جامعة المنارة

كلية الهندسة

هندسة معلوماتية

الدارات الرقمية

مدرسة المقرر

د. بشرى علي معلا

CHAPTER Two

الطرح باستخدام المتممات وأنظمة الترميز و مدخل إلى الجبر البولياني و البوابات المنطقية

الغاية من المحاضرة الثانية :

- ✓ التعرف على كيفية استخدام المتمم الثاني في عملية الطرح
- ✓ تعلم كيفية تخزين الأعداد الحقيقية
- ✓ التعرف على أهم الترميزات
- ✓ التعرف على البوابات المنطقية
- ✓ التعرف على الجبر البولياني

الطرح باستخدام المتممات (1/3)

باستخدام المتمم الثاني

لطرح عددين ثنائيين باستخدام **المتمم الثاني** نقوم بالخطوات الآتية:

1. إكمال خانات العدد الأقل عدد خانات بإضافة أصفار على يسار العدد
2. إيجاد المتمم الثاني للعدد المطروح
3. جمع المتمم الثنائي للعدد المطروح مع المطروح منه
4. حسب نتيجة الجمع يكون لدينا إحدى الحالتين:

أ. إذا **ظهرواحد** في المرتبة الإضافية : نقوم بحذف هذا الواحد و الباقي يكون ناتج الطرح و هو عدد **موجب**

ب. إذا **لم يظهرواحد** في المرتبة الإضافية : نقوم بأخذ المتمم الثاني ويكون ناتج الطرح و هو عدد **سالب**

الطرح باستخدام المتممات (2/3)

باستخدام المتمم الثاني

أوجد ناتج طرح $(1010)_2 - (110)_2$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ -\ 110 \\ \hline \end{array}$$

إضافة صفر على يسار إلى العدد ذي عدد الخانات الأقل

$$\begin{array}{r} 1010 \\ -\ 0110 \\ \hline \end{array}$$

نوجد المتمم الثاني للمطروح

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1010 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1010 \\ \hline 1\ \underbrace{0100}_{\text{ناتج الطرح}} \end{array}$$

يوجد خانة إضافية تحذف و الناتج موجب

ملاحظة: ناتج الطرح موجب بالعشري (4+)

الطرح باستخدام المتممات (3/3)

باستخدام المتمم الثاني

مثال: أوجد ناتج طرح $(10101)_2 - (1011)_2$ باستخدام المتمم الثاني

```
  1011
 10101  -
```

إضافة صفر على يسار العدد عدد الخانات الأقل

```
 01011
 10101  -
```

نوجد المتمم الثاني للمطروح

```
 01011
 01011  +
```

```
 1  1 1
 01011
 01011  +
 10110
```

لا يوجدخانة إضافية و الناتج سالب لذا نحتاج لحساب المتمم الثاني للإيجاد ناتج الطرح النهائي

01010 و هو المتمم الثاني للناتج

- 01010 هو ناتج الطرح

ملاحظة:الناتج سالب بالعشري : 10-

تخزين الأعداد الحقيقية (Real Numbers) (1/3)

❖ يوجد طريقتين لتمثيل الأعداد الحقيقية:

➢ الفاصلة الثابتة

➢ الفاصلة المتحركة (العائمة)

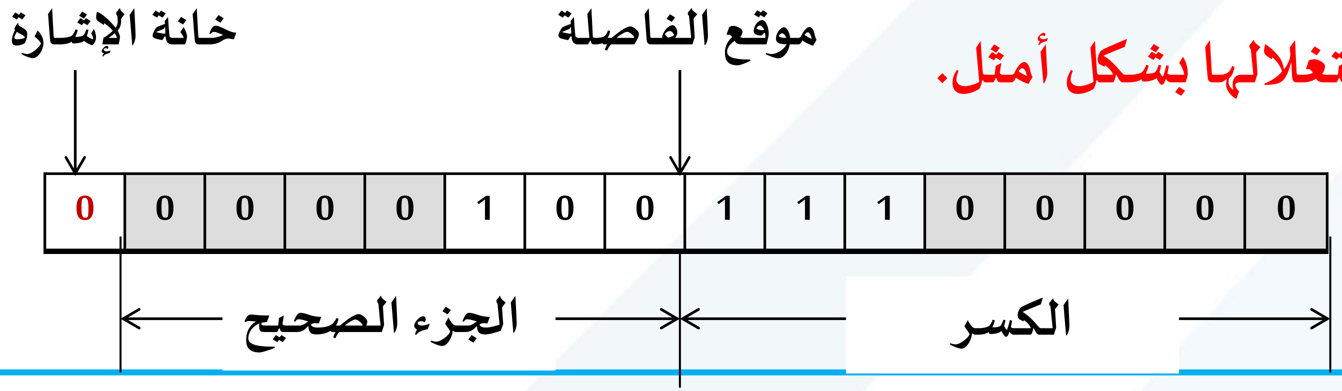
➢ الفاصلة الثابتة (Fixed point):

تقسم مساحة التخزين المتاحة إلى الجزء الصحيح والكسر بشكل متساوٍ، يكون مكان الفاصلة ثابتاً وتمثل الإشارة بالخانة (MSB)

عيب هذه الطريقة أن مساحة التخزين المتاحة لا يتم استغلالها بشكل أمثل.

مثلاً : العدد الثنائي

+100.111



تخزين الأعداد الحقيقية (Real Numbers) (2/3)

➢ الفاصلة المتحركة (العائمة) (Floating point):

تعتمد على تحويل العدد كله إلى كسر وذلك بإزاحة الفاصلة (يساراً أو يميناً) و تسمى هذه العملية عملية التطبيع (Normalization)

❖ **لتخزين العدد الحقيقي نقوم بالخطوات الآتية:**

1. يحول العدد من الشكل العشري إلى الشكل الثنائي
2. تجرى عملية التطبيع

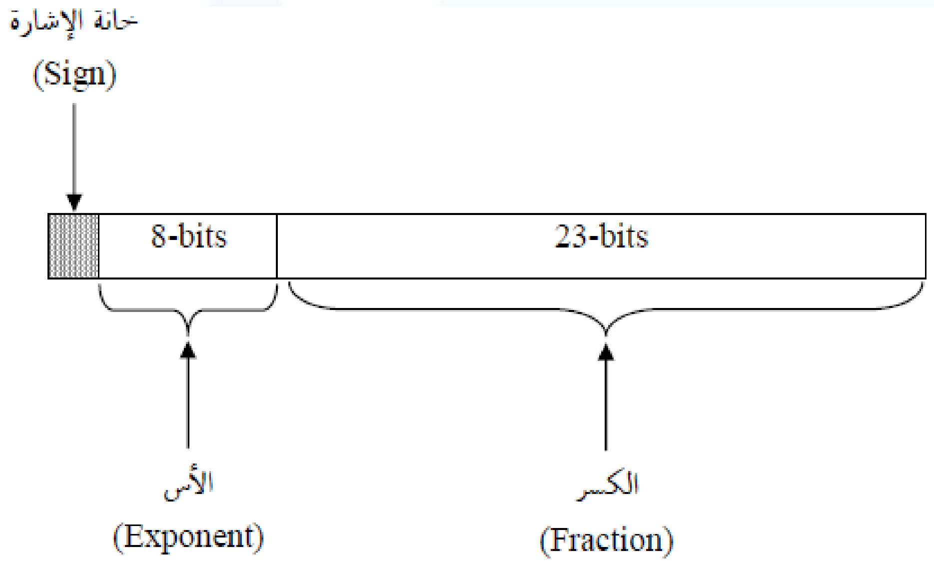
❖ **يوجد نوعين لتخزين الأعداد الحقيقية وضعته جمعية IEEE :**

