

الدارات الكهربائية 2

Electrical Circuits 2

الدكتور المهندس

علاء الدين أحمد حسام الدين



الدارات الثلاثية الأطوار

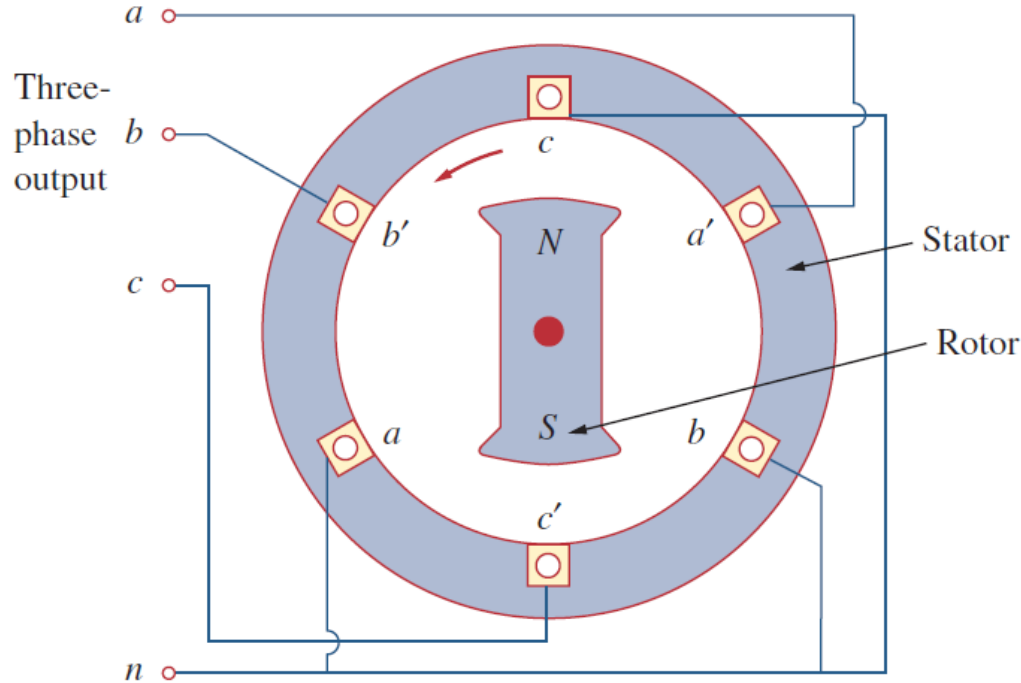
Three-Phase Circuits

تعد المهمة الأساسية لنظام القدرة الكهربائية في توليدها وإيصالها إلى المستهلك. نعبر عن قطاع توليد الطاقة الكهربائية بمنابع جهد أو تيار بصيغة ثلاثية الطور. أما نقل هذه الطاقة فيتم عبر خطوط النقل التي تمثل بممانعات مكافئة، فلكل خط نقل مقاومة مكافئة R وملف L حيث يشكلان ممانعة مكافئة Z وذلك بإهمال التأثير السعوي لخطوط النقل:

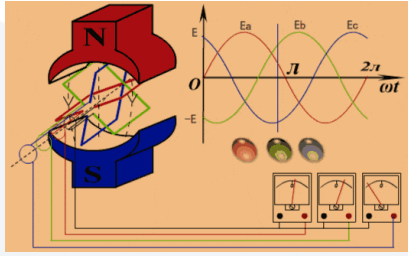
$$\bar{Z} = R + j\omega L$$

وتعبر عن الاستهلاك بحمولات تمثل بدورها بممانعات مكافئة من طبيعة تحريضية أو سعوية. سنقدم في هذا الفصل معلومات أساسية عن النظام الثلاثي الأطوار من أجل حساب قيم التيارات والجهود والاستطاعة، مع الأخذ بالحسبان أن الحروف a, b, c أو A, B, C تدل على اسم العقدة الكهربائية

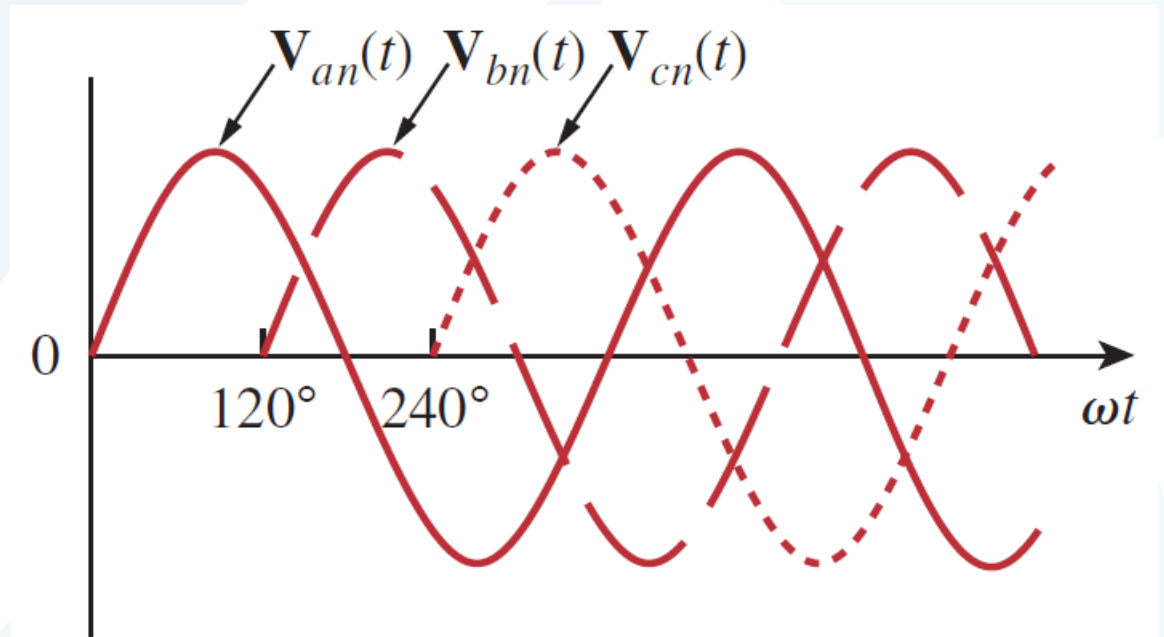
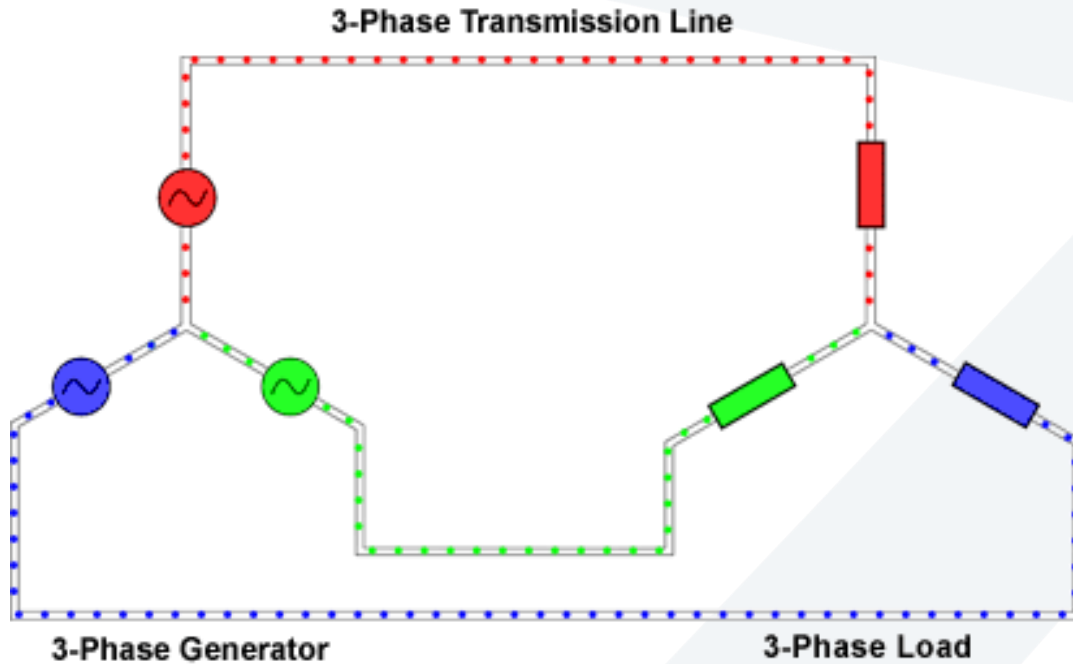
الجهود الثلاثية الطور المتوازنة:



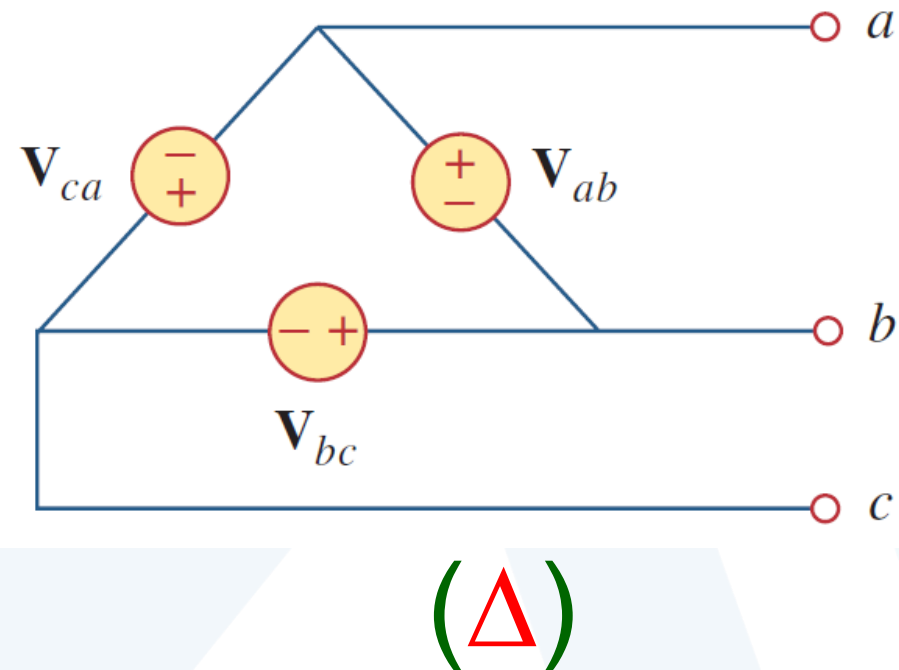
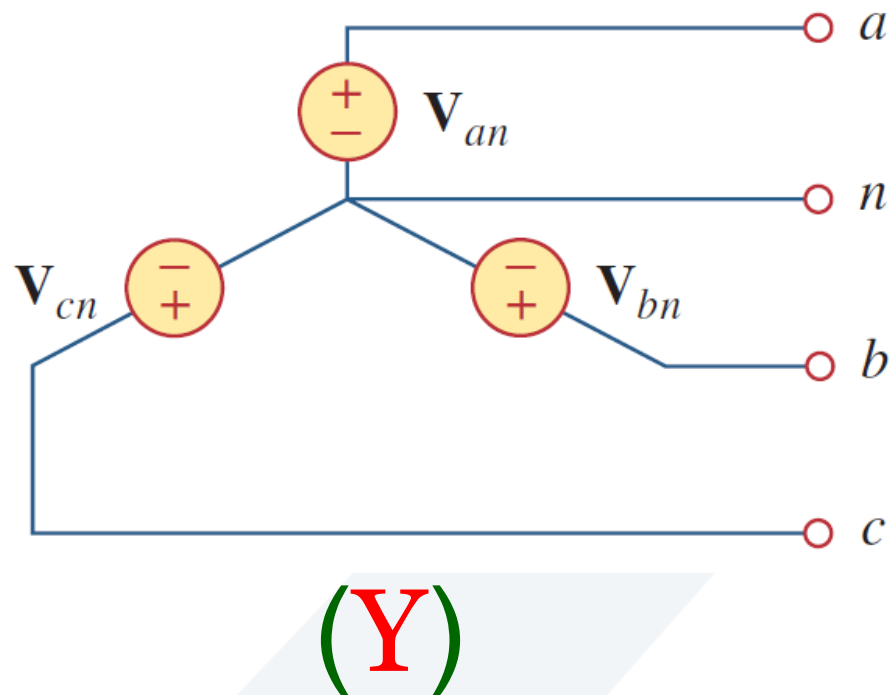
يتم توليد الجهود ثلاثية الطور المتوازنة غالباً بمولد تيار متناوب ثلاثي الطور. يتألف المولد من مغناطيس دوار (**الدوار**) محاط بملفات ثابتة متوضعة في (**الثابت**). تتوضع بشكل أساسي ثلاث وشائع منفصلة **a-a'**, **b-b'**, **c-c'** مزاحة عن بعضها فراغياً بزاوية مقدارها **120°**.

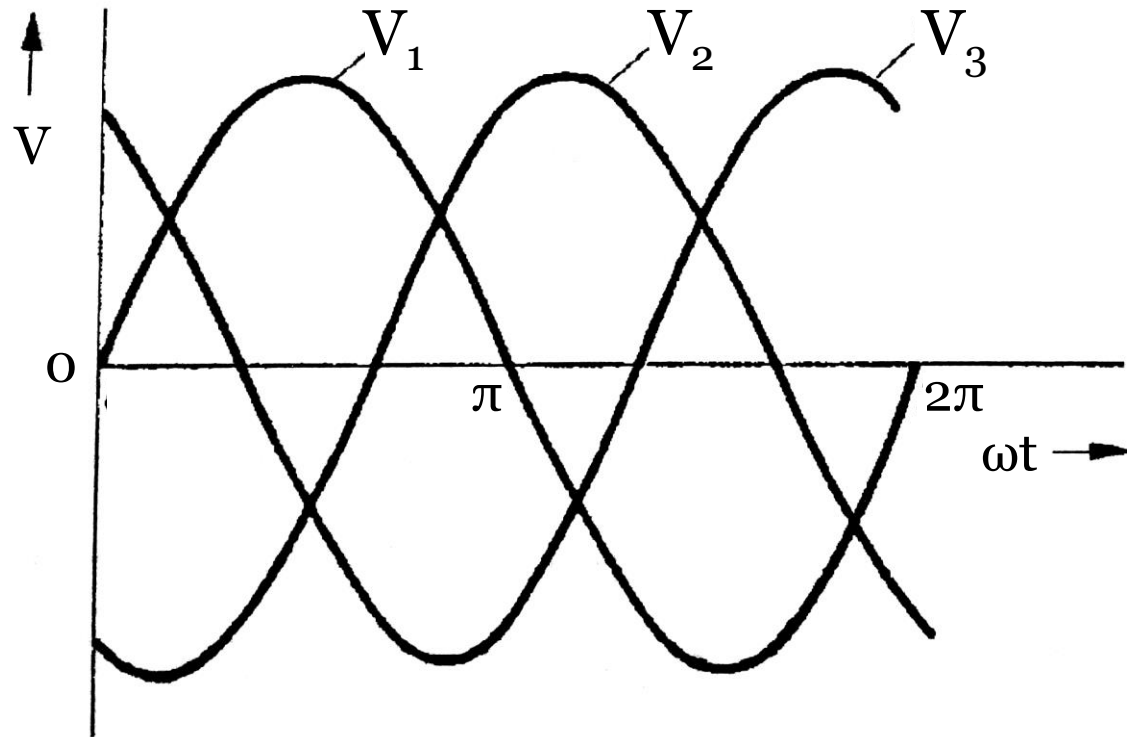
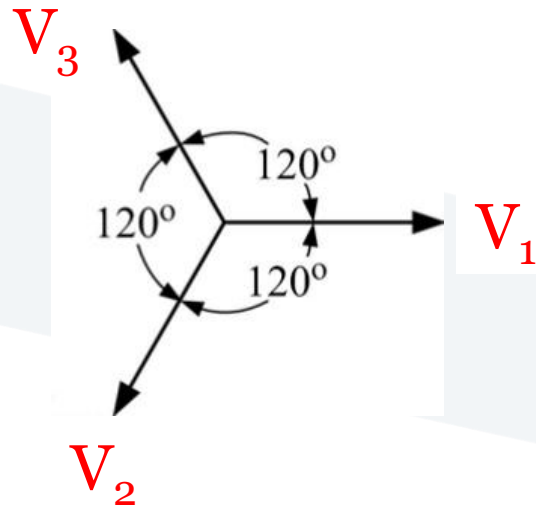


نتيجة ذلك عندما يدور الدوار فإن الحقل المغناطيسي يحرض في الوشائع جهود متساوية بالمطال لكنها مختلفة بالطور بمقدار 120° .



