياة العملية، وكمثال عليها حالة جدار استنادي أو حالة أساس مرن مستمر، ينقل إلى التربة اجهاد شاقولي موزع بانتظام، وهي حالة تشوهات مستوية (الفقرة 1-4-1).

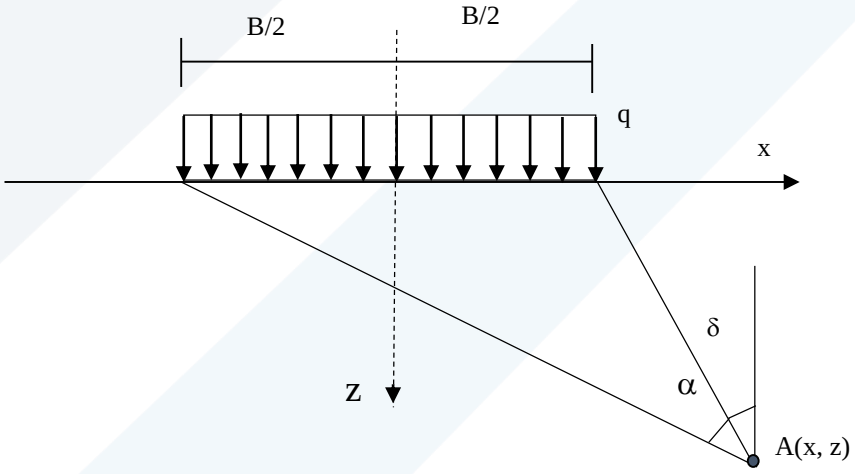
بفرض شدة الحمولة الشريطية q وعرضها B، تكون الاجهادات في نقطة ما A ضمن التربة (الشكل 1-8) كما يلي:

$$\Delta\sigma_z=\frac{q}{\pi}[\alpha+\sin\alpha\cos(\alpha+2\delta)]$$

$$\Delta\sigma_x=\frac{q}{\pi}[\alpha-\sin\alpha\cos(\alpha+2\delta)]$$

$$\Delta\sigma_y=\frac{2q}{\pi}\nu\,\alpha \qquad (1-26)$$

$$\Delta\tau_{xz}=\frac{q}{\pi}\sin\alpha\sin(\alpha+2\delta)$$



الشكل (1-8) : حمولة شريطية مرنة موزعة بانتظام مطبقة على سطح نصف الفراغ المرن

يمكن كتابة العلاقات السابقة بالشكل التالي:

$$\Delta\sigma_z=\alpha.q$$
$$\Delta\sigma_x=\beta.q \qquad (1-27)$$
$$\Delta\tau_{xz}=\gamma.q$$

تبين الجداول 2-1- أ و 2-1- ب و 2-1 ت بالترتيب تغير كل من α و β و γ مع z/B و x/B

$\frac{z}{B}$	$\frac{x}{B}$					
	0.0	**0.25**	**0.5**	**1**	**1.5**	**2**
0.00	1.00	1.00	0.50	0	0	0
0.25	0.959	0.902	0.497	0.019	0.003	0.001
0.50	0.818	0.735	0.480	0.084	0.017	0.005
0.75	0.668	0.607	0.448	0.146	0.042	0.015
1.00	0.550	0.510	0.409	0.185	0.071	0.029
1.25	0.462	0.436	0.370	0.205	0.095	0.044
1.50	0.396	0.379	0.334	0.211	0.114	0.059
1.75	0.345	0.334	0.302	0.210	0.127	0.072
2.00	0.306	0.298	0.275	0.205	0.134	0.083
3.00	0.208	0.206	0.198	0.171	0.136	0.103
4.0	0.158	0.156	0.153	0.140	0.122	0.102
5.00	0.126	0.126	0.124	0.117	0.107	0.095
6.0	0.106	0.105	0.104	0.100	0.094	0.086
8.0	0.079	0.079	0.079	0.077	0.074	0.070

الجدول (2-1- أ) : تغير α مع z/B و x/B لحالة شريطية مرنة موزعة بانتظام شدتها q

$\frac{z}{B}$	$\frac{x}{B}$					
	0.0	**0.25**	**0.5**	**1**	**1.5**	**2**
0.00	1.00	1.00	0.50	0	0	0
0.25	0.450	0.393	0.347	0.171	0.074	0.041
0.50	0.182	0.186	0.225	0.211	0.122	0.074
0.75	0.081	0.098	0.142	0.185	0.139	0.095
1.00	0.041	0.055	0.091	0.146	0.134	0.103
1.25	0.023	0.033	0.060	0.111	0.120	0.103
1.50	0.014	0.021	0.040	0.084	0.102	0.097
1.75	0.009	0.014	0.028	0.064	0.085	0.088
2.00	0.006	0.010	0.020	0.049	0.071	0.078
3.00	0.002	0.003	0.007	0.019	0.033	0.044
4.0	0.001	0.001	0.003	0.009	0.017	0.025
5.00	0.000	0.001	0.002	0.005	0.010	0.015
6.0	0.000	0.000	0.001	0.003	0.006	0.010
8.0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004

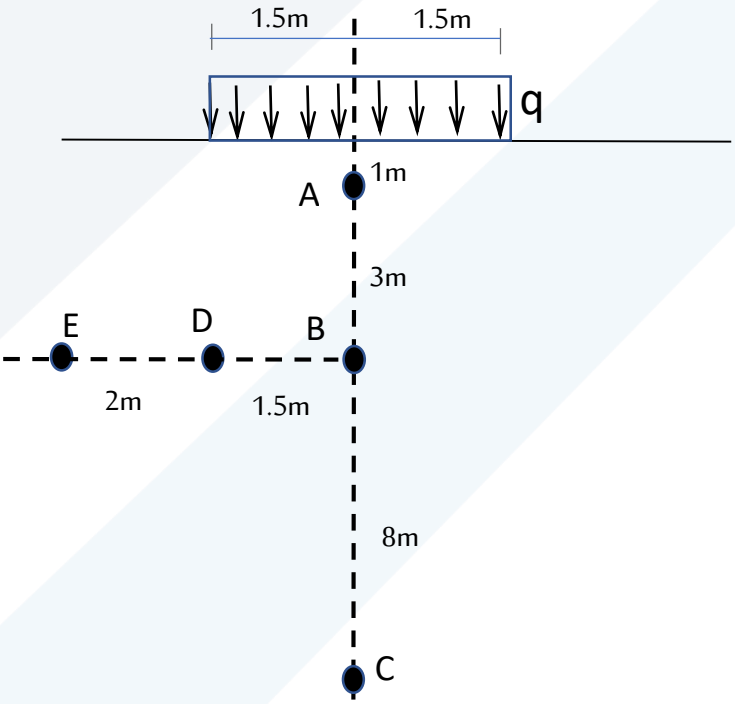
الجدول (2-1- ب) : تغير β مع z/B و x/B لحالة شريطية مرنة موزعة بانتظام شدتها q