1. العدد الحقيقي ذو الدقة العادية (IEEE Single precision float): طوله=4 Bytes=32bits
2. العدد الحقيقي ذو الدقة المضاعفة (IEEE double precision float): طوله=8Bytes=64bits

تخزين الأعداد الحقيقية (Real Numbers) (3/3)

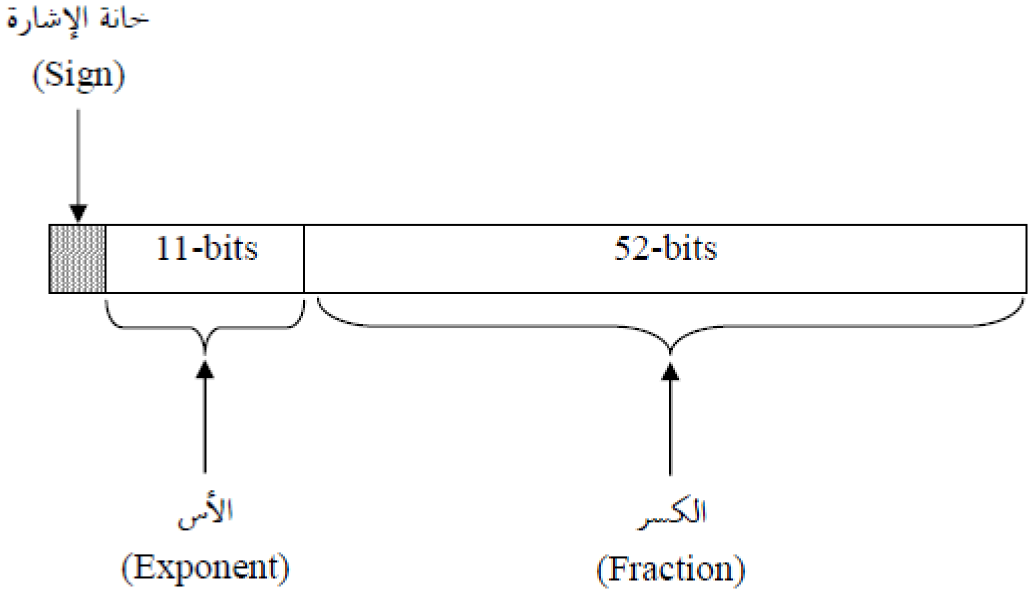
العدد الحقيقي ذو الدقة العادية

(IEEE Single precision float)



العدد الحقيقي ذو الدقة المضاعفة

(IEEE double precision float)



مثال على تخزين الأعداد الحقيقية (1/2)

❖وضح كيفية تمثيل القيمة 3.625+ بشكل عدد حقيقي بـ: أ. دقة عادية ب. دقة مضاعفة

➢الحل:

1. يحول العدد من الشكل العشري إلى الشكل الثنائي

$$0.625 \times 2 = 1.25 \rightarrow 1$$
$$0.25 \times 2 = 0.5 \rightarrow 0$$
$$0.5 \times 2 = 1.0 \rightarrow 1$$
$$0.0$$

تحويل الجزءالصحيح: $3=(11)_2$

تحويل الكسر: $0.625=(.101)_2$

فيكون العدد بالشكل الثنائي: $3.625=(11.101)_2$

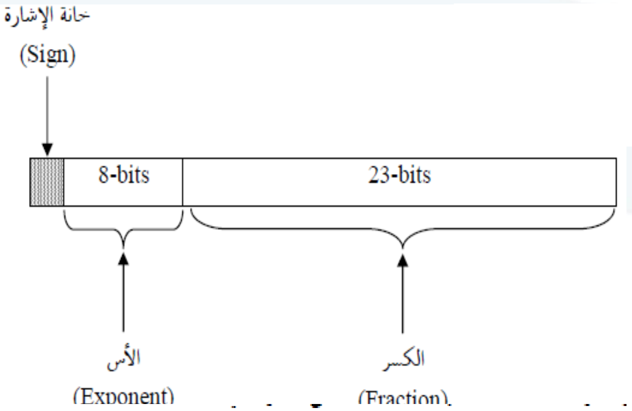
2. تطبيع العدد لإزاحة الفاصلة:

نلاحظ أنه من الممكن تطبيع العدد بإزاحة الفاصلة نحو اليسار خانتين فيكون:

$$11.101 = 0.11101 \times 2^2$$

يحول الأس إلى الشكل الثنائي: $2 = (10)_2$

مثال على تخزين الأعداد الحقيقية (2/2)

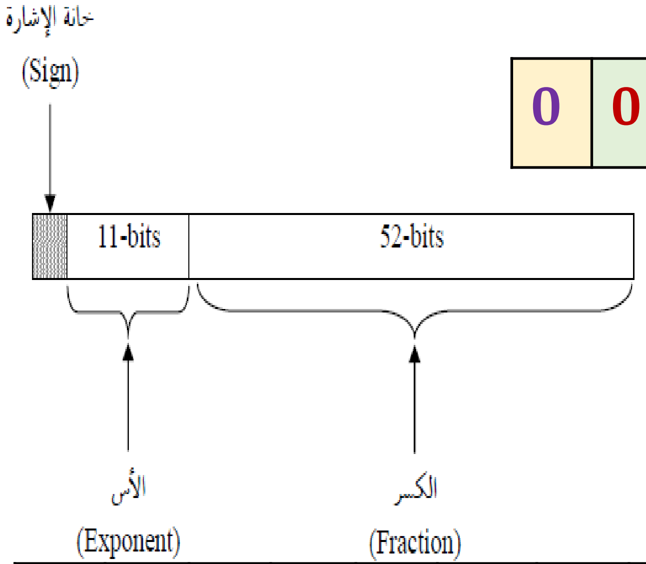


تمثيل العدد بالدقة العادية:

$$11.101 = 0.11101 \times 2^2$$

خانة الإشارة =0 لأن العدد موجب

0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



تمثيل العدد بالدقة المضاعفة:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	....	0	0	0	0	0	0	0	0	0

الترميز(Coding)

المشكلة: التمييز ما بين الأرقام و الحروف و المحارف الخاصة

ظهرت عدة طرائق تستخدم للترميز من أهمها:

- BCD – Binary-coded decimal
- Excess-3 Code
- Gray Code
- ASCII – American standard code for information interchange

BCD Code(1/2)

