



كلية الهندسة قسم المعلوماتية

بنى معطيات 1

Data Structure₁

ا. د. علي عمران سليمان

محاضرات الأسبوع الرابع

المكدسات

stacks

الفصل الثاني 2023-2024

محتوى الفصل

المكدسات	stacks
1- مقدمة.	
2- مدخل إلى المكدسات .	
3- تصميم وبناء الصنف Stack.	
4- بعض التطبيقات على المكدسات .	
5- تحوي العدد الطبيعي إلى نظام العد الثنائي.	
5- تحوي التعبير infix to RPN .	
6- program infix to RPN.	

References

- Deitel & Deitel, Java How to Program, Pearson; 10th Ed(2015)
- د.علي سليمان، بني معطيات بلغة JAVA، بني معطيات بلغة C++، بني معطيات بلغة Pascal جامعة تشرين 2014، 2007، 1998

1- Introduction

1- مقدمة:

- إن تحقيق بني المعطيات المجردة ADT يتضمن تحديد البنى التخزينية لتخزين عناصر البيانات وتعريف خوارزميات إنجاز العمليات الأساسية والعلاقات.
- إن فكرة تجريد المعطيات data abstraction حيث أن الواجهة إلى نمط البيانات المجرد ADT مفصولة عن طريقة تحقيقها هي مفهوم مهم لأنها تجعل من الممكن دراسة واستخدام البنية بدون الاهتمام إلى تفاصيل تحقيقها.
 - رأينا نمط المعطيات سلسلة محرفية كما هي معرفة بلغة C كمصفوفة من النمط char ومكتبات من توابع معالجة هذه المصفوفات. ورأينا أيضاً الصنف string في لغة C++. إن السلاسل تعتبر مثلاً بسيطاً عن بني المعطيات الهيكلية أو ما يدعى النمط الحاوي container type التي تخزن مجموعة من قيم البيانات والتي يوجد العديد منها.
 - سنتعرف الآن على أحدها وهو المكس stack وبعض تطبيقاته. لقد تم تحقيق هذه البنية باستخدام مصفوفة.
 - نركز في هذا الفصل على بناء الصنف stack وسنرى في لاحقاً بعض التحسينات على هذه البنية وأهمها:
 - تحويله إلى قالب صنف وبالتالي يصبح نمط حاوي عام يمكن أن يعالج أي نمط من عناصر المكس.
 - استخدام vector لتخزين الحاوي وبالتالي سعة المكس يمكن أن تكبر بحسب الحاجة.
 - التعرف على الحاوي stack المعروف في مكتبة القوالب القياسية (STL (Standard Template Library.

introduction to stacks 1

لننظر إلى المسائل التالية:

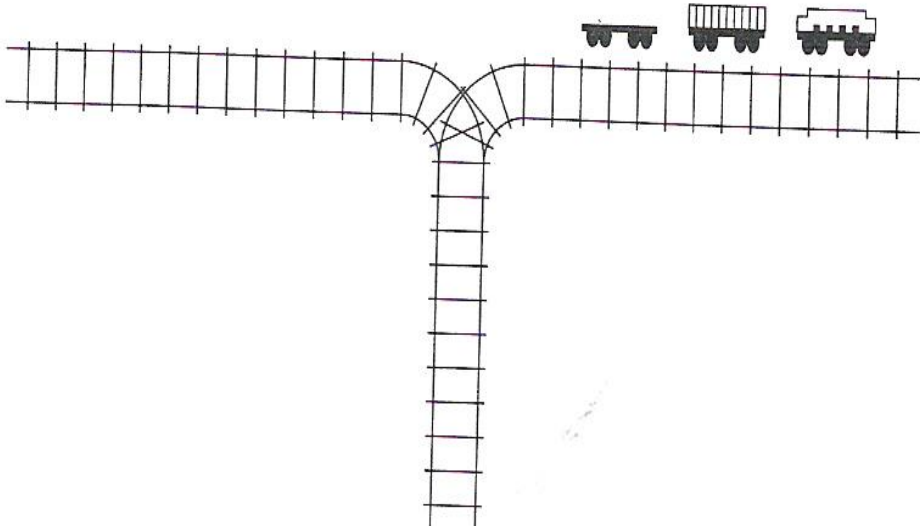
المسألة الأولى:

نريد كتابة برنامج لمحاكاة لعبة أوراق اللعب، أحد مبادئ هذه اللعبة يقوم على تكديس الأوراق المرمية، في أي دور يمكن للاعب أن يقوم برمي ورقة من يده إلى الكدسة أو أن يقوم بتناول أعلى ورقة في كدسة الأوراق. ما هو نمط البيانات اللازم لنمذجة كدسة الأوراق؟

المسألة الثانية:

نريد كتابة برنامج لنمذجة نقطة تحويل خط سكة حديدية، أحد أجزاء شبكة التحويل يتضمن مساراً رئيسياً ومساراً جانبياً يمكن للقطارات أن تحول إليه في أي وقت.

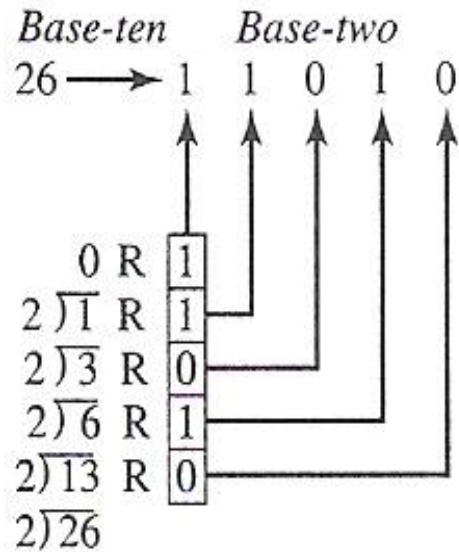
ما هو نمط البيانات الذي يمكن استخدامه لنمذجة عمل المسار الجانبي؟



