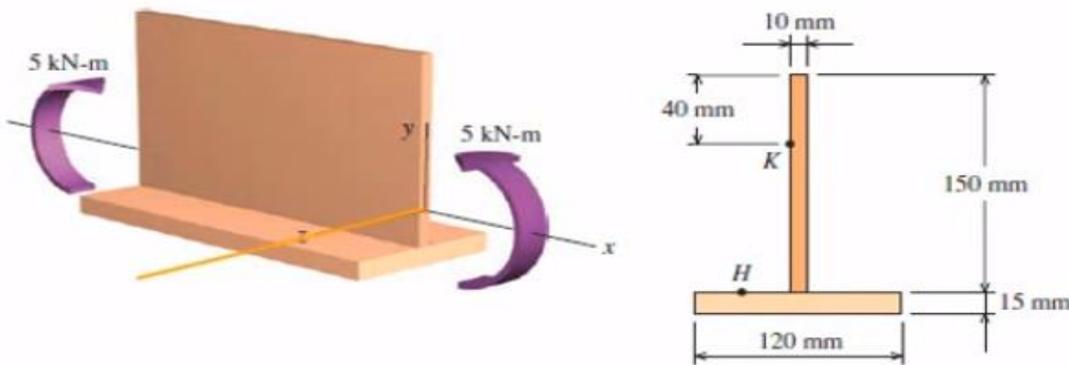


الاجهادات في العتبات (متابعة): الأشكال غير المتناظرة

- 1- نحسب المسافة \bar{y} (عمق المحور الحيادي)
 - 2- نحسب عزم العطالة للشكل حول المحور الحيادي
 - 3- نكتب معادلة الاجهاد في النقطة المطلوبة .
- مسألة (1):** عتبة ذات مقطع على شكل حرف T مقلوب ، معرضة لعزم انحناء خارجي مقداره $M_z = 5\text{KN.m}$ احسب مايلي :
- 1- احداثيات مركز الثقل ، وعزم العطالة حور المحور الحيادي .
 - 2- اجهاد الانحناء في النقاط H, K وحدد حالة الاجهاد (شد أو ضغط) .
 - 3- اجهاد الانحناء الأعظمي المتشكل في المقطع العرضي، وحدد حالة الاجهاد إذا كان شد أو ضغط .



1- حساب مركز الشكل الهندسي : نقسم الشكل إلى أشكال منتظمة . (مستطيلين)

الشكل	$A_i (mm^2)$	$y_i(mm)$	$A_i \cdot y_i(mm^3)$
1	$15 \cdot 120 = 1800$	$15/2 = 7.5$	13500
2	$150 \cdot 10 = 1500$	$150/2 + 15 = 90$	135000
المجموع	3300		148500

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i \cdot Y_i}{\sum A_i} \text{ احداثيات مركز الثقل}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i \cdot Y_i}{\sum A_i} = \frac{148500}{3300} = 45mm \text{ من أسفل القاعدة}$$

2. حساب عزم العطالة حول المحور الحيادي :

لحساب عزم العطالة نطبق نظرية المحاور المتوازية (شتاينر) :

$$I_X = I_C + A \cdot d^2$$

I_X - عزم العطالة للجسم حول محور لا يمر بمركز الثقل .

I_C - عزم العطالة للجسم حول محور يمر بمركز الثقل .

A - مساحة الشكل .

d – المسافة بين المحورين . (مسافة الانتقال) .

الشكل	IC (mm ⁴)	A(mm ²)	d(mm)	Ad ²	I _{N-A}
1	$\frac{120(15)^3}{12} = 33750$	1800	45-7.5=37.5	2531250	2565000
2	$\frac{10(150)^3}{12} = 2812500$	1500	90-45=45	3037500	585000
المجموع					8.415x10 ⁶ mm ⁴

$$\sigma = \frac{M.C}{I_{N-A}} \text{ اجهاد الانحناء}$$

$$\sigma_K = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 80}{(8.415 \cdot 10^6)} = 47.53 \text{ MPa (اجهاد ضغط)}$$

$$\sigma_H = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 30}{(8.415 \cdot 10^6)} = 17.83 \text{ MPa (اجهاد شد)}$$

$$\sigma_{max} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 120}{(8.415 \cdot 10^6)} = 71.3 \text{ MPa (اجهاد ضغط)}$$

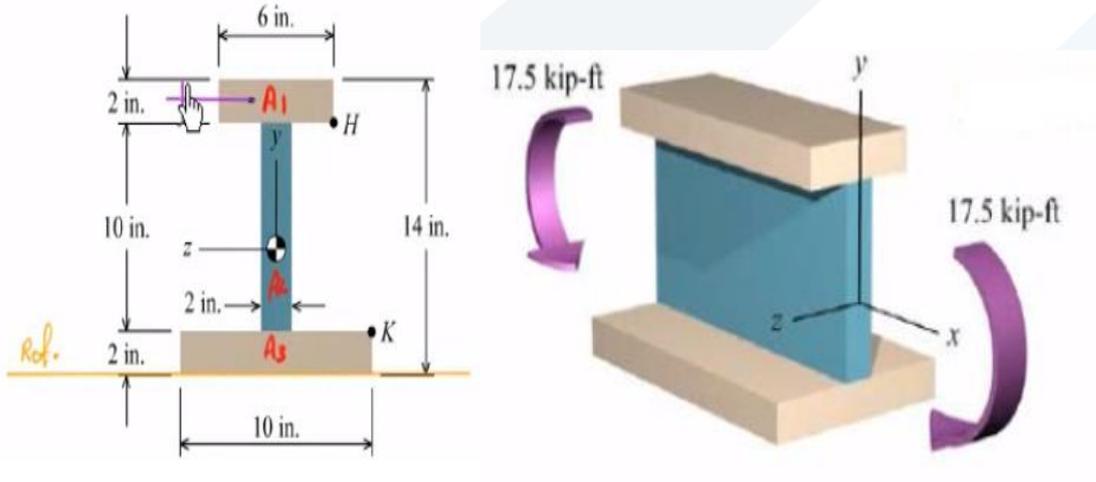
مسألة (2): عتبة معرضة لعزم انحناء خارجي مقداره 17.5Kip-ft ذات مقطع

مبيّن في الشكل . المطلوب :

1- احداثيات مركز الثقل ، وعزم العطالة حور المحور الحيايدي .

2- اجهاد الانحناء في النقاط K H , وحدّد حالة الاجهاد شد أو ضغط .

3- اجهاد الانحناء الأعظمي المتشكّل في المقطع العرضي، وحدّد حالة الاجهاد إذا كان شد أو ضغط .



1- احداثيات مركز الثقل (نقسم الشكل إلى ثلاثة مستطيلات) :

الشكل	A_i	Y_i	$A_i \cdot Y_i$
1	$2 \cdot 6 = 12$	13	$12 \cdot 13 = 156$
2	$2 \cdot 10 = 20$	7	$20 \cdot 7 = 14$
3	$2 \cdot 10 = 20$	1	$20 \cdot 1 = 20$
المجموع	52		316

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i \cdot Y_i}{\sum A_i} = \frac{316}{52} = 6.08 \text{ in} , \text{ من أسفل الحافة السفلى للشفة السفلى}$$

2 - حساب عزم العطالة حول المحور الحيادي :

نطبق نظرية المحاور المتوازية :

الشكل	IC (inch ⁴)	A(inch ²)	d(inch)	Ad ²	I _{N-A}
1	$\frac{6(2)^3}{12} = 4$	2*6=12	7.92-1=6.92	574.63	578.63
2	$\frac{2(10)^3}{12} = 166.67$	20	7-6.08 =0.92	16.92	183.598
3	$\frac{10(2)^3}{12} = 6.667$	20	6.08-1=5.08	516.12	522.79
المجموع					1285.02

$$I_{N-A} = 1285.02in^4$$

$$\sigma_H = \frac{M.Y_H}{I_{N-A}} = \frac{17.5 * 12 * 5.92}{1285.026} = 0.9675 Kip/in^2 * 1000$$