❖هي اختصار لـ **B**inary-**C**oded **D**ecimal

يتكون أي عدد BCD من سلسلة من **أربعة خانات** تمثل أحد الرموز العشرة من 0-9

مثال: رمز العدد العشري 4926 بـ BCD

4926	4	9	2	6
BCD coded number	0100	1001	0010	0110

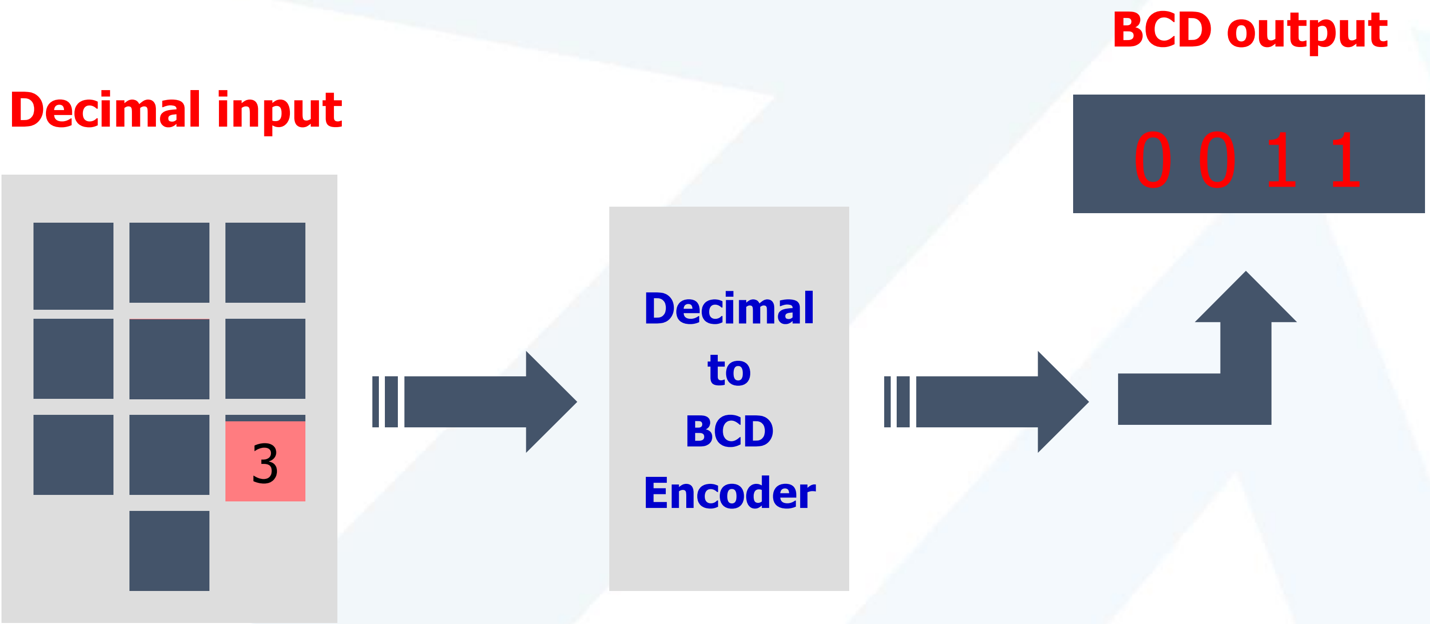
BCD Code(1/2)

❖مثال: حول العدد (100001110001)المرمز ب BCD إلى عدد عشري

نقسم كل أربع خانات على حدا و من ثم نوجد ما يقابلها بالعشري

BCD Coded Number	1000	0111	0001
Decimal Number	8	7	1

Electronic Encoder - Decimal to BCD



- المرمزات تكون متاحة على شكل IC
- هذا المرمز يحول من عشري إلى BCD

Excess-3 Code

- في هذا الترميز يضاف 3 إلى كل عدد عشري و من ثم يحول إلى سلسلة من أربع خانات

مثال: رمز العدد العشري 359 بـ Excess-3

Decimal	3	5	9
Decimal+3	6	8	12
Excess-3	0110	1000	1100

Gray Code

- نلاحظ أنه عند العد في النظام الثنائي لا تتغير الخانات بشكل منتظم أي:

  - ✓ عند الانتقال من 0 إلى 1 تتغير خانة واحدة فقط.
  - ✓ لكن عند الانتقال من 1 إلى 2 تتغير خانتين اثنتين 01→10 وهكذا

- يشكل عدم الانتظام هذا مشكلة في بعض التطبيقات التي تتعامل مع خانات متعددة لأنه من الصعب ضمان قدرة الأنظمة الرقمية تبديل خانتين مثلاً في اللحظة نفسها.
- لذا استخدم هذا الترميز و الذي أهم خواصه أن **خانة واحدة فقط تتغير** عند العد زيادة أو نقصان
- يرتبط هذا الترميز بشكل عام مع أجهزة الدخل و الخرج مثل **المرمزات الضوئية**
- لا يعد هذا الترميز من ترميزات الـ BCD

Gray Code

➢ يسمى هذا الترميز أيضاً بالترميز المعكوس و تعود هذه التسمية إلى طريقة توليد هذا الترميز:

✓ **من أجل ترميزرمادي مكون من خانة واحدة يكون:**

- الخانة الأولى 0
- الخانة الثانية 1

✓ **من أجل ترميزرمادي مكون من خانتين :**

- لتوليده نعتمد على الترميز ذي الخانة الواحدة
- نستخدم ما يسمى سطح عاكس وهمي
- نملأ الخانة اليسارية أعلى السطح الوهمي بـ **0**
- نملأ الخانة اليسارية أسفل السطح الوهمي بـ **1**

و هكذا.....

0
1
———
1
0

00
01
———
11
10

Gray Code

Decimal	Gray code
0	00000
1	00001
2	00011
3	00010
4	00110
5	00111
6	00101
7	00100
8	01100
9	01101
10	01111
11	01110
12	01010
13	01011
14	01001
15	01000
16	11000

ASCII Code

- اسمها اختصار لـ **American Standard Code for Information Interchange**
- تمثل الأرقام ، الحروف، الإشارات، إشارات التحكم..
- تتكون Standard ASCII من **7 bits** لكل رمز و تعطي **128** رمز.
- تتكون Extended ASCII من **8 bits** لكل رمز
- إن Extended ASCII أضافت رموز الرياضيات و الرسوميات و يصل عدد الرموز إلى **256** رمز

ASCII Chart

	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NULL	DLE		0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EDT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

MSB

LSB

e.g., 'a' = 1100001

	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NULL	DLE		0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EDT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

القسم الثاني

مفاهيم أساسية في الجبر البولياني

مفاهيم أساسية في الجبر البولياني

- الجبر البولياني (Boolean Algebra): هو نظام رياضي مفيد لتحديد و تحويل التوابع المنطقية.

➢ المتغير المنطقي (Logical Variable): هو أي متغير يمكن أن يأخذ قيمة واحدة فقط من قيمتين. مثلاً:

خطأ	صواب
true	False
On	off
high	Low
White	black
male	female

- يرمز لإحدى القيمتين بـ (0)و للقيمة الأخرى بـ (1)
- و منه: بفرض x متغير منطقي فإما أن x=1 أو x=0

➢ العمليات المنطقية (Logical Operations): هي العمليات التي تُجرى على المتغيرات المنطقية.

➢ تقسم إلى نوعين:

✓ عمليات أساسية: عمليات OR, AND, NOT

✓ عمليات غير أساسية: عمليات NOR, NAND, XOR يمكن التعبير عنها باستخدام العمليات الأساسية

يطلق عليها البوابات المنطقية

العمليات الأساسية (1/ 7)

❖ عملية NOT :

✓ يطلق عليها عملية **العكس المنطقي**

✓ يكون فيها الخرج هو معكوس للدخل أي:

1. الدخل =0 فيكون الخرج =1
2. الدخل =1 فيكون الخرج = 0

✓ يرمز للعملية بوضع خط فوق المتغير . و تقرأ **معكوس**

$$\boxed{X = NOT\ A \Rightarrow X = \overline{A}}$$

العمليات الأساسية (2/7)

❖ عملية NOT :

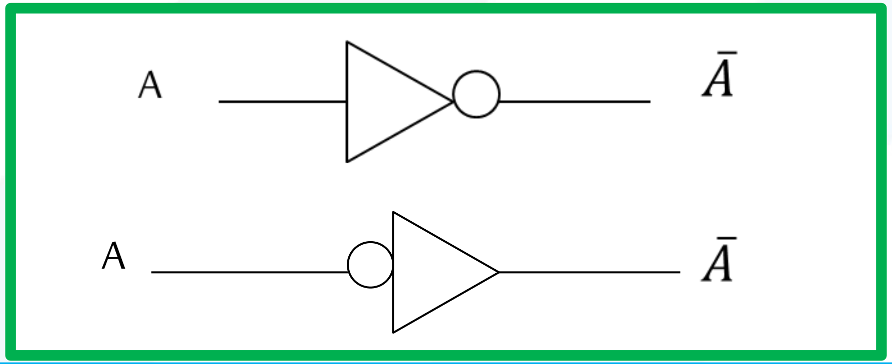
✓ جدول الحقيقة لهذه العملية هو

input	output
0	1
1	0

✓ البوابة المنطقية التي تقوم بهذه العملية هي **بوابة NOT** (NOT Gate)