المسألة الثالثة: إن إحدى المهام التي يجب إنجازها خلال تنفيذ تابع $f()$ هي حفظ موقع المعلومات الخاصة بالتابع $f()$ - قيم البارامترات، المتحولات المحلية... وهكذا - وبالتالي عند تنفيذ $f()$ تمت مقاطعته باستدعاء تابع آخر $g()$ ، يمكن استئناف تنفيذ $f()$ عندما ينتهي $g()$ ، في حال استدعى $g()$ تابعاً آخر $h()$ وبالتالي فإن معلومات $g()$ يجب أن تخزن بحيث يكون من الممكن استئناف التنفيذ لاحقاً، كما أن $h()$ قد استدعى تابعاً آخر وهكذا. ما هو نمط البيانات الذي يمكن استخدامه لتخزين معلومات التوابع؟

المسألة الرابعة:

تخزن عناصر البيانات في ذاكرة الحاسوب باستخدام التمثيل الثنائي (base-two), هذا يعني أن التمثيل العشري (base-ten) للأعداد الصحيحة الذي نستخدمه في كتابة البرامج يجب أن يتم تحويله إلى التمثيل الثنائي, أحد خوارزميات تنفيذ عملية التحويل هذه تقوم على استخدام التقسيم المتكرر على 2 والحصول على البواقي الناتجة عن هذا التقسيم التي تشكل بمجموعها الخانات الثنائية للتمثيل بالأساس 2 وتؤخذ من اليمين إلى اليسار كما يبين الشكل:



ما هو نمط البيانات اللازم لتخزين بواقي القسمة ؟.

إن كلاً من المسائل السابقة تتضمن مجموعة من عناصر البيانات المترابطة، مجموعة من أوراق اللعب في المسألة الأولى، مجموعة من القطارات المتتالية في المسألة الثانية، مجموعة من معلومات التوابع في الثالثة وتتالي من البواقي في الرابعة.

في كل حالة من الحالات الأربعة نحتاج إلى نمط بيانات بنيوي يعتمد العمليات التالية: " المرمي أخيراً الملتقط أولاً", " الداخل أخيراً الخارج أولاً", " المخزن أخيراً المحذوف أولاً", " المتولد أخيراً المعروض أولاً".

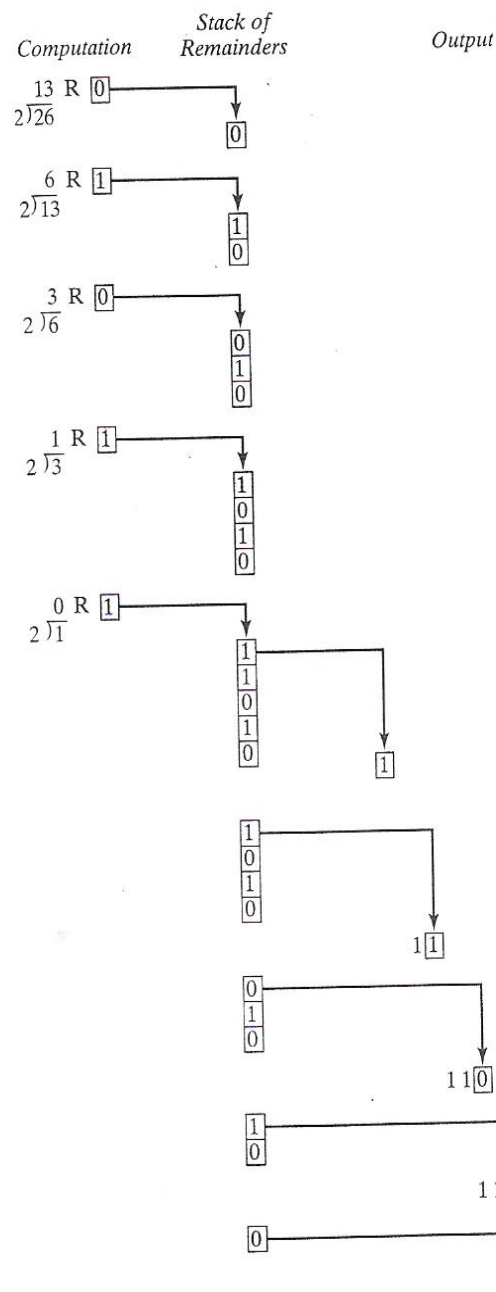
لتوضيح هذه العمليات، لنركز على المسألة الرابعة، لكي نحصل على التمثيل الثنائي للعدد 26 نحتاج لأن نقوم بتكديس بواقي القسمة الناجمة عن التقسيم المتكرر على 2 وعندما تنتهي عملية القسمة نقوم برصف بواقي القسمة من اليسار إلى اليمين وفق المبدأ التالي المكديس أخيراً يخرج أولاً.

1- مدخل إلى المكدرات 3

يمكن وضع خوارزمية إنجاز هذه العملية كما يلي:

1. إنشاء مكدر فارغ لتخزين البواقي.
 2. طالما أن العدد لا يساوي الصفر:
 - a. أحسب الباقي الناجم عن قسمة العدد على 2.
 - b. قم بإضافة هذا الباقي إلى مكدر البواقي.
 - c. استبدال العدد المختبر بناتج القسمة السابق.
 3. طالما أن مكدر البواقي غير فارغ:
 - a. أزل الرقم الموضوع في أعلى المكدر.
 - b. قم بعرضه.
- الشكل المجاور يوضح هذه العملية:

إن هذا النمط من المعالجة الذي يعتمد مبدأ "الداخل أخيراً يخرج أولاً" يحصل في العديد من التطبيقات، وبنية المعطيات التي تستخدم مبدأ (Last In First Out: LIFO) تدعى المكدر stack.



