

الدارات الرقمية

Digital Circuits

مدرسة المقرر
د. بشرى علي معلا

CHAPTER ONE

أنظمة العد (Number Systems)

الغاية من المحاضرة الأولى :

- ✓ استيعاب مفهوم أنظمة العد
- ✓ وصف أنظمة العد المختلفة : العشري، الثنائي، الثماني، الست عشري
- ✓ توضيح كيفية التحويل من نظام عد لآخر للأعداد الصحيحة و الكسرية
- ✓ التعرف على العمليات الرياضية (جمع-طرح-ضرب-قسمة) في النظام الثنائي
- ✓ التعرف على مفهوم المتتمات (المتمم الأول, المتمم الثاني...)

أنواع أنظمة العد الأساسية

➤ نظام العد العشري (Decimal System)

➤ نظام العد الثنائي (Binary System)

➤ نظام العد الثماني (Octal System)

➤ نظام العد الست عشري (Hexadecimal System)

نظام العد العشري (Decimal System) (1/3)

➤ تعريفه:

هو نظام عد أساسه العدد عشرة أي (b=10).
تعود حقيقة اختياره كون الإنسان يمتلك 10 أصابع يستخدمها للعد.

➤ جاءت التسمية (Decimal) من الجذر اللاتيني (Decem) أي عشرة.
➤ نظام العد ممثل بـ 10 رموز: $S = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

✓ عادة يشار إلى نظام العد هذا بـ Decimal digits أو Digit
✓ رياضياً: $n = (S_{K-1} \dots S_2 S_1 S_0)_{10}$

➤ من أجل العدد الصحيح n الممثل كما يلي:

$$n = S_{k-1} \times 10^{k-1} + \dots + S_2 \times 10^2 + S_1 \times 10^1 + S_0 \times 10^0$$



أمثلة على نظام العد العشري (1/2) (عدد صحيح)

➤ مثال (1):

وضح قيم المواقع للعدد $n = (2314)_{10}$ باستخدام نظام العد العشري:

$$\begin{array}{cccc} \text{موقع الرمز} & \longrightarrow & 3 & 2 & 1 & 0 \\ & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & & n = 2 & 3 & 1 & 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 4 \times 10^0 \\ &= 2000 + 300 + 10 + 4 = 2314 \end{aligned}$$



أمثلة على نظام العد العشري (2/2) (عدد صحيح)

➤ مثال (2):

وضح قيم المواقع للعدد $n = (101)_{10}$ باستخدام نظام العد العشري:

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n = 1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 1 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0 \\ &= 100 + 0 + 1 = 101 \end{aligned}$$

➤ ملاحظة:

تختلف قيمة الرمز حسب موقعه

- Digit 1 في الموقع 2 له القيمة 100
- Digit 1 في الموقع 0 له القيمة 1



نظام العد العشري (2/3) (عدد كسري)

من أجل العدد الكسري n الممثل كما يلي: $n = (S_{K-1} \dots S_0 . S_{-1} \dots S_{-L})_{10}$

$$n = (S_{K-1} \times 10^{K-1} + \dots + S_0 \times 10^0 + S_{-1} \times 10^{-1} + \dots + S_{-L} \times 10^{-L})_{10}$$



أمثلة على نظام العد العشري (1/2) (عدد كسري)

➤ مثال (1):

وضح قيم المواقع للعدد $n = (13.14)_{10}$ باستخدام نظام العد العشري:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & -2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n = 1 & 3 & .1 & 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 1 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} \\ &= 10 + 3 + 0.1 + 0.04 = 13.14 \end{aligned}$$



أمثلة على نظام العد العشري (2/2) (عدد كسري)

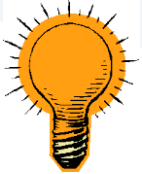

➤ مثال (2):

وضح قيم المواقع للعدد $n = (42.102)_{10}$ باستخدام نظام العد العشري:

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n = & 4 & 2 & . & 1 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 4 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 0 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3} \\ &= 40 + 2 + 0.1 + 0.002 = 42.102 \end{aligned}$$

نظام العد الثنائي (Binary System) (1/2)

	
On	Off
True	False
Yes	No
1	0

➤ تعريفه:

نظام العد الذي أساسه العدد 2 أي (b=2).

➤ جاءت التسمية من الجذر اللاتيني (bini) أي اثنين.

➤ نظام العد ممثل برمزین: $S = \{0,1\}$

✓ عادة يشار إلى نظام العد هذا بـ binary digits أو digit

✓ رياضياً:

■ من أجل العدد الصحيح n الممثل كما يلي: $n = (S_{k-1} \dots S_2 S_1 S_0)_2$

$$n = S_{k-1} \times 2^{k-1} + \dots + S_2 \times 2^2 + S_1 \times 2^1 + S_0 \times 2^0$$



نظام العد الثنائي (Binary System) (2/2)

➤ من أجل العدد الكسري n الممثل كما يلي:

$$n = (S_{k-1} \dots S_2 S_1 S_0 \cdot S_{-1} S_{-2} \dots S_{-L})_2$$

$$n = (S_{k-1} \times 2^{K-1} + \dots + S_1 \times 2^1 + S_0 \times 2^0 + S_{-1} \times 2^{-1} + \dots S_{-L} \times 2^{-L})_2$$