✓ تسمى هذه البوابة أيضاً : العاكس المنطقي (Logic Inverter)

✓ تمثل هذه البوابة باستخدام أحد الرمزين:



العمليات الأساسية (3/ 7)

❖ عملية التكافؤ (Equivalence) :

✓ يكون فيها الخرج مساو للدخل

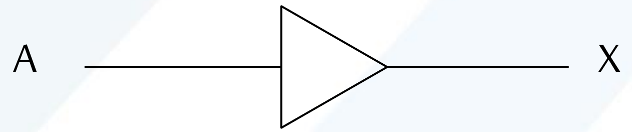
✓ ويرمز لها برمز التساوي

$$\boxed{X = A}$$

✓ و يكون جدول الحقيقة

input	output
0	0
1	1

✓ البوابة التي تقوم بهذه العملية تسمى **العازل (Buffer)** و يرمز لها بالشكل:



العمليات الأساسية (4/7)

❖ عملية AND :

✓ يكون فيها:

- الخرج =1 إذا كانت جميع متغيرات الدخل مساوية للواحد
- الخرج =0 إذا كان أحد متغيرات الدخل مساو للصفر

✓ يرمز للعملية بإحدى الطرائق الآتية:

$$X = A \text{ AND } B$$

$$X = A.B$$

$$X = AB$$

جَامعة المَنارة

العمليات الأساسية (5/7)

❖ عملية AND :

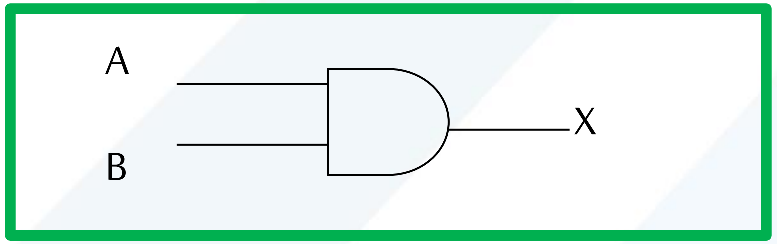
✓ البوابة التي تقوم بهذه العملية هي **بوابة AND**

✓ جدول الحقيقة لبوابة AND ذات مدخلين هو الآتي:

A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- ملاحظة:في جدول الحقيقة إذا كان عدد متغيرات الدخل N فإن عدد احتمالات الدخل (عدد سطور الجدول)هو 2^N
- هنا عدد متغيرات الدخل =٢ فيكون عدد سطور الجدول ٤= 2^2

✓ يرمز لبوابة AND بمدخلين بالشكل:



- ملاحظة: يمكن أن يكون لهذه البوابة أكثر من مدخلين.

العمليات الأساسية (6/7)

❖ عملية OR :

✓ يكون فيها:

- الخرج =1 إذا كان أحد متغيرات الدخل مساوية للواحد
- الخرج =0 إذا كانت جميع متغيرات الدخل مساو للصفر

✓ يرمز للعملية بإحدى الطرائق الآتية:

$$X = A\,OR\,B$$
$$X = A + B$$

✓ البوابة التي تقوم بهذه العملية هي **بوابة OR**

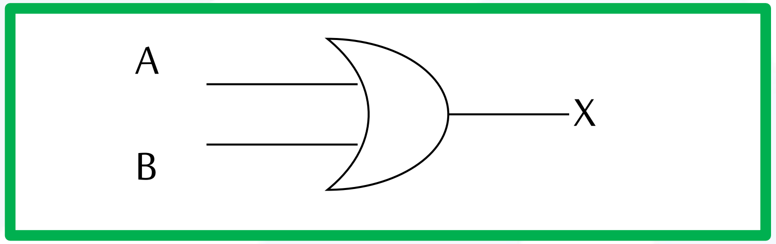
✓ جدول الحقيقة لبوابة OR ذات مدخلين هو الآتي:

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

العمليات الأساسية (7/7)

❖ عملية OR :

✓ يرمز لبوابة OR بمدخلين بالشكل:



- ملاحظة: يمكن أن يكون لهذه البوابة أكثر من مدخلين.

العمليات غير الأساسية (1/10)

❖ عملية NAND :

✓ هي عبارة عن عملية AND متبوعة بعملية NOT . أي أنها عملية NOT AND .

✓ يرمز للعملية بإحدى الطرائق الآتية:

$$X = A\ NAND\ B$$

$$X = \overline{A\ AND\ B}$$

$$X = \overline{A.B}$$

$$X = \overline{AB}$$

$$X = A \uparrow B$$

العمليات غير الأساسية (2/10)

❖ عملية NAND :

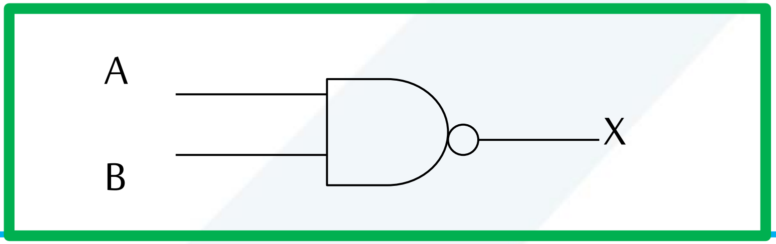
✓ يكون فيها:

- الخرج =1 إذا كان أحد متغيرات الدخل مساوية للصفر
- الخرج =0 إذا كانت جميع متغيرات الدخل مساو للواحد

✓ جدول الحقيقة لها عكس جدول الحقيقة لـ AND:

A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

✓ البوابة التي تقوم بذلك هي بوابة NAND و لها الشكل الآتي:



العمليات غير الأساسية (3/10)

❖ عملية NOR :

✓ هي عبارة عن عملية OR متبوعة بعملية NOT . أي أنها عملية NOT OR .

✓ يرمز للعملية بإحدى الطرائق الآتية:

$$X = A\ NOR\ B$$

$$X = \overline{A\ AND\ B}$$

$$X = \overline{A + B}$$

$$X = A \downarrow B$$

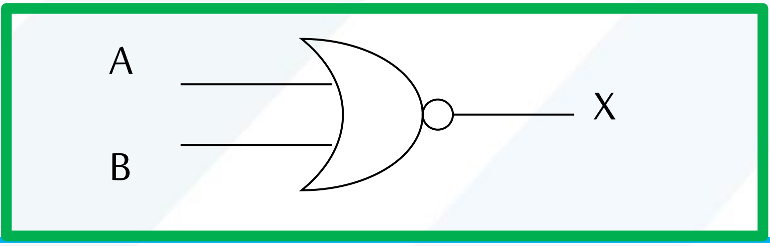
العمليات غير الأساسية (4/10)

❖ عملية NOR :

✓ جدول الحقيقة لها عكس جدول الحقيقة لـ OR:

A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

✓ البوابة التي تقوم بذلك هي بوابة NOR و لها الشكل الآتي:



جامعة المنارة

العمليات غير الأساسية (5/10)

❖ عملية XOR (Exclusive OR):

- ✓ تسمى عملية عدم التكافؤ أو الاختلاف.
- ✓ فيها يكون :
  - الخرج=1 إذا كان الدخلان **مختلفين**
  - الخرج=0 إذا كان الدخلان **متماثلين**
- ✓ يرمز لهذه العملية بطريقتين مختلفتين:

$$X = A\ XOR\ B$$
$$X = A \oplus B$$

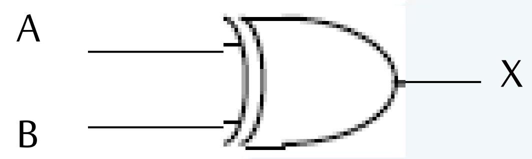
العمليات غير الأساسية (6/10)