المكدس كنمط بيانات مجرد

مجموعة من عناصر البيانات:

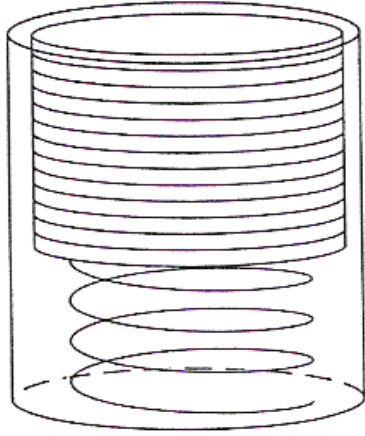
مجموعة مرتبة من عناصر البيانات يمكن الوصول فقط إلى العنصر الذي في نهايتها والذي يدعى قمة top المكدس.

العمليات الأساسية:

- بناء المكدس (عادة يكون فارغ).
- اختبار كون المكدس غير ممتلئ.
- إضافة عنصر إلى أعلى المكدس (push).
- اختبار كون المكدس غير فارغ.
- لعرض العنصر الأعلى من المكدس (top).
- إزالة العنصر الأعلى في المكدس (pop).

سيكون من المفضل أن نقوم ببناء الصنف stack لأن ذلك سيجعل من السهل كتابة برامج قصيرة لإنجاز العمليات التي تتطلب مكدس.

introduction to stacks 5

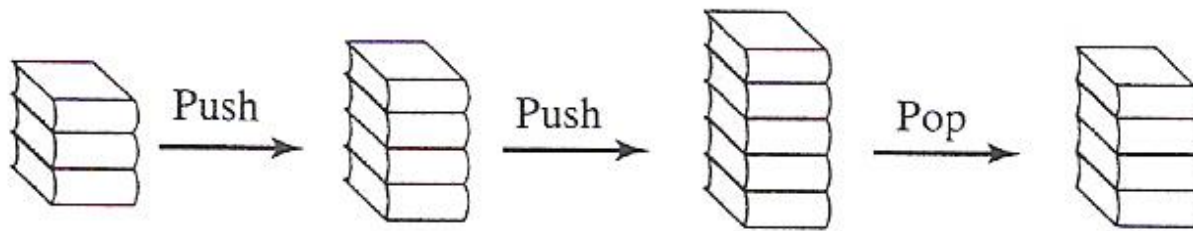


مقاربة أولى:

تقوم هذه المقاربة للمكدس على نموذج مكدس صحون ذو نابض كما هو مبين في الشكل المجاور. هنا مشكلة عند إضافة أو سحب أية طببق سيتم إزاحة باقي الاطباق للأسفل أو للأعلى على الترتيب. تعتبر عملية غير مجدية ومستهلكة للوقت.

مقاربة ثانية:

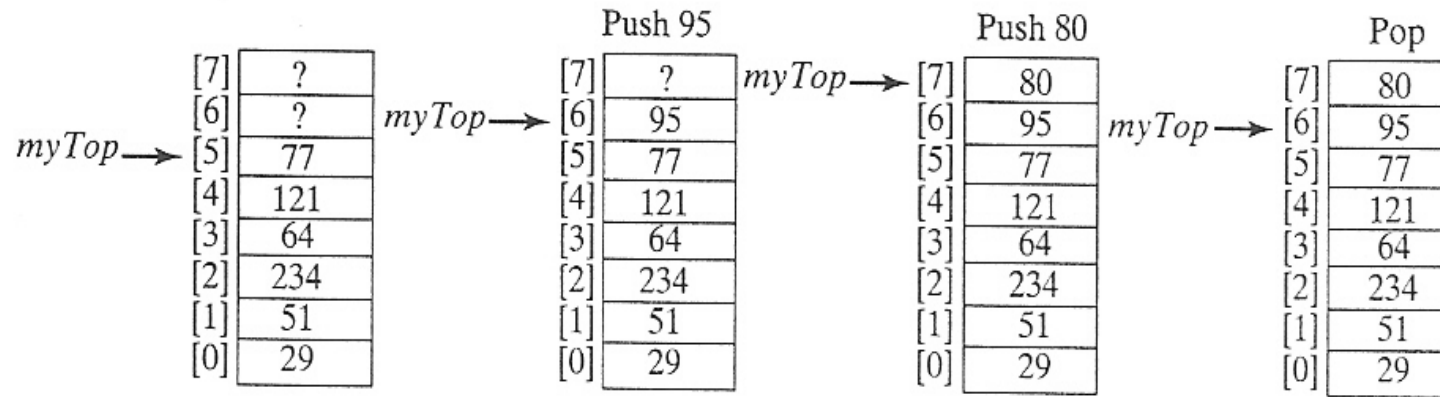
مقاربة بنية المكدس بنموذج مكدس كتب موضوعة على طاولة, في هذه المقاربة يمكن إضافة وإزالة كتب إلى ومن قمة المكدس بدون الحاجة لتحريك الكتب الأخرى.



في المقاربة الأولى, كانت قمة المكدس ثابتة وأسفل المكدس تتغير. في المقاربة الثانية العملية معكوسة أسفل المكدس ثابت وقمته تتغير.

introduction to stacks 6

لنمذجة المكدس وفق هذه المقاربة, نأخذ المثال السابق وننفذ العمليات الثلاث فنلاحظ أن العملية



يمكن البدء ببناء المكدس في الصنف stack باختيار أعضاء البيانات كما يلي:

- مصفوفة array لاحتواء عناصر المكدس.
- عدد صحيح integer للإشارة إلى قمة المكدس.