أمثلة عن نظام العد الثنائي (1/2) (عدد صحيح)

➤ مثال (1):

وضح قيم المواقع للعدد $n = (10011)_2$ باستخدام نظام العد الثنائي:

$$\begin{array}{cccccc} & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n = & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 16 + 0 + 0 + 2 + 1 \end{aligned}$$

و هذا هو المكافئ بالنظام العشري $n = 16 + 2 + 1 = 19$



أمثلة عن نظام العد الثنائي (2/2) (عدد كسري)

مثال (2):

وضح قيم المواقع للعدد $n = (101.01)_2$ باستخدام نظام العد الثنائي:

$$\begin{array}{cccccc} & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n = & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= 4 + 0 + 1 + 0 + 0.25 \end{aligned}$$

وهذا هو المكافئ بالنظام العشري $n = 4 + 1 + 0.25 = 5.25$

نظام العد الثماني (Octal System) (1/ 2)

➤ تعريفه:

نظام العد الذي أساسه العدد 8 أي (b=8).

➤ جاءت التسمية من الجذر اللاتيني (octo) أي ثمانية

➤ نظام العد ممثل بثمانية رموز: $S = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

✓ رياضياً:

■ من أجل العدد الصحيح n الممثل كما يلي: $n = (S_{k-1} \dots S_2 S_1 S_0)_8$

$$n = S_{k-1} \times 8^{k-1} + \dots + S_2 \times 8^2 + S_1 \times 8^1 + S_0 \times 8^0$$

نظام العد الثماني (Octal System) (2/2)

مثال ➤

وضح قيم المواقع للعدد $n = (123)_8$ باستخدام نظام العد الثماني:

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n = 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 3 \times 8^0 \\ &= 64 + 16 + 3 \end{aligned}$$

نظام العد الست عشري (Hexadecimal System) (1/2)

➤ تعريفه:

نظام العد الذي أساسه العدد 16 أي (b=16).

➤ جاءت التسمية من الجذر الاغريقي hex ستة و من الجذر اللاتيني (Decem) أي عشرة

➤ نظام العد ممثل بستة عشر رمزاً:

$$S = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F\}$$

✓ حيث:

A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15

✓ عادة يشار إلى الرموز في نظام العد هذا بـ hexadecimal digits

نظام العد الست عشري (Hexadecimal System) (2/2)

✓ رياضياً:

من أجل العدد الصحيح n الممثل كما يلي: $n = (S_{k-1} \dots S_2 S_1 S_0)_{16}$

$$n = S_{k-1} \times 16^{k-1} + \dots + S_2 \times 16^2 + S_1 \times 16^1 + S_0 \times 16^0$$

➤ مثال

أثبت أن قيمة المكافئ العشري للعدد الست عشري $n = (2AC)_{16}$ هي 684

$$n = (2 A C)_{16}$$

$$n = 2 \times 16^2 + A \times 16^1 + C \times 16^0$$

$$n = 2 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 12 \times 16^0$$

$$n = 684$$

و هذا هو المكافئ بالنظام العشري

ملخص أنظمة العد الأربعة الأساسية

نظام العد	الأساس	الرموز
العشري (Decimal)	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
الثنائي (Binary)	2	0,1
الثماني (Octal)	8	0,1,2,3,4,5,6,7
الست عشري (Hexadecimal)	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F



تحويل عدد صحيح من نظام عد (عشري) إلى نظام عد آخر (ثنائي) بواقى القسمة

$$r \overline{) N}$$

$$r \overline{) N_1}$$

$$r \overline{) N_2}$$

⋮

⋮

⋮

$$r \overline{) 0}$$

$$A_0 \longrightarrow N = r \cdot N_1 + A_0$$

$$A_1 \longrightarrow N_1 = r \cdot N_2 + A_1$$

⋮

⋮

⋮

$$A_n \longrightarrow N_n = r \cdot 0 + A_n$$

⋮

⋮

⋮

عندها يكون العدد N من الشكل: $N = r \cdot (r \cdot N_2 + A_1) + A_0$

$$N = A_n \times r^n + A_{n-1} \times r^{n-1} \dots + A_1 \times r^1 + A_0$$

مثال عن تحويل من نظام عد عشري إلى نظام عد ثنائي

حول العدد $n = (732)_{10}$ إلى الأساس 2.