❖ عملية XOR (Exclusive OR):

✓ جدول الحقيقة :

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

✓ البوابة التي تقوم بذلك هي بوابة XOR و لها الشكل الآتي:



✓ يمكن التعبير عن عملية XOR باستخدام العمليات الأساسية كالآتي:

$$X = A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$$

العمليات غير الأساسية (7/10)

❖ عملية XOR (Exclusive OR):

✓ إثبات صحة العلاقة $X = A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$ يمكن أن يتم باستخدام جدول الحقيقة:

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$B\bar{A}$	$A\bar{B}$	$B\bar{A}+A\bar{B}$	$A \oplus B$
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0

متساويتان و العلاقة صحيحة

العمليات غيرالأساسية (8/10)

❖ عملية XNOR :

- ✓ هي عكس عملية XOR تسمى عملية التساوي.
- ✓ فيها يكون :
  - الخرج=1 إذا كان الدخلان متماثلين
  - الخرج=0 إذا كان الدخلان مختلفين
- ✓ يرمز لهذه العملية بطريقتين مختلفتين:

$$X = A \ XNOR \ B$$

$$X = \overline{A \oplus B}$$

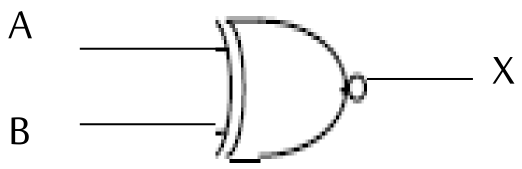
العمليات غير الأساسية (9/10)

❖ عملية XNOR :

✓ جدول الحقيقة :

A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

✓ البوابة التي تقوم بذلك هي بوابة XNOR و لها الشكل الآتي:



✓ يمكن التعبير عن عملية XNOR باستخدام العمليات الأساسية كالآتي:

$$X = \overline{A \oplus B} = AB + \overline{A}\,\overline{B}$$

العمليات غير الأساسية (10/10)

❖ عملية XNOR :

✓ إثبات صحة العلاقة $X = \overline{A \oplus B} = AB + \overline{A}\,\overline{B}$ يمكن أن يتم باستخدام جدول الحقيقة:

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	AB	$\overline{A}\,\overline{B}$	$AB+\overline{A}\,\overline{B}$	$A\oplus B$	$\overline{A\oplus B}$
0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	1

متساويين و العلاقة صحيحة

ملاحظة: لا يوجد بوابات XOR أو XNOR بأكثر من مدخلين

كفاية بوابة NAND (1/3)

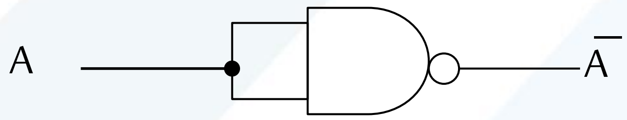
❖ كفاية NAND :

✓ أي يمكن إجراء العمليات الثلاث الأساسية (NOT,AND,OR) باستخدام بوابة NAND أي يمكن تمثيل العمليات الأساسية بدارات منطقية مكونة من بوابات NAND

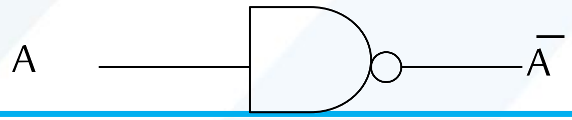
✓ عملية NOT :

A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- يمكن استخدام بوابة NAND كعاكس منطقي بربط جميع أطراف الدخل لها بطرف واحد



- و يمكن أن نرمز لبوابة NAND المستخدمة كعاكس منطقي ببوابة NAND بطرف واحد

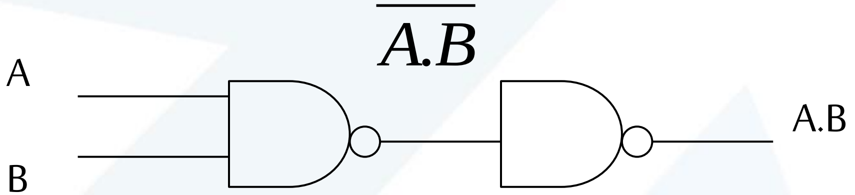


كفاية بوابة NAND (2/3)

A	B	X	Not X
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

✓ عملية AND :

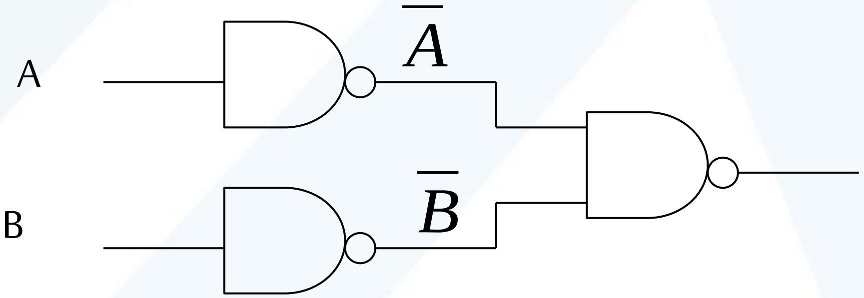
- يمكن إجراء عملية AND عن طريق إجراء عملية NAND متبوعة بعملية عكس منطقي



✓ عملية OR :

- يمكن إجراء عملية OR عن طريق إجراء عملية NAND مسبوقة بعملية عكس منطقي لكل طرف من أطراف الدخل

A	B	Not A	Not B	OUTPUT
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	1



$$\overline{\overline{A}.\overline{B}} = A + B$$

كفاية بوابة NAND (3/3)

❖ كفاية NAND :

✓ إثبات صحة العلاقة $A+B=\overline{\overline{A}.\overline{B}}$ يمكن أن يتم باستخدام جدول الحقيقة:

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}.\overline{B}$	$\overline{\overline{A}.\overline{B}}$	$A+B$
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1

متساوين و العلاقة صحيحة

كفاية بوابة NOR (1/3)

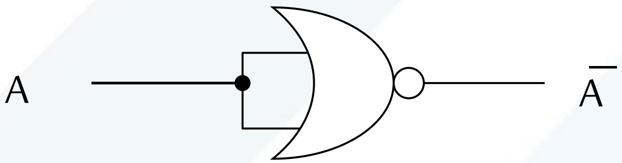
❖ كفاية NOR :

✓ أي يمكن إجراء العمليات الثلاث الأساسية (NOT,AND,OR) باستخدام بوابة NOR أي يمكن تمثيل العمليات الأساسية بدارات منطقية مكونة من بوابات NOR فقط.

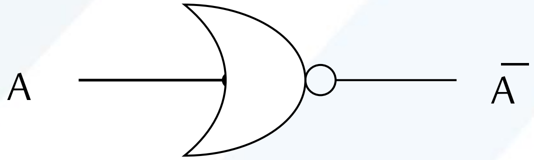
✓ عملية NOT :

A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

- يمكن استخدام بوابة NOR كعاكس منطقي بربط جميع أطراف الدخل لها بطرف واحد



- يمكن أن نرمز لبوابة NOR المستخدمة كعاكس منطقي ببوابة NOR بطرف واحد

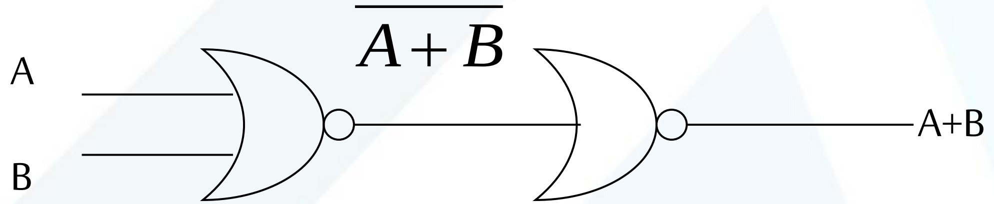


كفاية بوابة NOR ‏(2/3)