يتألف النظام الثلاثي الطور النموذجي من ثلاثة منابع جهد متصلة بالحمل بثلاثة أو أربعة أسلاك (أو يمكن تسميتها خطوط نقل). يكافئ النظام الثلاثي الطور ثلاث دارات أحادية الطور. يمكن أن يتم توصيل منابع الجهد بشكل نجمي (Y) أو بشكل مثلثي (Δ).





$$v_1(t) = V_{1\max} \cdot \sin \omega t$$

$$v_2(t) = V_{2\max} \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$v_3(t) = V_{3\max} \cdot \sin(\omega t - 240^\circ)$$

$$v_1(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t$$

$$v_2(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$v_3(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 240^\circ)$$

$$v_1(t) = V \angle 0^\circ$$

$$v_2(t) = V \angle -120^\circ$$

$$v_3(t) = V \angle -240^\circ = V \angle 120^\circ$$

الوصل النجمي (Y)	الوصل المثلثي (Δ)
$P = 3 \cdot V_{ph} \cdot I_{ph} \cdot \cos\varphi$ <p style="text-align: right;">مع</p> $V_{ph} = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$ $I_{ph} = I_L$ $P = 3 \cdot \frac{V_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L \cdot \cos\varphi$	$P = 3 \cdot V_{ph} \cdot I_{ph} \cdot \cos\varphi$ <p style="text-align: right;">مع</p> $V_{ph} = V_L$ $I_{ph} = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$ $P = 3 \cdot V_L \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cdot \cos\varphi$

ندرس حالة الوصل النجمي (Y):

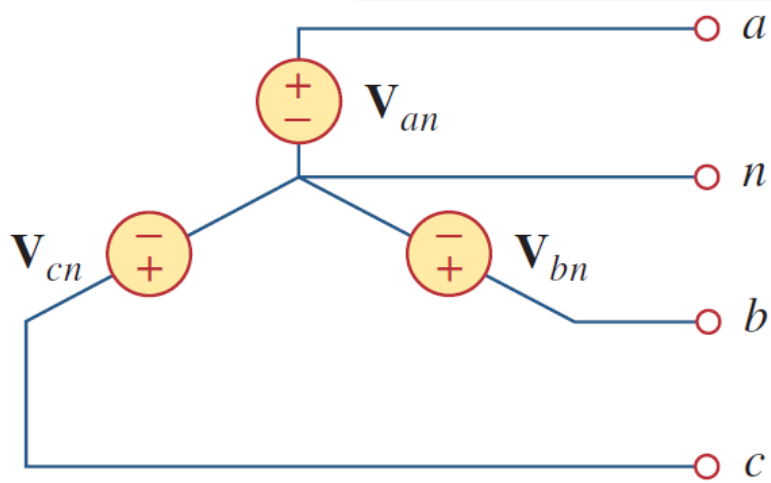
تقع الجهود V_{an} , V_{bn} , V_{cn} بين الخطوط a , b , c بالترتيب وبين الخط الحيادي n .

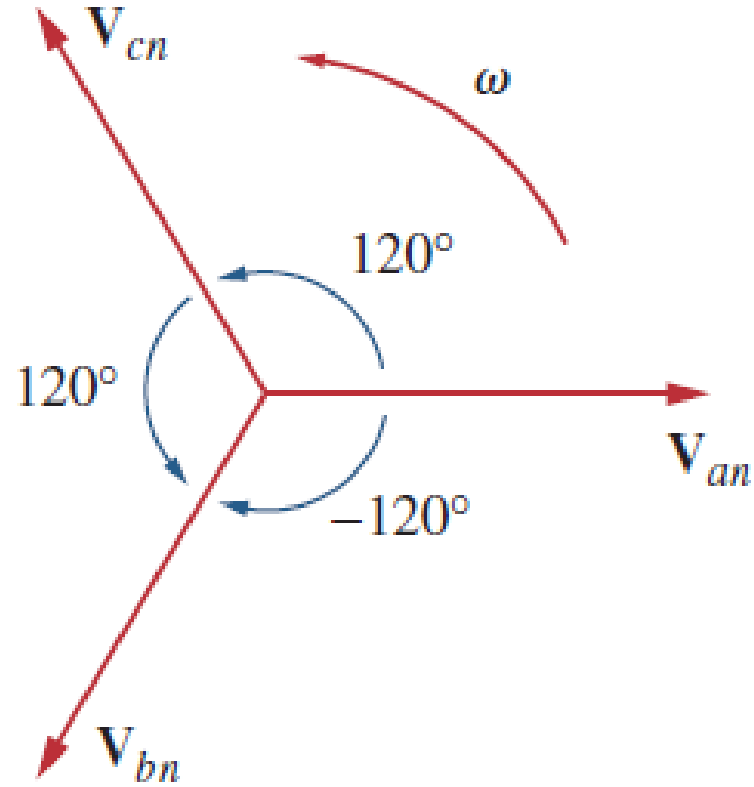
تسمى هذه الجهود بجهود الطور، ويقال عنها انها متوازنة إذا كانت منابع الجهد تملك نفس الطويلة ونفس التردد الزاوي ω ، ومختلفة بالطور بمقدار 120° . يتضمن ما سبق التالي:

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0$$

$$|V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}|$$

أي تكون الجهود الطورية المتوازنة متساوية بالمطال ومختلفة عن بعضها بالطور بمقدار 120° .





كنتيجة لما سبق يكون لدينا احتمالان لوصل المجموعات:

الاحتمال الأول: مبين بالمخطط الشعاعي التالي.

يعبر عنه رياضياً كالتالي:

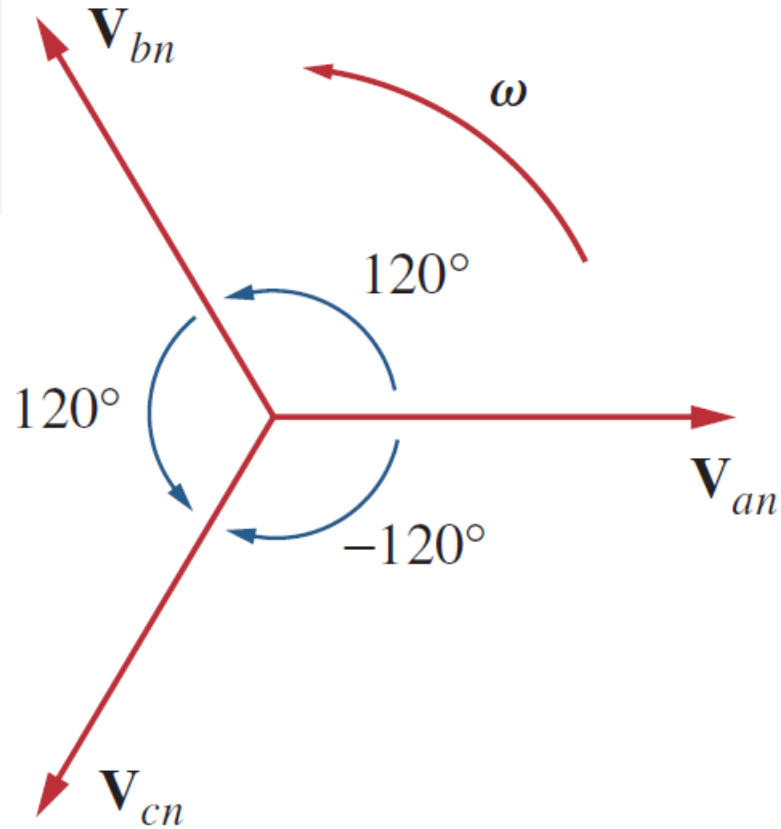
$$V_{an} = V_{Ph} \angle 0^{\circ}$$

$$V_{bn} = V_{Ph} \angle -120^{\circ}$$

$$V_{cn} = V_{Ph} \angle -240^{\circ} = V_{Ph} \angle 120^{\circ}$$

حيث: V_{Ph} هي القيمة الفعالة لجهد الطور.

يرمز لهذا التتابع (أو التعاقب) بالرمز abc ويسمى بالتتابع المباشر (الموجب)، حيث يتقدم فيه V_{an} على V_{bn} الذي يتقدم بدوره على V_{cn} . ويحصل هذا التتابع عندما يدور الدوار بعكس اتجاه عقارب الساعة.



