

مقرر إدارة المخاطر المالية

الفصل الثاني: دالة المنفعة وخيارات الخطر

د. هادي خليل

أولاً: مقدمة:

يفترض علم الاقتصاد أن جميع الأفراد يعملون لجعل أنفسهم في وضع أفضل قدر الإمكان، أي يعملون لزيادة المنفعة من أنشطتهم إلى أقصى حد. تمثل المنفعة نوعاً من السعادة ولكنها قد تكون مفهوم أوسع نطاقاً. على سبيل المثال، قد يستفيد أي شخص من الاهتمام بأسنانه أو من تناول الحبوب الصحية، ذلك لا يجعله سعيداً، لكن على المدى الطويل سينعكس ذلك إيجابياً على صحة الأسنان و على صحته العامة.

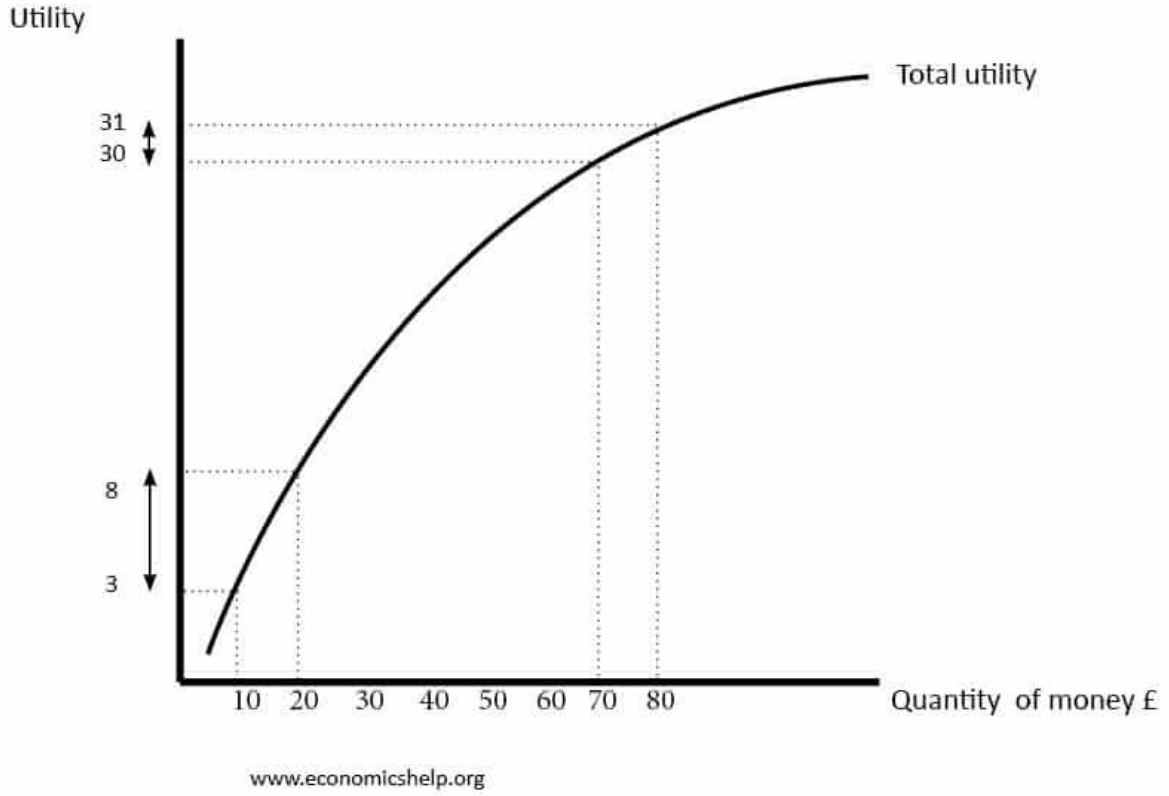
لا يهتم الاقتصاديون حقاً بما يمنح الأفراد المنفعة. ولكن ببساطة يهتمون بالخيارات المتاحة أو التفضيلات التي يختارونها لتحقيق المنفعة، لأن الاختيارات تتضمن غالباً نوعاً من المقايضة. على سبيل المثال، قد يقوم شخص بالمفاضلة بين التسلية و تحقيق منفعة أو تسلية حالياً أو بين حضور المحاضرات الآن للاستفادة منها و الحصول على المنفعة في تحسين مستوى معيشته في المستقبل، بعبارة يقوم الشخص بالمفاضلة بين منفعة الترفيه والعمل أو مثلاً أيضاً بالمفاضلة بين الاستهلاك الآن مقابل الاستهلاك لاحقاً. بلغة الاقتصاديين يمكن القول أن المستثمرين يحاولون تعظيم المنفعة في المستقبل من الموارد المتاحة حالياً. في هذه الفصل، سنقوم بتطوير أدوات لوصف تفضيلات المستثمرين عندما يواجهون خيارات أو تفضيلات المخاطر والعوائد، ما علاقة ذلك بمدى حب المستثمر للمخاطرة أو ما مدى كرهه لها. يضاً سنتعلم كيف يمكننا صياغة مشكلة تعظيم المنفعة Utility Maximization Problem من أجل اتخاذ القرار الاستثماري الأمثل .