الباقي		إلى اليمين
732	2	
366	2	0
183	2	0
91	2	1
45	2	1
22	2	1
11	2	0
5	2	1
2	2	1
1	2	0
0		1

الخانة الأقل أهمية (Least Significant Digits) LSD

$$n = (732)_{10} = (1011011100)_2$$

الخانة الأكثر أهمية (Most Significant Digits) MSD

من اليسار

تحويل عدد كسري من نظام عد (عشري) إلى نظام عد آخر (ثنائي)

➤ يكون العدد الكسري من الشكل:

$$N = NI + NF$$

$$N = \left(\underbrace{A_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + A_1 \times r^1 + A_0 \times r^0}_{\text{الجزء الصحيح}} + \underbrace{A_{-1} \times r^{-1} + \dots + A_{-L} \times r^{-L}}_{\text{الجزء الكسري}} \right)$$

الجزء الصحيح

الجزء الكسري

يحول باتباع طريقة تحويل العدد الصحيح ذاتها

يحول بشكل منفصل

تحويل عدد كسري من نظام عد (عشري) إلى نظام عد آخر (ثنائي)

➤ تحويل الجزء الكسري NF : $NF = A_{-1} \times r^{-1} + A_{-2} \times r^{-2} + \dots$

1. نضرب بـ r فيكون: $r.NF = A_{-1} + A_{-2} \times r^{-1} + \dots$

2. يظهر جزء صحيح نقوم بطرحه

3. نضرب بـ r فيكون: $r.(r.NF - A_{-1}) = A_{-2} + A_{-3} \times r^{-1} \dots$

➤ وهكذا

مثال عن تحويل عدد كسري من نظام عد عشري إلى نظام عد ثنائي

حول العدد $N = (633.61)_{10}$ إلى الأساس 2.

$$N = (633.61)_{10} = 633 + 0.61$$

الجزء الصحيح

الجزء الكسري

1. تحويل الجزء الصحيح: $NI = 633$

$$NI = (633)_{10} = (1001111001)_2$$

الباقي		
633	2	
316	2	1
158	2	0
79	2	0
39	2	1
19	2	1
9	2	1
4	2	1
2	2	0
1	2	0
0		1

$$\Rightarrow NF = 0.61$$

$$\Rightarrow r.NF = 2.(0.61) = 1.22$$

$$= A_{-1} + A_{-2}.r^{-1} = 1 + 0.22$$

$$\Rightarrow A_{-1} = 1$$

2. تحويل الجزء الكسري:

1. نضرب بـ $r=2$ فيكون:

2. نطرح الجزء الصحيح:

3. فنحصل على جزء كسري نقوم بضربه بـ $r=2$ و نكرر العملية عدة مرات

$$\Rightarrow 2.(0.22) = 0.44 = 0 + 0.44 \quad \Rightarrow A_{-2} = 0$$

$$\Rightarrow 2.(0.44) = 0.88 = 0 + 0.88 \quad \Rightarrow A_{-3} = 0$$

$$\Rightarrow 2.(0.88) = 1.76 = 1 + 0.76 \quad \Rightarrow A_{-4} = 1$$

$$\Rightarrow 2.(0.76) = 1.52 = 1 + 0.52 \quad \Rightarrow A_{-5} = 1$$

$$\Rightarrow 2.(0.52) = 1.04 = 1 + 0.04 \quad \Rightarrow A_{-6} = 1$$

$$\Rightarrow 2.(0.04) = 0.08 = 0 + 0.08 \quad \Rightarrow A_{-7} = 0$$

$$\Rightarrow 2.(0.08) = 0.16 = 0 + 0.16 \quad \Rightarrow A_{-8} = 0$$

.....

$$NF = (0.61)_{10} = (10011100....)_2$$

فيكون الجزء الكسري:

$$N = (633.61)_{10}$$

$$= (1001111001.10011100..)_{2}$$

3. فيكون العدد المكافئ بالثنائي:

$$N = (1001111001.10011100..)_{2}$$

➤ للتأكد:

$$= 1 \times 2^9 + 0 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$+ 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5} + 1 \times 2^{-6} + 0 \times 2^{-7} + 0 \times 2^{-8}$$

$$= 633.59$$

العلاقة بين نظام العد الثنائي ونظامي العد الثماني والست عشري

➤ تأتي أهمية نظامي العد الثماني والست عشري من كونهما مرتبطين ارتباطاً وثيقاً بنظام العد الثنائي كونه النظام الأساس في الحاسبات.

➤ في نظام العد الثماني :

كل خانة ثمانية تمثل ثلاث خانات ثنائية : $2^3 = 8$

➤ في نظام العد الست عشري:

كل خانة ست عشرية تمثل أربع خانات ثنائية : $2^4 = 16$

التحويل من نظام العد الثنائي إلى نظام العد الثماني

يعتمد التحويل على حقيقة أن كل خانة ثمانية تمثل ثلاث خانات ثنائية: $2^3 = 8$

مثال:

أوجد المكافئ الثماني للعدد الثنائي $n = (101110010)_2 = (\quad)_8$

نقسم العدد كل ثلاث خانات على حدى:

101 110 010

نقابل كل ثلاث خانات بما يقابلها بنظام العد الثماني

5 6 2

ومنه: $n = (101110010)_2 = (562)_8$

التحويل من نظام العد الست عشري إلى نظام العد الثنائي

➤ يعتمد التحويل على حقيقة أن كل خانة ست عشرية تمثل أربع خانات ثنائية: $2^4 = 16$

➤ مثال:

أوجد المكافئ الست عشري للعدد الثنائي $n = (110011100010)_2 = (\quad)_{16}$

نقسم العدد إلى كل أربع خانات على حدى: 1100 1110 0010

نقابل كل أربع خانات بما يقبلها بنظام العد الست عشري 1100 1110 0010

C *E* 2

و منه: $n = (110011100010)_2 = (CE2)_{16}$

التحويل من نظام العد الثماني إلى نظام العد الثنائي

➤ بما أن كل خانة ثمانية تمثل ثلاث خانات ثنائية : $2^3 = 8$

لذا نستبدل كل خانة ثمانية بثلاث خانات ثنائية تقابلها

➤ **مثال:** أوجد المكافئ الثنائي للعدد الثماني: $(562)_8 = (\quad)_2$ $(274.130)_8 = (\quad)_2$

5 6 2

101 110 010

نستبدل كل خانة ثمانية بالخانات الثنائية الثلاثة المقابلة لها

$$(562)_8 = (101110010)_2$$

$$(274.130)_8 = (010 111 100.001 011 000)_2$$

التحويل من نظام العد الست عشري إلى نظام العد الثنائي

➤ بما أن كل خانة ست عشرية تمثل أربع خانات ثنائية: $2^4 = 16$

لذا نستبدل كل خانة ست عشرية بالخانات الثنائية الأربعة المقابلة لها.

➤ **مثال:** أوجد المكافئ الثنائي للعدد الست عشري $(CE2)_{16} = ()_2$ $(6FD.134)_{16} = ()_2$

نستبدل كل خانة ست عشرية بالأربع خانات الثنائية المقابلة لها:

<i>C</i>	<i>E</i>	2
1100	1110	0010

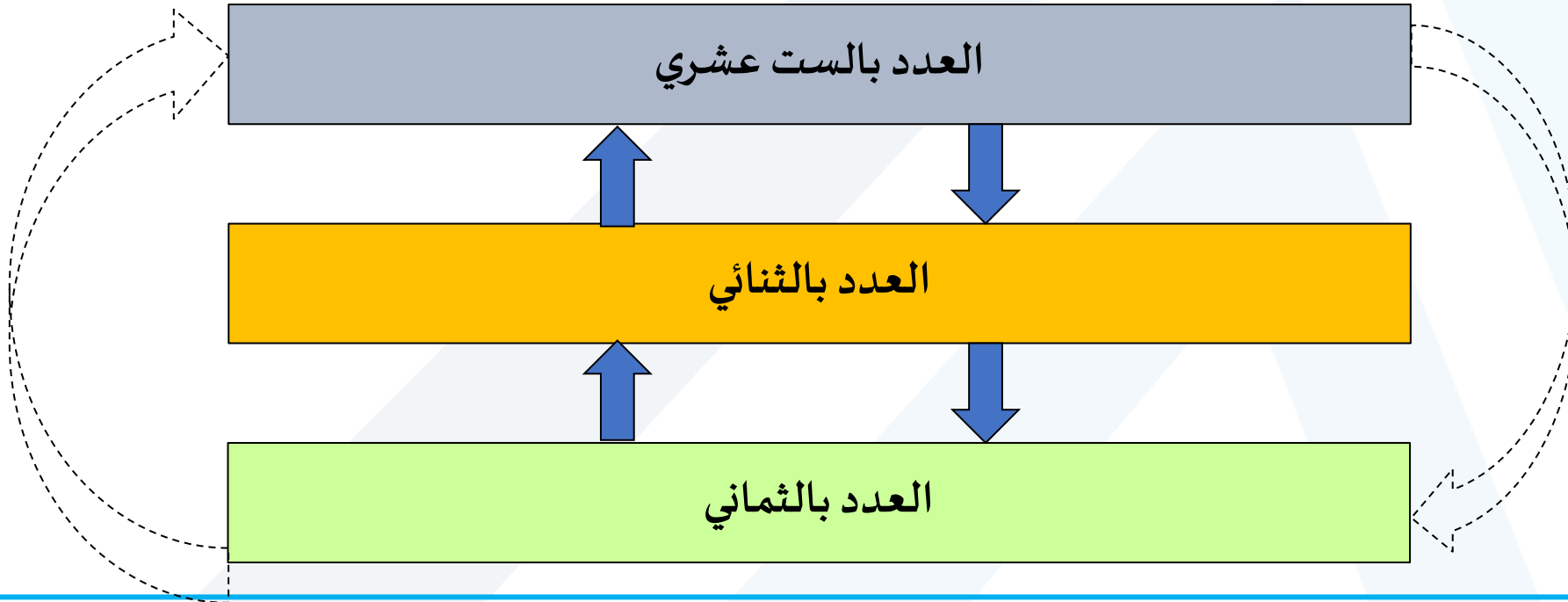
$$(CE2)_{16} = (110011100010)_2$$

$$(6FD.134)_{16} = (0110\ 1111\ 1101.0001\ 0011\ 0100)_2$$

التحويل من نظام العد الست عشري إلى نظام العد الثماني وبالعكس

التحويل من النظام الست عشري إلى النظام الثماني يتم على مرحلتين :

