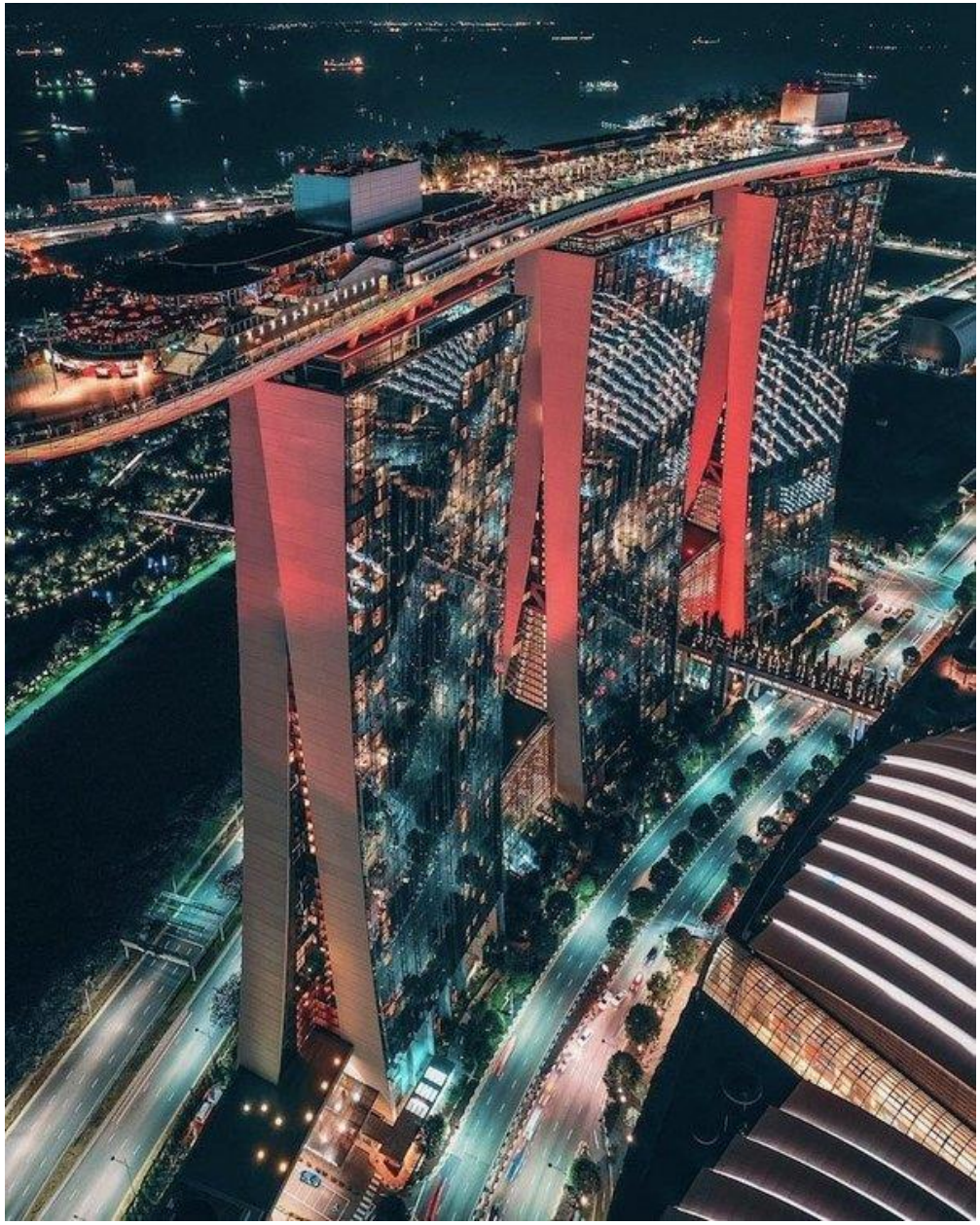


مقاومة المواد وحساب الانشاءات 1

Sem. 1

2023-2024

أ.د. نايل محمد حسن

المحاضرة السادسة

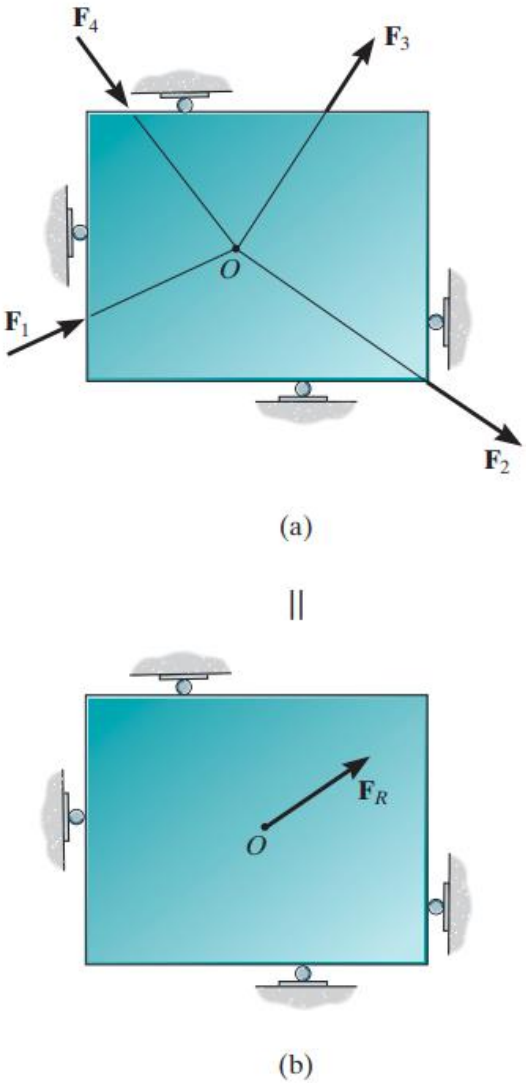
تبسيط نظام القوى والعزوم

Simplification of Force and Couple System

تبسيط نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام

- درسنا سابقا تخفيض (تحصيل) نظام القوى والعزوم المؤثرة على جسم ما باستبداله بنظام مكافئ، مكون من قوة محصلة وعزم مزدوجة محصل