$\frac{z}{B}$	$\frac{x}{B}$					
	0.0	**0.25**	**0.5**	**1**	**1.5**	**2**
0.00	0	0	0.32	0	0	0
0.25	0.000	0.127	0.300	0.055	0.014	0.005
0.50	0.000	0.157	0.255	0.127	0.045	0.020
0.75	0.000	0.127	0.204	0.157	0.075	0.037
1.00	0.000	0.096	0.159	0.157	0.095	0.054
1.25	0.000	0.072	0.124	0.144	0.105	0.067
1.50	0.000	0.055	0.098	0.127	0.106	0.075
1.75	0.000	0.043	0.078	0.111	0.102	0.079
2.00	0.000	0.034	0.064	0.096	0.095	0.079
3.00	0.000	0.017	0.032	0.055	0.066	0.067
4.0	0.000	0.010	0.019	0.034	0.045	0.050
5.00	0.000	0.006	0.012	0.023	0.032	0.037
6.0	0.000	0.004	0.009	0.017	0.023	0.028
8.0	0.000	0.002	0.005	0.010	0.014	0.018

الجدول (2-1- ت) : تغير γ مع z/B و x/B لحالة شريطية مرنة موزعة بانتظام شدتها q

مثال 5

احسب الاجهاد الشاقولي الناتج عن حمولة شريطية عرضها 3m وشدتها $q=400kN/m^2/m$ متوضعة على سطح الأرض وذلك في النقاط A, B, C, D, E المبينة بالشكل



الحل

$$\Delta\sigma_z = \alpha . q$$

النقطة	X	z	x/B	z/B	a	$\Delta\sigma_z$ kN/m²/m
A	0	1	0	0.333	0.912	364.8
B	0	4	0	1.333	0.44	176
C	0	12	0	4	0.158	63.2
D	1.5	4	0.5	1.333	0.358	143.2
E	3.5	4	1.167	1.333	0.172	68.8

الاجهادات الناتجة عن ردمية ترابية

يبين الشكل 1-9 المقطع العرضي لردمية ترابية ارتفاعها H. يمكن حساب زيادة الاجهاد الشاقولي في النقطة M الواقعة على عمق z تحت مركز الردمية الترابية بالعلاقة التالية:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q_0}{\pi}\left[\alpha_1(1+\frac{b}{a})+\alpha_2\right] \qquad (1-28)$$

حيث,

$q_0 = \gamma \cdot H$, γ الوزن الحجمي للردمية الترابية

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{a+b}{z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{b}{z}\right) \qquad (1-29)$$

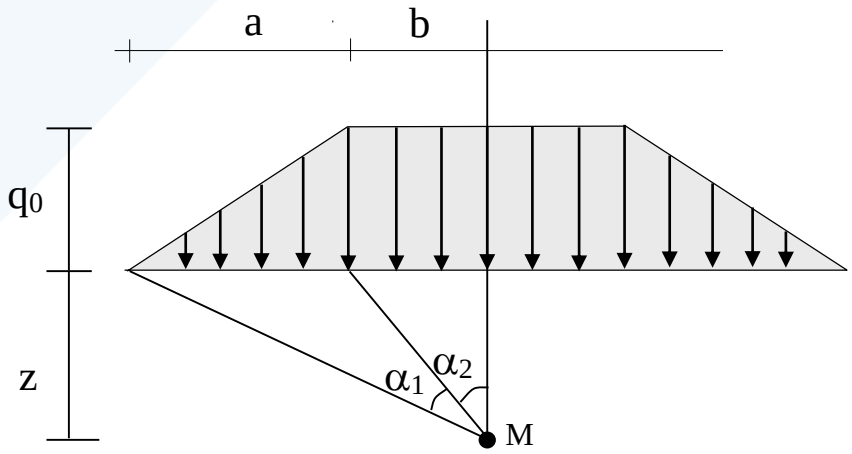
$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{b}{z}\right) \qquad (1-30)$$

α_1 و α_2 مقاسة بالراديان

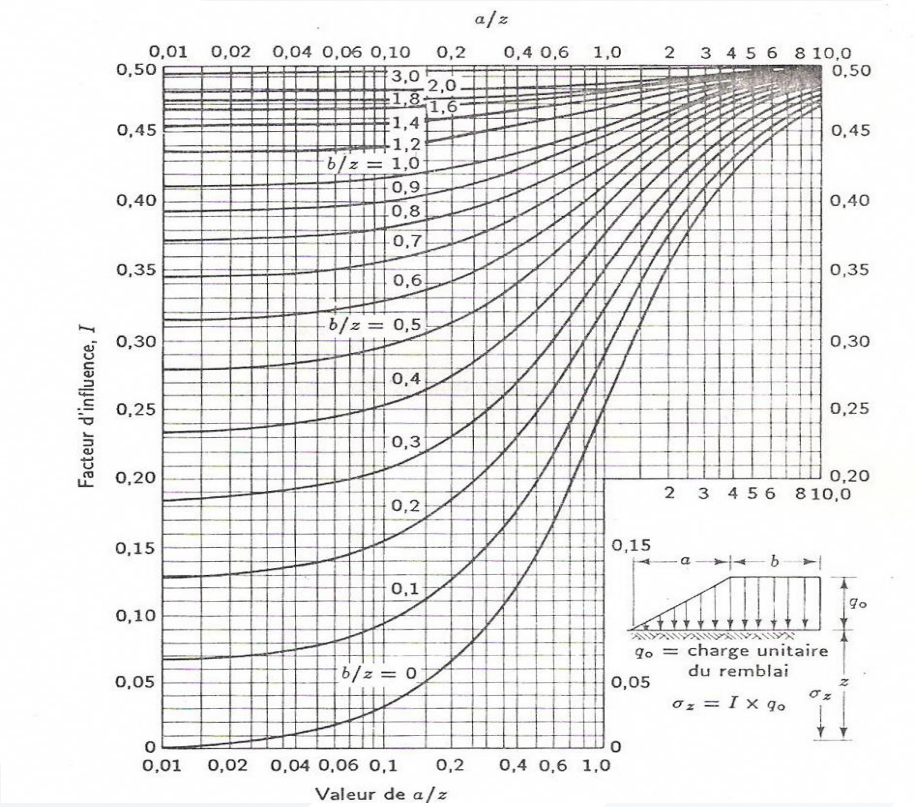
يمكن كتابة العلاقة 1-28 بالشكل التالي:

$$\Delta\sigma_z = q_0 I \qquad (1-31)$$

I تابع لـ B_1/z و B_2/z, تعطى قيمه بالشكل 1-10



الشكل 1-9 : ردمية ترابية مطبقة على سطح نصف الفراغ المرن



الشكل 10-1 : الاجهاد الشاقولية الناتج عن حمولة شبه منحرف تحت مركز الحمولة

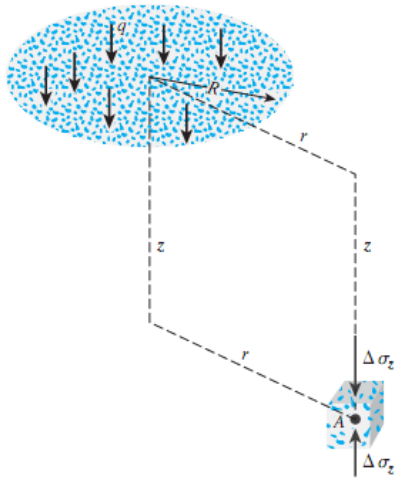
الاجهادات الناتجة عن حمولة شاقولية دائرية

تصادف هذه الحمولة أيضاً في الحياة العملية وكمثال عليها حالة أساس مرن لخزان دائري، نصف قطره R، ينقل إلى التربة حمولة موزعة بانتظام شدتها q (الشكل 11-1).

يمكن حساب الاجهاد الشاقولي $\Delta\sigma_z$ على عمق z تحت أي نقطة تقع على بعد أفقي r من مركز الحمولة الدائرية بالعلاقة التالية:

$$\Delta\sigma_z = q(A' + B') \qquad (1-29)$$

يبين الجدول 3-1 قيم A′ والجدول 4-1 قيم B′ وذلك بدلالة z/R وr/R



الشكل (11-1) : حمولة دائرية مرنة موزعة بانتظام مطبقة على سطح نصف الفراغ المرن

z/R \ r/R	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.5	2
0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0	0	0
0.1	0.90050	0.89748	0.88679	0.86126	0.78797	0.43015	0.09645	0.02787	0.00856
0.2	0.80388	0.79824	0.77884	0.73483	0.63014	0.38269	0.15433	0.05251	0.01680
0.3	0.71265	0.70518	0.68316	0.62690	0.52081	0.34375	0.17964	0.07199	0.02440
0.4	0.62861	0.62015	0.59241	0.53767	0.44329	0.31048	0.18709	0.08593	0.03118
0.5	0.55279	0.54403	0.51622	0.46448	0.38390	0.28156	0.18556	0.09499	0.03701
0.6	0.48550	0.47691	0.45078	0.40427	0.33676	0.25588	0.17952	0.10010	
0.7	0.42654	0.41874	0.39491	0.35428	0.29833	0.21727	0.17124	0.10228	0.04558
0.8	0.37531	0.36832	0.34729	0.31243	0.26581	0.21297	0.16206	0.10236	
0.9	0.33104	0.32492	0.30669	0.27707	0.23832	0.19488	0.15253	0.10094	
1	0.29289	0.28763	0.27005	0.24697	0.21468	0.17868	0.14329	0.09849	0.05185
1.2	0.23178	0.22795	0.21662	0.19890	0.17626	0.15101	0.12570	0.09192	0.05260
1.5	0.16795	0.16552	0.15877	0.14804	0.13436	0.11892	0.10296	0.08048	0.05116
2	0.10557	0.10453	0.10140	0.09647	0.09011	0.08269	0.07471	0.06275	0.04496
2.5	0.07152	0.07098	0.06947	0.06698	0.06373	0.05974	0.05555	0.04880	0.03787
3	0.05132	0.05101	0.05022	0.04886	0.04707	0.04487	0.04241	0.03839	0.03150
4	0.02986	0.02976	0.02907	0.02802	0.02832	0.02749	0.02651	0.02490	0.02193
5	0.01942	0.01938				0.01835			0.01573
6	0.01361					0.01307			0.01168
7	0.01005					0.00976			0.00894
8	0.00772					0.00755			0.00703
9	0.00612					0.00600			0.00566
10								0.00477	0.00465

الجدول (3-1) : قيم 'A بدلالة z/R و r/R لحالة حمولة دائرية مرنة موزعة بانتظام شدتها q

3	4	5	6	7	8	10	12	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.00211	0.00084	0.00042						
0.00419	0.00167	0.00083	0.00048	0.00030	0.00020			
0.00622	0.00250							
0.01013	0.00407	0.00209	0.00118	0.00071	0.00053	0.00025	0.00014	0.00009
0.01742	0.00761	0.00393	0.00226	0.00143	0.00097	0.00050	0.00029	0.00018
0.01935	0.00871	0.00459	0.00269	0.00171	0.00115			
0.02142	0.01013	0.00548	0.00325	0.00210	0.00141	0.00073	0.00043	0.00027
0.02221	0.01160	0.00659	0.00399	0.00264	0.00180	0.00094	0.00056	0.00036
0.02143	0.01221	0.00732	0.00463	0.00308	0.00214	0.00115	0.00068	0.00043
0.01980	0.01220	0.00770	0.00505	0.00346	0.00242	0.00132	0.00079	0.00051
0.01592	0.01109	0.00768	0.00536	0.00384	0.00282	0.00160	0.00099	0.00065
0.01249	0.00949	0.00708	0.00527	0.00394	0.00298	0.00179	0.00113	0.00075
0.00983	0.00795	0.00628	0.00492	0.00384	0.00299	0.00188	0.00124	0.00084
0.00784	0.00661	0.00548	0.00445	0.00360	0.00291	0.00193	0.00130	0.00091
0.00635	0.00554	0.00472	0.00398	0.00332	0.00276	0.00189	0.00134	0.00094
0.00520	0.00466	0.00409	0.00353	0.00301	0.00256	0.00184	0.00133	0.00096
0.00438	0.00397	0.00352	0.00326	0.00273	0.00241			