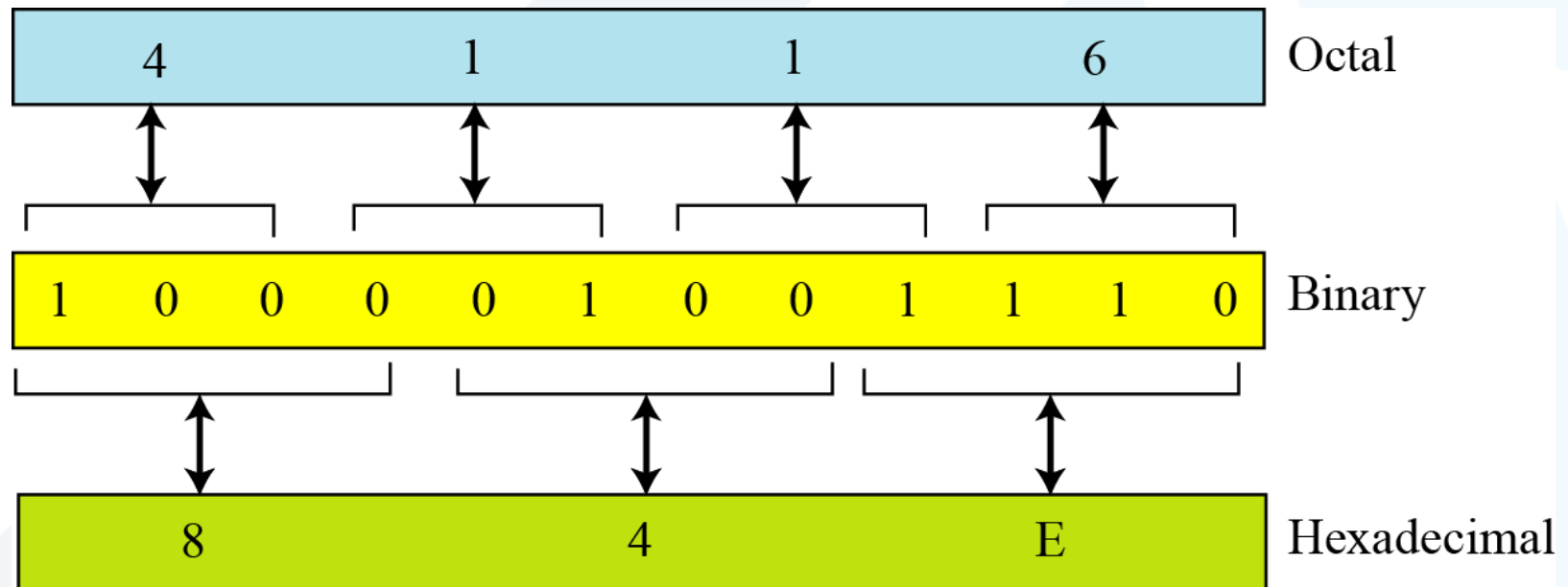
➤ نحول من النظام الست عشري إلى النظام الثنائي ومن ثم نحول من النظام الثنائي إلى النظام الثماني .



التحويل من نظام العد الست عشري إلى نظام العد الثماني وبالعكس

مثال: أوجد المكافئ الست عشري للعدد الثماني $(4116)_8 = (\quad)_{16}$

$$(4116)_8 = (100\ 001\ 001\ 110)_2 = (1000\ 0100\ 1110)_2 = (84E)_{16}$$



القسم الثاني

العمليات في النظام الثنائي و مفهوم المتمم



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الجمع الثنائي Binary Addition (1 / 5)

تكون عملية الجمع وفق القاعدة الآتية:

من أجل جمع عددين ثنائيين من خانة واحدة يكون:

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

"2"

الجمع الثنائي Binary Addition (2 / 5)

❖ من أجل جمع عددين مكونين من n خانة ثنائية يكون:

✓ جمع الخانات المتقابلة بشكل مستقل

✓ الانتباه إلى وجود حامل حيث:

■ تكون لدينا إحدى حالتين:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 +1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

قيمة الحامل

1. إما أن يضاف الحامل إلى عملية الجمع التالية

2. أو أن يوضع كخانة أخيرة في الجواب النهائي إذا كان الحامل ناتج عن جمع آخر خانتيين في العددين

الجمع الثنائي Binary Addition (3 / 5)

مثال: أوجد ناتج جمع العددين الثنائيين : $10101+11001$ ➤

$$\begin{array}{r}
 10101 \\
 +11001 \\
 \hline
 101110
 \end{array}$$

The diagram illustrates the binary addition process. Red curved arrows indicate carry propagation from right to left. A red '1' is placed above the second column from the right, and a red '1' is placed above the first column from the right. A dashed arrow points from the first column's carry to the second column.

$$10101+11001=101110$$



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الجمع الثنائي

Binary Addition (4 / 5)

➤ ملاحظة: يمكن جمع ثلاثة أعداد ثنائية

A	B	C	A+B+C	Carry
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الجمع الثنائي

Binary Addition (5 / 5)

➤ مثال: أوجد ناتج جمع الأعداد الثنائية الآتية: $0010+0001+0111$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cccc} & \text{↩} & \text{↩} & \text{↩} \\ & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ +0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \end{array}$$

$$0010+0001+0111=1010$$



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الضرب الثنائي

Binary Multiplication (1 /2)

تكون عملية الضرب وفق القاعدة الآتية: ➤

❖ من أجل ضرب عددين من خانة واحدة يكون:

A	B	$A \times B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الضرب الثنائي

Binary Multiplication (2 / 2)