❖ كفاية NOR :

✓ عملية OR :

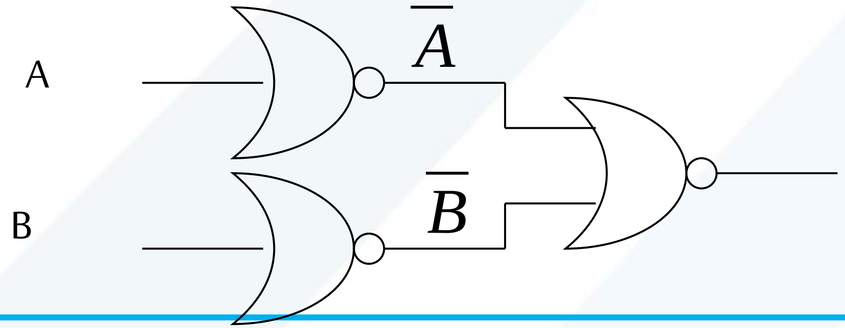
- يمكن إجراء عملية OR عن طريق إجراء عملية NOR متبوعة بعملية عكس منطقي



A	B	X	NOT X
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	0	1

✓ عملية AND :

- يمكن إجراء عملية AND عن طريق إجراء عملية NOR مسبوقة بعملية عكس منطقي لكل طرف من أطراف الدخل



$$\overline{\overline{A}+\overline{B}} = A.B$$

جَـامعة
المَـنارة

كفاية بوابة NOR (3/3)

❖ كفاية NOR :

✓ إثبات صحة العلاقة $A.B = \overline{\overline{A}+\overline{B}}$ يمكن أن يتم باستخدام جدول الحقيقة:

A	B	Ā	$\overline{B}$	$\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{\overline{A}}.\overline{\overline{B}}$	$A.B$
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1

متساويان و العلاقة صحيحة

✓ ملاحظة: توجد بوابات NAND,NOR بأكثر من مدخلين.

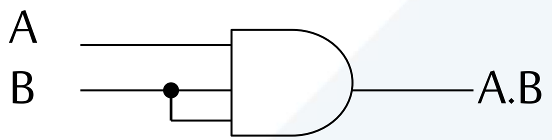
تغييرعدد المداخل (Fan-In) للبوابة المنطقية (1/3)

➢ الغاية جعل عدد المداخل يناسب الهدف من استخدام البوابة و ذلك لأن عدد المداخل قد يكون أكبر أو أقل مما نحتاج إليه.

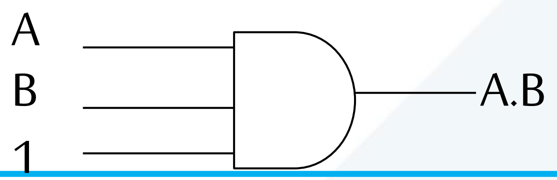
▪ **طرائق إنقاص عدد مداخل البوابة:**

1. يربط طرف الدخل الزائد بأحد أطراف الدخل المستخدمة، مثلاً

❖ استخدام بوابة AND بثلاثة مداخل كبوابة AND بمدخلين



2. بوضع القيمة المنطقية 1 في طرف الدخل الزائد في بوابةAND



التعبير المنطقي (Logical Expression)(1/3)

- **التعبير المنطقي:**

عبارة عن مجموعة من المتغيرات المنطقية المرتبطة مع بعضها البعض بعمليات منطقية

مثلاً:

$$X = A + \overline{B}.\overline{C}$$

يتكون هذا التعبير من:

أربعة متغيرات A,B,C,X

تربط بينها عمليات NOT وAND وOR و عملية التكافؤ (=)

التعبير المنطقي (Logical Expression)(2/3)

- **أسبقية تنفيذ العمليات المنطقية:**

تجرى العمليات المنطقية الأساسية الثلاث بالترتيب الآتي:

1. عملية العكس المنطقي NOT
2. عملية AND
3. عملية OR

✓ مثلاً في التعبير المنطقي: $X = A + \overline{B}.\overline{C}$

تنفذ العمليات كالآتي:

1. تنفذ عملية العكس المنطقي NOT لكل من C,B
2. ثم عملية AND بين $\overline{B}$ و $\overline{C}$
3. و أخيراً عملية OR مع A

التعبير المنطقي (Logical Expression)(3/3)

- **أسبقية تنفيذ العمليات المنطقية:**

✓ في حال وجود أكثر من عملية لها نفس الأسبقية تنفذ العمليات من اليسار إلى اليمين

✓ يمكن استخدام الأقواس للتحكم في ترتيب إجراء العمليات،حيث يكون للأقواس الأولوية في التنفيذ

مثلاً: $X = \left(A + \overline{B}\right).\overline{C}$

باستخدام الأقواس ستنفذ عملية OR قبل عملية AND رغم أن لـ AND الأسبقية و ذلك لوجود الأقواس. حيث:

تنفذ عملية العكس المنطقي لـ B و من ثم عملية OR بعد الانتهاء من إجراء العمليات بين القوسين ننتقل إلى تنفيذ خارج الأقواس أي تنفيذ العكس المنطقي لـ C و من ثم تنفيذ عملية AND .

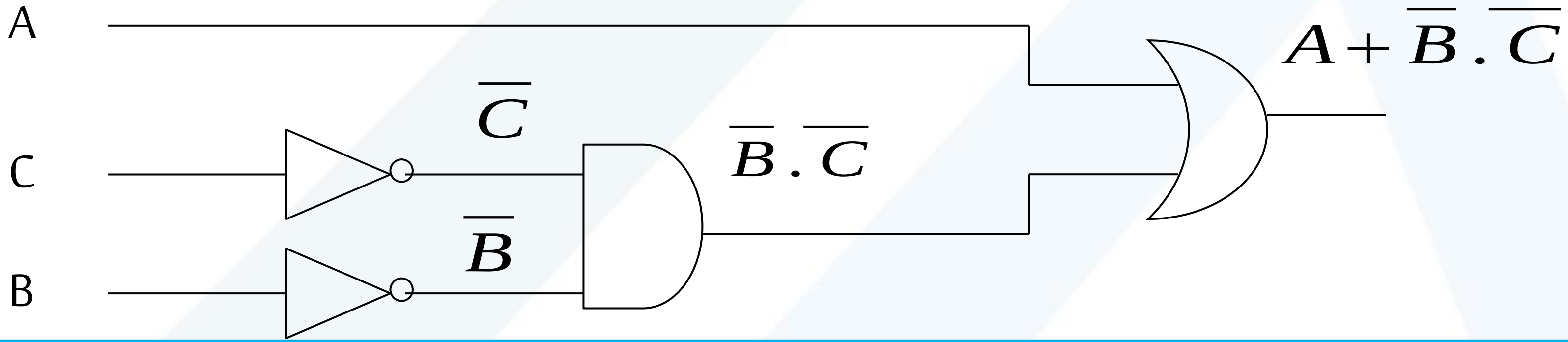
الدارات المنطقية (Logical Circuits) (1/2)

- **الدارة المنطقية :**

تمثيل أي تعبير منطقي بدارة منطقية، حيث تربط البوابات المنطقية مع بعضها تبعاً للعمليات المنطقية الموجودة في التعبير المنطقي بالأسلوب المناسب.