تتمة الجدول (4-1) : قيم 'A بدلالة z/R و r/R لحالة حمولة دائرية مرنة موزعة بانتظام شدتها q

z/R	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.5	2
									r/R
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.09852	0.10140	0.11138	0.13424	0.18796	0.05388	−0.07899	−0.02672	−0.00845
0.2	0.18857	0.19306	0.20772	0.23524	0.25983	0.08513	−0.07759	−0.04448	−0.01593
0.3	0.26362	0.26787	0.28018	0.29483	0.27257	0.10757	−0.04316	−0.04999	−0.02166
0.4	0.32016	0.32259	0.32748	0.32273	0.26925	0.12404	−0.00766	−0.04535	−0.02522
0.5	0.35777	0.35752	0.35323	0.33106	0.26236	0.13591	0.02165	−0.03455	−0.02651
0.6	0.37831	0.37531	0.36308	0.32822	0.25411	0.14440	0.04457	−0.02101	
0.7	0.38487	0.37962	0.36072	0.31929	0.24638	0.14986	0.06209	−0.00702	−0.02329
0.8	0.38091	0.37408	0.35133	0.30699	0.23779	0.15292	0.07530	0.00614	
0.9	0.36962	0.36275	0.33734	0.29299	0.22891	0.15404	0.08507	0.01795	
1	0.35355	0.34553	0.32075	0.27819	0.21978	0.15355	0.09210	0.02814	−0.01005
1.2	0.31485	0.30730	0.28481	0.24836	0.20113	0.14915	0.10002	0.04378	0.00023
1.5	0.25602	0.25025	0.23338	0.20694	0.17368	0.13732	0.10193	0.05745	0.01385
2	0.17889	0.18144	0.16644	0.15198	0.13375	0.11331	0.09254	0.06371	0.02836
2.5	0.12807	0.12633	0.12126	0.11327	0.10298	0.09130	0.07869	0.06022	0.03429
3	0.09487	0.09394	0.09099	0.08635	0.08033	0.07325	0.06551	0.05354	0.03511
4	0.05707	0.05666	0.05562	0.05383	0.05145	0.04773	0.04532	0.03995	0.03066
5	0.03772	0.03760				0.03384			0.02474
6	0.02666					0.02468			0.01968
7	0.01980					0.01868			0.01577
8	0.01526					0.01459			0.01279
9	0.01212					0.01170			0.01054
10								0.00924	0.00879

تتمة الجدول (4-1) : قيم 'B بدلالة z/R و r/R لحالة حمولة دائرية مرنة موزعة بانتظام شدتها q

3	4	5	6	7	8	10	12	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0
−0.00210	−0.00084	−0.00042						
−0.00412	−0.00166	−0.00083	−0.00024	−0.00015	−0.00010			
−0.00599	−0.00245							
−0.00991	−0.00388	−0.00199	−0.00116	−0.00073	−0.00049	−0.00025	−0.00014	−0.00009
−0.01115	−0.00608	−0.00344	−0.00210	−0.00135	−0.00092	−0.00048	−0.00028	−0.00018
−0.00995	−0.00632	−0.00378	−0.00236	−0.00156	−0.00107			
−0.00669	−0.00600	−0.00401	−0.00265	−0.00181	−0.00126	−0.00068	−0.00040	−0.00026
0.00028	−0.00410	−0.00371	−0.00278	−0.00202	−0.00148	−0.00084	−0.00050	−0.00033
0.00661	−0.00130	−0.00271	−0.00250	−0.00201	−0.00156	−0.00094	−0.00059	−0.00039
0.01112	0.00157	−0.00134	−0.00192	−0.00179	−0.00151	−0.00099	−0.00065	−0.00046
0.01515	0.00595	0.00155	−0.00029	−0.00094	−0.00109	−0.00094	−0.00068	−0.00050
0.01522	0.00810	0.00371	0.00132	0.00013	−0.00043	−0.00070	−0.00061	−0.00049
0.01380	0.00867	0.00496	0.00254	0.00110	0.00028	−0.00037	−0.00047	−0.00045
0.01204	0.00842	0.00547	0.00332	0.00185	0.00093	−0.00002	−0.00029	−0.00037
0.01034	0.00779	0.00554	0.00372	0.00236	0.00141	0.00035	−0.00008	−0.00025
0.00888	0.00705	0.00533	0.00386	0.00265	0.00178	0.00066	0.00012	−0.00012
0.00764	0.00631	0.00501	0.00382	0.00281	0.00199			

تتمة الجدول (4-1) : قيم 'B بدلالة z/R و r/R لحالة حمولة دائرية مرنة موزعة بانتظام شدتها q

مثال 6

أساس دائري مرن نصف قطره R=3m محمل بحمولة موزعة بانتظام شدتها q=100kN/m2. يطلب حساب الاجهاد الشاقولي على أعماق 3m و 4.5m و 6m ، تحت نقطة تطبيق القوة وعلى بعد أفقي 4.5m عن محور تطبيق القوة.

