جامعة المنارة
قسم هندسة الروبوت والأنظمة الذكية

الدارات الكهربائية 1

الدكتور المهندس
علاء الدين أحمد حسام الدين

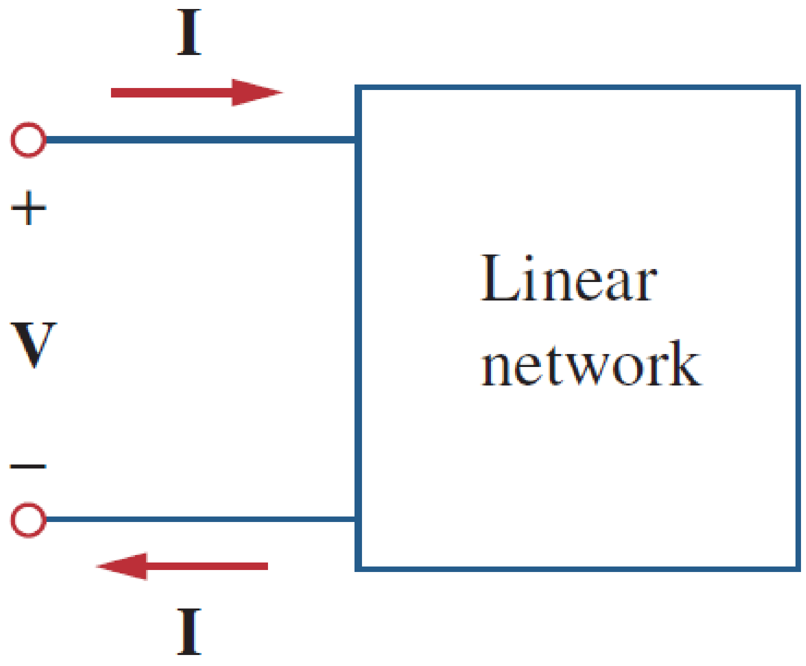
11

شبكات رباعي الأقطاب

Two-Port Networks

Introduction

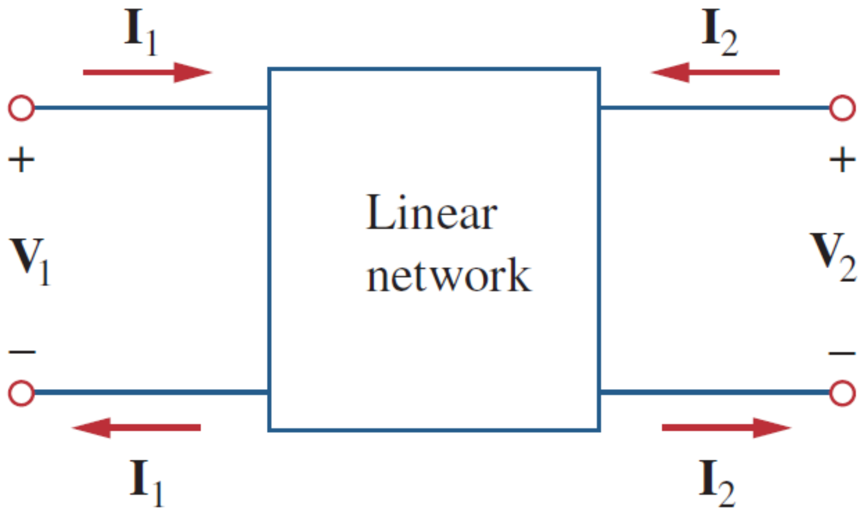
A pair of terminals through which a current may enter or leave a network is known as a port. Two-terminal devices or elements (such as resistors, capacitors, and inductors) result in one-port networks. Most of the circuits we have dealt with so far are two-terminal or one-port circuits, represented in Fig.



بعد أن عرفنا مفهوم الحالة العابرة، وبأن أي حل عام للدارة الكهربائية (تيار أو جهد) يتضمن حلين أحدهما حل دائم مستقر مع الزمن، ولاثاني عابر يتخامد إلى الصفر مع مرور الزمن، ننتقل الآن إلى موضوع آخر في الدارات الكهربائية: رباعي الأقطاب.

نطلق اسم بوابة على زوج من الأقطاب (الأطراف)، والتي يدخل التيار من خلالها إلى الشبكة أو يخرج منها، ومعظم الدارات التي تعاملنا معها حتى الآن هي دارات ثنائية الأقطاب أو أحادية البوابة (مقاومات، مكثفات، وشائع)، كما في الشكل.

We have considered the voltage across or current through a single pair of terminals—such as the two terminals of a resistor, a capacitor, or an inductor. We have also studied four-terminal or two-port circuits involving op amps, transistors, and transformers, as shown in Fig. In general, a network may have n ports. A port is an access to the network and consists of a pair of terminals; the current entering one terminal leaves through the other terminal so that the net current entering the port equals zero.



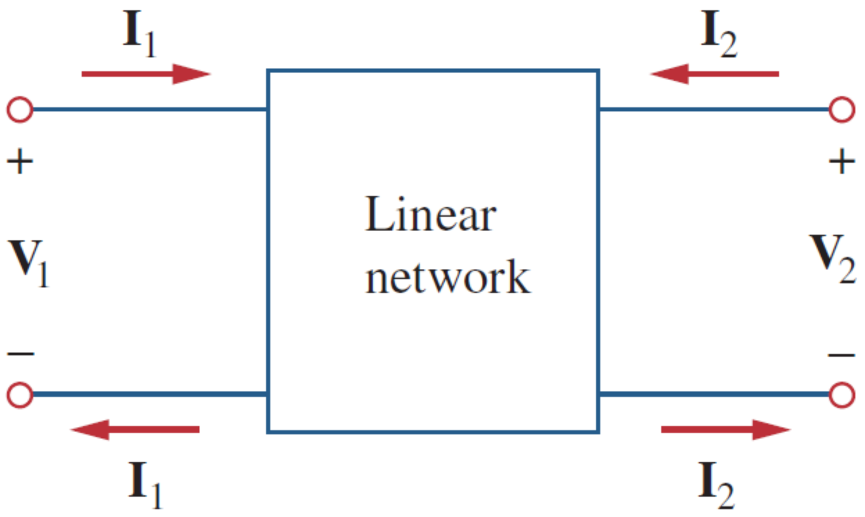
درسنا الجهد أو التيار عبر زوج واحد من الأقطاب (ثنائي الأقطاب)، وأحد أمثلة الدارات ذات الأقطاب الأربعة (ثنائيات البوابة) هي المحولات، كما في الشكل.

بشكل عام قد تملك الشبكة n بوابة، فالبوابة هي وصلة إلى الشبكة، وتتألف من زوج من الأقطاب، يدخل التيار من أحد الأقطاب، ويخرج من خلال القطب الآخر.

نعرف الشبكة ثنائية البوابة بأنها شبكة كهربائية ذات بوابتين منفصلتين إحداهما للدخل، والأخرى للخرج.

A two-port network is an electrical network with two separate ports for input and output.

Thus, a two-port network has two terminal pairs acting as access points.
As shown in Fig. 19.1(b), the current entering one terminal of a pair leaves the other terminal in the pair.
Three-terminal devices such as transistors can be configured into two-port networks.
Our study of two-port networks is for at least two reasons. First, such networks are useful in communications, control systems, power systems, and electronics. For example, they are used in electronics to model transistors and to facilitate cascaded design. Second, knowing the parameters of a two-port network enables us to treat it as a "black box" when embedded within a larger network.

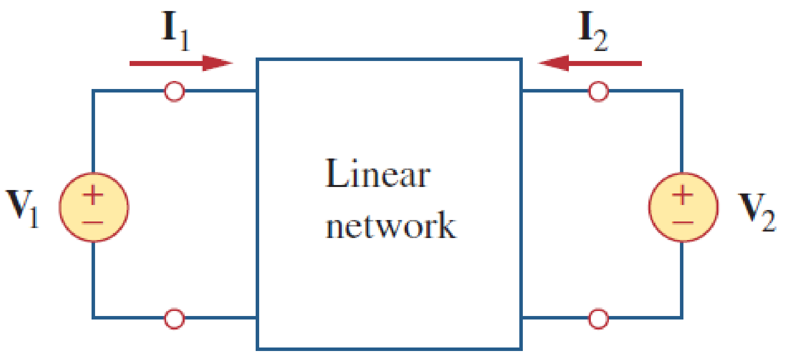


تأتي دراستنا لثنائيات البوابة لسببين: الأول لأهميتها في تطبيقات الاتصالات وأنظمة التحكم وأنظمة القدرة، وفي الإلكترونيات وعناصرها. والثاني: هو أن معرفة بارامترات ثنائية البوابة يمكننا من التعامل معها كصندوق مغلق دون أن ندخل في معرفة التفاصيل الداخلية لها. الثاني هو أن معرفة بارامترات ثنائية البوابة يمكننا من التعامل معها كصندوق مغلق دون التدخل في معرفة التفاصيل الداخلية لها.