ثانياً: دالة المنفعة Utility Function:

هناك الكثير من المواقف التي يواجه فيها الأفراد أو الأسر أو الشركات خيارين أو أكثر. على سبيل المثال، هناك أشخاص تفضل أن تعيش بنظام غذائي نباتي ضمن عائلة تعتمد على نظام غذائي غير نباتي، لذلك من المتوقع أن يواجه هذا الشخص قراراً بشأن كمية الخضار التي يرغب بتناولها مقابل كمية شرائح اللحم. باستخدام نفس المنطق في مسائل الاختيار بين البدائل الاستثمارية، فإن المستثمر يواجه قرار يتعلق بمقدار المخاطرة التي يرغب في تحملها مقابل أي مبلغ من التعويض أو العائد مقابل ذلك Reward . مثلاً على المستثمر أن يقوم بإجراء المقايضة Trade-off بين الاحتفاظ بأذون الخزنة، أو الاستثمار بنشاط محفوف بالمخاطر للغاية . لذلك سنركز هنا عن كيفية اتخاذ القرارات عندما يكون لدى المستثمر العديد من البدائل الاستثمارية. أخيراً، سنتحدث عن دالة المنفعة Utility Function وكيف تساعدنا في ترتيب الاختيارات المتاحة واتخاذ القرارات المثالية أو الخيار الأمثل.. لذلك عندما نفكر في خيارات محفظتنا الاستثمارية، على سبيل المثال، يجب أن نفكر بمقدار المخاطرة التي قد نكون على استعداد لتحملها مقابل نوع المكافأة المخصصة لذلك. ربما تكون الإجابة على هذا السؤال مختلفة تماماً بين المستثمرين لأنه قد تكون لديهم تفضيلات مختلفة. لذلك يتم استخدام مفهوم المنفعة لقياس مدى رضا الفرد عن اختياراته.

لذا يمكنك التفكير في المنفعة كمؤشر رقمي يصف التفضيلات أو كمؤشر يساعدنا في ترتيب الاختيارات المختلفة. ببساطة، المنفعة تساعد في نقل فكرة ما تشعر به، لذا، كلما زادت المنفعة، كلما شعرت بالتحسن. يتم بناء دوال المنفعة لتمنحنا طريقة منهجية للوصول إلى مقياس لهذا المؤشر، لترتيب الاختيارات المختلفة. لذلك يمكن اعتبار البدائل المتاحة كمدخلات لدالة المنفعة، ودالة المنفعة تعتبر كمقياس لمدى شعور المستثمر بالرضا أو مدى رضاه عن البدائل التي اختارها. بالطبع القيمة العددية الفعلية ليس لها أي معنى، لناخذ المثال التالي:

يمكن كتابة دالة المنفعة كدالة للثروة $U(W)$ ، هذا يعطي طريقة لقياس مدى رضى الفرد عن مستوى الثروة التي لديه، هذا يعني أن منفعة المستثمر ليست الثروة النهائية بحد ذاتها، لكن دالة المنفعة تترجم مقدار الثروة أو مستوى الثروة، إلى مؤشر منفعة ذو قيمة عددية. وهذا يمكن تمثيله بالرسم البياني التالي:



على سبيل المثال : في المحور الأفقي يتم تمثيل الزيادة في الثروة، بينما على المحور العمودي يتم تمثيل المنفعة من الثروة. تؤدي الزيادة في الثروة من 10 دولار إلى 20 دولار إلى زيادة كبيرة في المنفعة (3 إلى 8). ومع ذلك، فإن زيادة الثروة من 70 دولار إلى 80 دولار تؤدي إلى زيادة طفيفة مقابلة في المنفعة (30 إلى 31). يُظهر هذا الرسم البياني المقعر Concave تناقص المنفعة الحدية للأموال، حيث يظهر الأفراد نفورًا من المخاطرة Risk aversion المرتبطة بالخسائر الكبيرة المحتملة ذات الاحتمالات الصغيرة.