الحل

$$\Delta\sigma_z = q(A' + B')$$

$$R = 3m \ and \ q = 100\ kN/m^2$$

نحسب z/R و r/R ومن الجدولين 3-1 و 4-1 نحصل على A' و B' بالترتيب

$$r/R = 0$$

Depth, z (m)	z/R	A'	B'	$\Delta\sigma_z$ (kN/m^2)
1.5	0.5	0.553	0.358	**91.1**
3	1.0	0.293	0.354	**64.7**
4.5	1.5	0.168	0.256	**42.4**
6	2.0	0.106	0.179	**28.5**
12	4.0	0.03	0.057	**8.7**

الاجهادات الناتجة عن حمولة شاقولية مستطيلة محدودة المساحة

تصادف هذه الحمولة بكثرة في الحياة العملية وكمثال عليها حالة أساس مرن مستطيل أو مربع، أبعاده L*B، ينقل إلى التربة حمولة موزعة بانتظام شدتها q (الشكل 12-1).

يمكن حساب الاجهاد الشاقولي على عمق z تحت مركز الحمولة المستطيلة (الشكل 12-1-أ) بالعلاقة التالية:

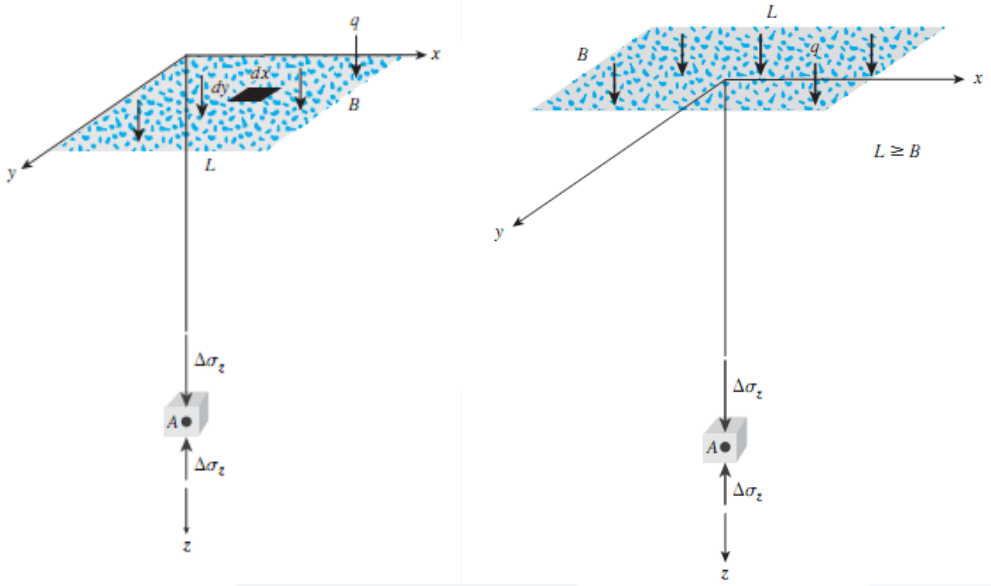
$$\Delta\sigma_z = q.I_4 \qquad (1-30)$$

يبين الجدول 5-1 قيم I4 تحت مركز الحمولة المستطيلة بدلالة m_1 و n_1، حيث:

$$m_1 = \frac{L}{B}$$

$$n_1 = \frac{z}{b}$$

$$b = \frac{B}{2}$$



(أ) (ب)

الشكل (12-1) : حمولة مستطيلة مرنة موزعة بانتظام مطبقة على سطح نصف الفراغ المرن

n_1	m_1 = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.20	0.994	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997
0.40	0.960	0.976	0.977	0.977	0.977	0.977	0.977	0.977	0.977	0.977
0.60	0.892	0.932	0.936	0.936	0.937	0.937	0.937	0.937	0.937	0.937
0.80	0.800	0.870	0.878	0.880	0.881	0.881	0.881	0.881	0.881	0.881
1.00	0.701	0.800	0.814	0.817	0.818	0.818	0.818	0.818	0.818	0.818
1.20	0.606	0.727	0.748	0.753	0.754	0.755	0.755	0.755	0.755	0.755
1.40	0.522	0.658	0.685	0.692	0.694	0.695	0.695	0.696	0.696	0.696
1.60	0.449	0.593	0.627	0.636	0.639	0.640	0.641	0.641	0.641	0.642
1.80	0.388	0.534	0.573	0.585	0.590	0.591	0.592	0.592	0.593	0.593
2.00	0.336	0.481	0.525	0.540	0.545	0.547	0.548	0.549	0.549	0.549
3.00	0.179	0.293	0.348	0.373	0.384	0.389	0.392	0.393	0.394	0.395
4.00	0.108	0.190	0.241	0.269	0.285	0.293	0.298	0.301	0.302	0.303
5.00	0.072	0.131	0.174	0.202	0.219	0.229	0.236	0.240	0.242	0.244
6.00	0.051	0.095	0.130	0.155	0.172	0.184	0.192	0.197	0.200	0.202
7.00	0.038	0.072	0.100	0.122	0.139	0.150	0.158	0.164	0.168	0.171
8.00	0.029	0.056	0.079	0.098	0.113	0.125	0.133	0.139	0.144	0.147
9.00	0.023	0.045	0.064	0.081	0.094	0.105	0.113	0.119	0.124	0.128
10.00	0.019	0.037	0.053	0.067	0.079	0.089	0.097	0.103	0.108	0.112

الجدول (5-1) : قيم I_4 بدلالة $m_1=L/B$ و $n_1=z/b$ لحالة حمولة مستطيلة مرنة موزعة بانتظام شدتها q