يأخذ التصريح عن المصفوفة الشكل التالي:

int array [CAPACITY] أو استخدام الاسم المرادف من int مثل typedef int ArrayElementType عندها يمكن أن نكتب :

ArrayElementType array[CAPACITY];

لبناء مكدس من القيم الحقيقية : typedef double ArrayElementType ; في هذا التعريف تذكر ArrayElementType بدل double

introduction to stacks 7

سنقوم بوضع التصريح typedef خارج الصنف لتسهيل تغيير النوع عندما نريد، وسهل فيما بعد بناء قالب template لتعريف المكدر. أما بالنسبة لـ CAPACITY فتمثل سعة المكدر ويمكن تعريفها كما يلي:

```
const int STACK_CAPACITY=.....;
```

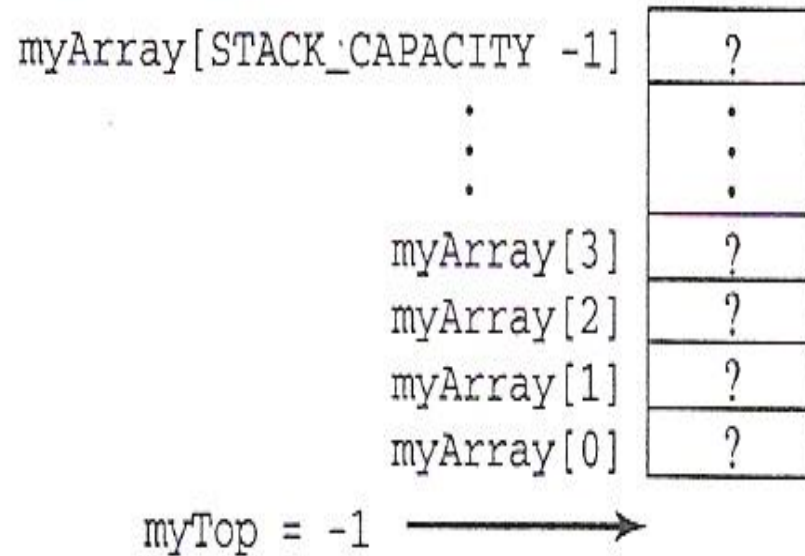
وإذا أردنا تعريفها ضمن الصنف فمن الممكن جعلها قيمة ساكنة static بحيث تستطيع جميع أغراض الصنف stack استخدام نفس القيمة.

```
static const int STACK_CAPACITY=.....;
```

يمكن أن يكون التصريح عن الصنف stack كما يلي:

- الملف الرأسي stack.h للتصريح عن الصنف،

- ملف تنفيذ الصنف stack.cpp لتعريف توابع الصنف (



سيتم إدراج التابع الباني constructors: سيقوم المنقح بتخصيص الذاكرة لأعضاء البيانات myArray و myTop وبالتالي يجب على التوابع البانية للصنف Stack تحتاج فقط أن تقوم بالتهيئة اللازمة لإنشاء مكدر فارغ، وبالتالي يكفي أن تقوم بإعطاء myTop القيمة -1 للإشارة إلى مكدر فارغ.

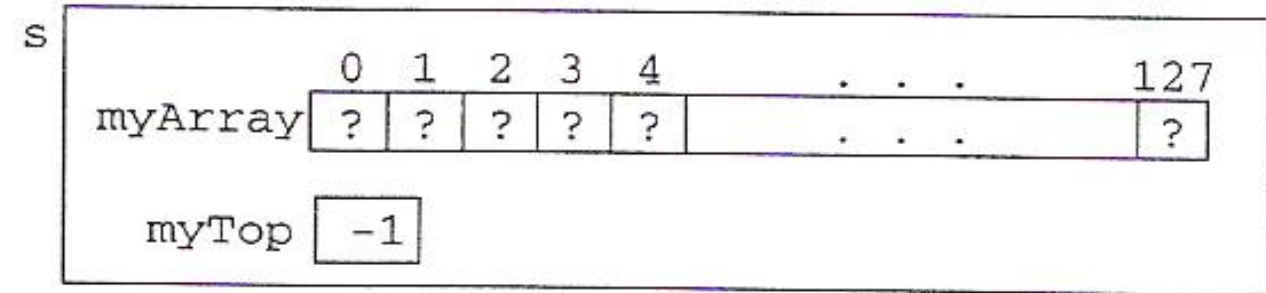
1- يضاف تعريف التابع الباني Stack(); ضمن الصنف وكتابة التابع الباني ضمن أو خارج الصنف.

introduction to stacks 8

فإن التصريح التالي:

سيقوم ببناء s كما يلي:

Stack s;



myTop

-1

```
#ifndef STACK
#define STACK
const int STACK_CAPACITY=128;
typedef int StackElement;
class Stack
{
/**** function members ****/
public:
Stack();
/**** data members ****/
private:
StackElement myArray[STACK_CAPACITY];
int myTop;
}; //end of class declaration
inline Stack::Stack( ) { myTop=-1; }
#endif
```

introduction to stacks 9

سنقوم بشرح وكتابة الكود الضروري لكل تابع من توابع المكدر وجمعها في النهاية ضمن الملفين المذكورين.

2-تابع اختبار هل المكدر فارغ empty: إن عملية اختبار فيما إذا كان المكدر فارغاً أصبحت الآن بديهية إذ أننا لا نحتاج لأكثر من اختبار عضو البيانات myTop فيما إذا كان مساوياً ل-1, سنجعل هذا التابع تابعاً عضواً سطريراً ثابتاً.

```
bool empty( ) const ;  
inline bool Stack::empty() const {return (myTop==-1); }
```

كتابة التابع خارج الصنف كما يلي:

ويتم إخباره من قبل التابع الرئيس:

```
#include "stack.h"  
#include<iostream>  
using namespace std;  
int main( )  
{  
Stack s;  
cout<<boolalpha<<" s empty ? "<<s.empty()<<endl;  
return 0;  
}
```

introduction to stacks 10

3- تابع الإضافة إلى المكدر push: يمكن تعريف عملية الإضافة على أنها تتلقى بارامترين الأول هو غرض من نوع Stack (يمكن أن يكون ذلك بشكل ضمني), والثاني القيمة value التي نريد إضافتها. وتعيد المكدر المعدل (يمكن أن يكون ذلك بشكل ضمني) حيث القيمة value مضافة إلى قمته.