- النظام المكافىء مكون من قوة F_R تؤثر في نقطة معينة o، وعزم مزدوجة محصل $(M_R)_O$:
- يمكن تخفيض نظام القوى هذا إلى قوة محصلة وحيدة مكافئة بحيث تكون خطوط (مناحي) تأثير F_R و $(M_R)_O$ متعامدة لبعضها البعض.
- يحدث هذا عندما تكون نظام القوى إما متلاقي في نقطة واحدة او متوازي او واقع في المستوي.

تبسيط نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام



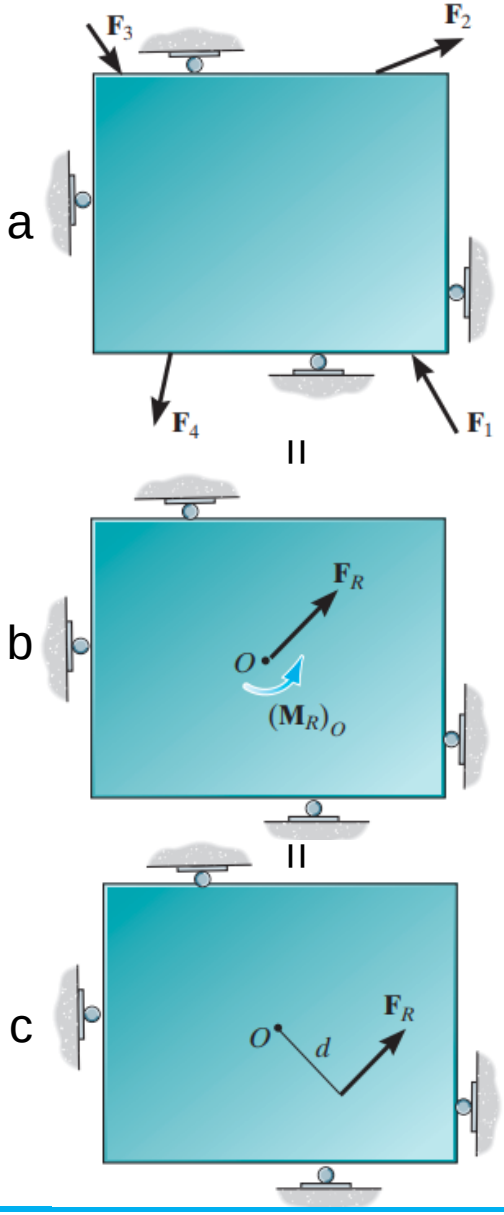
- **نظام القوى المتلاقية في نقطة واحدة**