الاحتمال الثاني: مبين بالمخطط الشعاعي التالي.
يعبر عنه رياضياً كالتالي:

$$V_{an} = V_{Ph} \angle 0^\circ$$

$$V_{cn} = V_{Ph} \angle -120^\circ$$

$$V_{bn} = V_{Ph} \angle -240^\circ = V_{Ph} \angle 120^\circ$$

يرمز لهذا التتابع (أو التعاقب) بالرمز **acb** ويسمى بالتتابع العكسي (السالب)، حيث يتقدم فيه V_{an} على V_{cn} الذي يتقدم بدوره على V_{bn} . ويحصل هذا التتابع عندما يدور الدوار باتجاه عقارب الساعة.

من السهل تبين أن الجهود بمعادلات الاحتمال الأول والثاني توافق تلك في الجهود في المعادلات:

$$\begin{aligned}V_{an} + V_{bn} + V_{cn} &= 0 \\|V_{an}| &= |V_{bn}| = |V_{cn}|\end{aligned}$$

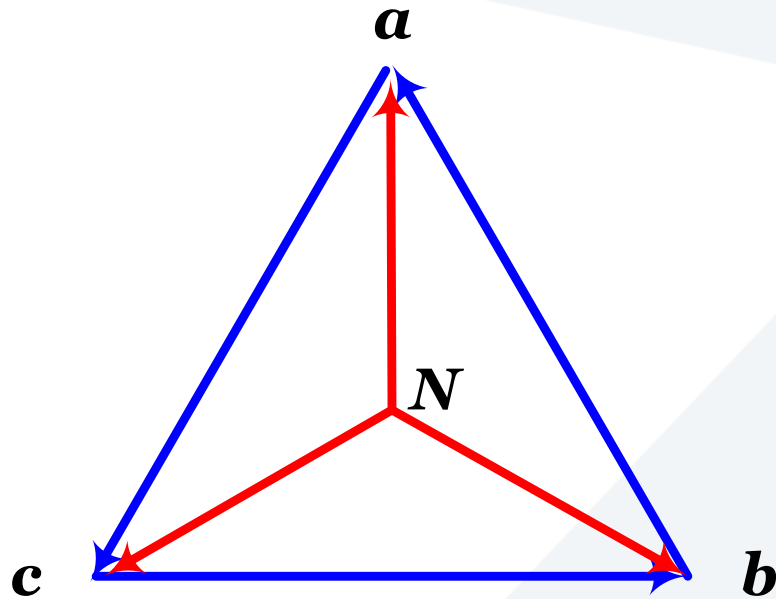
أي:

$$\begin{aligned}V_{an} + V_{bn} + V_{cn} &= V_{Ph} \angle 0^{\circ} + V_{Ph} \angle -120^{\circ} + V_{Ph} \angle 120^{\circ} \\&= V_{Ph} (1 - 0.5 - j0.866 - 0.5 + j0.866) = 0\end{aligned}$$

تمثيل الجهود في النظام الثلاثي الطور المتوازن:

يتم اختيار أي جهد كمرجع بزاوية طور صفر، ويتم تحديد باقي الجهود وفقاً لهذا الجهد المرجعي. تشكل نهايات أشعة الجهود الطورية دوماً مثلث متساوي الأضلاع. نسمي الجهد بين خطين a, b أو c, b أو a, c بالجهود الخطي أو جهد الخط. لنفرض مثلاً أن شعاع جهد الخط V_{bc} هو شعاع المرجع، وعلى هذا الأساس يكون التمثيل الشعاعي والعلاقات الرياضية للجهود في حالتها المتتابع abc و acb وحالتها الوصل النجمي والمثلثي كما يلي:

التتابع abc



$$V_{ab} = V_L \angle 120^\circ$$

$$V_{bc} = V_L \angle 0^\circ$$

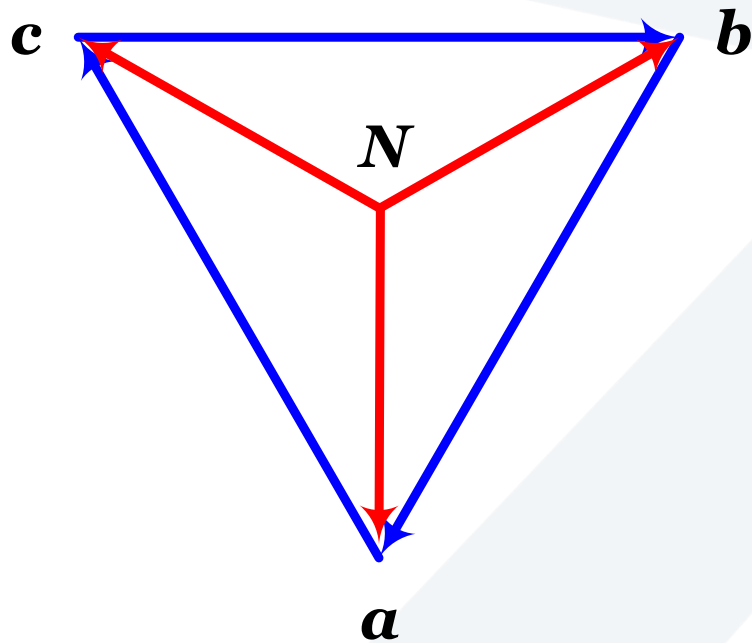
$$V_{ca} = V_L \angle 240^\circ$$

$$V_{an} = (V_L/\sqrt{3}) \angle 90^\circ$$

$$V_{bn} = (V_L/\sqrt{3}) \angle -30^\circ$$

$$V_{cn} = (V_L/\sqrt{3}) \angle -150^\circ$$

التتابع cba



$$\begin{aligned}V_{ab} &= V_L \angle 240^\circ \\V_{bc} &= V_L \angle 0^\circ \\V_{ca} &= V_L \angle 120^\circ \\V_{an} &= (V_L/\sqrt{3}) \angle -90^\circ \\V_{bn} &= (V_L/\sqrt{3}) \angle 30^\circ \\V_{cn} &= (V_L/\sqrt{3}) \angle 150^\circ\end{aligned}$$

V_L : هو فرق الجهد بين طورين (الجهد الخطي أو جهد الخط)، ويقاس بين النواقل A, B أو A, C أو B, C .

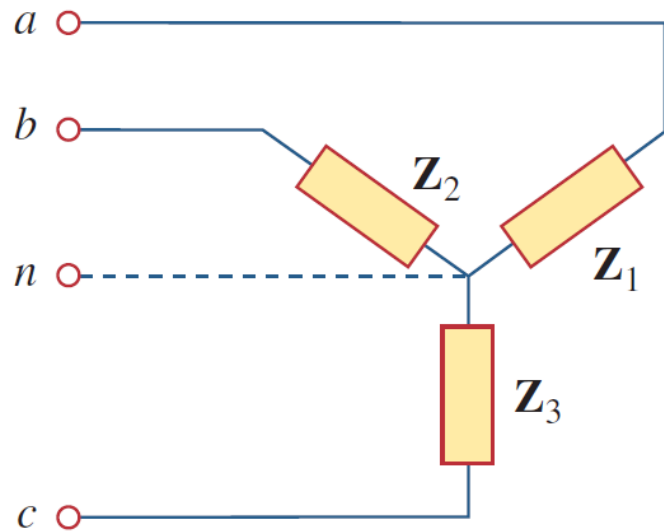
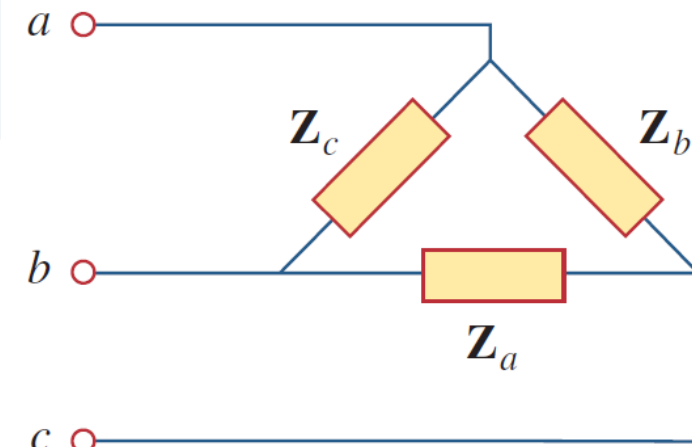
V_{an} : هو فرق الجهد بين الناقل a والنقطة الحيادية N في الوصل النجمي، ونسميه الجهد الطوري (جهد الطور) وهو يساوي بالقيمة للجهدين V_{cn} و V_{bn} (كمطال)، وهذا الجهد أقل من جهد الخط بمقدار $\sqrt{3}$.