1-3- ضمن الصنف :
`void push (const StackElement & value);`

يتم إنجاز عملية الإضافة وفقاً للخوارزمية التالية:

1. اختبار فيما إذا كانت المصفوفة ممتلئة من خلال اختبار myTop إذا كانت مساوية لنهاية المصفوفة.
2. إذا لم تكن ممتلئة عندئذ:

a. زيادة قيمة myTop بمقدار 1.

b. تخزين القيمة value في الموقع myArray[myTop].

وإلا إعطاء إشارة خطأ تشير إلى أن المكدر ممتلئ. يتم وضع التابع في ملف التحقيق:

```
void Stack::push(const StackElement &value)
{if (myTop<STACK_CAPACITY-1)
{++myTop;    myArray[myTop]=value;    }
else
cerr<<"**** stack is full or overflow... can't add new value **** \n
must increase value of STACK_CAPACITY in stack.h\n"; }
```

introduction to stacks 11

2-3- ننادي التابع من ملف التابع الرئيس main وفق التالي:

```
for (int i=1;i<=128;i++)  
    s.push(i);    cout<<"stack should now be full\n";
```

4- تابع عرض محتوى المكدر output: إن عملية إخراج محتوى المكدر ليست عملية أساسية من العمليات المعرفة على المكدر كنمط بيانات مجرد ولكنها عموماً عملية ضرورية للتعامل مع المكدرات في برامج الاختبار، يمكن تحقيق هذه العملية من خلال التابع الثابت display() الذي يقوم ببساطة بالتجول عبر المصفوفة وعرض القيم المخزنة فيها.

```
void display( ) const ;
```

1-4- ضمن الصنف :

2-4- يتم وضع التابع في ملف التحقيق:

```
void Stack::display( ) const  
{ for (int i=myTop ; i>=0 ; i--) cout<<myArray[i]<<endl; }  
s.display();
```

3-4- ننادي التابع من ملف التابع الرئيس main وفق التالي:

5 - تابع إخراج القيمة في أعلى المكدر top: يمكن تعريف العملية top التي تحدد القيمة المخزنة في أعلى المكدر على أنها تتلقى بارامتراً واحداً وهو غرض من نوع Stack (يمكن أن يكون ذلك بشكل ضمني) وتعيد القيمة المخزنة في أعلى المكدر إذا كان المكدر غير فارغ. من الواضح أن التابع top يجب أن يكون تابعاً عضواً ثابتاً .

introduction to stacks 12

```
StackElement top( ) const;
```

1-5- ضمن الصنف :

2-5- يتم وضع التابع في ملف التحقيق:

```
StackElement Stack::top( ) const  
{if (myTop >=0)return myArray[myTop];  
cerr<<"*** stack is empty or underflow *** \n";}  
cout<<"top value: "<<s.top( )<<endl;
```

3-5- ننادي التابع من ملف التابع الرئيس main وفق التالي:

6 - تابع تابع الحذف من المكدر pop: يمكن تعريف عملية الحذف من المكدر pop على أنها تتلقى كبارامتر لها غرض من نوع Stack (ربما بشكل ضمني) وتنتج إزالة القيمة المخزنة في أعلى المكدر وإذا كان المكدر فارغاً تعيد رسالة خطأ. كما هو ملاحظ فإن هذا التابع يجب أن يكون تابعاً عضواً غير ثابت

```
void pop( );
```

1-6- ضمن الصنف :

2-6- وتكون خوارزمية إخراج قيمة من المكدر كما يلي:

1. اختبار فيما إذا كان المكدر فارغاً.

2. إذا لم يكن المكدر فارغاً عندئذ:

a. إنقاص قيمة myTop بمقدار 1.

والا عرض رسالة تفيد بأن المكدر فارغ.

introduction to stacks 13

يمكن تحقيق هذه العملية من خلال إضافة التصريح التالي إلى تعريف الصنف Stack
2-6- يتم وضع التابع في ملف التحقيق:

```
void Stack::pop()  
{if (myTop>=0) myTop--;  
Else cerr<<"*** stack is empty... can't remove a value ***\n";  
}
```

3-6- ننادي التابع من ملف التابع الرئيس main وفق التالي:

```
while(!s.empty())  
{cout<<"popping "<<s.top()<<endl;  
s.pop();  
}
```

وبالتالي نكون قد وصلنا للصيغة النهائية التالية:

```
#ifndef STACK
#define STACK
const int STACK_CAPACITY=128;
typedef int StackElement;

class Stack
{
    /**** function members ***/
public:
    Stack( ); bool empty( ) const ;
    void push (const StackElement & value);
    void display() const ;
    StackElement top( ) const;
    void pop();    /**** data members ***/

private:
    StackElement myArray[STACK_CAPACITY];    int myTop;
}; //end of class declaration

inline Stack::Stack( ) { myTop= -1; }
inline bool Stack::empty( ) const { return (myTop== -1 ) ; }
#endif
```

```
#include<iostream>
#include<fstream>
#include "stack.h"
#include<string>
using namespace std;
void Stack::push(const StackElement &value)
{
    if (myTop<STACK_CAPACITY-1)
    {
        ++myTop;
        myArray[myTop]=value;
    }
    else
    {
        cout<<"**** stack is full... can't add new value **** \n
        must increase value of STACK_CAPACITY in stack.h\n";
    }
}
void Stack::display() const
{
    for (int i=myTop ; i>=0 ; i--) cout<<myArray[i]<<endl;
}
StackElement Stack::top() const
{
    if (myTop >=0) return myArray[myTop];
    cout<<"***stack is empty*** \n";
    return 0 ;
}
void Stack::pop()
{
    if (myTop>=0)
        myTop--;
    else
        cout<<"*** stack is empty... can't remove a value ***\n";
}
```

```
#include "stdafx.h"
#include "stack.h"
#include<iostream>
using namespace std;

int main( )
{
    Stack s;
    cout<<boolalpha<<"s empty ? "<<s.empty()<<endl;

    for (int i=1;i<=4;i++)
        {int ep= i*2; s.push(ep); cout<<"pushing "<<ep<<endl;}
    cout<<" s empty ? "<<s.empty()<<endl;

    while(!s.empty())
    { cout<<"popping "<<s.top()<<endl;
      s.pop(); }
    cout<<"s empty ? "<<s.empty()<<endl;
    system("pause");return 0;
}
```