  Concurrent Force System

- تتلاقى خطوط تأثير القوى في هذا النظام بنقطة واحدة o. بالتالي لايملك نظام القوى هذا عزم حول النقطة o، الشكل a.
- بالنتيجة يمكن تمثيل نظام القوى هذا بقوة محصلة وحيدة F_R تؤثر في o، الشكل b

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F}$$

تبسيط نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام



- نظام القوى الواقعة في المستوي Coplanar Force System
- تقع خطوط تأثير القوى في هذا النظام في مستوي واحد.
- المحصلة ايضا تقع في هذا المستوي $\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F}$
- أيضا، عزم أي قوة حول أي نقطة $(M_R)_O$ ، يكون موجه بشكل عمودي على المستوي
- بالتالي تكون F_R و $(M_R)_O$ متعامدة تبادلياً
- يمكن استبدال العزم المحصل بتحريك القوة المحصلة F_R بشكل عمودي أو بمسافة ذراع عزم d، بعيدا عن النقطة o، بحيث تنتج القوة نفس العزم المحصل $(M_R)_O$ حول النقطة o. يمكن تحديد هذه المسافة كما يلي

$$(M_R)_O = F_R d = \Sigma M_O \text{ or } d = (M_R)_O / F_R.$$

تبسيط نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام

- نظام القوى الواقعة في المستوي Coplanar Force System

مثال توضيحي

- تم استبدال اوزان اشارات المرور في الشكل بالقوة المحصلة

$$W_R = W_1 + W_2,$$

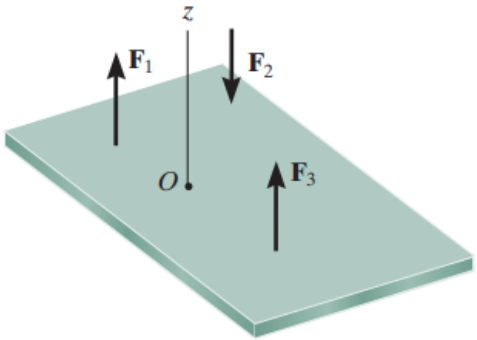
وهي تؤثر على مسافة d من النقطة o مقدارها

$$(M_R)_O = F_R d = \Sigma M_O \text{ or } d = (M_R)_O / F_R.$$

$$d = (W_1 d_1 + W_2 d_2) / W_R$$

تبسيط نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام

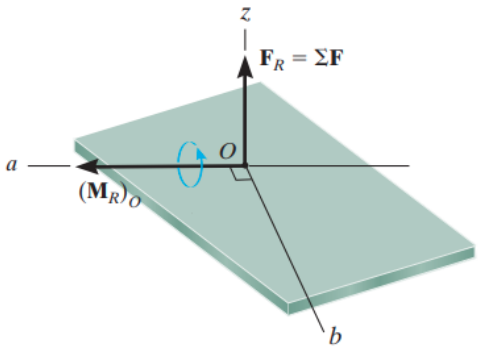
a



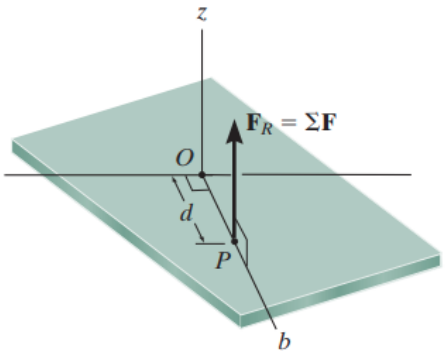
- **نظام القوى المتوازية** Parallel Force System.
- يتكون نظام القوى المتوازية من قوى متوازية وموازية للمحور z،
- المحصلة ايضا في o موازية لهذا المحور $\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F}$
- أيضا، عزم أي قوة حول أي نقطة $(M_R)_O$ ، يكون واقع في نفس المستوي.
- بالتالي تكون F_R و $(M_R)_O$ متعامدة تبادلياً
- كنتيجة، يمكن تخفيض نظام القوى لقوة محصلة وحيدة مكافئة F_R تؤثر في النقطة p، تقع على المحور المتعامد b .
- يمكن حساب المسافة d، على هذا المحور من o، كما يلي