يفضل الأفراد عمومًا مستوى الثروة الكبيرة على المستويات القليلة، لذلك يحصلون على مستوى أكبر من المنفعة من مستويات الثروة الكبيرة مقارنة بالقليلة. والتعقير في شكل المنحني هو مقياس لمدى تقدير المستثمر للدولار الإضافي من الثروة. حسنًا، عندما لا يكون لدى المستثمر الكثير من الثروة فمن المحتمل أنه سيحصل على منفعة أكبر بكثير من الانتقال من امتلاك دولار واحد فقط إلى امتلاك دولارين. لكن بالمقابل إذا كان لديه، على سبيل المثال، 100000 دولار، حسنًا، فإن الانتقال من 100000 دولار إلى 100001 دولار لا يحدث فرقًا كبيرًا، لذلك عندما يكون المستثمرون فقراء،

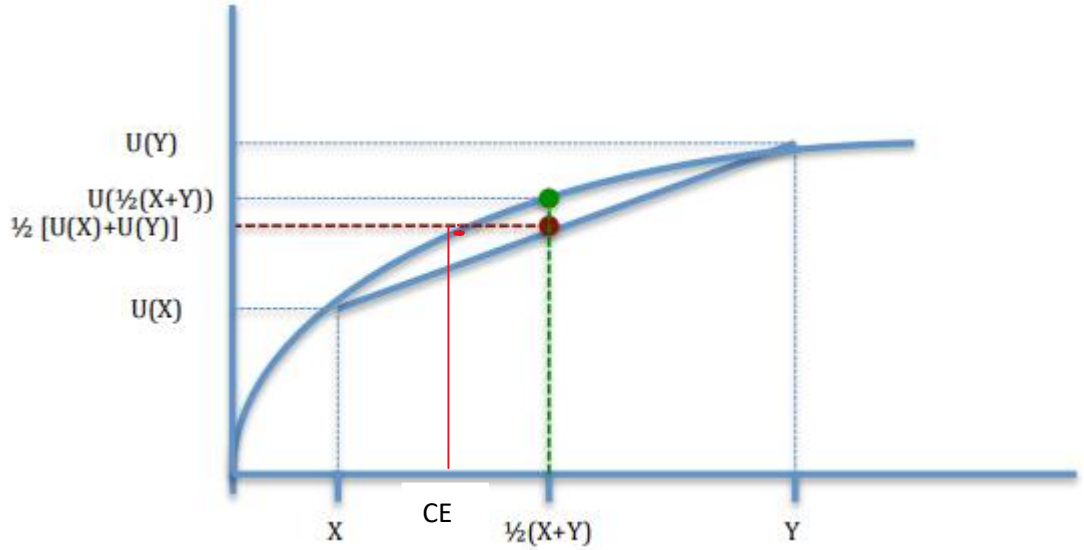
باتجاه يسار المحور، يكون المنحني شديد الانحدار حقًا. بينما عندما تكون الثروة مرتفعة، على الجانب الأيمن، تكون المنفعة أكثر استقرارًا.

هذا ما يطلق عليه بالمنفعة الحدية المتناقصة، مع زيادة الثروة، تنخفض المنفعة التي تحصل عليها من دولار إضافي. حسنًا، نلاحظ أن ميل دالة المنفعة يتغير مع زيادة الثروة، فتكون المنفعة الهامشية Marginal Utility عالية، في منطقة اليسار، لأن المستثمر عندها يعطي قيمة عالية لأي دولار إضافي، لذلك يمكننا أن نسمي هذه المنطقة بالأوقات السيئة بالنسبة للمستثمر، و هي الأوقات التي يكون فيها منحني المنفعة شديد الانحدار (على اليمين)، عندما يكون المستثمر هو الأكثر ضررًا. من ناحية أخرى، الأوقات الجيدة هي عندما يكون منحني المنفعة مسطحًا وتكون المنفعة الهامشية منخفضة، حيث أن الحصول على هذا الدولار الإضافي لا يشكل فرقًا كبيرًا.