يمكن أيضاً حساب الاجهاد الشاقولي على عمق z تحت زاوية الحمولة المستطيلة (الشكل 12-1- ب) بالعلاقة التالية:

$$\Delta\sigma_z = q.I_3 \qquad (1-31)$$

يبين الجدول 6-1 قيم I_3 تحت زاوية الحمولة المستطيلة بدلالة m و n، حيث: $n = L/z$ $m = \frac{B}{z}$

n	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
										m
0.1	0.0047	0.0092	0.0132	0.0168	0.0198	0.0222	0.0242	0.0258	0.0270	0.0279
0.2	0.0092	0.0179	0.0259	0.0328	0.0387	0.0435	0.0474	0.0504	0.0528	0.0547
0.3	0.0132	0.0259	0.0374	0.0474	0.0559	0.0629	0.0686	0.0731	0.0766	0.0794
0.4	0.0168	0.0328	0.0474	0.0602	0.0711	0.0801	0.0873	0.0931	0.0977	0.1013
0.5	0.0198	0.0387	0.0559	0.0711	0.0840	0.0947	0.1034	0.1104	0.1158	0.1202
0.6	0.0222	0.0435	0.0629	0.0801	0.0947	0.1069	0.1168	0.1247	0.1311	0.1361
0.7	0.0242	0.0474	0.0686	0.0873	0.1034	0.1169	0.1277	0.1365	0.1436	0.1491
0.8	0.0258	0.0504	0.0731	0.0931	0.1104	0.1247	0.1365	0.1461	0.1537	0.1598
0.9	0.0270	0.0528	0.0766	0.0977	0.1158	0.1311	0.1436	0.1537	0.1619	0.1684
1.0	0.0279	0.0547	0.0794	0.1013	0.1202	0.1361	0.1491	0.1598	0.1684	0.1752
1.2	0.0293	0.0573	0.0832	0.1063	0.1263	0.1431	0.1570	0.1684	0.1777	0.1851
1.4	0.0301	0.0589	0.0856	0.1094	0.1300	0.1475	0.1620	0.1739	0.1836	0.1914
1.6	0.0306	0.0599	0.0871	0.1114	0.1324	0.1503	0.1652	0.1774	0.1874	0.1955
1.8	0.0309	0.0606	0.0880	0.1126	0.1340	0.1521	0.1672	0.1797	0.1899	0.1981
2.0	0.0311	0.0610	0.0887	0.1134	0.1350	0.1533	0.1686	0.1812	0.1915	0.1999
2.5	0.0314	0.0616	0.0895	0.1145	0.1363	0.1548	0.1704	0.1832	0.1938	0.2024
3.0	0.0315	0.0618	0.0898	0.1150	0.1368	0.1555	0.1711	0.1841	0.1947	0.2034
4.0	0.0316	0.0619	0.0901	0.1153	0.1372	0.1560	0.1717	0.1847	0.1954	0.2042
5.0	0.0316	0.0620	0.0901	0.1154	0.1374	0.1561	0.1719	0.1849	0.1956	0.2044
6.0	0.0316	0.0620	0.0902	0.1154	0.1374	0.1562	0.1719	0.1850	0.1957	0.2045

الجدول (6-1) : قيم I_3 بدلالة m=B/z و n=L/z لحالة حمولة مستطيلة مرنة موزعة بانتظام شدتها q

n	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0
										m
0.1	0.0293	0.0301	0.0306	0.0309	0.0311	0.0314	0.0315	0.0316	0.0316	0.0316
0.2	0.0573	0.0589	0.0599	0.0606	0.0610	0.0616	0.0618	0.0619	0.0620	0.0620
0.3	0.0832	0.0856	0.0871	0.0880	0.0887	0.0895	0.0898	0.0901	0.0901	0.0902
0.4	0.1063	0.1094	0.1114	0.1126	0.1134	0.1145	0.1150	0.1153	0.1154	0.1154
0.5	0.1263	0.1300	0.1324	0.1340	0.1350	0.1363	0.1368	0.1372	0.1374	0.1374
0.6	0.1431	0.1475	0.1503	0.1521	0.1533	0.1548	0.1555	0.1560	0.1561	0.1562
0.7	0.1570	0.1620	0.1652	0.1672	0.1686	0.1704	0.1711	0.1717	0.1719	0.1719
0.8	0.1684	0.1739	0.1774	0.1797	0.1812	0.1832	0.1841	0.1847	0.1849	0.1850
0.9	0.1777	0.1836	0.1874	0.1899	0.1915	0.1938	0.1947	0.1954	0.1956	0.1957
1.0	0.1851	0.1914	0.1955	0.1981	0.1999	0.2024	0.2034	0.2042	0.2044	0.2045
1.2	0.1958	0.2028	0.2073	0.2103	0.2124	0.2151	0.2163	0.2172	0.2175	0.2176
1.4	0.2028	0.2102	0.2151	0.2184	0.2206	0.2236	0.2250	0.2260	0.2263	0.2264
1.6	0.2073	0.2151	0.2203	0.2237	0.2261	0.2294	0.2309	0.2320	0.2323	0.2325
1.8	0.2103	0.2183	0.2237	0.2274	0.2299	0.2333	0.2350	0.2362	0.2366	0.2367
2.0	0.2124	0.2206	0.2261	0.2299	0.2325	0.2361	0.2378	0.2391	0.2395	0.2397
2.5	0.2151	0.2236	0.2294	0.2333	0.2361	0.2401	0.2420	0.2434	0.2439	0.2441
3.0	0.2163	0.2250	0.2309	0.2350	0.2378	0.2420	0.2439	0.2455	0.2461	0.2463
4.0	0.2172	0.2260	0.2320	0.2362	0.2391	0.2434	0.2455	0.2472	0.2479	0.2481
5.0	0.2175	0.2263	0.2324	0.2366	0.2395	0.2439	0.2460	0.2479	0.2486	0.2489
6.0	0.2176	0.2264	0.2325	0.2367	0.2397	0.2441	0.2463	0.2482	0.2489	0.2492

تتمة الجدول (6-1) : قيم I_3 بدلالة m=B/z و n=L/z لحالة حمولة مستطيلة مرنة موزعة بانتظام شدتها q