$$(M_R)_O = F_R d = \Sigma M_O \text{ or } d = (M_R)_O / F_R.$$

b



c



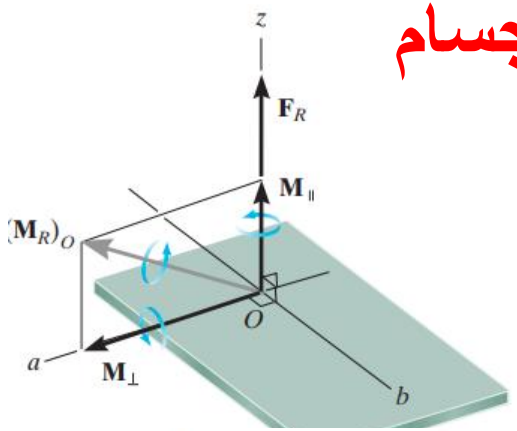
تبسيط نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام

- **نظام القوى الواقعة في الفراغ** Reduction to a Wrench
- بالحالة العامة، عندما يقع نظام القوى والمزدوجات في الفراغ، يملك قوة محصلة F_R في o، وعزم محصل $(M_R)_O$، لايكونان متعامدان مع بعضهما.
- لايمكن تخفيض هذا النظام الى قوة محصلة مكافئة وحيدة
- يتم تحليل عزم المزدوجة المحصل $(M_R)_O$، الى مركبات عمودية وموازية لخط تأثير القوة F_R،
- اذا كان من الصعب ايجاد ذلك فراغيا، يمكن استخدام الناتج:

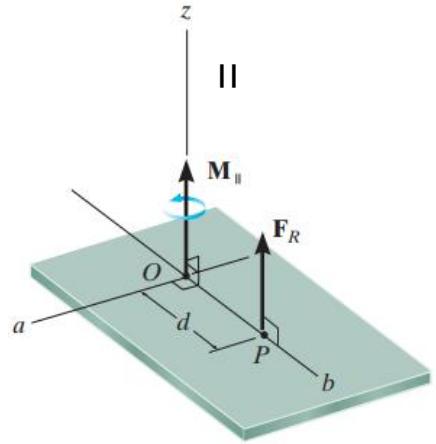
$$\mathbf{M}_{||} = (\mathbf{M}_R) \cdot \mathbf{u}_{F_R} \text{ and then } \mathbf{M}_{\perp} = \mathbf{M}_R - \mathbf{M}_{||}$$

- يمكن استبدال العزم العمودي $\mathbf{M}_{\perp}$ بتحريك القوة المحصلة F_R الى النقطة p، تقع على المحور b، بمسافة d من o، الشكل b