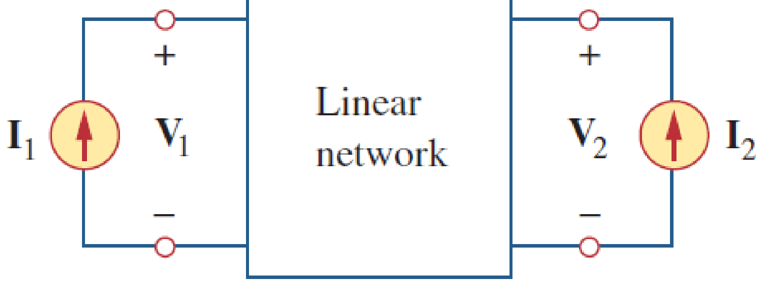
لتمييز شبكة ذات بوابتين يطلب أن نربط مقادير الأقطاب V_1, V_2, I_1, I_2. تسمى الحدود التي تربط بين التيارات والجهود (بارامترات)، وسنعمل على استنتاج ست مجموعات من هذه البارامترات.

Impedance Parameters

Impedance and admittance parameters are commonly used in the synthesis of filters. They are also useful in the design and analysis of impedance-matching networks and power distribution networks. We discuss impedance parameters in this section and admittance parameters in the next section.
A two-port network may be voltage-driven as in Fig. (a) or current-driven as in Fig. (b). From either Fig. (a) or (b), the terminal voltages can be related to the terminal currents as



(a)



(b)

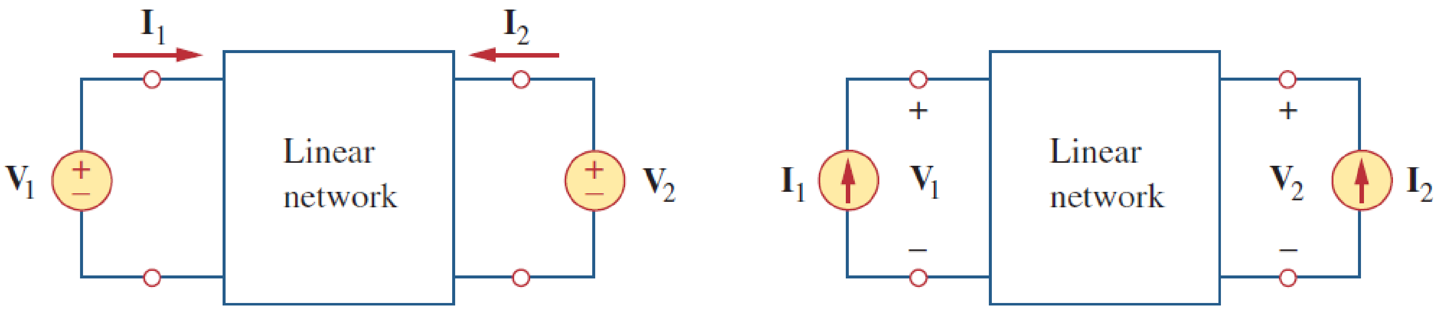
بارمترات الممانعة:

قد تكون الشبكة ثنائية البوابة مقادة بالجهد (شكل a) أو بالتيار (شكل b)،
من كلا الشكلين يمكن أن نربط جهود الأقطاب بتياراتها وفق المعادلات:

$$\begin{aligned} V_1 &= z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 &= z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (1)$$

أو بشكل مصفوفة:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



(a) (b)

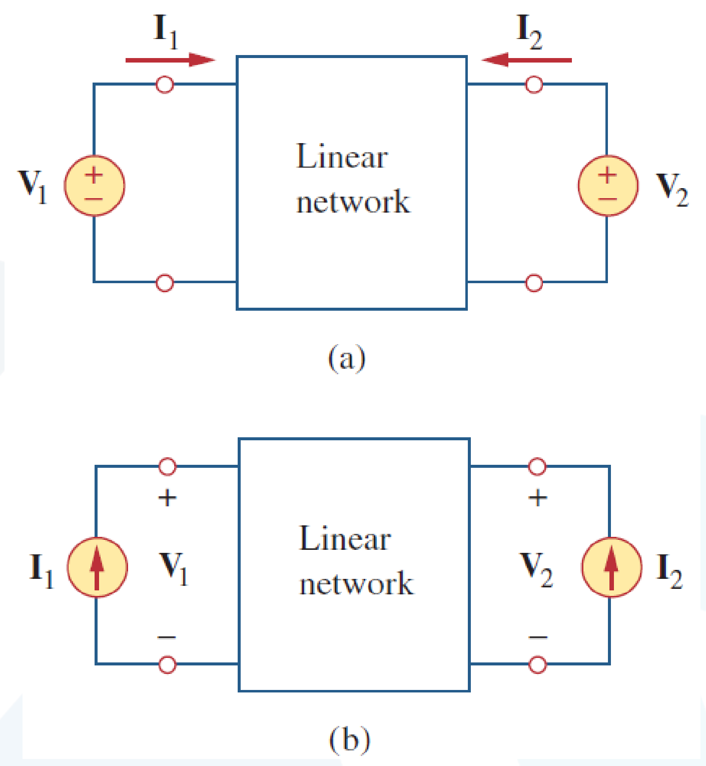
where the Z terms are called the impedance parameters, or simply z parameters, and have units of ohms. The values of the parameters can be evaluated by setting I1=0 (input port open-circuited) or I2=0 (output port open-circuited). Thus,

حيث Z بارامترات الممانعة، أو ببساطة (بارمترات Z)، وتقاس بواحدة [Ω]. ويمكن تحديد قيم الممانعة بافتراض بوابة الدخل مفتوحة (I_1=0) أو بافتراض بوابة الخرج مفتوحة (I_2=0). انطلاقاً من ذلك يكون:

$$z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}, \qquad z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

$$z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}, \qquad z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

(2)



بما أننا نحصل على (بارمترات Z) بفتح دارة بوابة الدخل أو الخرج، فإنها تسمى أيضاً بارامترات الدارة المفتوحة، حيث:

z_{11} = Open-circuit input impedance

z_{12} = Open-circuit transfer impedance from port 1 to port 2

z_{21} = Open-circuit transfer impedance from port 2 to port 1

z_{22} = Open-circuit output impedance

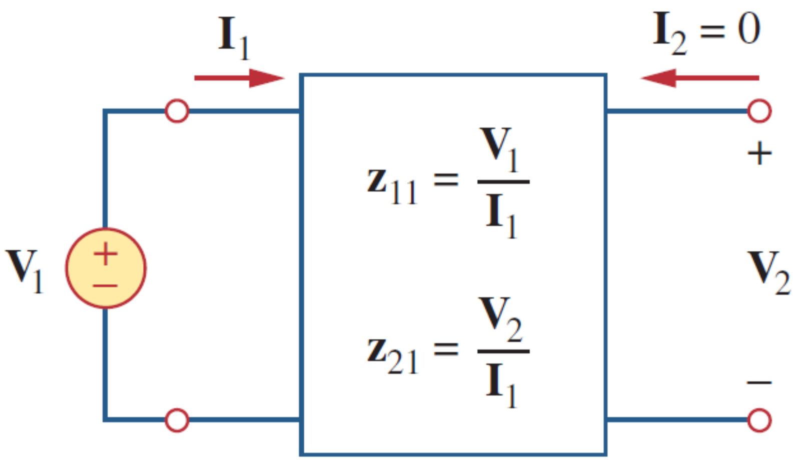
$$z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}, \qquad z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

$$z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}, \qquad z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

(2)

حسب المعادلات (2) يمكن الحصول على Z_{21} , Z_{11} بوصل منبع جهد v_1 أو منبع تيار I_1 للبوابة 1 مع فتح البوابة 2 كما في الشكل المبين (a)، ومن ثم إيجاد V_2 , I_1:

$$z_{11} = \frac{V_1}{I_1}, \qquad z_{21} = \frac{V_2}{I_1}$$



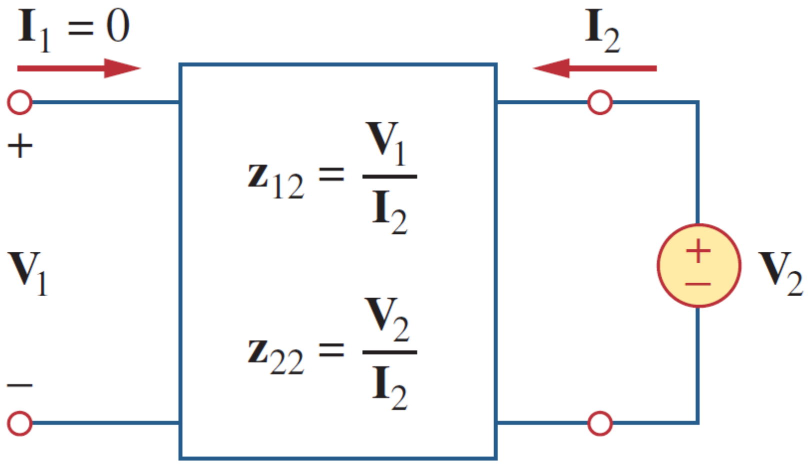
(a)

$$z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}, \qquad z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

$$z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}, \qquad z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$

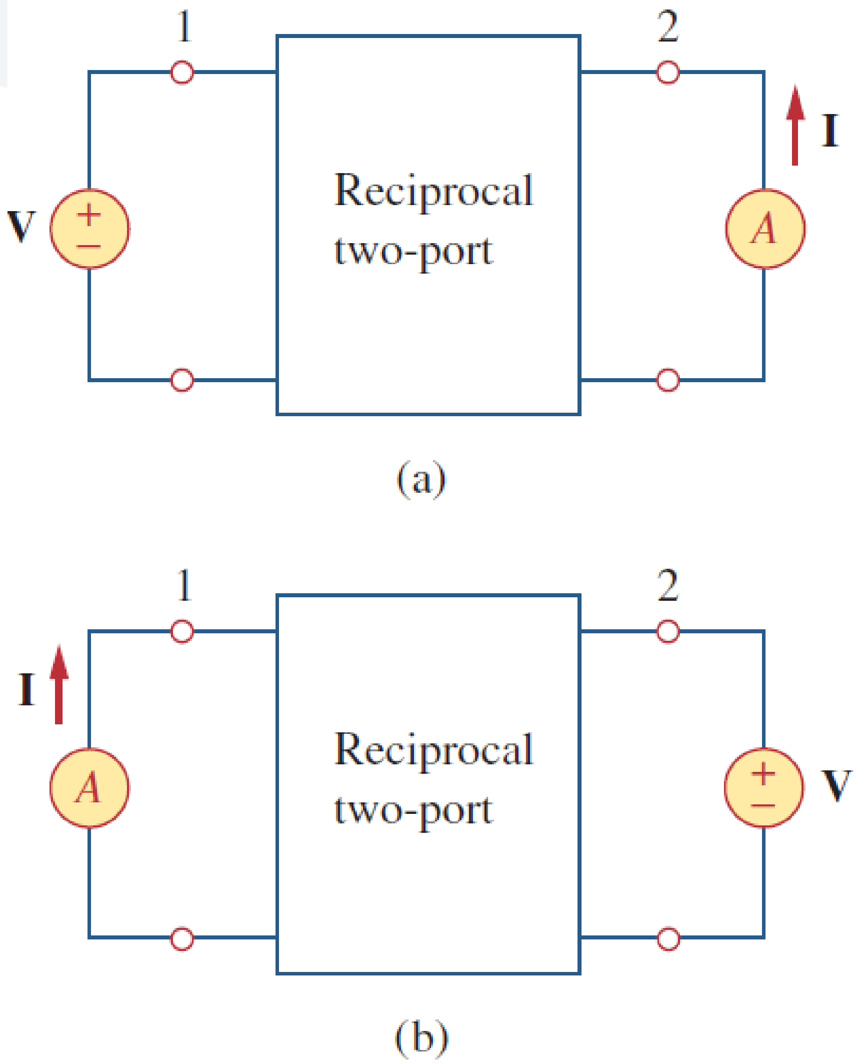
(2)

وبشكل مشابه نحصل على Z_{22} ، Z_{12} بوصل منبع جهد v_2 أو منبع تيار I_2 للبوابة 2 مع فتح البوابة 1 كما في الشكل المبين (b)، ومن ثم إيجاد V_1 ، I_2:



(b)

$$z_{12} = \frac{V_1}{I_2}, \qquad z_{22} = \frac{V_2}{I_2}$$



تعد الطريقة المذكورة وسيلة لحساب أو قياس بارامترات Z، وتسمى الشبكة ثنائية البوابة بالشبكة المتناظرة إلى كان ($Z_{11}= Z_{22}$).

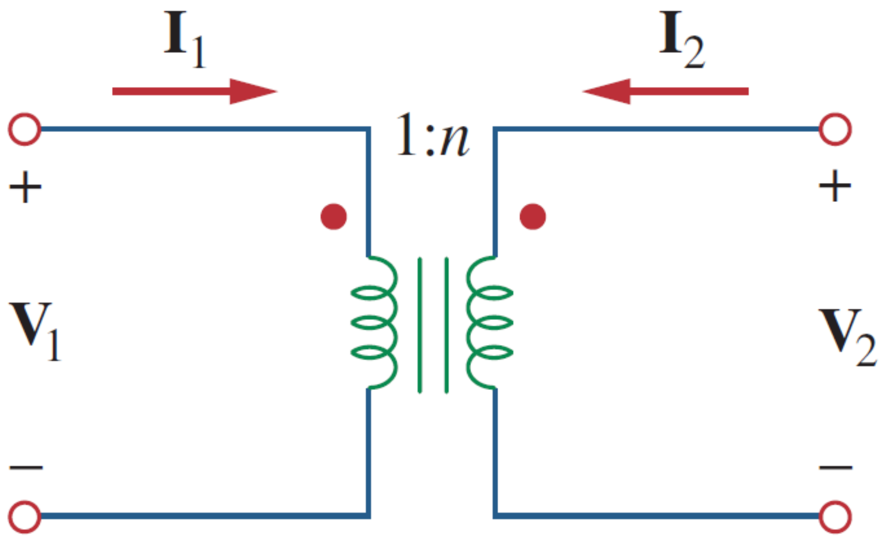
تكون ممانعات النقل متساوية ($Z_{12}= Z_{21}$) إذا كانت الشبكة ثنائية البوابة خطية، ولا تحوي منابع غير مستقلة.

نقول عن ثنائي البوابة أنه تبادلي إذا بقيت ممانعات الدخل نفسها عند التبديل بين أقطاب التغذية و أقطاب الاستجابة، كما في الشكل. فالثنائي تبادلي إذا كان تبديل منبع الجهد المثالي عند البوابة الأولى بمقياس الأمبير المثالي عند البوابة الثانية، وبقي المقياس يعطي نفس القراءة.

$$
\begin{aligned}
\mathbf{V}_1 &= \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 \\
\mathbf{V}_2 &= \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

لا بد من التنويه بأنه من أجل بعض السبكات ثنائية البوابة لا توجد بارامترات Z لأنها لا يمكن وصفها بجملة المعادلات (1)، كما في المثال التالي:

بالنسبة للمحولة المبينة بالشكل فمعادلاتها هي:

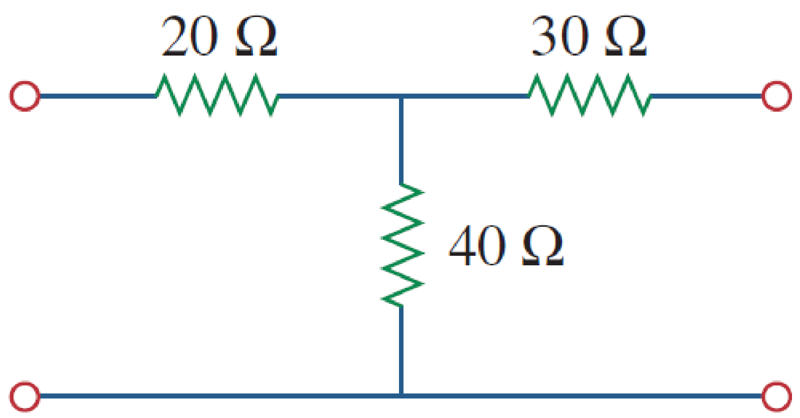


$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{n}\mathbf{V}_2, \qquad \mathbf{I}_1 = -n\mathbf{I}_2$$

نلاحظ أنه من المستحيل التعبير عن الجهود بدلالة التيارات، والعكس بالعكس، وفق جملة المعادلات (1)، وبالتالي فالمحولة المثالية لا تملك بارامترات Z.

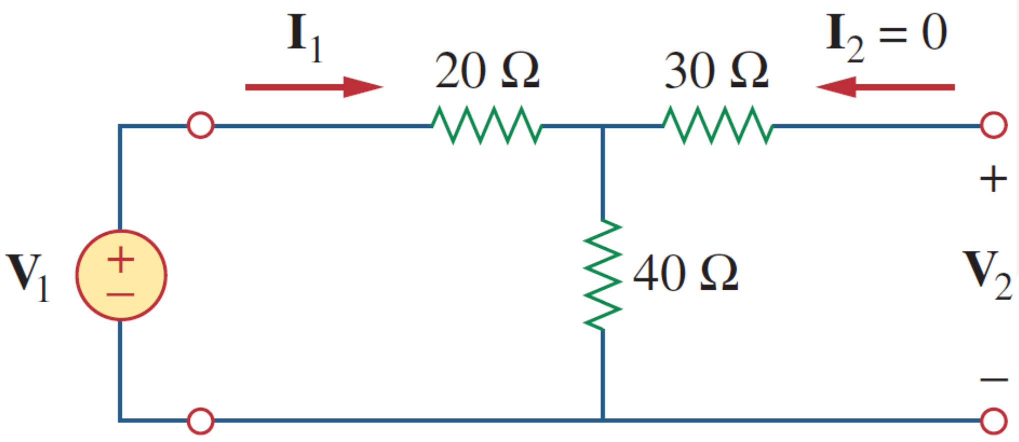
أمثلة:

1. حدد بارامترات Z للدارة المبينة بالشكل.



لتحديد Z_{11} و Z_{21} نطبق منبع جهد V_1 على بوابة الدخل ونترك بوابة الخرج مفتوحة كما في الشكل (a) عندها يكون:

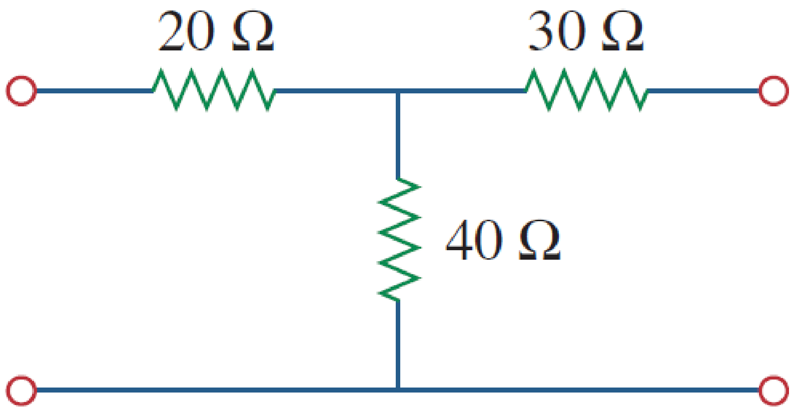
$$z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{(20 + 40)I_1}{I_1} = 60\ \Omega$$

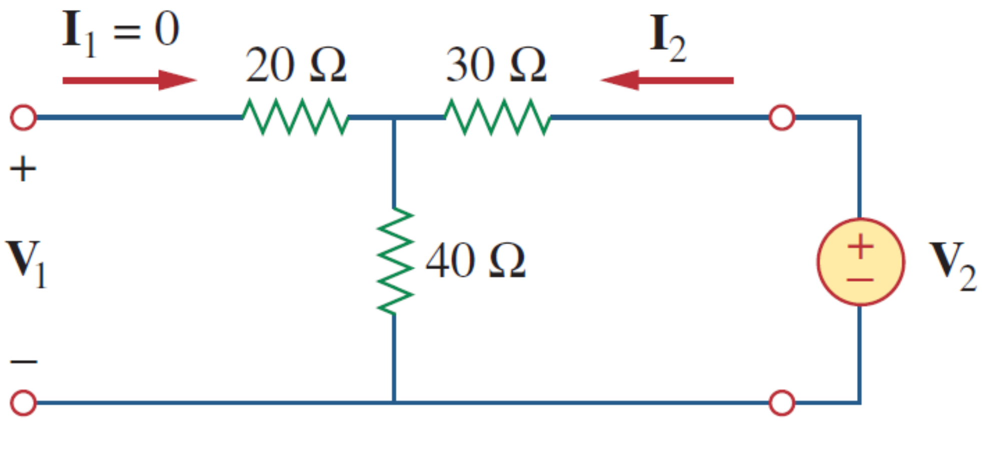


(a)

وهذا يعني أن Z_{11} هي ممانعة الدخل عند البوابة 1.

$$z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = \frac{40I_1}{I_1} = 40\ \Omega$$





(b)

أما لإيجاد Z_{12} و Z_{11} فنطبق منبع جهد V_2 على بوابة الخرج وترك بوابة الدخل مفتوحة كما في الشكل (b) عندها يكون:

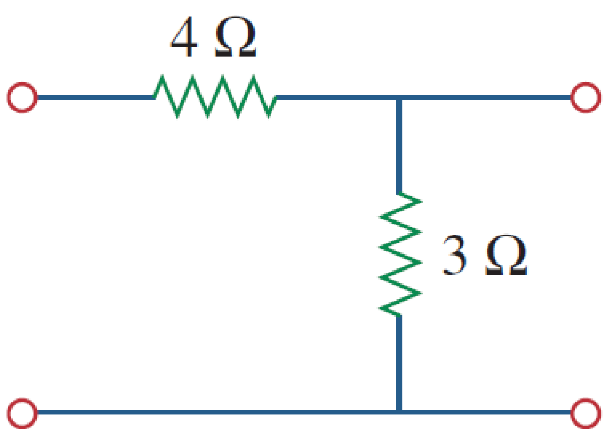
$$z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = \frac{40 I_2}{I_2} = 40\ \Omega$$

$$z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{(30 + 40) I_2}{I_2} = 70\ \Omega$$

أو

$$[z] = \begin{bmatrix} 60\ \Omega & 40\ \Omega \\ 40\ \Omega & 70\ \Omega \end{bmatrix}$$

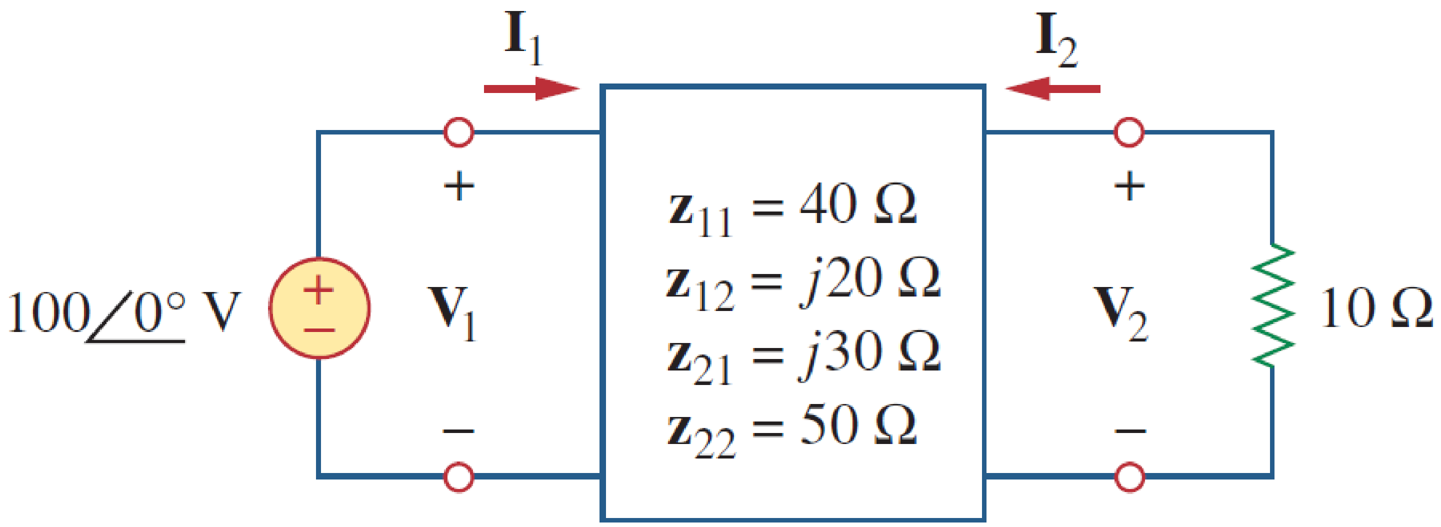
Find the z parameters of the two-port network in Fig.