❖ من أجل ضرب عددين مكونين من n خانة ثنائية يكون:

✓ تجرى عملية الضرب الثنائي كما في العشري اعتماداً على جدول الضرب الثنائي.

$$\begin{array}{r} 1110 \\ \times 1011 \\ \hline 1110 \\ 1110 \\ 0000 \\ 1110 \\ \hline 10011010 \end{array}$$

➤ مثال: أوجد ناتج ضرب العددين الثنائيين :

$$1110 \times 1011$$



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الطرح الثنائي

Binary Subtraction (1 / 2)

تكون عملية الطرح وفق القاعدة الآتية: ➤

❖ من أجل طرح عددين من خانة واحدة يكون:

A	B	A - B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

مع الاستعارة (10)



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الطرح الثنائي

Binary Subtraction (2 /2)

➤ مثال: أوجد ناتج طرح العددين الثنائيين:

$$\begin{array}{r} 0 \quad 10 \\ \cancel{1} \quad \cancel{0} \quad 0 \quad 1 \\ - 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \\ \hline 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 0 \quad \cancel{0} \quad 10 \\ \cancel{1} \quad \cancel{1} \quad \cancel{0} \quad 1 \\ - 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

قسمة الثنائي

Binary Division (1 /3)

➤ تشبه عملية القسمة في النظام العشري و تكون كما يأتي:

1. نأخذ من المقسوم عدد خانات مساو لعدد خانات المقسوم عليه
2. نقوم بالمقارنة بين خانات المقسوم المأخوذة وخانات المقسوم عليه
فنميز حالتين:
 - ❖ خانات المقسوم المأخوذة **أصغر** من المقسوم عليه نضع في جواب القسمة **0** و ننزل الخانة التالية و نقوم بعملية الضرب الثنائي و من ثم الطرح
 - ❖ خانات المقسوم المأخوذة **أكبر أو تساوي** المقسوم عليه نضع في جواب القسمة **1** و نقوم بعملية ضرب ثنائية و من ثم عملية طرح ثنائية



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

قسمة الثنائي

Binary Division (2 / 3)

➤ **مثال:** أوجد ناتج قسمة 10010 على 1000

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline 1000 \overline{) 10010} \\ \underline{1000} \\ 00010 \end{array}$$

➤ $10010 \div 1000 = 10$ remainder = 10



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

قسمة الثنائي

Binary Division (3 /3)

مثال: ➤ أوجد ناتج قسمة 111010 على 110

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 110 \overline{) 111010} \\ \underline{110} \\ 0010 \\ \underline{00} \\ 101 \\ \underline{000} \\ 1010 \\ \underline{110} \\ 100 \end{array}$$

$$111010 \div 110 = 1001 \text{ remainder} = 100$$

الأعداد ذات الإشارة والأعداد دون إشارة (1/2) (Signed/Unsigned Numbers)

➤ تقسم الأعداد الصحيحة حسب المساحة المستخدمة في التخزين إلى:

✓ عدد صحيح قصير (Short Integer) : طوله = 8bits = 1Byte

✓ عدد صحيح (Integer) : طوله = 16bits = 2Bytes

✓ عدد صحيح طويل (Long Integer) : طوله = 32bits = 4Bytes

الأعداد ذات الإشارة والأعداد دون إشارة (2/2) (Signed/Unsigned Numbers)

تقسم الأعداد الصحيحة حسب طبيعة الأعداد التي يتم تخزينها إلى نوعين: ➤

- ✓ الأعداد الصحيحة دون إشارة (Unsigned Integer Numbers)
- ✓ الأعداد الصحيحة مع إشارة (Signed Integer Numbers)

الأعداد الصحيحة دون إشارة (1/3) (Unsigned Integer Numbers)

- الأعداد دون إشارة هي الأعداد التي تدل على أن مقدار أكبر أو مساو للصفر
- حيث يحول العدد من الشكل العشري إلى الشكل الثنائي و من ثم يتم تخزينه بدءاً من الخانة الأقل أهمية (LSB).
- يتم ملء الخانات الفائضة بالأصفار.

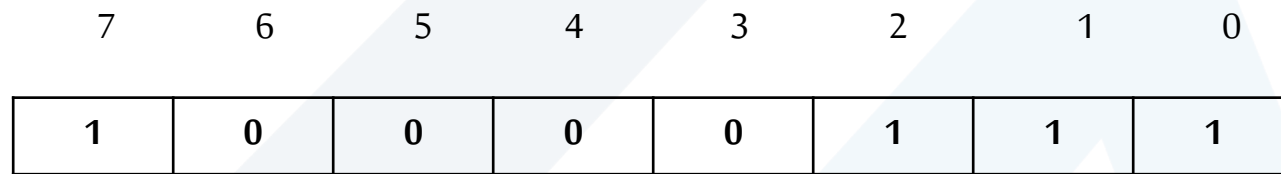


جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الأعداد الصحيحة دون إشارة (2/3) (Unsigned Integer Numbers)

مثلاً: $(135)_{10} = (10000111)_2$ ➤

إذا كانت المساحة المتاحة للتخزين 1 Bytes=8bits



يكون:

الخانة الأكثر أهمية

Most Significant Bit (MSB)

الخانة الأقل أهمية

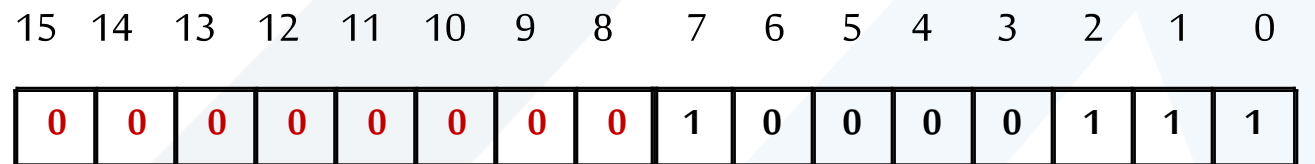
Least Significant Bit (LSB)

الأعداد الصحيحة دون إشارة (3/3) (Unsigned Integer Numbers)

مثلاً: $(135)_{10} = (10000111)_2$

إذا كانت المساحة المتاحة للتخزين 2 Bytes=16 bits

يكون:



الخانات الفائضة توضع أصفار

LSB

الأعداد الصحيحة مع إشارة (1/4) (signed Integer Numbers)

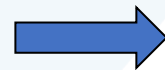
- الأعداد ذات الإشارة هي الأعداد التي تأخذ إشارة لتدل على كمية سالبة أو موجبة.
- تستخدم في الأنظمة الحاسوبية لتمثيل الأعداد الثنائية ذات الإشارة.
- يتم إضافة خانة إضافية تدعى خانة الإشارة و تكون هذه الخانة هي الخانة الأكثر أهمية (MSB).
- هذه الخانة تستخدم لتدل فيما إذا كان هذا العدد موجب أو سالب.

MSB = 1



العدد سالب

MSB = 0



العدد موجب



الأعداد الصحيحة مع إشارة (2/4) (signed Integer Numbers)

➤ مثلاً مثل العدد +50 هو عدد صحيح قصير :

نكتب العدد بالشكل الثنائي: $(50)_{10} = (110010)_2$

المساحة المتاحة للتخزين 1 Bytes=8bits

يكون:



MSB=0 العدد موجب



جامعة
المنارة
MANSOURA UNIVERSITY

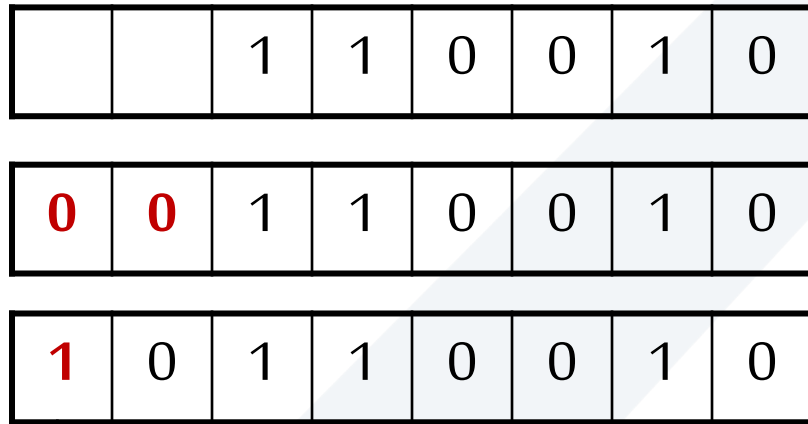
الأعداد الصحيحة مع إشارة (3/4) (signed Integer Numbers)

➤ مثلاً مثل العدد (-50) هو عدد صحيح قصير :

نكتب العدد بالشكل الثنائي: $(50)_{10} = (110010)_2$

المساحة المتاحة للتخزين 1 Bytes=8bits

يكون:



MSB=1

العدد سالب

الأعداد الصحيحة مع إشارة (4/4) (signed Integer Numbers)

➤ نتيجة لهذه الطريقة في تمثيل الأعداد ذات الإشارة ظهرت مشكلة الصفء الموجب و الصفء السالب الأمر الذي يجعل النظام الرقعي ضعيفاً. لأنه عند مقارنة أي عدد مع الصفء فإن عملية المقارنة ستتم مرتين مع قيمتين للصفء.

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

الصفء الموجب (+0)

1	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

الصفء السالب (-0)

لحل هذه المشكلة ظهر ما يسمى مفهوم المتمم (complement)

المتكمات الثنائية

Complements of Binary Numbers

يوجد نوعين من أنواع المتكمات:

✓ المتكم الأول (one's complement)

✓ المتكم الثاني (two's complement)

المتمم الأول (1/2)

One's Complements of Binary Numbers

➤ هو إحدى الطرائق المستخدمة لتمثيل الأعداد السالبة

➤ **للحصول على المتمم الأول:**

يكتب العدد بالشكل الثنائي و من ثم تستبدل الأصفار بواحدات و الواحدات بأصفار

➤ مثال: مثل العدد (-15) وهو عدد قصير باستخدام المتمم الأول

نكتب العدد بالشكل الثنائي: $(15)_{10} = (00001111)_2$

فيكون تمثيل العدد باستخدام المتمم الأول: $(-15)_{10} = (11110000)_2$

➤ نلاحظ أنه في تمثيل الأعداد باستخدام المتمم الأول تستخدم الخانة الأخيرة لإظهار الإشارة