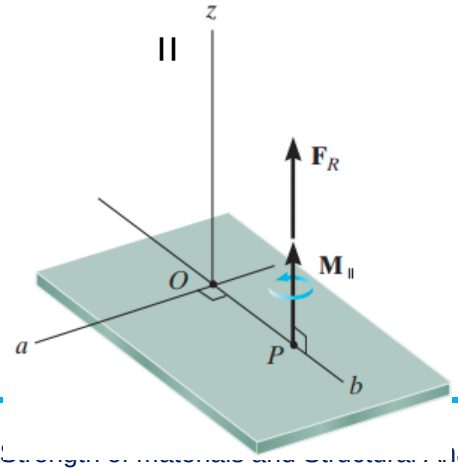
a



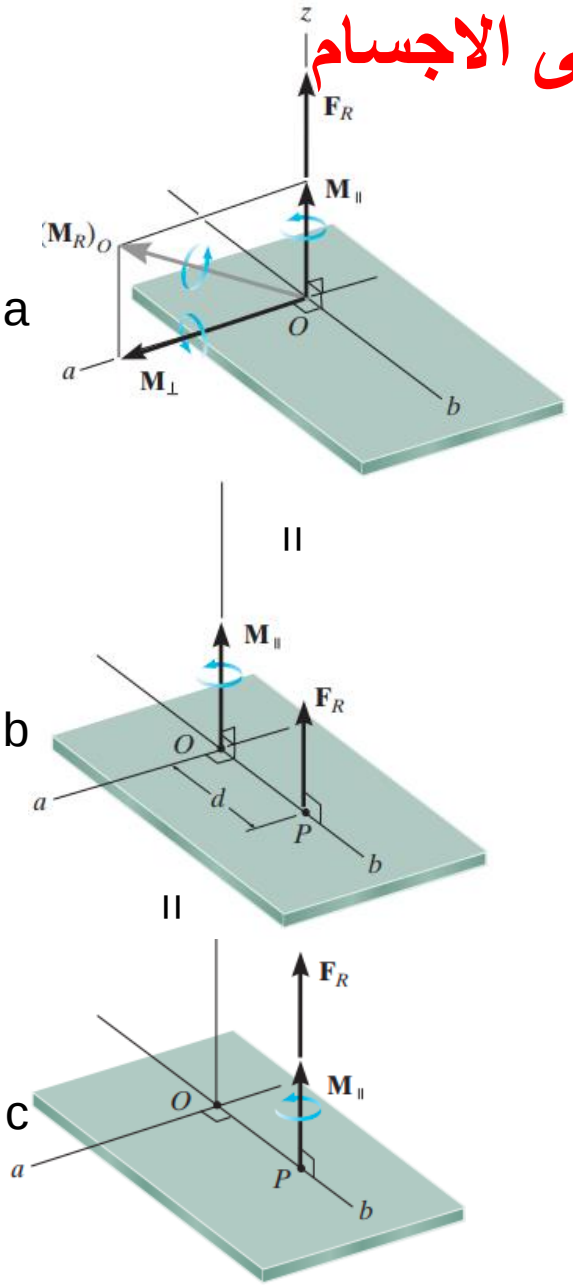
b



c



تبسيط نظام القوى والعزوم المؤثر على الاجسام



- نظام القوى الواقعة في الفراغ Coplanar Force System
- كما هو مبين هذا المحور عمودي على المحور a وخط تأثير القوة المحصلة F_R، يمكن تحديد قيمة d من

$$d = M_\perp / F_R.$$

- أخيرا وباعتبار $\mathbf{M}_{||}$ شعاع حر يمكن تحريكه الى النقطة p، الشكل c،
- سيسعى هذا التركيب من القوة المحصلة F_R و عزم المزدوجة $\mathbf{M}_{||}$ لنقل وتدوير الجسم حول محوره مثل حالة مفتاح الرنش او البرغي.
- بهذه الطريقة يمكن تمثيل نظام أي قوى وعزوم مزدوجات مؤثرة على الجسم

اجراءات التحليل

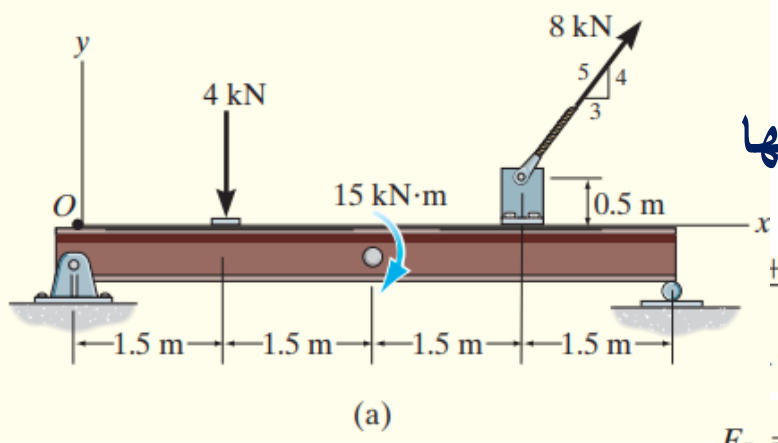
تلخص الخطوات التالية حالة مكافئة قوة محصلة وعزم محصل لمجموعة قوى متوازية او واقعة في المستوي