الحملولة الثلاثية الطور المتوازنة:

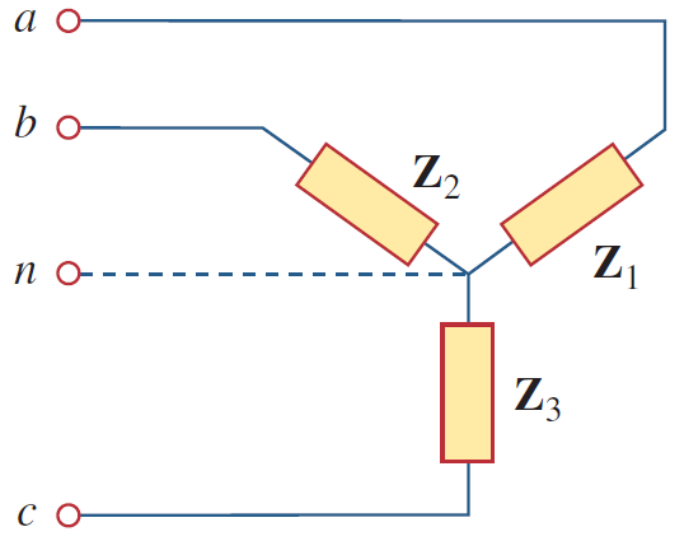
في أنظمة التوليد الثلاثية الطور من الواضح أن نتوقع أن تكون الحملات ثلاثية الطور وموصولة بشكل نجمي أو مثلثي.

يبين الشكلان التاليان حملاً بتوصيل Δ و Y .

يمكن وصل الخط الحيادي للوصلة النجمية وقد لا يتم وصله، وهذا يعتمد على كون النظام رباعي أو ثلاثي الأسلاك، وبالتأكيد فإن وصل الحيادي هو أمر مستحيل في الوصلة Δ .



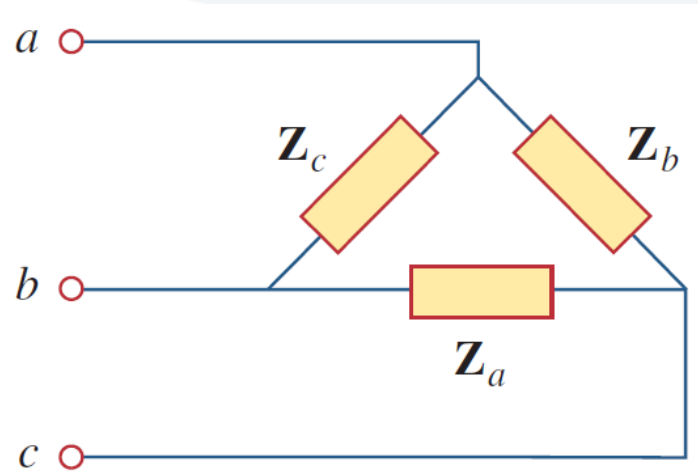
يقال عن الحمل أنه غير متوازن إذا كانت ممانعات الأطوار غير متساوية في المطال أو الطور، أي أن الحمل المتوازن هو الحمل الذي تكون ممانعات الأطوار فيه متساوية بالمطال والطور.



للحصول على حمل متوازن للدائرة ذات الوصل Y ، يكون:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y$$

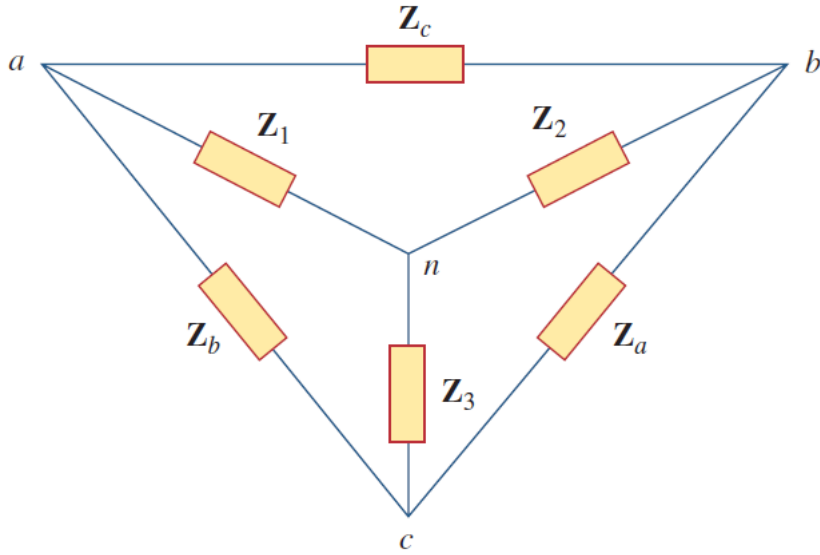
حيث Z_Y هي ممانعة الحمل لكل طور.



للحصول على حمل متوازن للدائرة ذات الوصل Δ ، يكون:

$$Z_a = Z_b = Z_c = Z_{\Delta}$$

حيث Z_{Δ} هي ممانعة الحمل لكل طور.



بالعودة إلى علاقات التحويل من الوصل النجمي إلى المثلي وبالعكس في حالة الممانعات يكون:

معادلات التحويل من Δ إلى Y

$$Z_a = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1}$$

$$Z_b = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2}$$

$$Z_c = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}$$

عندما تكون دائرة Δ - Y متوازنة تصبح العلاقات بالشكل:

$$Z_{\Delta} = 3 \cdot Z_Y \quad \text{or} \quad Z_Y = \frac{1}{3} \cdot Z_{\Delta}$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y \quad \text{و} \quad Z_a = Z_b = Z_c = Z_{\Delta} \quad \text{حيث:}$$

نستطيع من خلال هذه العلاقة تحويل الحمل الموصول بشكل Y إلى حمل موصول بشكل Δ ، وبالعكس.

معادلات التحويل من Δ إلى Y

$$Z_1 = \frac{Z_c \cdot Z_b}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

$$Z_2 = \frac{Z_c \cdot Z_a}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

$$Z_3 = \frac{Z_a \cdot Z_b}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

بما أن المنبع الثلاثي الأطوار والحمل الثلاثي الأطوار يمكن أن يكونا موصولين بشكل Δ أو Y ، فيكون لدينا أربع حالات:

- ❖ $(Y-Y)$: المنبع موصول بشكل Y والحمل Y .
- ❖ $(Y-\Delta)$: المنبع موصول بشكل Y والحمل Δ .
- ❖ $(\Delta-\Delta)$: المنبع موصول بشكل Δ والحمل Δ .
- ❖ $(\Delta-Y)$: المنبع موصول بشكل Δ والحمل Y .

الجدير بالذكر أن وصلة Δ المتوازنة للحمل هي أكثر شيوعاً من وصلة Y المتوازنة، وهذا عائد لسهولة إضافة أو إزالة الأحمال في كل طور من أطوار الدارة الموصولة Δ . وهذا الأمر صعب بالنسبة للدارة ذات الوصل Y بسبب وجود الخط الحيادي. من جهة ثانية فإن منابع التغذية ذات الوصل Δ ليست شائعة الاستخدام عملياً نتيجة التيار الإعصارية في حلقة دارة المثلث (تيارات فوكو) إذا كان الجهد الثلاثي الأطوار غير متوازن ولو بنسبة ضئيلة.