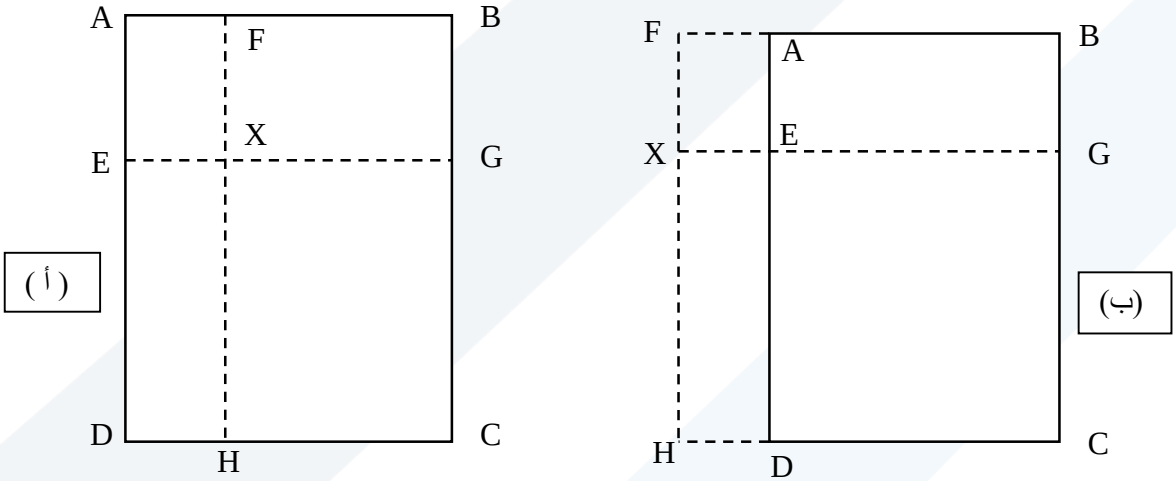
يمكن أيضاً حساب الاجهادات تحت أية نقطة غير واقعة تحت إحدى زوايا المستطيل باستخدام مبدأ تنضد الآثار. لنعتبر الحمولة الشاقولية المستطيلة الموزعة بانتظام ABCD , من أجل حساب الاجهاد الشاقولي على عمق z تحت النقطة X فإنه يمكن تمييز حالتين:

أ- حالة وقوع النقطة X تحت الحمولة وضمن حدودها (الشكل 13-1- أ): يتم في هذه الحالة تقسيم الحمولة ABCD إلى أربع حمولات مستطيلة جزئية FAEX , FBGX , GCHX و HDEX . يحسب الاجهاد الشاقولي تحت النقطة X كالتالي :

$$\Delta\sigma_{z(ABCD)} = \Delta\sigma_{z(FAEX)} + \Delta\sigma_{z(FBGX)} + \Delta\sigma_{z(GCHX)} + \Delta\sigma_{z(HDEX)} \qquad (1-32)$$

ب- حالة وقوع النقطة X تحت الحمولة وخارج حدودها (الشكل 13-4-ب): يتم في هذه الحالة يحسب الاجهاد الشاقولي تحت النقطة X كالتالي :

$$\Delta\sigma_{z(ABCD)} = \Delta\sigma_{z(FBGX)} + \Delta\sigma_{z(GCHX)} - \Delta\sigma_{z(FAEX)} - \Delta\sigma_{z(EDHX)} \qquad (1-33)$$



الشكل 13-1 : حساب الاجهادات تحت نقطة X لا تقع تحت زاوية الأساس

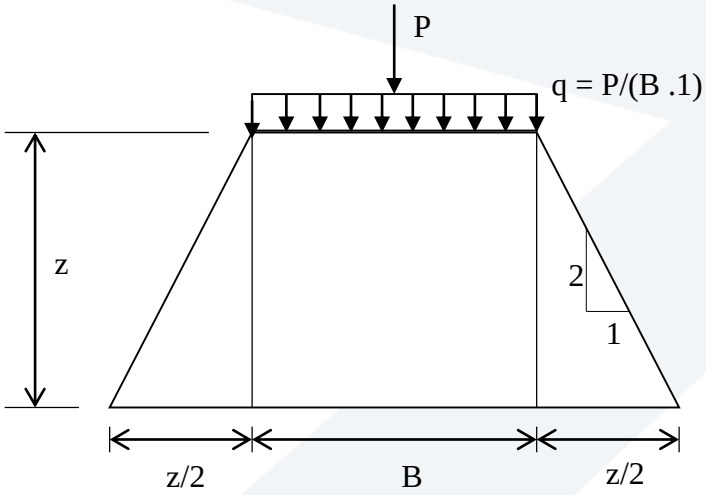
يمكن حساب توزع الاجهادات في التربة بطريقة مبسطة تدعى "طريقة 2:1" . ترتكز هذه الطريقة على فرضية أن السطح الذي تؤثر عليه الحمولة يزداد بشكل منتظم مع العمق بميل مقداره ½ (1 أفقي إلى 2 شاقولي), وتفترض أن الحمولة تمثل أساساً صلباً (الهبوطات متساوية عند أي منسوب تحت الأساس). يبين الشكل 14-1 المقطع الشاقولي **لحمولة مستمرة** عرضها B وشدتها $q = \frac{P}{B}$, حيث P تمثل محصلة القوى في المتر الطولي. تحسب الاجهادات بطريقة 2:1 على عمق z تحت الأساس بالعلاقة التالية :

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{(B+z).1} = \frac{q.B}{B+z} \qquad (1-34)$$

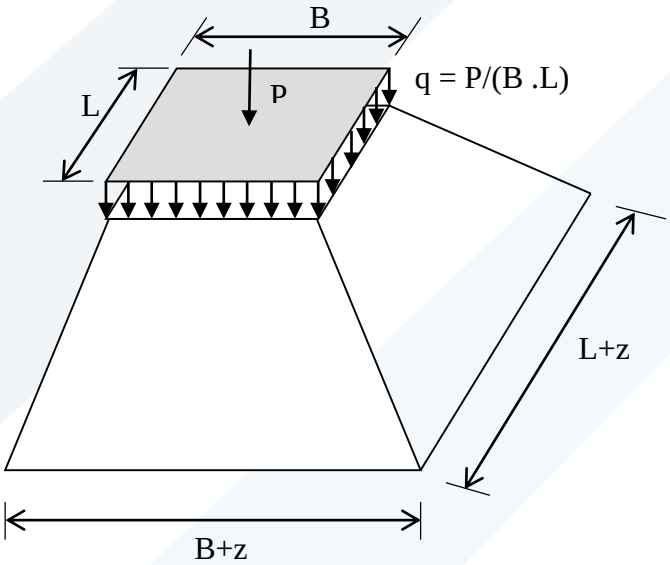
في حالة حمولة مستطيلة أبعادها L x B (الشكل 15-1) , تحسب الاجهادات على عمق z تحت الأساس بالعلاقة التالية :

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{(B+z)(L+z)} = \frac{q.B.L}{(B+z)(L+z)} \qquad (1-35)$$