Answer: $\mathbf{z}_{11} = 7\ \Omega$, $\mathbf{z}_{12} = \mathbf{z}_{21} = \mathbf{z}_{22} = 3\ \Omega$.

أمثلة:

2. أوجد I_1 و I_2 في الدارة المبينة بالشكل.



هذه ليست شبكة تبادلية، وبإمكاننا استخدام جملة المعادلات (1) مباشرة بتعويض البارمترات Z:

$$\boxed{\begin{aligned} V_1 &= z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 &= z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{aligned}}$$

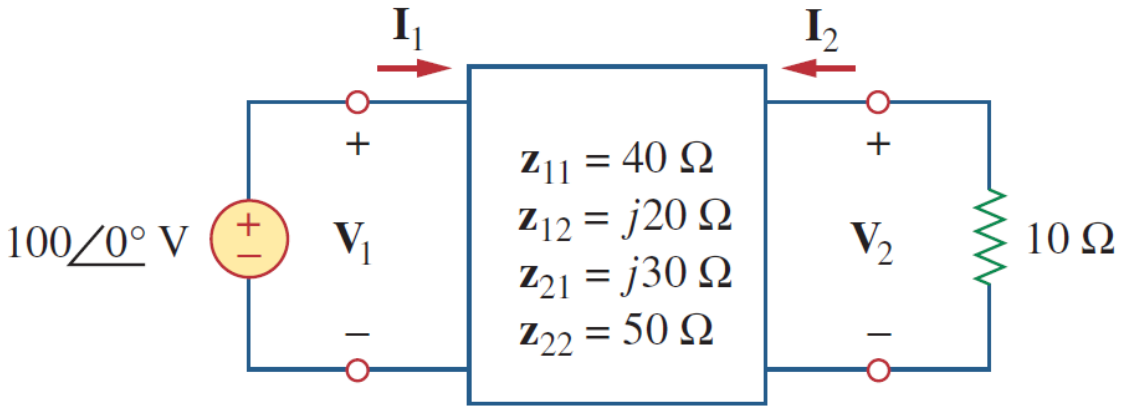
$$V_1 = 40I_1 + j20I_2$$
$$V_2 = j30I_1 + 50I_2$$

بما أننا نبحث عن I_1 و I_2 نعوض

$$V_1 = 100\angle 0°, \qquad V_2 = -10I_2$$

في معادلتي V_1 و V_2 وتصبحان:

$$100 = 40I_1 + j20I_2$$
$$-10I_2 = j30I_1 + 50I_2 \quad \Rightarrow \quad I_1 = j2I_2$$



نستخدم قيمة I_1 لحساب قيمة I_2 :

$$100 = j80\mathbf{I}_2 + j20\mathbf{I}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = \frac{100}{j100} = -j$$

ويكون:

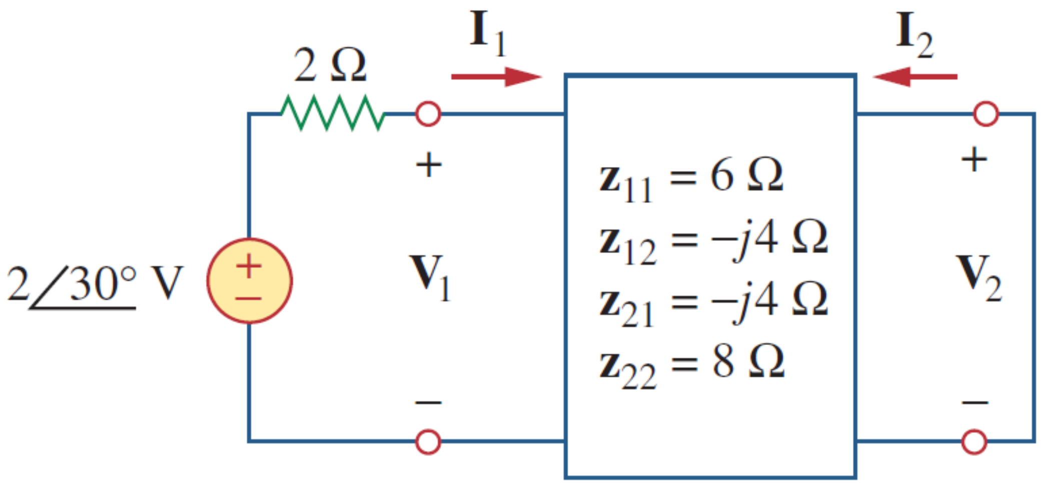
$$\mathbf{I}_1 = j2(-j) = 2\text{ A}$$

وبالتالي:

$$\mathbf{I}_1 = 2\underline{/0^\circ}\text{ A}, \qquad \mathbf{I}_2 = 1\underline{/-90^\circ}\text{ A}$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

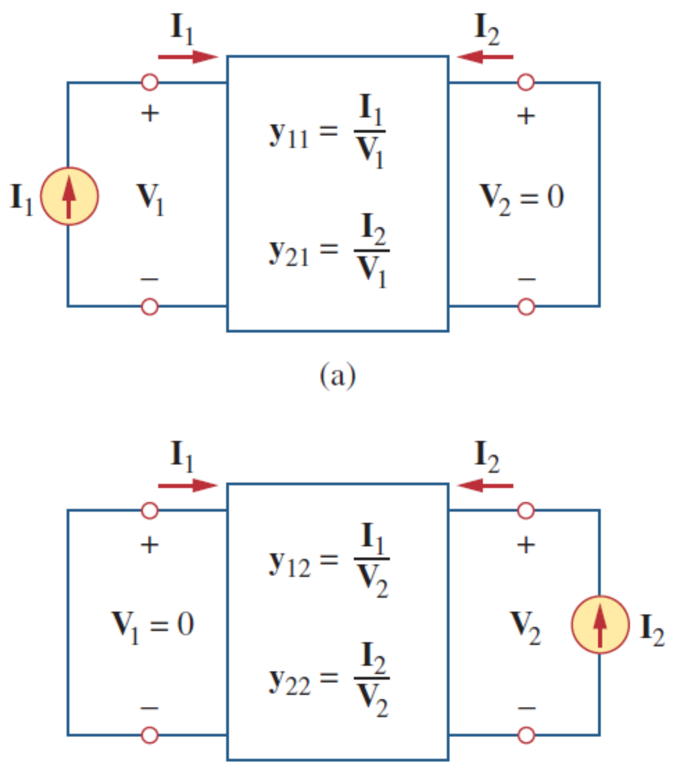
Calculate $\mathbf{I}_1$ and $\mathbf{I}_2$ in the two-port of Fig.



Answer: $200\angle 30°$ mA, $100\angle 120°$ mA.

Admittance Parameters

In the previous section we saw that impedance parameters may not exist for a two-port network. So there is a need for an alternative means of describing such a network. This need may be met by the second set of parameters, which we obtain by expressing the terminal currents in terms of the terminal voltages. In either Fig. (a) or (b), the terminal currents can be expressed in terms of the terminal voltages as



(a)

(b)

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$
$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \qquad (3)$$

أو بالصيغة المصفوفية التالية:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

بارمترات السماحية:

مما سبق نجد أنه ليس بالضرورة أن تملك الشبكة ثنائية البوابة بارمترات Z، وهنا تظهر الحاجة إلى وسائل أخرى.
لوصف مثل هذه الشبكة قد تتلاقى هذه الحاجة مع مجموعة أخرى من البارمترات والتي نحصل عليها بالتعبير عن تيارات الأطراف بدلالة جهودها. في كل من الشكل (a) و (b) يمكن التعبير عن تيارات الأطراف بدلات جهودها كما في المعادلات (3).