ثالثًا: النفور من الخطر Risk Aversion:

أحد الأبعاد المهمة لصنع القرار في مجال التمويل والاقتصاد هو عدم اليقين Uncertainty . ربما لا يوجد قرار في الاقتصاد لا ينطوي على مخاطرة.. في الواقع، تشير دراسات السلوك إلى أن البشر بطبيعتهم يتجنبون المخاطر Risk Averse ، لذلك على سبيل المثال، لن يرغب معظم المستثمرين في شراء أصول خطيرة إذا لم يحصلوا على عائد متوقع أكبر من معدل المخاطر. لذلك عندما نفكر في مشكلة اختيار المحفظة الأمثل، فإننا نفترض أن المستثمرين يتجنبون المخاطرة.

فالشخص الذي لديه نفور كبير من المخاطرة سيكون مترددًا في قبول أي استثمار محفوف بالمخاطر وقد يكون على استعداد لدفع قسط تأمين مرتفع لتجنب هذه المخاطرة. أو بدلاً من ذلك، سيفضل النتيجة المؤكدة على المقامرة العادلة Fair Gambling . يقيس النفور من المخاطرة مدى تفضيل المستثمر للشيء المؤكد على المقامرة العادلة. على الرسم البياني، يقيس النفور من المخاطرة Risk Averse درجة التقعر Concavity في دالة المنفعة للمستثمر. دعونا نوضح ذلك من خلال الرسم البياني أدناه:



لنفترض أن هناك نتيجتين لاستثمار Outcomes متساويتين في الاحتمال: X (منخفض) و Y مرتفع، مما يمنحك مستوى منفعة $U(X)$ و $U(Y)$ على التوالي.

ما هي الفائدة المتوقعة؟ هي إما $U(X)$ باحتمال $\frac{1}{2}$ أو $U(Y)$ باحتمال $\frac{1}{2}$. بمعنى آخر، بالتالي المنفعة المتوقعة بواسطة :
 $U(Y) * \frac{1}{2} + U(X) * \frac{1}{2}$ وهي تظهر بالنقطة الحمراء الواقعة على المستقيم في الرسم البياني الذي يصل بين النقطتين $(x, u(x))$ و $(y, u(y))$. بالطبع إن موقع النقطة الحمراء على المستقيم يعتمد على احتمال ظهور النتيجتين X و Y .

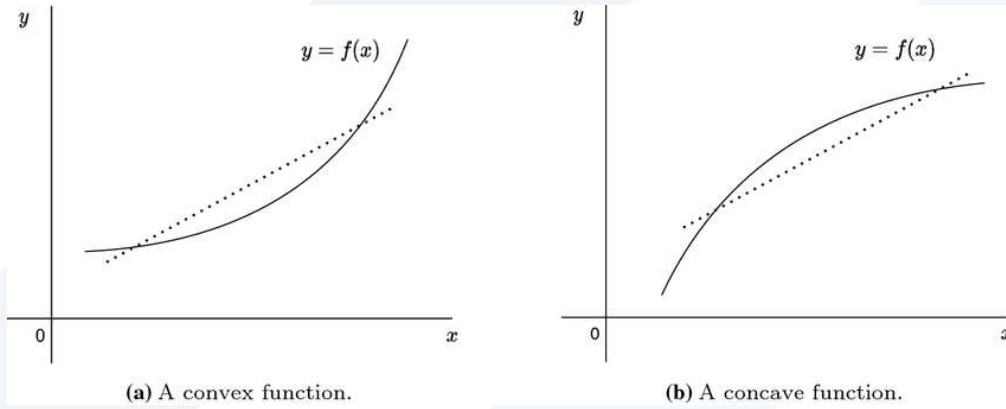
السؤال هنا ماذا لو أعطي المستثمر النتيجة المؤكدة من الاستثمار وهي نقطة تقع في منتصف المسافة بين x و Y ؟ يتم تحديد مستوى المنفعة الذي يتوافق مع النتيجة المؤكدة بواسطة النقطة الخضراء الواقعة على المنحنى، الموضحة في الرسم البياني (برسم مستقيم شاقولي نحو الأعلى باتجاه المنحنى. نلاحظ، أن المنفعة المرتبطة بالنتيجة المؤكدة تكون أعلى مقارنة بالمنفعة المرتبطة بنتيجة غير مؤكدة (متوقعة): يتم التعبير عن ذلك بالطريقة التالية:

$$U\left(\frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y\right) \geq \frac{1}{2}U(X) + \frac{1}{2}U(Y)$$