$$= 967.5 psi \text{ (اجهاد شد)}$$

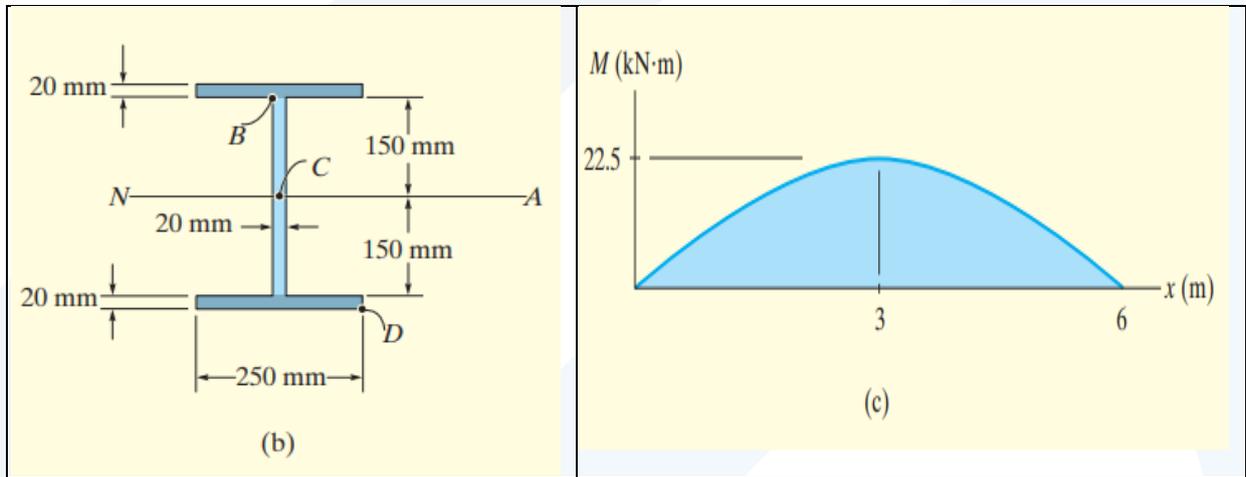
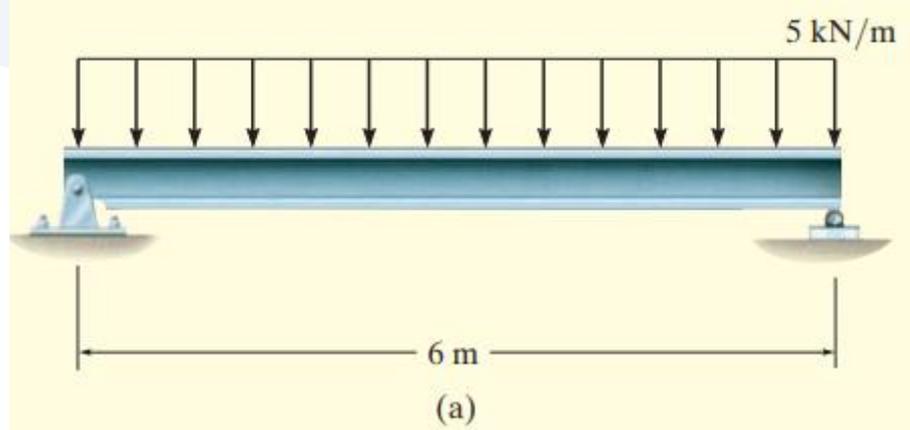
$$\sigma_K = \frac{M.Y_K}{I_{N-A}} = \frac{17.5 * 12 * 4.08}{1285.026} = 0.6667 Kip/in^2 * 1000$$

$$= 666.7 psi \text{ (اجهاد ضغط)}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M.C_{max}}{I_{N-A}} = \frac{17.5 * 12 * 7.92}{1285.026} = 1.294 Kip/in^2 * 1000 =$$

$$= 1294.3 psi \text{ (اجهاد شد)}$$

مسألة 3: عتبة ذات تثبيت بسيط ، ومقطع عرضي مبيّن في الشكل b ، احسب قيمة اجهاد الانحناء الأعظمي المطلق .



العزم الداخلي الأعظمي : قيمة العزم الداخلي الأعظمي في العتبة $M = 22.55 \text{ kN.m}$ ، في منتصف العتبة .

خصائص المقطع الهندسي : نتيجة لتناظر الشكل فإن المحور الحيادي يمر من مركز الشكل C عند منتصف العتبة . يمكن تقسيم المساحة إلى ثلاثة مساحات ، حيث نحسب قيمة عزم العطالة للشكل حول المحور الحيادي باستخدام المحاور المتوازية ، أي أن :

$$I = \Sigma(\bar{I} + Ad^2)$$

$$= 2 \left[\frac{1}{12} (0.25 \text{ m})(0.020 \text{ m})^3 + (0.25 \text{ m})(0.020 \text{ m})(0.160 \text{ m})^2 \right]$$

$$+ \left[\frac{1}{12} (0.020 \text{ m})(0.300 \text{ m})^3 \right]$$

$$= 301.3(10^{-6}) \text{ m}^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}; \quad \sigma_{\max} = \frac{22.5(10^3) \text{ N} \cdot \text{m}(0.170 \text{ m})}{301.3(10^{-6}) \text{ m}^4} = 12.7 \text{ MPa } \textit{Ans.}$$