The terms are known as the *admittance parameters* (or, simply, y parameters) and have units of siemens. The values of the parameters can be determined by setting (input port short-circuited) or (output port short-circuited). Thus,

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\bigg|_{V_2=0}, \qquad y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

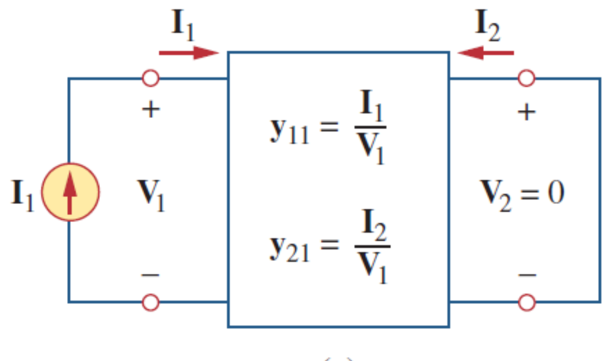
$$y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\bigg|_{V_2=0}, \qquad y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\bigg|_{V_1=0} \qquad (4)$$

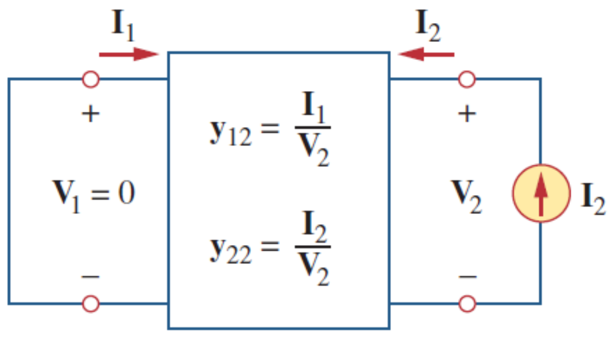
تسمى y بارامترات السماحية، أو ببساطة (بارمترات y)، وتقاس بواحدة السيمنس [S]. ويمكن تحديد هذه البارمترات بقصر بوابة الدخل ($V_1=0$) أو بقصر بوابة الخرج ($V_2=0$). انطلاقاً من ذلك يكون:

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\bigg|_{V_2=0}, \qquad y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

$$y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\bigg|_{V_2=0}, \qquad y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

(4)





بما أننا نحصل على (بارمترات y) بقصر دارة بوابة الدخل أو الخرج، فإنها تسمى أيضاً بارامترات سماحية الدارة المقصورة، حيث:

y_{11} = Short-circuit input admittance

y_{12} = Short-circuit transfer admittance from port 2 to port 1

y_{21} = Short-circuit transfer admittance from port 1 to port 2

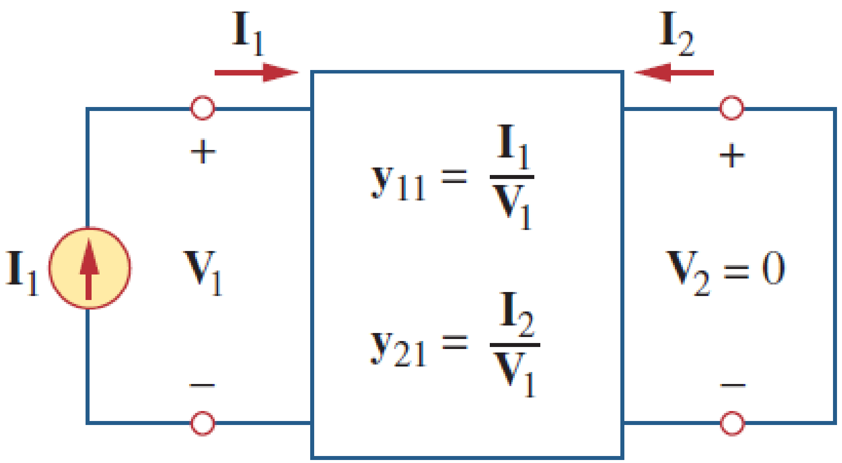
y_{22} = Short-circuit output admittance

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\bigg|_{V_2=0}, \qquad y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

$$y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\bigg|_{V_2=0}, \qquad y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\bigg|_{V_1=0} \qquad (4)$$

حسب المعادلات (3) يمكن الحصول على y_{21} ، y_{11} بوصل منبع تيار I_1 إلى البوابة 1 وقصر البوابة 2 كما في الشكل المبين (a)، ومن ثم إيجاد V_1 ، I_2:

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1}, \qquad y_{21} = \frac{I_2}{V_1}$$



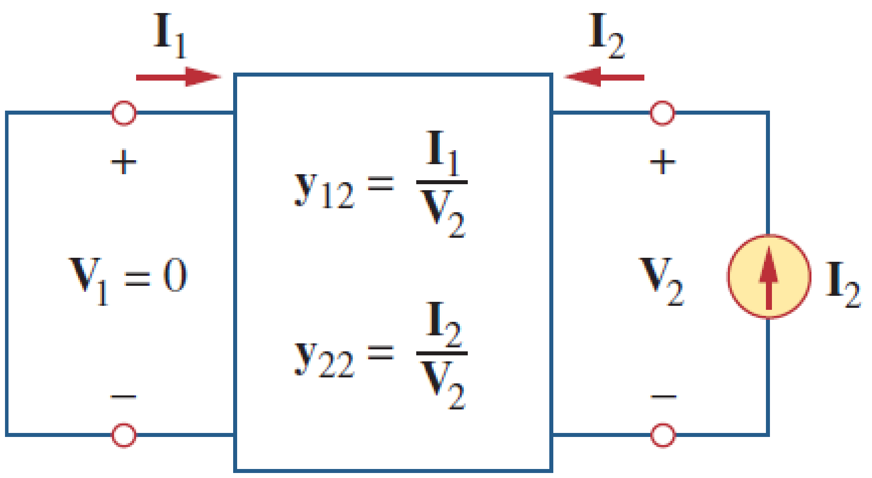
(a)

$$y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\bigg|_{V_2=0}, \qquad y_{12} = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{V_1=0}$$

$$y_{21} = \frac{I_2}{V_1}\bigg|_{V_2=0}, \qquad y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\bigg|_{V_1=0} \qquad (4)$$

وبشكل مشابه نحصل على y_{22} ، y_{12} من خلال وصل منبع التيار I_2 إلى البوابة 2 وقصر البوابة 1 كما في الشكل المبين (b)، ومن ثم إيجاد I_1 ، V_2:

$$y_{12} = \frac{I_1}{V_2}, \qquad y_{22} = \frac{I_2}{V_2}$$



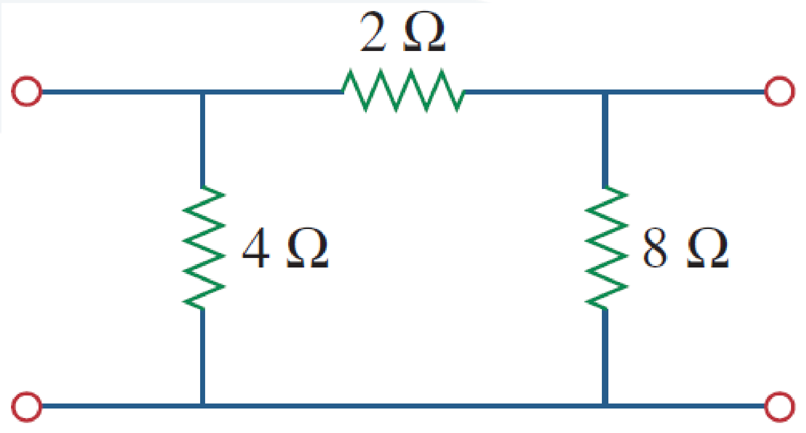
(b)

تزودنا هذه العملية بوسيلة لحساب أو قياس بارمترات y.

يشار إلى بارمترات الممانعة ولاسماحية إجمالاً ببارمترات (ممانعة-سماحية).

أمثلة:

1. حدد بارامترات y للشبكة π المبينة بالشكل.

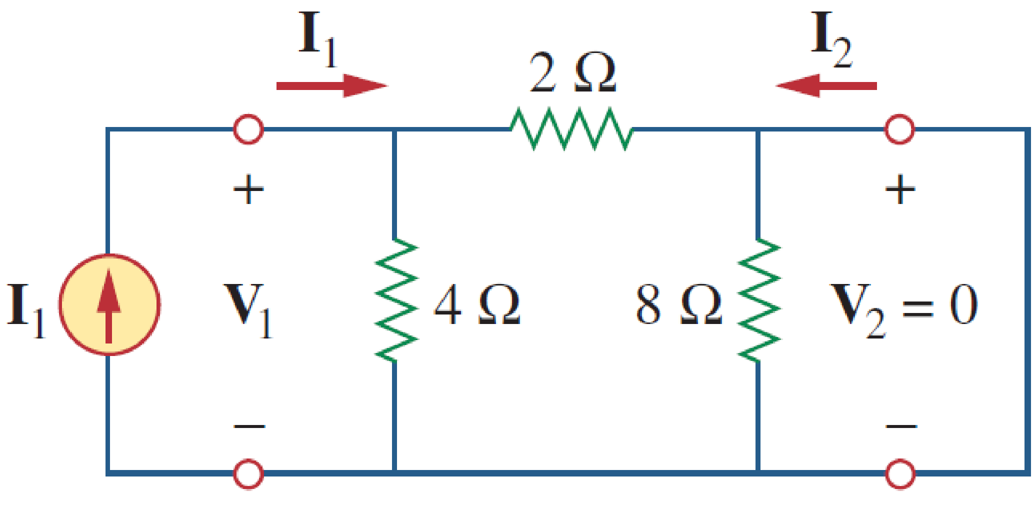


لتحديد y_{11} و y_{21} نقصر بوابة الخرج ونوصل منبع تيار I_1 إلى بوابة الدخل كما في الشكل (a). بما أن المقاومة 8Ω قد تم قصرها، تصبح المقاومة 2Ω على التفرع مع المقاومة 4Ω، لذلك:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_1(4 \parallel 2) = \frac{4}{3}\mathbf{I}_1, \qquad \mathbf{y}_{11} = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_1} = \frac{\mathbf{I}_1}{\frac{4}{3}\mathbf{I}_1} = 0.75 \text{ S}$$