نتيجة تنفيذ البرنامج الرئيس main

نتيجة تنفيذ البرنامج الرئيس main

s empty ? true
pushing 2
pushing 4
pushing 6
pushing 8
s empty ? false
popping 8
popping 6
popping 4
popping 2
s empty ? true
Press any key to continue . . .



introduction to stacks 3

بعض التطبيقات على المكدرات 1

التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي

base-ten to base-two conversion

```
#include "stdafx.h"
#include<iostream>
#include "stack.h"
using namespace std;
int main( )
{
    unsigned number,remainder;
    Stack stackofRemainders;
    char response;
    do
    {
        cout<<"Enter positive integer to convert: ";
        cin>>number;
        while ( number>0)
```

introduction to stacks 3

```
{    remainder=number%2;
    stackofRemainders.push(remainder);
    number/=2;
}
cout<<"Base-two representation: ";
while (!stackofRemainders.empty())
{
    remainder=stackofRemainders.top();
    stackofRemainders.pop();
    cout<<remainder;
}
cout<<endl;
cout<<"\nMore (Y or N )?";
cin>>response;
}    while (response=='Y' || response=='y');
return 0;
}
```


الأنواع الأكثر شيوعاً بلغة ++C

نتيجة تنفيذ البرنامج الرئيس main

Enter positive integer to convert: 32

Base-two representation: 100000

More (Y or N)?y

Enter positive integer to convert: 444

Base-two representation: 110111100

More (Y or N)?y

Enter positive integer to convert: 8888

Base-two representation: 10001010111000

More (Y or N)?y

Enter positive integer to convert: 2048

Base-two representation: 100000000000

More (Y or N)?n

Press any key to continue . . .



Reverse Polish Notation(RPN)

Reverse Polish Notation(RPN)

إن مهمة المنقح compiler هي توليد تعليمات الآلة اللازمة لتنفيذ التعليمات للبرنامج المكتوب بلغة عالية المستوى.

تكتب التعابير الحسابية في أغلب لغات البرمجة بالترميز infix أي $(a*b+c)$, في هذا الترميز توضع الرموز لكل عملية ثنائية بين المعاملات, وتقوم الكثير من المنقحات بداية بتحويلها إلى الترميز postfix وفيه توضع المعاملات بعد الرموز, ومن ثم تقوم بتوليد تعليمات الآلة لتقييم هذه التعابير.

دعي الترميز postfix باسم الترميز البولندي العكسي Reverse Polish Notation(RPN), في هذا الترميز يمكن كتابة التعبير $2*(3+4)$ بالشكل التالي $234+*$.

تقييم التعابير المكتوبة بالترميز RPN: يمكن تبين ذلك من خلال المثال التالي

$15 + 841 - - *$

هذا التعبير يقابل التعبير infix التالي:

$(1+5)*(8-(4-1))$

ويتم ذلك وفق الآلية التالية: يتم مسح التعبير من اليسار حتى يصادف معاملاً, عند هذه النقطة يكون هذا المعامل متوسطاً للقيمتين السابقتين, أي:

Reverse Polish Notation(RPN)

$$15 + 841 - - *$$

$$(1+5) 841 - - *$$

$$(1+5) 8(4-1) - *$$

$$(1+5) (8-(4-1)) *$$

$$(1+5)*(8-(4-1))$$

إن طريقة التقييم لتعبير RPN تتطلب كون القيم مخزنة حتى تتم مصادفة معامل في عملية المسح من اليسار إلى اليمين، عند هذه النقطة يجب أن يتم جلب القيمتين الأخيرتين وتنفيذ المعامل عليهما. إن ذلك يتطلب بنية تعمل وفق المبدأ LIFO (أي المكدر) لتخزين القيم، حيث في كل مرة يصادف فيها أثناء المسح قيمة يتم إضافتها إلى المكدر، ثم عندما يصادف عملية يتم إخراج القيمتين الأخيرتين وإجراء العملية التي تمت مصادفتها عليهما ويتم إدخال الناتج إلى المكدر. يمكن تلخيص هذه العملية من خلال الخوارزمية التالية:

1. تهيئة مكدر فارغ.

2. تكرار ما يلي حتى يتم الوصول إلى نهاية التعبير:

a. الحصول على الرمز التالي (ثابت، متحول، معامل حسابي) في التعبير RPN.

b. إذا كان الرمز قيمة، يدفع إلى المكدر. وإذا كان معامل يتم القيام بما يلي:

i. إخراج القيمتين العلويتين من المكدر (إذا لم يحتو المكدر قيمتين عندئذ يحصل خطأ يدل على تعبير RPN غير صالح ويتم إنهاء التنفيذ).

ii. تطبيق المعامل على القيمتين المخرجتين.

iii. إدخال الناتج في المكدر.

3. عندما يتم الوصول إلى نهاية التعبير، تكون قيمته موجودة على قمة المكدر. (يجب أن تكون هذه القيمة هي القيمة الوحيدة في المكدر).

يبين الشكل التالي خطوات هذه العملية:

بعض التطبيقات على المكدرات 1

Expression	Stack	Comments
24*95+-		
↑	2 ← top	Push 2 onto the stack.
4*95+-		
↑	4 ← top 2	Push 4 onto the stack.
*95+-		
↑	8 ← top	Pop 4 and 2 from the stack, multiply, and push the result back onto the stack.
95+-		
↑	9 ← top 8	Push 9 onto the stack.
5+-		
↑	5 ← top 9 8	Push 5 onto the stack.
+ -		
↑	14 ← top 8	Pop 5 and 9 from the stack, add, and push the result back onto the stack.
-		
↑	-6 ← top	Pop 14 and 8 from the stack, subtract, and push the result back onto the stack.
(end of string)		
	-6 ← top	Value of expression is on top of the stack.