مثال (1): التعبير المنطقي: $X = A + \overline{B} . \overline{C}$

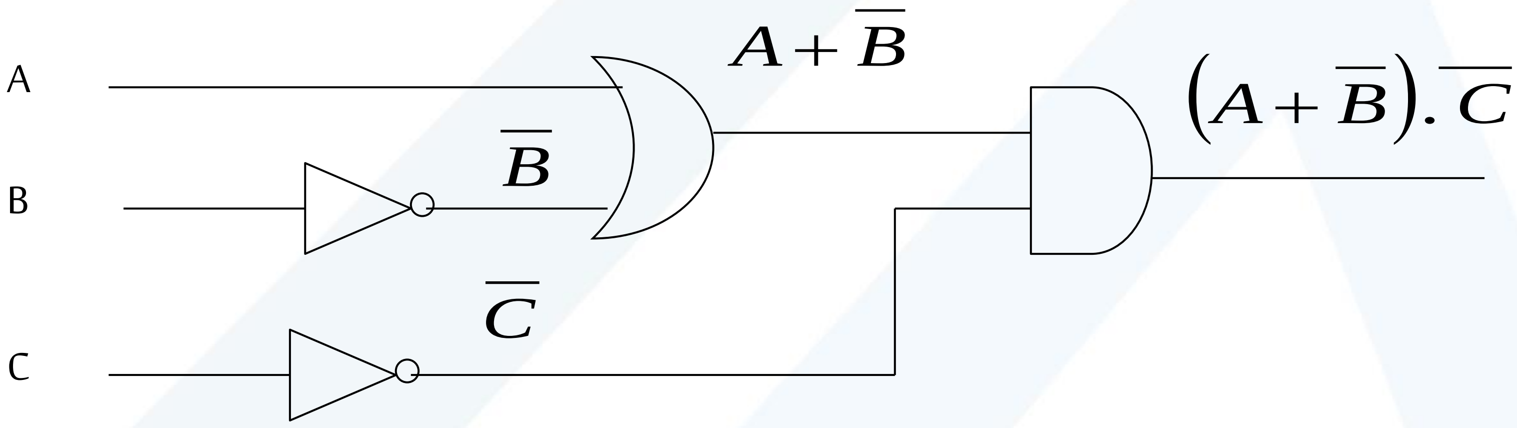
الدارة المنطقية:



الدارات المنطقية (Logical Circuits) (2/2)

مثال (2): التعبير المنطقي: $X = (A + \overline{B}).\overline{C}$

الدارة المنطقية:



إنشاء جداول الحقيقة(1/3)

- **جدول الحقيقة :** جدول يوضح جميع احتمالات الدخل للدارة المنطقية و قيم الخرج المقابلة لكل منها.

مثال (1): أنشئ جدول الحقيقة للتعبير الآتي: $X = A + \overline{B}.\overline{C}$

الحل:

1. نحدد عدد الأعمدة: عدد الأعمدة < (عدد متغيرات الدخل + متغير الخرج)=4
2. نحدد عدد الأسطر: عدد الأاسطر = $2^3 = 8$

فيكون جدول الحقيقة:

جامعة المنارة

إنشاء جداول الحقيقة(2/3)

$$X = A + \overline{B}.\overline{C}$$

A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{B}.\overline{C}$	X
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	1

إنشاء جداول الحقيقة(3/3)

مثال (2): أنشئ جدول الحقيقة للتعبير الآتي: $X = \left(A + \overline{B}\right).\overline{C}$

الحل:

فيكون جدول الحقيقة:

A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$A+\overline{B}$	X
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0

نظريات الجبر البولياني (Boolean Algebra Theorems) (1/4)

- **الغاية من نظريات الجبر البولياني هي :**

استخدام تلك النظريات في تبسيط التعابير المنطقية.

- لكل نظرية من نظريات جبر بول نظرية مقابلة.
- للحصول على النظرية المقابلة لأية نظرية نقوم بإجراء التعديلات الآتية:
  - ✓ استبدال أي 0 بـ 1
  - ✓ استبدال أي 1 بـ 0
  - ✓ استبدال أية عملية OR بعملية AND
  - ✓ استبدال أية عملية AND بعملية OR

نظريات الجبر البولياني (Boolean Algebra Theorems) (2/4)

النظرية الأولى: عكس العكس: $A = \bar{\bar{A}}$

النظرية المقابلة $A = \bar{\bar{A}}$

النظرية الثانية: العمليات مع 1و0: $A + 1 = 1$ $A + 0 = A$

النظرية المقابلة: $A.0 = 0$ $A.1 = A$

النظرية الثالثة: المتغير مع نفسه: $A + A = A$

النظرية المقابلة $A.A = A$

(3/4) (Boolean Algebra Theorems) نظريات الجبر البولياني

النظرية الرابعة: المتغير مع عكسه $A + \bar{A} = 1$

النظرية المقابلة $A.\bar{A} = 0$

النظرية الخامسة: النظرية التبديلة: $A + B = B + A$

النظرية المقابلة $A . B = B . A$

النظرية السادسة: النظرية التجميعية: $(A + B) + C = A + (B + C)$

النظرية المقابلة $(A.B).C = A.(B.C)$

جامعة المنارة

نظريات الجبر البولياني (Boolean Algebra Theorems) (4/4)

النظرية السابعة: النظرية التوزيعية:

$$A.(B + C) = A.B + A.C$$

النظرية المقابلة

$$A + (B.C) = (A + B).(A + C)$$

النظرية الثامنة: النظرية الابتلاع أو الامتصاص :

$$A + A.B = A \qquad A + \bar{A}.B = A + B$$

النظرية المقابلة

$$A.(A + B) = A \qquad A.(\bar{A} + B) = A.B$$

النظرية التاسعة: دي مورغان:

$$\overline{A + B} = \bar{A}.\bar{B}$$

النظرية المقابلة

$$\overline{A.B} = \bar{A} + \bar{B}$$

جدول نظريات الجبر البولياني (Boolean Algebra Theorems) (1/2)

اسم النظرية	النظرية	النظرية المقابلة
عكس العكس	$A = \bar{\bar{A}}$	$A = \bar{\bar{A}}$
العمليات مع 1و0	$A + 1 = 1$	$A.0 = 0$
	$A + 0 = A$	$A.1 = A$
المتغير مع نفسه	$A + A = A$	$A.A = A$
المتغير مع عكسه	$A + \bar{A} = 1$	$A.\bar{A} = 0$

جدول نظريات الجبر البولياني (Boolean Algebra Theorems) (2/2)

النظرية المقابلة	النظرية	اسم النظرية
$A.B = B.A$	$A + B = B + A$	النظرية التبديلة
$(A.B).C = A.(B.C)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$	النظرية التجميعية
$A + (B.C) = (A + B).(A + C)$	$A.(B + C) = A.B + A.C$	النظرية التوزيعية
$A.(A + B) = A$	$A + A.B = A$	النظرية الابتلاع أو الامتصاص
$A.(\overline{A} + B) = A.B$	$A + \overline{A}.B = A + B$	
$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A}.\overline{B}$	دي مورغان

استخدام نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعابير المنطقية (1/3)

- **الغاية من تبسيط التعابير المنطقية هي :**

✓ تبسيط الدارة المنطقية، أي تقليل عدد البوابات المنطقية المستخدمة في بنائها، و ذلك لتقليل تكلفتها.

✓ كما يعد تقليل عدد فروع الدخل للبوابات المنطقية المستخدمة فى بناء الدائرة نوعاً من التبسيط أيضاً.