P ترمز إلى الحمولة الكلية



الشكل 1-14 : توزع الاجهادات السطحية المنتظمة في التربة (حالة حمولة مستمرة عرضها B)

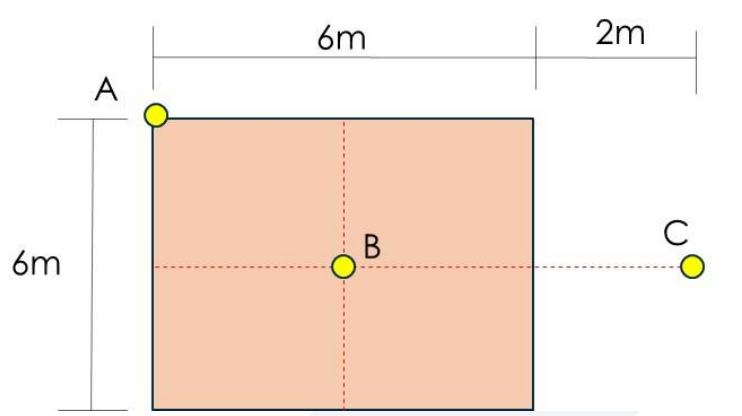


الشكل 1-15 : توزع الاجهادات السطحية المنتظمة في التربة (حالة حمولة مستطيلة أبعادها LxB)

مثال7

حمولة مربعة تؤثر على مساحة بأبعاد 6*6m وشدتها $q=400kN/m^2$ متوضعة على سطح الأرض.

احسب الاجهاد الشاقولي على عمق 12m تحت زاوية الحمولة (نقطة A) وتحت مركز الحمولة (نقطة B) وعلى بعد 2m من مركز الحمولة (نقطة c)



الحل

1. **الاجهاد تحت زاوية الحصيرة (النقطة A)**

$$I_3 = 0.084 \Rightarrow \Delta\sigma_z = 0.084 * 400 = 33.6\ kN/m^2$$

2. الاجهاد تحت مركز الحصيرة (النقطة B)

$$m = \frac{B}{z} = \frac{3}{12} = 0.25$$

$$n = \frac{L}{z} = \frac{3}{12} = 0.25 \qquad \Rightarrow I_3 = 0.027,\ \Delta\sigma_z = 4 * 0.027 * 400 = 43.2 kN/m^2$$

2. **الاجهاد في النقطة C**

$$m_3 = \frac{B_1}{z} = \frac{3}{12} = 0.25$$

$$\Rightarrow I_{3,3} = 0.0564$$

$$n_3 = \frac{L_1}{z} = \frac{8}{12} = 0.667$$

$$m_4 = \frac{B_4}{z} = \frac{3}{12} = 0.25$$

$$\Rightarrow I_{3,4} = 0.0184$$

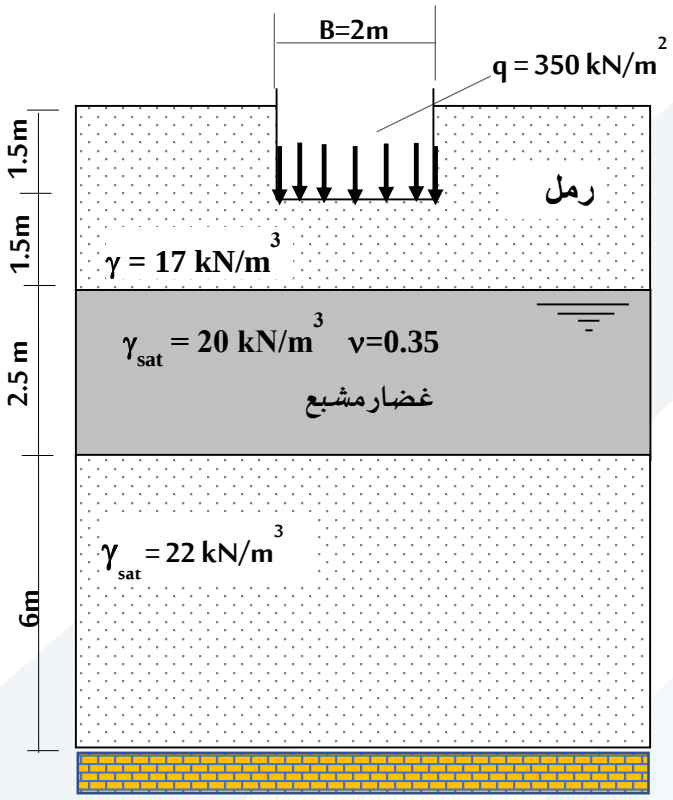
$$n_4 = \frac{L_4}{z} = \frac{2}{12} = 0.167$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_{z,c} = (2 * I_{3,3} - 2 * I_{4,4}) * q = 2 * (0.0564 - 0.0184) * 400 = 30.4\ kN/m^2$$

مثال8

نفس معطيات المثال 2 . يطلب حساب ما يلي :

1. تغير الاجهادات مع العمق، الناتجة عن الحمولة الاضافية اعتماداً على الطريقة المبسطة
2. حساب العمق تحت منسوب التأسيس الذي تصبح عنده الاجهادات الناتجة عن الحمولة الاضافية مساوية لـ 10% من الاجهاد تحت الأساس.



$$\Delta\sigma_{z,=0} = 0$$

$$\Delta\sigma_{z,=1.5m} = 350\,kN/m^2$$

$$\Delta\sigma'_{v,z=3m} = \frac{350*2*2}{(2+1.5)^2} = 114.3kN/m^2$$

$$\Delta\sigma'_{v,z=5.5m} = \frac{350*2*2}{(2+4)^2} = 38.9\,kN/m^2$$

$$\Delta\sigma'_{v,z=11.5m} = \frac{350*2*2}{(2+10)^2} = 9.7\,kN/m^2$$

يمكن تحديد العمق المطلوب تخطيطياً أو تحليلياً،

باختيار الحل التحليلي يكون لدينا:

$$0.1*350 = \frac{350*2*2}{(2+z_1)^2}$$

$$\Rightarrow (2+z_1)^2 = \frac{350*4}{0.1*350} = 40 \Rightarrow z_1 = 4.3m$$