1. حدد جملة محاور احداثية x,y,z، واتجاهها وحدد نقطة المبدأ وعين المحصلة F_R التي تبعد مسافة d عن المبدأ،
2. جمع القوى
   - القوة المحصلة تساوي مجموع كل القوى في المستوي
   - اذا كان نظام القوى في المستوي، حلل كل قوة الى مركبتيها حسب المحاور x و y، مع الأخذ بالاعتبار الاتجاهات الموجبة والسالبة للاشعة.
3. جمع العزوم
   - عزم القوة المحصلة حول النقطة o، يساوي مجموع عزوم كل المزدوجات في النظام زائد عزم كل القوى في النظام حول o،
   - لايجاد موقع القوة المحصلة d بالنسبة لـ o، استخدم الشرط التالي

$$d = \Sigma M_O / F_R.$$

مثال 1

استبدل نظام القوى والمزدوجات المؤثر على الجائز والمبين في الشكل (a)، بقوة محصلة واوجد اين يقاطع خط تأثيرها الجائز



(a)

الحل:

1- نفرض جملة الاحداثيات ونحلل القوى إلى مركباتها

2- جمع القوى

$$\stackrel{+}{\rightarrow}(F_R)_x = \Sigma F_x; \quad (F_R)_x = 8\,\text{kN}\left(\tfrac{3}{5}\right) = 4.80\,\text{kN} \rightarrow$$

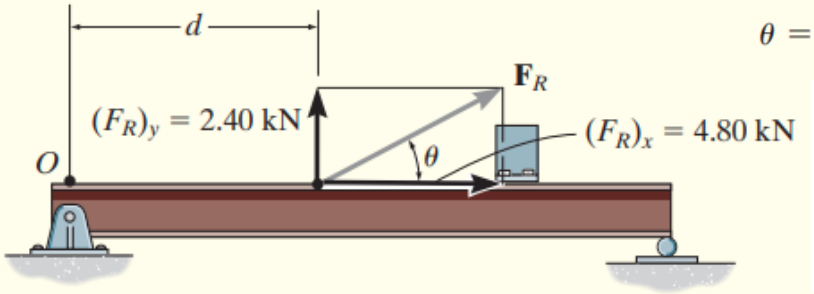
$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \quad (F_R)_y = -4\,\text{kN} + 8\,\text{kN}\left(\tfrac{4}{5}\right) = 2.40\,\text{kN} \uparrow$$

نحدد شدة المحصلة F_R

$$F_R = \sqrt{(4.80\,\text{kN})^2 + (2.40\,\text{kN})^2} = 5.37\,\text{kN}$$

نحدد اتجاه(θ) المحصلة F_R

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2.40\,\text{kN}}{4.80\,\text{kN}}\right) = 26.6°$$



(b)

2- جمع العزوم: عزم المحصلة حول النقطة o يساوي مجموع عزوم كل القوى وعزوم المزدوجات حول نفس النقطة. بما ان $(F_R)_x$، تمر من o يكون عزمها معدوم. القوة $(F_R)_y$ فقط تنتج عزم.

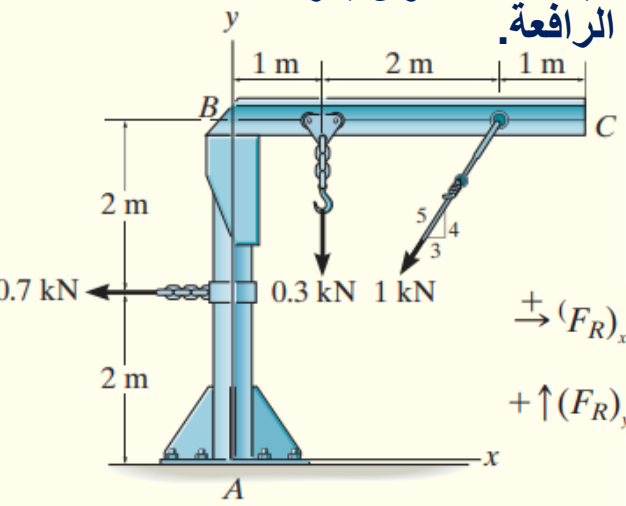
$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \Sigma M_O; \quad 2.40\,\text{kN}(d) = -(4\,\text{kN})(1.5\,\text{m}) - 15\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$-\left[8\,\text{kN}\left(\tfrac{3}{5}\right)\right](0.5\,\text{m}) + \left[8\,\text{kN}\left(\tfrac{4}{5}\right)\right](4.5\,\text{m})$$