الدارة ذات الفرع الواحد المكافئة للحمولة المتوازنة:

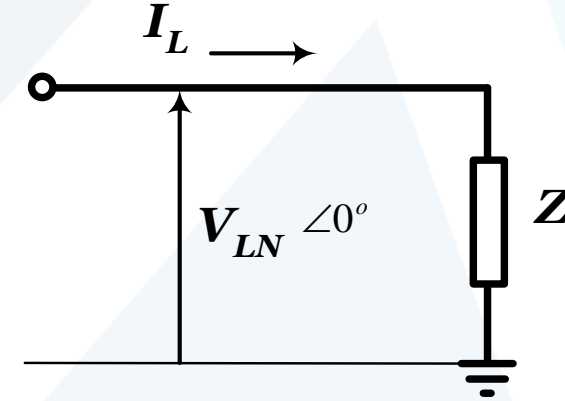
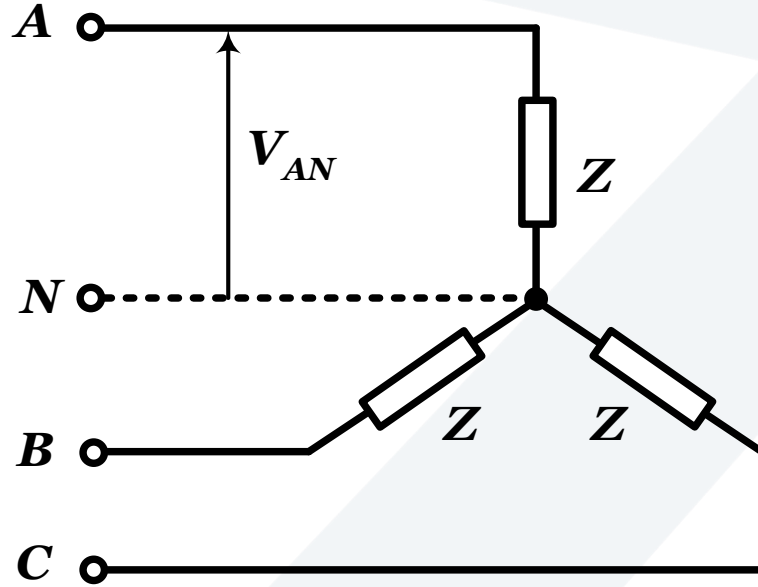
يمكن تمثيل الدارة الثلاثية الطور المتوازنة بدارة مكافئة ذات فرع واحد، والدراسة التحليلية لهذه الدارة المكافئة تغني عن دراسة الدارة الأصلية من حيث قيم التيارات والجهود، ما يسهل من العمليات الحسابية لفهم سلوك الدارة. أما استطاعة الدارة الأحادية الطور (الفرع) فتساوي ثلث استطاعة الدارة الثلاثية الأطوار.

يتم إنشاء الدارة المكافئة اعتماداً على الوصل النجمي للحمولات. فإذا كان وصل الممانعات المتساوية مثلثياً نحوله إلى وصل نجمي حسب قواعد التحويل للممانعات مثلثي/نجمي:

$$\bar{Z}_Y = \frac{\bar{Z}_\Delta}{3}$$

بعد ذلك يتم إنشاء الدارة المكافئة كما يلي:

يتم وصل ناقل وحيد إلى إحدى الممانعات Z_Y ، ونطبق جهد في بداية الناقل بقيمة الجهد الطوري للدارة الأصلية بزاوية صفر كما في الشكل التالي.



ملاحظة: تعتمد بعض المراجع على اخذ جهد الطور A (طويلة وزاوية) كجهد مرجعي في الدارة المكافئة ذات الفرع الواحد (الأحادية الطور)، أو أخذ أي طور كجهد مرجعي، وعندها يجب الانتباه إلى حساب زوايا الانزياح بين التيارات والجهود.

الأحمال غير المتوازنة الموصولة بشكل مثلثي:

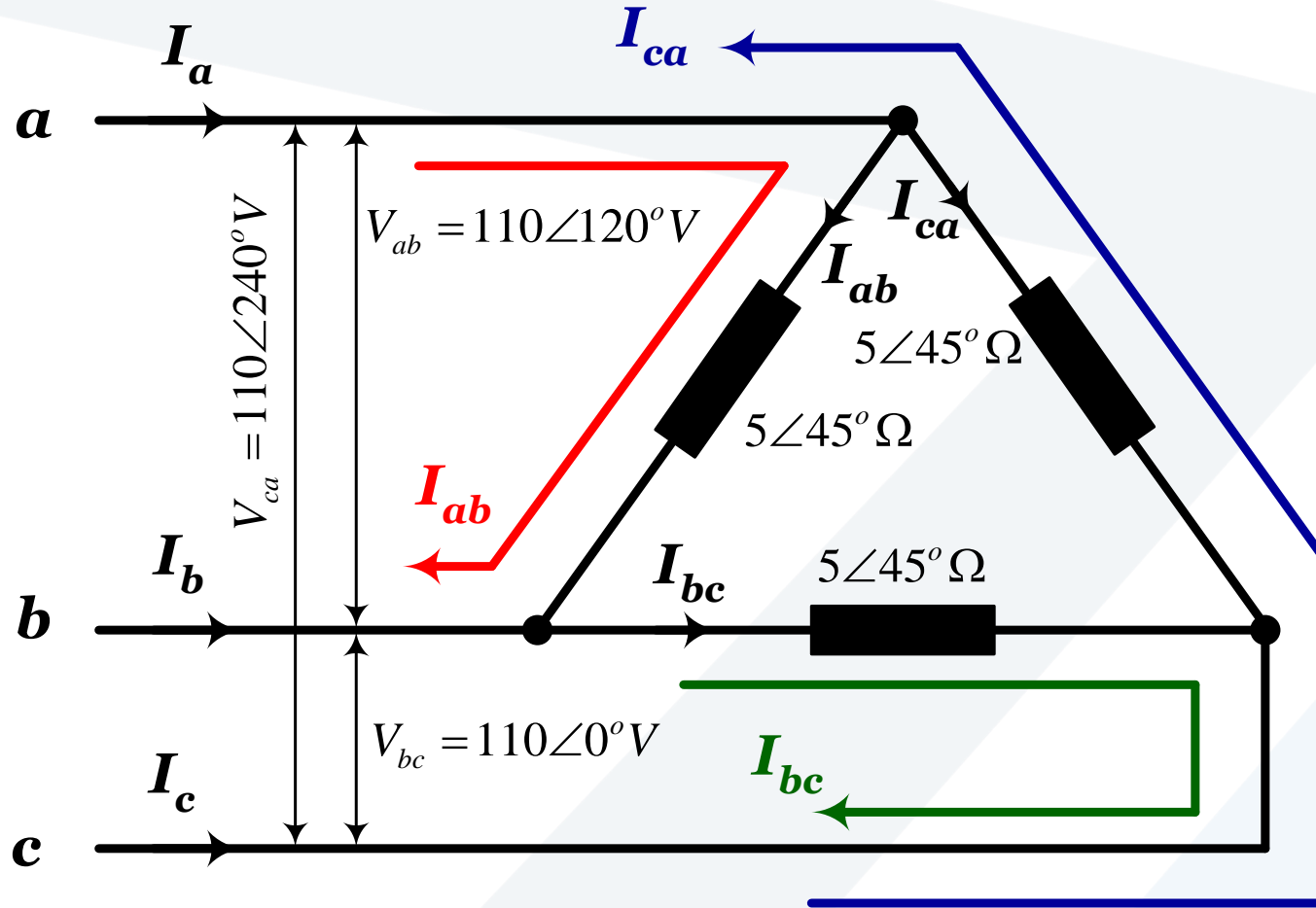
يتكون حل مجموعة الأحمال غير المتزنة على شكل مثلثي من حساب زوايا الاطوار للتيارات، ثم نطبق قانون كيرشوف للتيار على نقط الاتصال للحصول على تيارات الأفرع الثلاثة، وتيارات الأفرع في هذه الحالة ليست متساوية وليس لها زاوية فرق طور 120° وذلك على عكس الحالة التي تكون فيها الأحمال متوازنة.