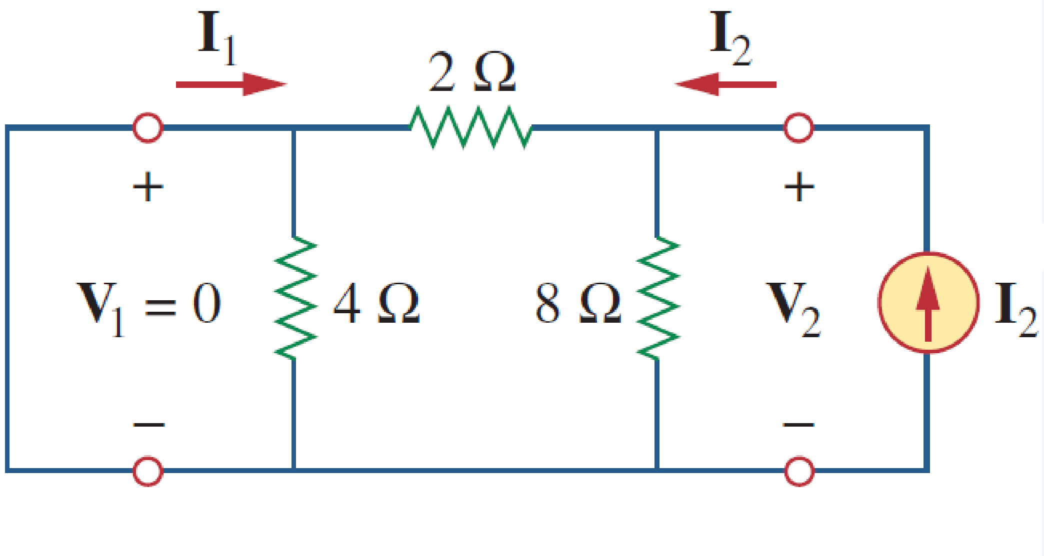
حسب قاعدة تقسيم التيار:

$$-\mathbf{I}_2 = \frac{4}{4+2}\mathbf{I}_1 = \frac{2}{3}\mathbf{I}_1, \qquad \mathbf{y}_{21} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_1} = \frac{-\frac{2}{3}\mathbf{I}_1}{\frac{4}{3}\mathbf{I}_1} = -0.5 \text{ S}$$



(a)

للحصول على y_{12} و y_{11} نقصر بوابة الدخل ونقوم بوصل منبع تيار I_2 إلى بوابة الخرج كما في الشكل (b). بما أن المقاومة 4Ω مقصورة، لذلك تصبح المقاومة 2Ω على التفرع مع المقاومة 8Ω، وبالتالي:



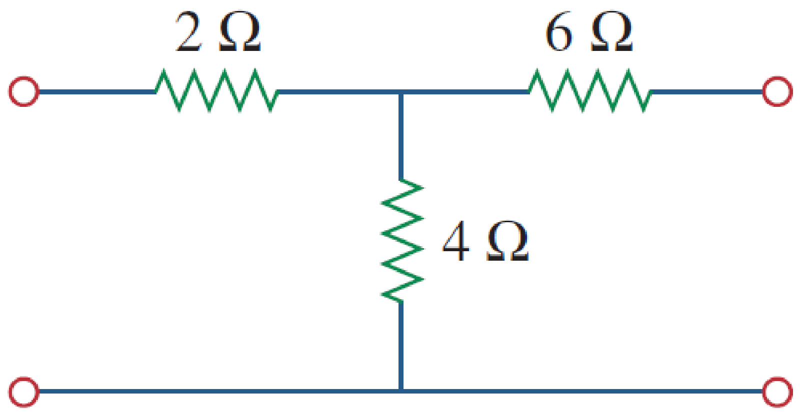
(b)

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_2(8 \parallel 2) = \frac{8}{5}\mathbf{I}_2, \qquad \mathbf{y}_{22} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_2} = \frac{\mathbf{I}_2}{\frac{8}{5}\mathbf{I}_2} = \frac{5}{8} = 0.625 \text{ S}$$

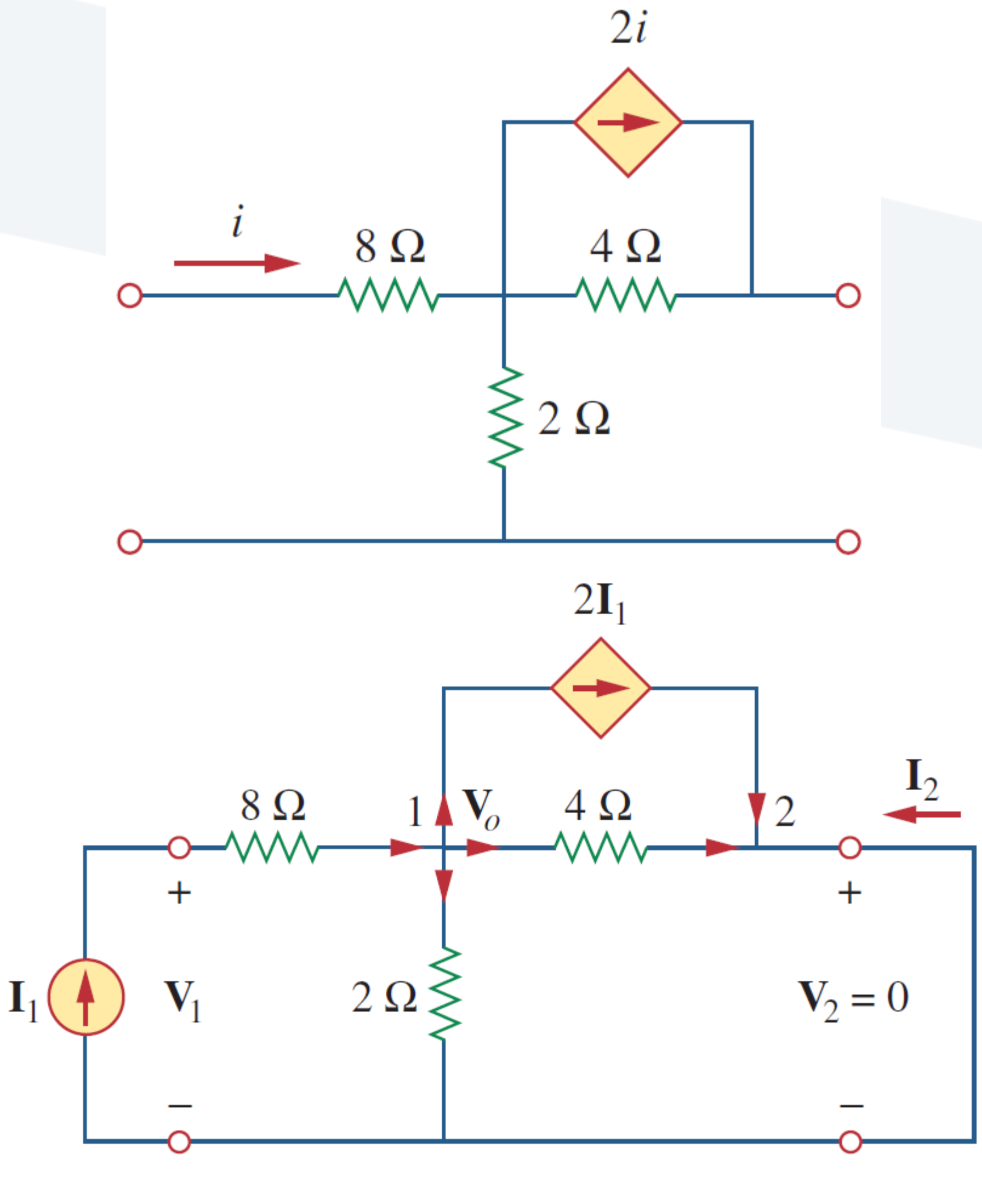
حسب قاعدة تقسيم التيار:

$$-\mathbf{I}_1 = \frac{8}{8+2}\mathbf{I}_2 = \frac{4}{5}\mathbf{I}_2, \qquad \mathbf{y}_{12} = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{-\frac{4}{5}\mathbf{I}_2}{\frac{8}{5}\mathbf{I}_2} = -0.5 \text{ S}$$

Obtain the y parameters for the T network shown in Fig.