خانة الإشارة



1	1	1	1	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

-15

Integers	One's complement representation
-7	1000
-6	1001
-5	1010
-4	1011
-3	1100
-2	1101
-1	1110
-0	1111
+0	0000
+1	0001
+2	0010
+3	0011
+4	0100
+5	0101
+6	0110
+7	0111

نلاحظ أن الصفر هنا أيضاً يمثل بطريقتين

المتمم الثاني (1/4)

Two's Complements of Binary Numbers

➤ من الطرائق الأكثر شيوعاً لتمثيل الأعداد السالبة في عالم الحواسيب

➤ يوجد طريقتين لحساب المتمم الثاني :

❖ الطريقة الأولى:

1. حساب المتمم الأول
2. إضافة واحد إلى المتمم الأول

❖ الطريقة الثانية:

1. الحفاظ على الخانات الصفرية الدنيا حتى أول خانة ذات القيمة واحد (1)
2. الخانات التالية لهذه الخانة تتمم أي نجعل الواحدات أصفار و الأصفار واحدات

المتمم الثاني (2/4)

Two`s Complements of Binary Numbers

➤ مثال: أوجد المتمم الثاني للعدد الثنائي 10110000

باستخدام الطريقة الثانية مثلاً:

1. نحافظ على قيم الخانات الصفرية الدنيا حتى أول خانة واحدة.

1 0 1 **1** 0 0 0 0

2. بدءاً من الخانة التالية لأول خانة واحدة نبدل الأصفار وواحدات أصفار

0 1 0 **1** 0 0 0 0

المتمم الثاني (3/4)

Two's Complements of Binary Numbers

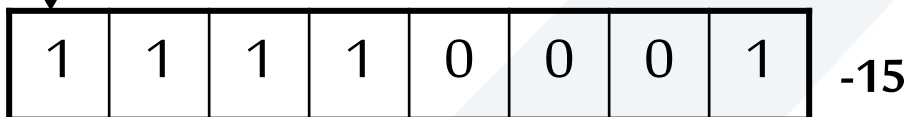
➤ مثال: مثل العدد (-15) باستخدام المتمم الثاني:

نكتب العدد بالثنائي: $(15)_{10} = (00001111)_2$

نطبق الطريقة الثانية فيكون: 1 1 1 1 0 0 0 1

➤ نلاحظ أنه في تمثيل الأعداد باستخدام المتمم الثاني تستخدم الخانة الأخيرة لإظهار الإشارة

خانة الإشارة



المتعم الثاني (4/4)

Two's Complements of Binary Numbers

Integer s	Two's complement representation
-7	1001
-6	1010
-5	1011
-4	1100
-3	1101
-2	1110
-1	1111
-0	0000
+0	0000
+1	0001
+2	0010
+3	0011
+4	0100
+5	0101
+6	0110
+7	0111

نلاحظ أن الصفر هنا أيضاً يمثل بطريقة واحدة فقط

إيجاد قيمة عدد صحيح بإشارة (1/2)

➤ لإيجاد قيمة عدد صحيح بإشارة نتبع الخوارزمية الآتية:

➤ يتم النظر بشكل أساسي إلى الخانة الأكثر أهمية MSB حيث نميز حالتين:

❖ إذا كانت $MSB=0$ يكون العدد موجب:

يحول العدد من ثنائي إلى عشري مباشرة

❖ إذا كانت $MSB=1$ يكون العدد سالب:

1. يحسب المتمم الثاني

2. يحول المتمم الثاني من ثنائي إلى عشري

إيجاد قيمة عدد صحيح بإشارة (2/2)

➤ أوجد القيمة العشرية للعدد الثنائي 11100101 ، إذا علمت أنه عدد صحيح قصير بإشارة.

بما أن العدد بإشارة نلاحظ أن MSB=1 أي أنه عدد سالب. لإيجاد قيمته بالعشري نحسب المتمم الثاني له.

$$\begin{array}{r} 00011010 \\ 00000001 \quad + \\ \hline 00011011 \end{array}$$

1. إيجاد المتمم الأول فيكون: المتمم الأول = 00011010

2. نضيف واحد فيكون : المتمم الثاني = 00011011

3. نحسب القيمة العشرية:

$$(00011011)_2 = (11011)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 27$$

4. يكون العدد العشري هو (-27)



الوظيفة (1)

1- أكمل ما يأتي:

$$(.....)_2 = (105)_{10} \quad (.....)_{16} = (.....)_{10} = (376)_8$$
$$(1011110001)_2 = (.....)_8 \quad (312.25)_{10} = (.....)_2$$

2. أوجد ناتج مايلي:

$$\begin{array}{r} 110 \\ \hline 1011100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101101 \\ + 100110 \\ \hline 1001110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101101 \\ \times 100110 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001101 \\ - 100110 \\ \hline \end{array}$$

➤ أوجد القيمة العشرية للعدد الثنائي 10101101 ، إذا علمت أنه عدد صحيح قصير بإشارة.

Thanks