الأحمال غير المتوازنة الموصولة بشكل نجمي، بأربعة أسلاك:

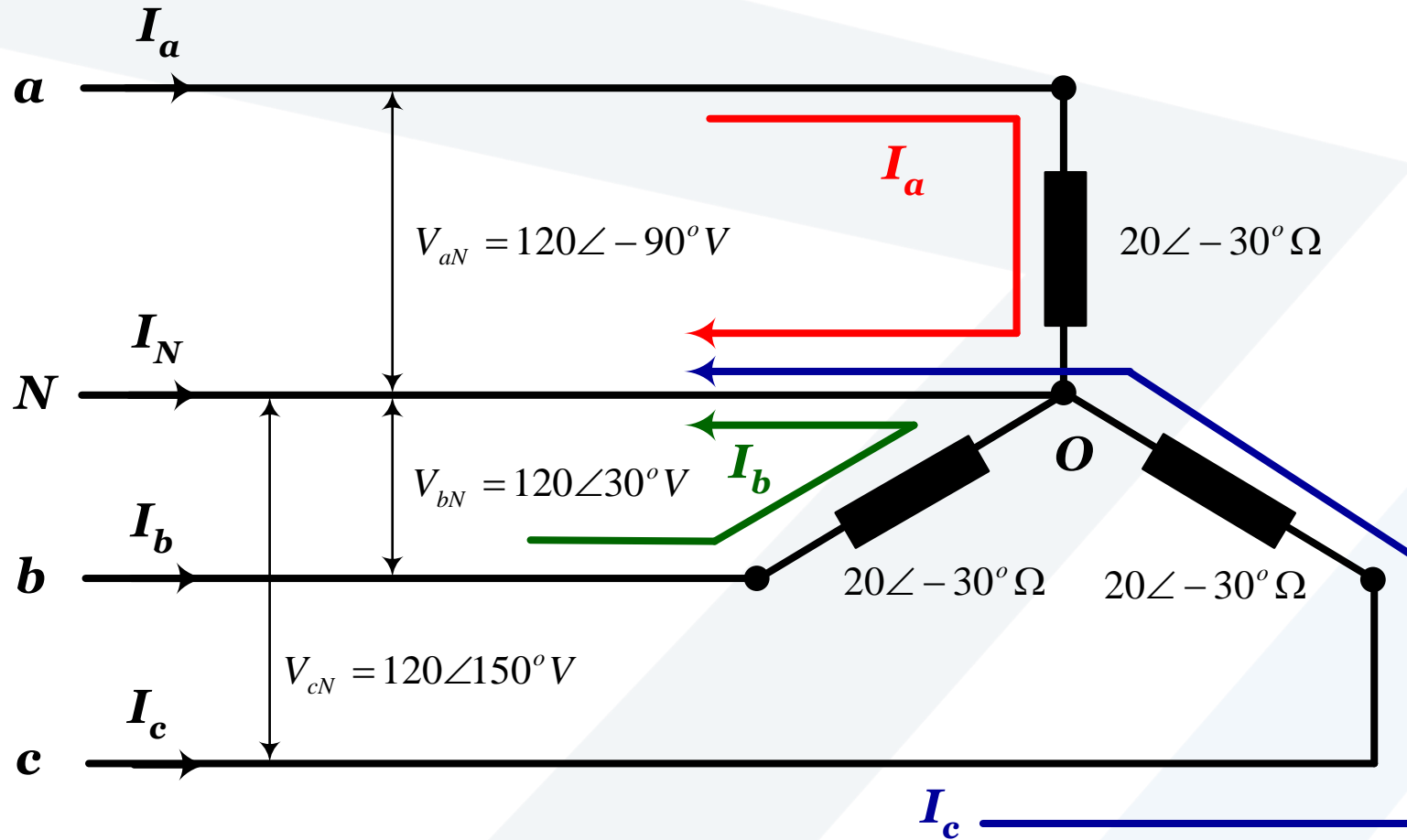
في نظام الأسلاك الأربعة، عندما تكون الأحمال غير متوازنة يمر تيار التعادل، ويظل الجهد عبر كل ممانعة ثابتاً بنفس قيمة جهد الفرع بالنسبة لجهد التعادل (**جهد الخط**)، وتيارات الأفرع غير متساوية، وليس لها زاوية طور 120° .

الأحمال غير المتوازنة الموصولة بشكل نجمي، بثلاث أسلاك:

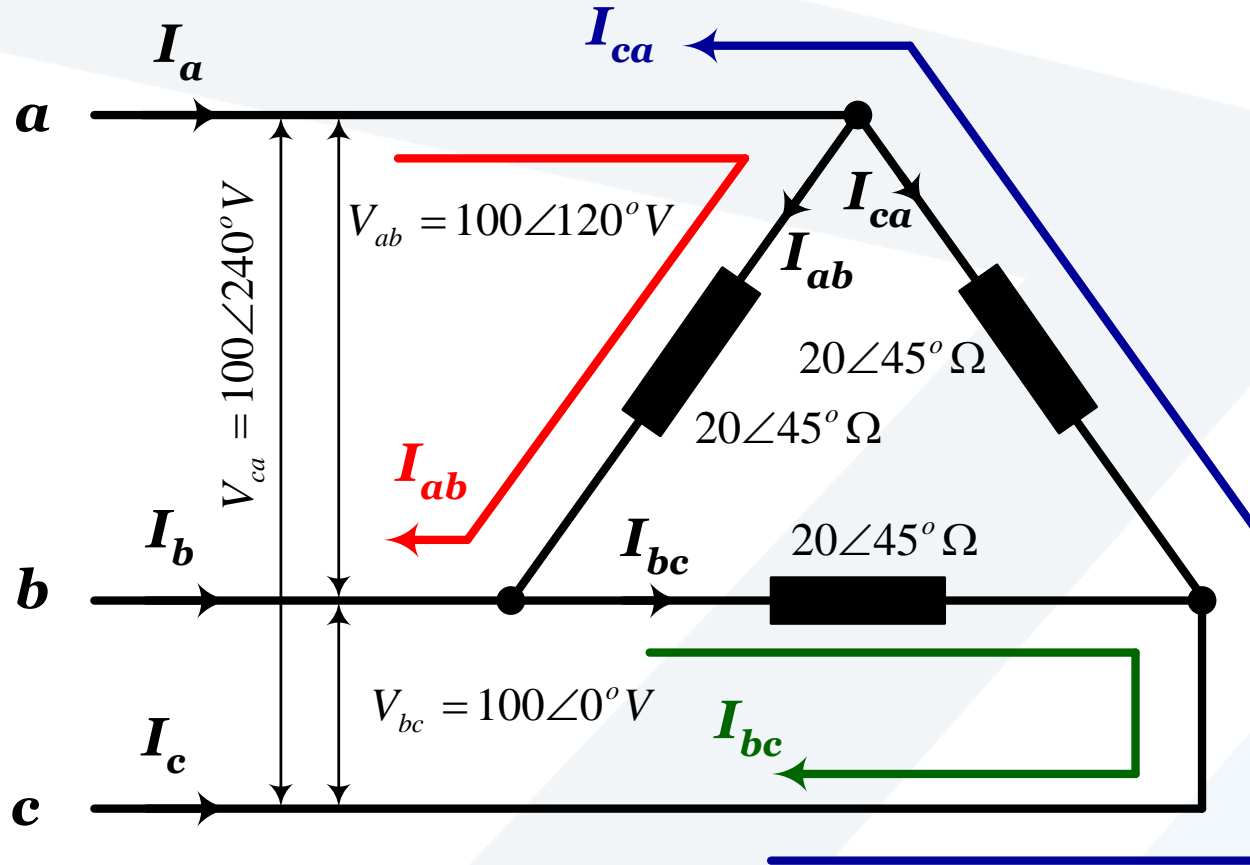
عند وصل ثلاثة أفرع فقط بأحمال غير متوازنة موصولة بشكل نجمي، فإن جهد النقطة النجمية بين ممانعات الأحمال الثلاثة لا يساوي الجهد المتعادل، ويرمز له بالرمز **O** بدلاً عن **N**. ويتغير الجهد المطبق على الممانعات تغيراً كبيراً من قيمة جهد الفرع إلى قيمة الجهد المتعادل (**جهد الخط**). تسمى عملية إزاحة **O** عن **N** بإزاحة الجهد المتعادل (**جهد الخط**)، ولها أهمية خاصة.