كلما زاد الفرق بين النقطة الحمراء (الواقعة على المستقيم) والنقطة الخضراء (الواقعة على المنحنى)، كلما زاد نفور المستثمر من المخاطرة. لذلك، كلما كانت دالة المنفعة مقعرة، كلما زاد نفور المستثمر من المخاطرة. لاحظ أن المستثمر

الذي يكره المخاطرة سيتطلب علاوة ليكون غير مبال بالفرق بين النتيجة المؤكدة و النتيجة الغير مؤكدة (ليستغني عن المنفعة الإضافية المرتبطة بالمنفعة المؤكدة).

وبدلا من ذلك، إذا كان المستثمر محبا للمخاطر Risk Lover ، أو يبحث عن المخاطر، تصبح دالة المنفعة محدبة.



في حالة المستثمر المحب للمخاطرة Risk lover على اليسار،، نلاحظ دالة المنفعة الحدية متصاعدة. كلما زاد حب المستثمر للمخاطرة، قل استعداداه لتحمل النتيجة المؤكدة على المقامرة. في هذه الحالة، إذا رسمنا خط المنفعة المتوقع (خط مستقيم يربط بين نتيجتين محتملتين)، فإن النتيجة المتوقعة (متوسط النتيجتين) ستعطي مستوى أعلى من المنفعة مقارنة بمستوى المنفعة المعطاة.

- وأخيرا، إذا كان المستثمر محايدا للمخاطر Risk Neutral ، فإن دالة المنفعة ستكون خطية. في هذه الحالة،

$$U\left(\frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y\right) = \frac{1}{2}U(X) + \frac{1}{2}U(Y)$$

والمستثمر المحايد للمخاطر سيتطلب علاوة مخاطرة صفر.

1-3 مكافئ التأكد Certainty Equivalent

يقيس الاقتصاديون مكافئ التأكد (CE) من خلال قياس مقدار الثروة المؤكدة - أو معدل العائد الخالي من المخاطر Risk Free return - الذي سيقبله المستثمرون بدلاً من نتيجة محفوفة بالمخاطر (أو يانصيب Lottery). رسميًا، يمكننا أن نكتب قيمة مكافئ التأكد CE على أنها المبلغ الذي يحقق المعادلة التالية:

$$U(CE) = E(U(X))$$

بالنسبة لليانصيب المحفوف بالمخاطر X.

من الرسم البياني السابق نلاحظ أن قيمة مكافئ التأكد CE هو أقل من القيمة المتوقعة $\frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y$ ، أي المستثمر لن يكون مباليًا بين تلقي CE بشكل متأكد و بين تلقي E(X) مع عدم اليقين. الفرق بين CE و بين E(X) أي CE - E(X) هو علاوة الخطر Risk premium التي تعبر عن الحد الأقصى من العائد الذي يرغب المستثمر في التنازل عنه من أجل الحصول على عائد دون مخاطر.

على سبيل المثال، لنفترض أنه عرض عليك الدخل في يانصيب حيث يمكنك الفوز بمبلغ 1000 دولار باحتمال 50% أو الفوز بـ 500 دولار باحتمال 50%. أي أنك سوف تحصل على 500 دولار بالتأكيد، ولكن لديك إمكانية الفوز بـ 1000 دولار. إذا سُئلت عن المبلغ الذي ترغب في دفعه للدخول في هذا اليانصيب ، فإن إجابتك تكشف عن مكافئ النفور من الخطر Risk aversion Coefficient. إذا كنت على استعداد لدفع 750 دولارًا، وهي القيمة العادلة لليانصيب Certainty Equivalent Lottery، فإن معادل اليقين Certainty equivalent الخاص بك يساوي القيمة العادلة لليانصيب. بمعنى آخر، أنت محايد للمخاطرة ولديك معامل النفور من المخاطرة يساوي 0. سيكون معظم الأشخاص على استعداد لدفع ما بين 540 دولارًا و707 دولارًا للدخول في هذا اليانصيب، وهو ما يتوافق مع معامل النفور من المخاطرة بين 1 و10.



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY