المحاضرة العاشرة

دنزار عبد الرحمن

عزم العطالة(القصور الذاتي)

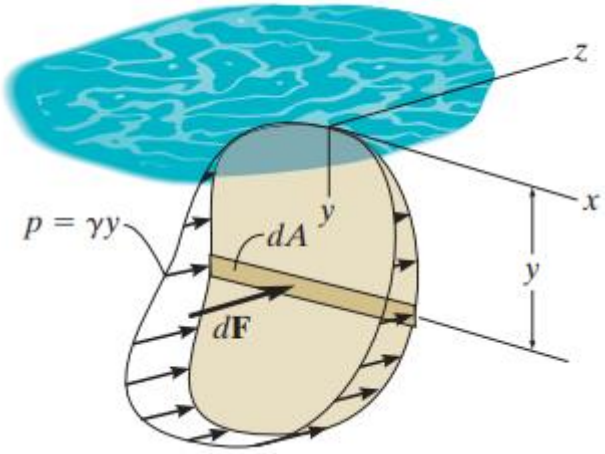
من أجل توضيح مفهوم عزم العطالة ، نفرض صفيحة مغمورة بالمياه معرضة لضغط P ، ويتغير الضغط خطيا حسب العمق حيث :

$$P = \gamma . Y$$

γ - الوزن النوعي للماء

مقدار القوة المؤثرة على الصفيحة:

$$dF = P . dA = (\gamma Y) . dA$$



عزم هذه القوة حول المحور X:

$$dM = y.dF = \gamma.y^2.dA$$

تكامل dM من أجل كامل المساحة :

$$M = \gamma \int y^2\, dA$$

يسمّى التكامل $\int y^2\, dA$ بعزم العطالة للمساحة ، أو" عزم القصور الذاتي ".

إن مصطلح " عزم العطالة للمساحة " لامعنى فيزيائي له ، ولكنه مصطلح مستخدم بشكل أساسي في ميكانيك الموائع ، ومقاومة المواد ، والانشاءات الهندسية والتصميم الميكانيكي .

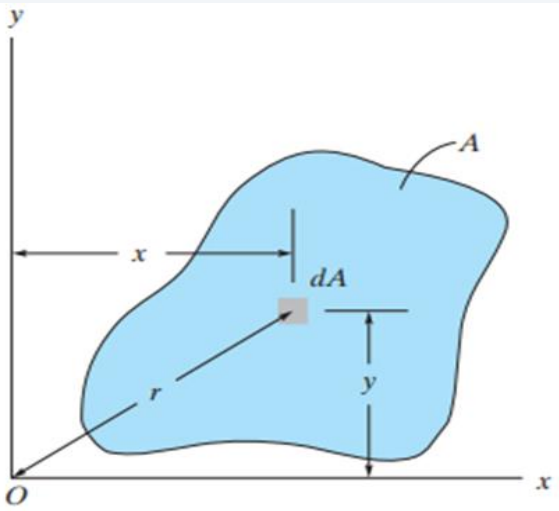
عزم العطالة :

يتم تحديد مركز الثقل للمساحة عن طريق العزم الأول للمساحة حول محور،

التكامل الثاني للعزم يمثل عزم القصور الذاتي للمساحة .

عزم العطالة من أجل عنصر المساحة حول المحاور x,y

$$I_x = y^2.dA\,, \qquad dI_y = x^2.dA$$



من أجل كامل المساحة يتم تحديد عزم العطالة عن طريق علاقات التكامل :

$$I_x = \int_A y^2\, dA$$
$$I_y = \int_A x^2\, dA$$

أيضا يمكننا كتابة العزم الثاني للمساحة حول القطب أو المحور،
يسمى عزم العطالة القطبي ويستخدم لحساب عزم الفتل في الأعمدة

$$J_O = \int_A r^2\, dA = I_x + I_y$$

r- المسافة العمودية من القطب (المحور) إلى عنصر المساحة

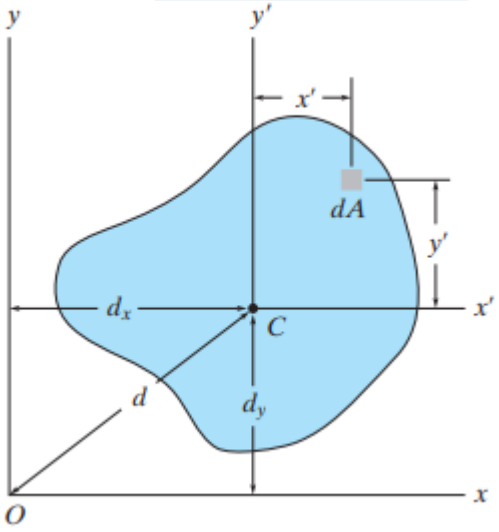
نظرية المحاور المتوازية :

عزم القصور الذاتي للمساحة حول محور يساوي عزم القصور الذاتي حول محور يمر بمركز الثقل + المساحة مضروبة بمربع المسافة بين المحورين .أي أن :

$$I_x = I_{x'} + Ad_y^2$$

$$I_y = I_{y'} + Ad_x^2$$

$$J_O = I_C + Ad^2$$



نصف قطر التدويم :