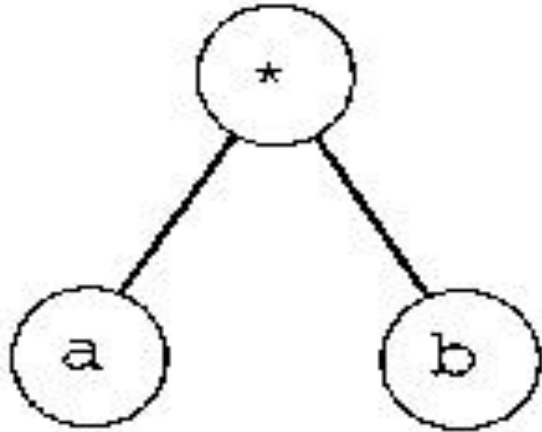
infix to RPN 1

تحويل التعابير ذات الترميز infix إلى RPN:

هناك العديد من الطرق لتحويل التعابير ذات الترميز infix, نبدأ بطريقة تستخدم التمثيل الرسومي الخالي من الأقواس للتعابير على شكل شجرة التعابير expressions tree.

يتم تمثيل الأشجار باستخدام عقد nodes دائرية لتخزين البيانات وهذه العقد توصل فيما بينها من خلال خطوط مستقيمة تدعى الحواف edges. إحدى العقد تدعى الجذر root ليس لها أي حواف قادمة إليها, ويمكن الوصول لكل عقدة انطلاقاً من الجذر من خلال مسار وحيد هو عبارة عن الحواف المتصلة, يوضع الجذر عادة في قمة الشجرة.

لتوضيح ذلك, ليكن لدينا شجرة التعبير التالية الخاصة بالتعبير $a*b$:



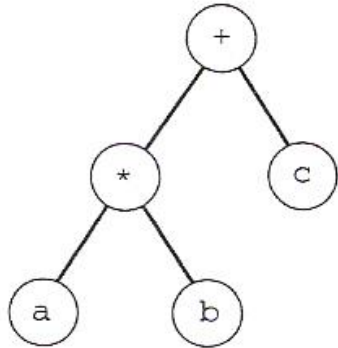
تحتوي العقدة الجذرية هنا المعامل * ولها عقدتين اثنتين, اليسرى تحتوي القيمة التي إلى يسار المعامل واليمنى تحتوي القيمة إلى يمين المعامل .

بعض التطبيقات على المكدرات 1

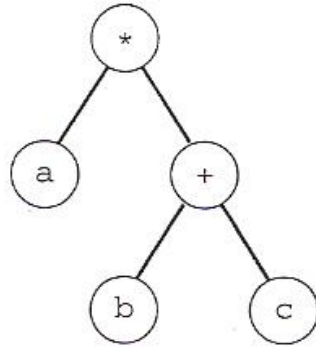
infix to RPN 2

فيما يلي بعض الأمثلة الأخرى:

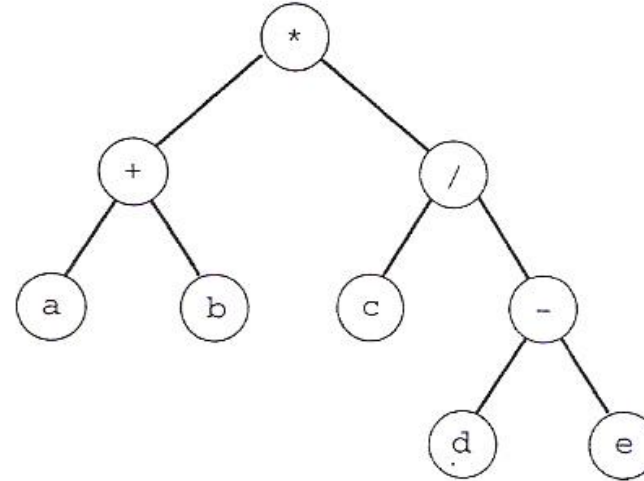
$$a * b + c$$



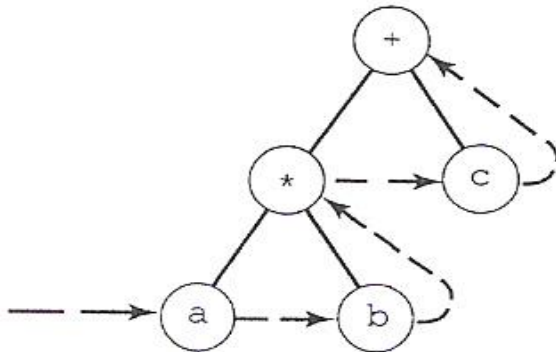
$$a * (b + c)$$



$$(a + b) * (c / (d - e))$$



$$a b * c +$$



للحصول على الترميز RPN المقابل للتعبير، يجب التجول عبر الشجرة بالترتيب التالي يسار، يمين، أب (Left-Right-Parent)، هذا يعني أن لكل عقدة، لكي نستطيع المرور بها يجب أولاً المرور بالعقدتين الأبناء. يوضح الشكل التالي هذه العملية:

infix to RPN 3

هناك طريقة ثانية لإجراء التحويل من infix إلى RPN، وهي مناسبة للتحويل اليدوي وهذه الطريقة تدعى طريقة الانتقال والحذف المحصورة كلياً بالأقواس:

1. $((a * b) + c)$
2. $((a * b) + c) \longrightarrow ((a b * c +$
3. $a b * c +$

1. ضع الأقواس بشكل كامل لكامل أجزاء التعبير.
 2. استبدل كل قوس يميني بالمعامل المناسب.
 3. احذف جميع الأقواس.
- فيما يلي بعض الأمثلة:
لتحويل التعبير $a*b+c$:

1. $(a * (b + c))$
2. $(a * (b + c)) \longrightarrow ((a b c + *$
3. $a b c + *$

أما التعبير $a*(b+c)$:

infix to RPN 4

ومن أجل التعبير $(a+b)*(c/(d-e))$:

$$1. ((a + b) * (c / (d - e)))$$

$$2. ((a + b) * (c / (d - e))) \rightarrow ((a b + (c (d e - / *)))$$

$$3. a b + c d e - / *$$

وأخيراً، يمكن استخدام الطريقة التالية التي تستخدم المكدر للتحويل، ليكون لدينا التعبير التالي:

$$7+2*3$$

بمسح التعبير من اليسار إلى اليمين، نصادف أولاً 7 نقوم مباشرة بعرضها على الشاشة، ثم نصادف + يتم دفعها إلى المكدر، ثم نصادف 2 فنقوم بعرضها، في هذه اللحظة يجب أن نحدد فيما إذا كانت 2 هي القيمة اليمينية للمعامل + أو اليسارية للمعامل *، يكون ذلك بمقارنة المعامل الموجود في أعلى المكدر بالمعامل التالي *، وبما أن * ذو أولوية أعلى من + فإن 2 هي القيمة اليسارية للمعامل * وبالتالي يتم دفع المعامل * إلى أعلى المكدر ومن ثم عرض القيمة 3، بما أننا وصلنا إلى نهاية التعبير يتم إخراج القيم من المكدر وعرضها فنحصل على التعبير المطلوب.

infix to RPN 5

الخرج

7

المكدس

+

72

*

+

723

*

+

723*

+

723*+

ومن أجل حساب قيمة التعبير $7+2*3$



infix to RPN 6

يمكن تلخيص خوارزمية التحويل من الترميز infix إلى الترميز RPN كما يلي:

1. تهيئة مكدر فارغ للمعاملات.
2. طالما أنه ليس هناك خطأ ولم نصل إلى نهاية التعبير الحسابي نقوم بما يلي:
 - a. جلب الرمز التالي (ثابت, متحول, معامل, قوس يميني, قوس يساري).
 - b. إذا كان الرمز:
 - i. قوس يساري: قم بدفعه إلى المكدر.
 - ii. قوس يميني: قم بإخراج القيم من المكدر وقم بعرضها على الشاشة لحين الوصول إلى قوس يساري فلا تقم بعرضه.
 - iii. معامل: إذا كان المكدر فارغاً أو الرمز ذو أولوية أعلى من القيمة الموجودة في قمة المكدر, قم بدفع الرمز في المكدر. وإلا أخرج القيمة الموجودة في أعلى المكدر واعرضها. (ملاحظة القوس اليساري في المكدر يملك أولوية دنيا).
 - iv. قيمة: قم بعرضها.
3. عند الوصول إلى نهاية التعبير قم بإخراج وعرض عناصر المكدر إلى أن يصبح فارغاً.
يمكن كتابة البرنامج التالي بلغة C++ لحل هذه المسألة:

program infix to RPN 1

```
#include "stdafx.h"
#include<string>
#include<cassert>
#include "Stack.h"
using namespace std;
string RPN(string exp);
int main()
{
    string exp;
    cout<<"NOTE:Enter # for infix expression to stop\n ";
    for (;;)
    {
        cout<<"\nInfix Expression ?";
        cin>>exp;
        if (exp=="#") break;
        cout<<"RPN Expression is "<<RPN(exp)<<endl;
    }
    system("pause");    return 0;
}
```

program infix to RPN 2

برنامج تحويل infix to RPN

```
string RPN(string exp)
{
    char token, topToken;
    Stack opStack;
    string RPNexp;
    const string BLANK=" ";
    RPNexp="";
    for (int i=0; i<exp.length(); i++)
    {
        token=exp[i];
        switch(token)
        {
            case ' ': break;
            case '(': opStack.push(token); break;
            case ')': for ( ; ; )
                        {assert(!opStack.empty());
                         topToken=opStack.top(); opStack.pop();
                         if (topToken== '(') break;
                         RPNexp.append(BLANK+topToken);
                        } break;
        }
    }
}
```

```

case '+':case '-':case '*':case '/':
    for( ; ; )
    {
        if (opStack.empty() || opStack.top()=='(' ||
            (token=='*' || token=='/') &&
            (opStack.top()=='+' || opStack.top()=='-'))
        {opStack.push(token);break;}
        else {
            topToken=opStack.top();    opStack.pop();
            RPNexp.append(BLANK+topToken);
        }
    }
break;
default:RPNexp.append(BLANK+token);
}
}
    
```

program infix to RPN 4

```
for ( ; ; )
{
    if (opStack.empty()) break;
    topToken=opStack.top();
    opStack.pop();
    if (topToken!='(')
        RPNexp.append(BLANK+topToken);
    else
    {
        cout<<"**** ERROR IN INFIX EXPRESSION *** \n";
        break;
    }
}
return RPNexp;
}
```


C:\stack11\Debug\stack11.exe

NOTE:Enter # for infix expression to stop

Infix Expression ?a+b

RPN Expression is a b +

Infix Expression ?a*b+c

RPN Expression is a b * c +

Infix Expression ?a*(b+c)

RPN Expression is a b c + *

Infix Expression ?(a+b)*(c/(d-e)):

RPN Expression is a b + c d e - / : *

Infix Expression ?a-(b-(c-(d-(e-f))))

RPN Expression is a b c d e f - - - - -

Infix Expression ?a-b-c-d-e-f

RPN Expression is a b - c - d - e - f -

Infix Expression ?a+b+d

RPN Expression is a b + d +

Infix Expression ?#

Press any key to continue.



نتيجة تنفيذ البرنامج لتحويل infix to RPN



انتهت المحاضرة الرابعة