2.4 (d) =5.4 ⟹ $d = 2.25\,\text{m}$

مثال 2

تخضع الرافعة المبينة في الشكل (a)، لثلاث قوى واقعة في المستوي، استبدل هذه القوى بقوة محصلة مكافئة واوجد اين يقاطع خط تأثيره المحصلة العمود والعنصر الافقي من الرافعة.



(a)

الحل:

1- نفرض جملة الاحداثيات ونحلل القوى إلى مركباتها

2- جمع القوى

$$\stackrel{+}{\rightarrow}(F_R)_x = \Sigma F_x;\ (F_R)_x = -(1\text{ kN})\left(\tfrac{3}{5}\right) - 0.7\text{ kN} = -1.3\text{ kN} = 1.3\text{ kN}\leftarrow$$

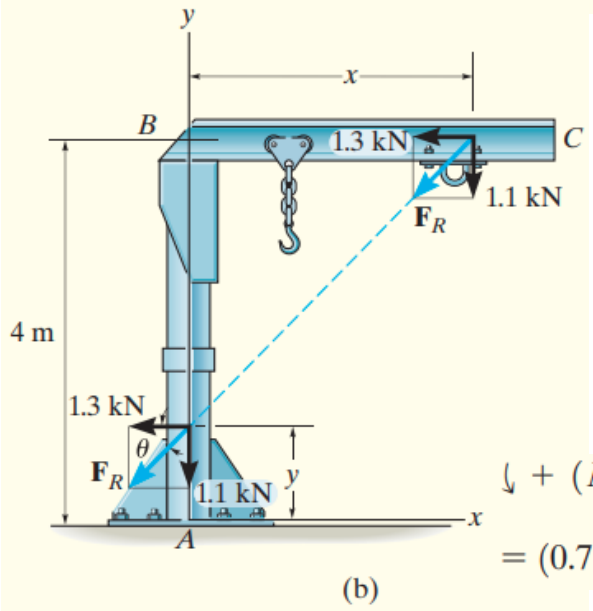
$$+\uparrow(F_R)_y = \Sigma F_y;\ (F_R)_y = -(1\text{ kN})\left(\tfrac{4}{5}\right) - 0.3\text{ kN} = -1.1\text{ kN} = 1.1\text{ kN}\downarrow$$

نحدد شدة المحصلة F_R

$$F_R = \sqrt{(1.3\text{ kN})^2 + (1.1\text{ kN})^2} = 1.70\text{ kN}$$

نحدد اتجاه(θ) المحصلة F_R

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1.1\text{ kN}}{1.3\text{ kN}}\right) = 40.2°\ \measuredangle$$



(b)

$$\circlearrowleft + (M_R)_A = \Sigma M_A;\quad (1.3\text{ kN})(y) + (1.1\text{ kN})(0)$$

$$= (0.7\text{ kN})(2\text{ m}) - (0.3\text{ kN})(1\text{ m}) - (1\text{ kN})\left(\tfrac{4}{5}\right)(3\text{ m}) + (1\text{ kN})\left(\tfrac{3}{5}\right)(4\text{ m})$$

1.3 (y) =1.1 ➡ $y = 0.846\text{ m}$

باستخدام مبدأ نقل القوى على خط تاثيرها، يمكن وضع F_R على مسافة x حيث تتقاطع مع BC

$$\circlearrowleft + (M_R)_A = \Sigma M_A;\quad (1.3\text{ kN})(4\text{ m}) - (1.1\text{ kN})(x)$$

$$= (0.7\text{ kN})(2\text{ m}) - (0.3\text{ kN})(1\text{ m}) - (1\text{ kN})\left(\tfrac{4}{5}\right)(3\text{ m}) + (1\text{ kN})\left(\tfrac{3}{5}\right)(4\text{ m})$$

1.1 (x) =4.1 ➡ $x = 3.73\text{ m}$