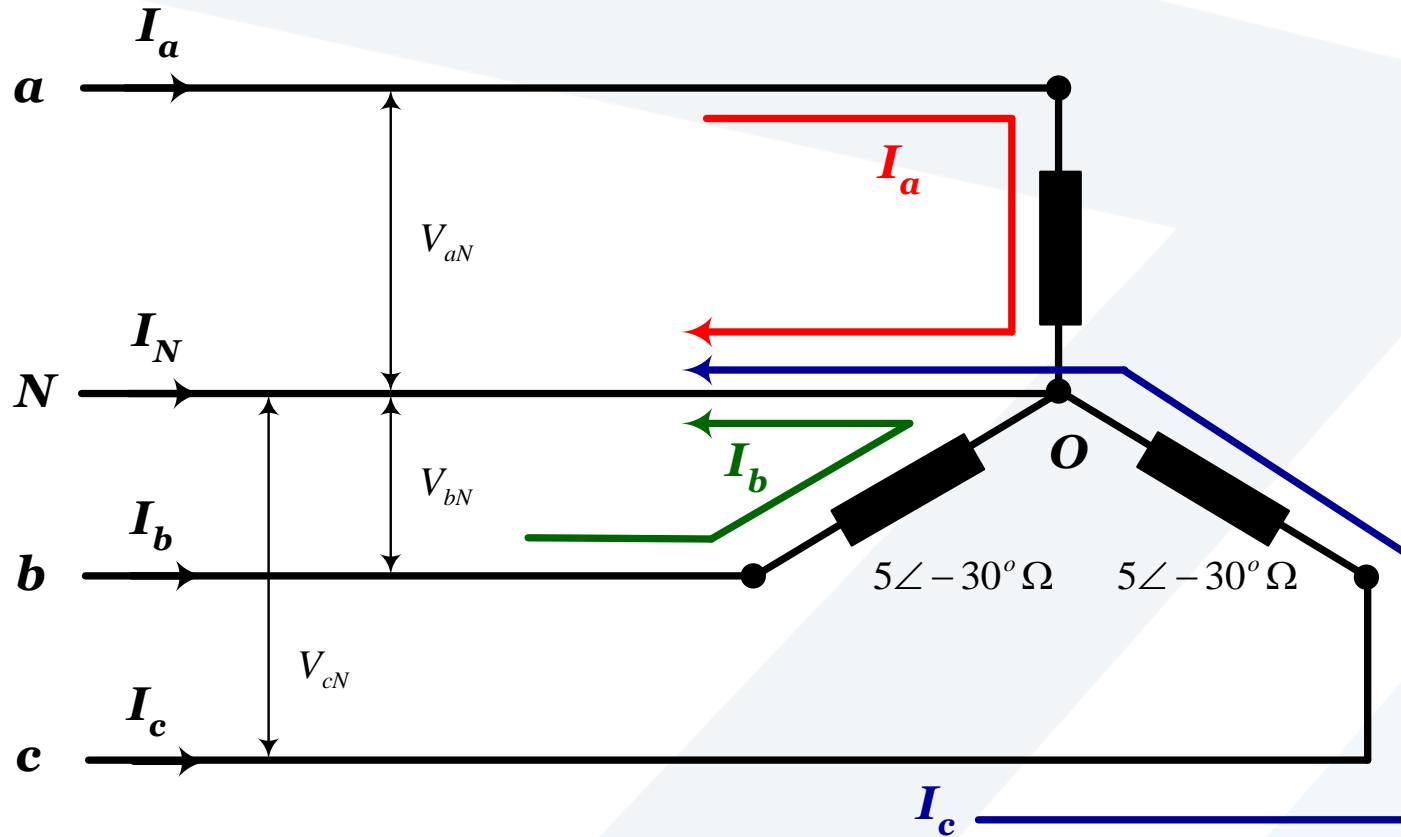
1. شبكة ثلاثية الأطوار ثلاثية
 الأسلاك جهدها 110 V وصلت
 وفق المجموعة abc بثلاث
 ممانعات متساوية $5\angle 45^\circ [\Omega]$
 وبشكل مثلثي Δ . احسب تيارات
 الفروع I_a, I_b, I_c ، ثم ارسم
 المخطط الشعاعي للجهود
 والتيارات.



2. شبكة ثلاثية الأطوار رباعية
 الأسلاك جهدها $V = 208$
 وصلت وفق المجموعة cba
 بثلاث ممانعات متساوية
 $[20 \angle -30^\circ \Omega]$ وبشكل نجمي
 Y. احسب تيارات الفروع
 (الخطوط) I_a, I_b, I_c ، ثم
 ارسم المخطط الشعاعي
 للجهود والتيارات.

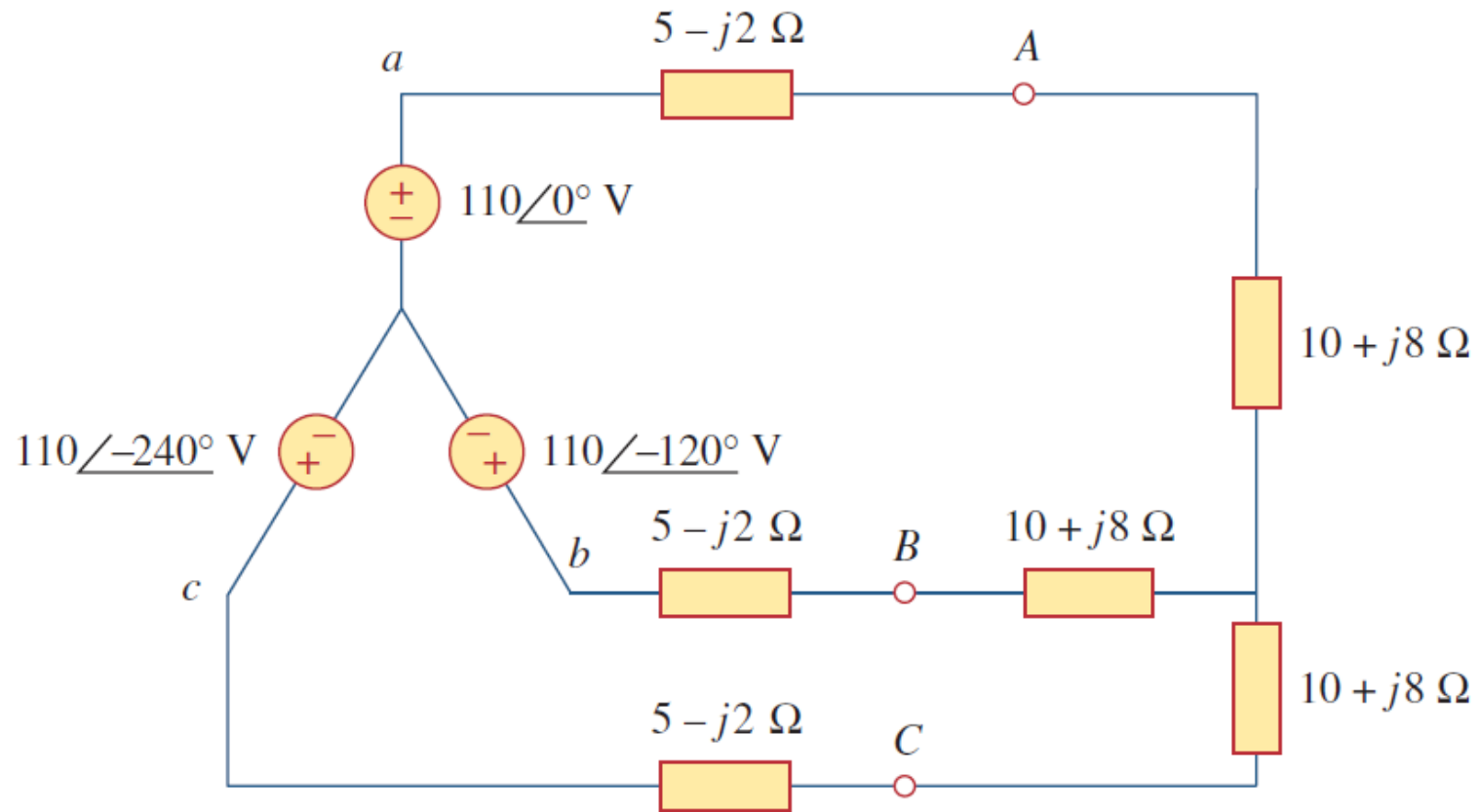


3. شبكة ثلاثية الأطوار ثلاثية الأسلاك جهدتها 100 V وصلت وفق المجموعة abc بثلاث ممانعات متساوية $20 \angle 45^\circ [\Omega]$ وبشكل مثلثي Δ . احسب تيارات الفروع I_a , I_b , I_c ، ثم ارسم المخطط الشعاعي للجهد والتيارات.



4. شبكة ثلاثية الأطوار رباعية
 الأسلاك جهدها 150 V وصلت
 وفق المجموعة cba بثلاث
 ممانعات متساوية $5\angle-30^\circ [\Omega]$
 وبشكل نجوي Y . احسب تيارات
 الفروع (الخطوط) I_a, I_b, I_c ، ثم
 ارسم المخطط الشعاعي للجهود
 والتيارات.

Calculate the line currents in the three-wire Y-Y system of Fig



A balanced abc-sequence Y-connected source with $V_{an} = 100 \angle 10^\circ \text{V}$ is connected to a Δ -connected balanced load $(8 + j4) \Omega$ per phase. Calculate the phase and line currents.