<u>مثال (1):</u> استخدم نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعبير المنطقي:

$$X = \overline{\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B}$$

ثم ارسم الدارة قبل و بعد التبسيط

الحل:

$$X = \overline{\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B}$$

$$X = \overline{\bar{A}(\bar{B}C + B)}$$

$$X = \overline{\bar{A}(C + B)}$$

حسب نظرية الامتصاص

$$X = A + \overline{(C + B)}$$

حسب نظرية دي مورغان

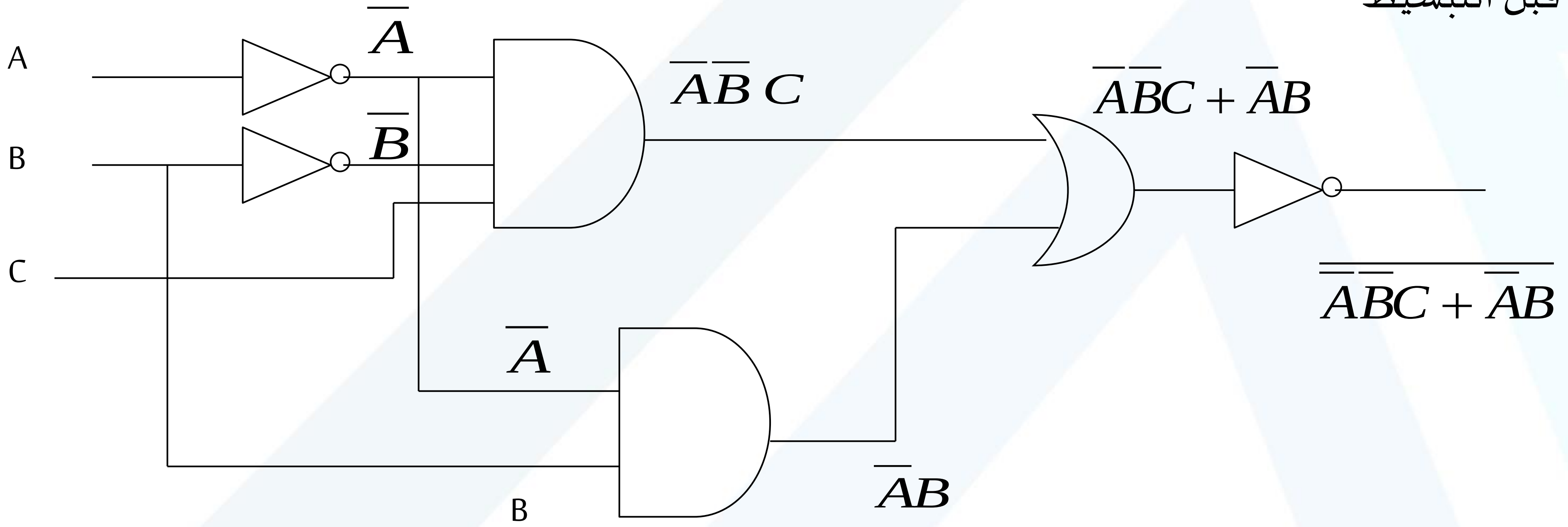
$$X = A + \bar{B}.\bar{C}$$

حسب نظرية دي مورغان

استخدام نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعابير المنطقية (2/3)

الحل: $X = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}B}$

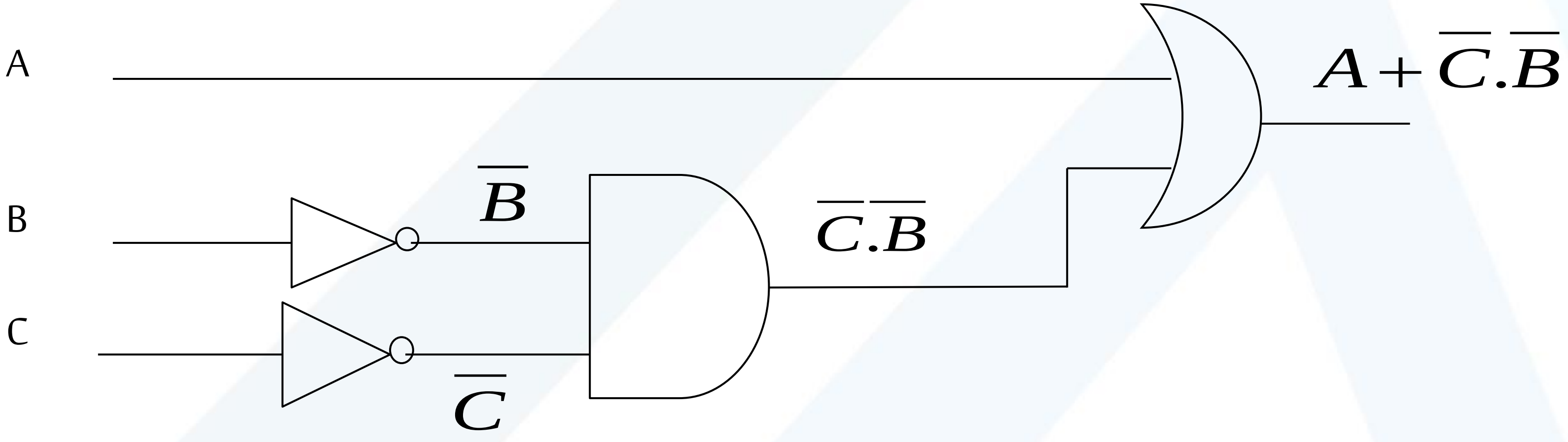
الدارة المنطقية قبل التبسيط



استخدام نظريات الجبر البولياني في تبسيط التعابير المنطقية (3/3)

الحل: $X = A + \overline{C}.\overline{B}$

الدارة المنطقية بعد التبسيط



نلاحظ انخفاض عدد البوابات المستخدمة وانخفاض سوية التعقيد

أمثلة (1/2)

- **مثال 1:** باستخدم نظريات الجبر البولياني أثبت صحة المساواة الآتية:

$$X1.\overline{X3} + \overline{X2}.\overline{X3} + X1.X3 + \overline{X2}.X3 = \overline{X1}.\overline{X2} + X1.X2 + \overline{X2}.X1$$

الخاصية التجميعية
$$X1.\overline{X3} + \overline{X2}.\overline{X3} + X1.X3 + \overline{X2}.X3 = X1(\overline{X3} + X3) + \overline{X2}.(\overline{X3} + X3)$$

المتغير مع عكسه
$$= X1.1 + \overline{X2}.1$$

العمليات مع 1
$$= X1 + \overline{X2}$$

الخاصية التجميعية
$$\overline{X1}.\overline{X2} + X1.X2 + \overline{X2}.X1 = X1(\overline{X2} + X2) + \overline{X2}.\overline{X1}$$

المتغير مع عكسه
$$= X1.1 + \overline{X2}.\overline{X1}$$

العمليات مع 1 وخاصية الامتصاص
$$= X1 + \overline{X2}$$

المساواة محققة

أمثلة (2/2)

- **مثال 2:** باستخدم نظريات الجبر البولياني أثبت صحة المساواة الآتية:

$$(X + \bar{Y} + XY)(X + \bar{Y})\bar{X}Y = 0$$

الخاصية التوزيعية $=X(X + \bar{Y})\bar{X}Y + \bar{Y}(X + \bar{Y})\bar{X}Y + XY(X + \bar{Y})\bar{X}Y$

المتغير مع عكسه   العمليات مع 0 $=0+0+0=0$

المساواة محققة

وظيفة 1

باستخدم نظريات الجبر البولياني اختزل التعابير المنطقية الآتية:

$$C = (X + \bar{Y} + X\bar{Y})(XY + \bar{X}Z + YZ)$$

$$\mathrm{A} = X + XYZ + \bar{X}YZ + XW + X\bar{W} + \bar{X}Y$$

$$\mathrm{X} = AB + A(B + C) + B(B + C)$$

$$\mathrm{Y} = \overline{\bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC}$$

وظيفة 3

1) وضح كيفية تمثيل القيمة 25.687- بشكل عدد حقيقي بـ: أ. دقة عادية ب. دقة مضاعفة

2) أوجد القيمة العشرية للعدد الثنائي

10000010110100000000000000000000

إذا علمت أنة يمثل عدداً حقيقياً ذو دقة عادية (IEEE Single precision float)

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

نهاية المحاضرة