يستخدم عادة في تصميم الأعمدة في الانشاءات الميكانيكية ،بفرض أن المساحة وعزم القصور معروفين :

$$k_0 = \sqrt{\frac{J_0}{A}} \quad , \quad k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad , \quad k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

حساب عزم العطالة للمساحة عن طريق التكامل :

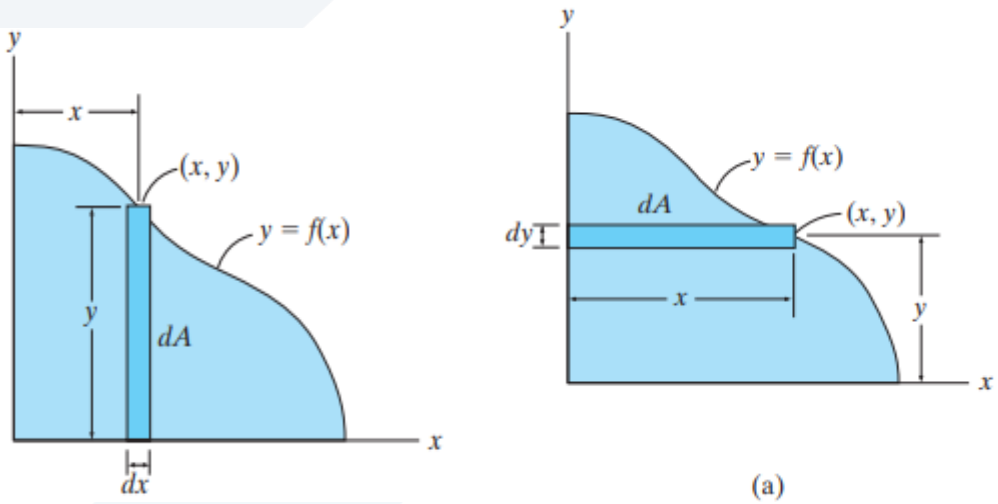
في معظم الحالات يمكن حساب عزم القصورعن طريق تكامل أحادي .

عندما يعطى المنحني المحدد للمساحة عن طريق تابع رياضي y=f(x)،

عندها يتم اختيار عنصرتفاضلي للمساحة بطول محدد وعرض تفاضلي .

عادة يمكن اختيار طول العنصر بشكل موازٍ للمحور المراد حساب عزم العطالة عنده ، من أجل الشكل (a) حيث يراد حساب العزم حول المحور x يمتلك العنصر سماكة dy، عندها يكون لكافة أجزاء العنصر نفس الذراع y بالنسبة للمحور x .

من أجل الشكل (b) يقع العنصر التفاضلي على نفس المسافة x بالنسبة للمحور y.



(a)

عزم عطالة الكتلة :

خاصية للجسم تقيس مقاومة الجسم للتسارع الزاوي ، تستخدم في علم الديناميك من أجل دراسة الحركة الدورانية .

نعرّف عزم القصور الذاتي للجسم حول محور Z

عن طريق العلاقة $I = \int_m r^2 \, dm$

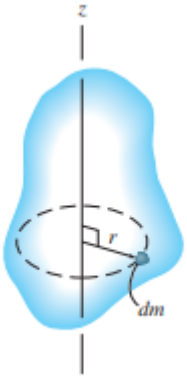
الواحدات: $kg.m^2$

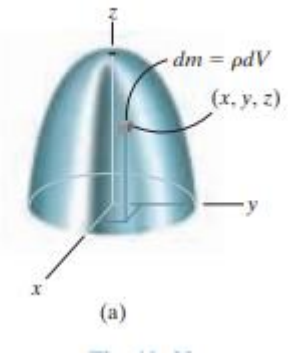
إذا كان الجسم الصلب يمتلك قيما مختلفة للكثافة عندها يمكن التعبير عن عنصر الكتلة وفق قيم الكثافة للحجم $dm = \rho dv$

$$I = \int_v^{\square} r^2 \rho . dv$$

من أجل قيم ثابتة للكثافة :

$$I = \rho \int_v^{\square} r^2 dv$$





نظرية المحاور المتوازية :

عندما يكون عزم القصور الذاتي لجسم حول محور يمر بمركز الكتلة معروفا ، عندها يمكننا حساب عزم القصور الذاتي للجسم حول أي محور آخر موازيا للمحور السابق .

عزم القصور الذاتي للكتلة حول محور يساوي عزم القصور حول محور يمر بمركز الثقل مضافا إليه الكتلة مضروبة بمربع المسافة بين المحورين

$$I = I_G + md^2$$

I - عزم العطالة للكتلة حول محور ما

I_G – عزم العطالة للكتلة حول محور يمر بمركز الثقل.

m-كتلة الجسم

d - المسافة بين المحورين .

الأجسام المركبة :

من أجل حساب عزم القصور الذاتي لجسم مؤلف من عدد من الأجسام البسيطة حول محور، نقوم بحساب الجمع الجبري لعزوم القصور لكل جزء حول نفس المحور.