Answer: $\mathbf{y}_{11} = 227.3$ mS, $\mathbf{y}_{12} = \mathbf{y}_{21} = -90.91$ mS, $\mathbf{y}_{22} = 136.36$ mS.



(a)

1. حدد بارامترات y من أجل ثنائي البوابة المبين بالشكل.

للحصول على y_{11} و y_{21} نقصر بوابة الخرج ونوصل منبع تيار I_1 إلى بوابة الدخل كما في الشكل (a).

عند العقدة1:

$$\frac{V_1 - V_o}{8} = 2I_1 + \frac{V_o}{2} + \frac{V_o - 0}{4}$$

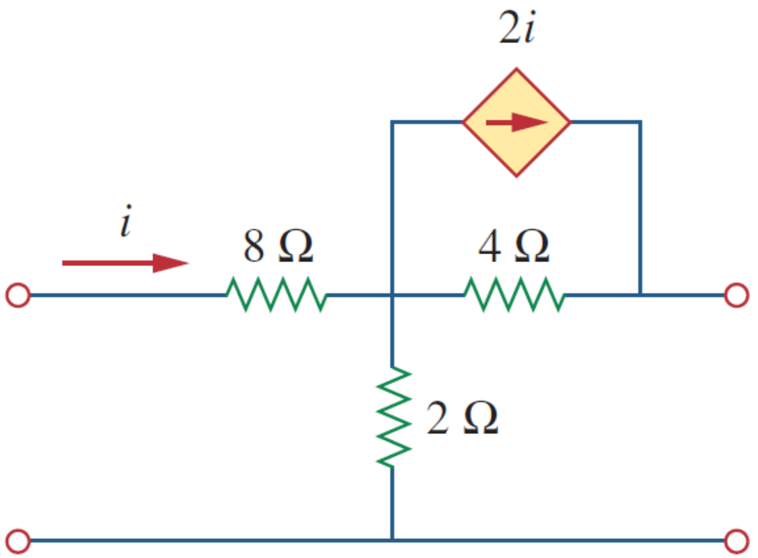
لكن:

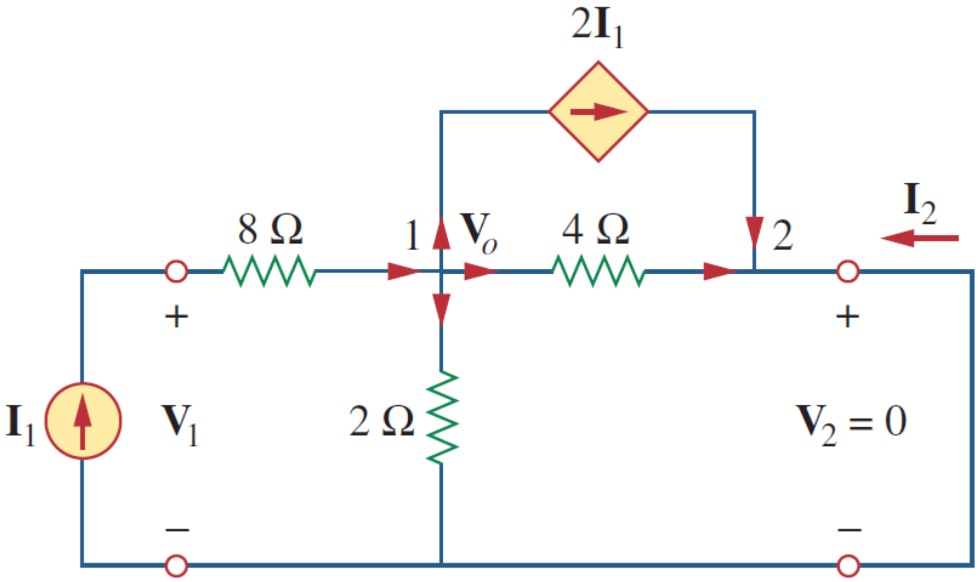
$$I_1 = \frac{V_1 - V_o}{8}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة يكون:

$$0 = \frac{V_1 - V_o}{8} + \frac{3V_o}{4}$$

$$0 = V_1 - V_o + 6V_o \quad \Rightarrow \quad V_1 = -5V_o$$





(a)

لذلك:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{-5\mathbf{V}_o - \mathbf{V}_o}{8} = -0.75\mathbf{V}_o$$

$$\mathbf{y}_{11} = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_1} = \frac{-0.75\mathbf{V}_o}{-5\mathbf{V}_o} = 0.15 \text{ S}$$

عند العقدة 2:

$$\frac{\mathbf{V}_o - 0}{4} + 2\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 0$$

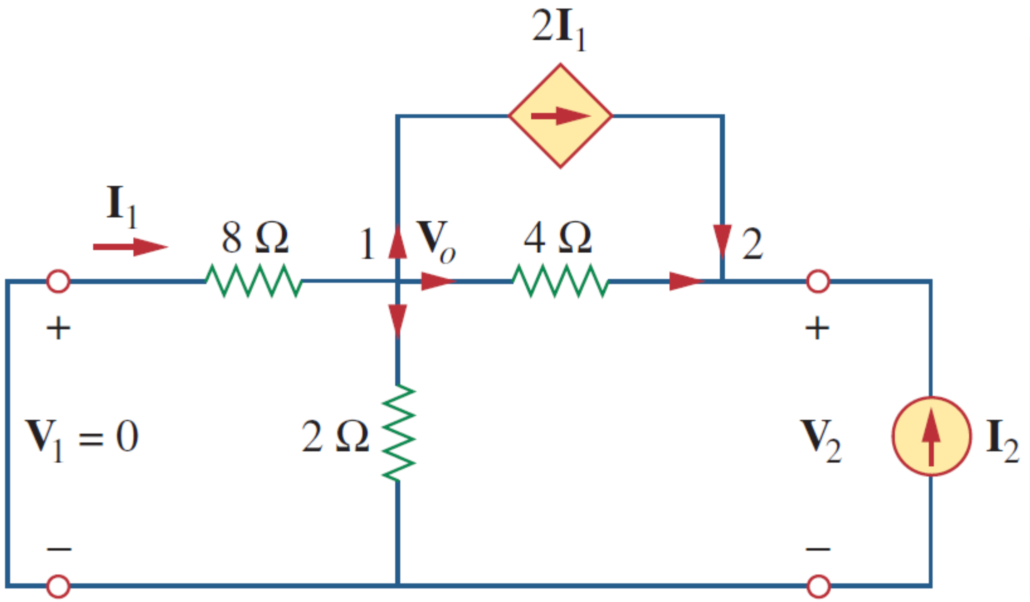
أو:

$$-\mathbf{I}_2 = 0.25\mathbf{V}_o - 1.5\mathbf{V}_o = -1.25\mathbf{V}_o$$

إذاً:

$$\mathbf{y}_{21} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_1} = \frac{1.25\mathbf{V}_o}{-5\mathbf{V}_o} = -0.25 \text{ S}$$

وبشكل مشابه نحصل على y_{22} ، y_{12} اعتماداً على الشكل المبين:



عند العقدة1:

$$\frac{0 - \mathbf{V}_o}{8} = 2\mathbf{I}_1 + \frac{\mathbf{V}_o}{2} + \frac{\mathbf{V}_o - \mathbf{V}_2}{4}$$

وبما أن: $$\mathbf{I}_1 = \frac{0 - \mathbf{V}_o}{8}$$ فإن:

$$0 = -\frac{\mathbf{V}_o}{8} + \frac{\mathbf{V}_o}{2} + \frac{\mathbf{V}_o - \mathbf{V}_2}{4}$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

أو: $$0 = -\mathbf{V}_o + 4\mathbf{V}_o + 2\mathbf{V}_o - 2\mathbf{V}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}_2 = 2.5\mathbf{V}_o$$

إذاً: $$\mathbf{y}_{12} = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{-\mathbf{V}_o/8}{2.5\mathbf{V}_o} = -0.05\text{ S}$$

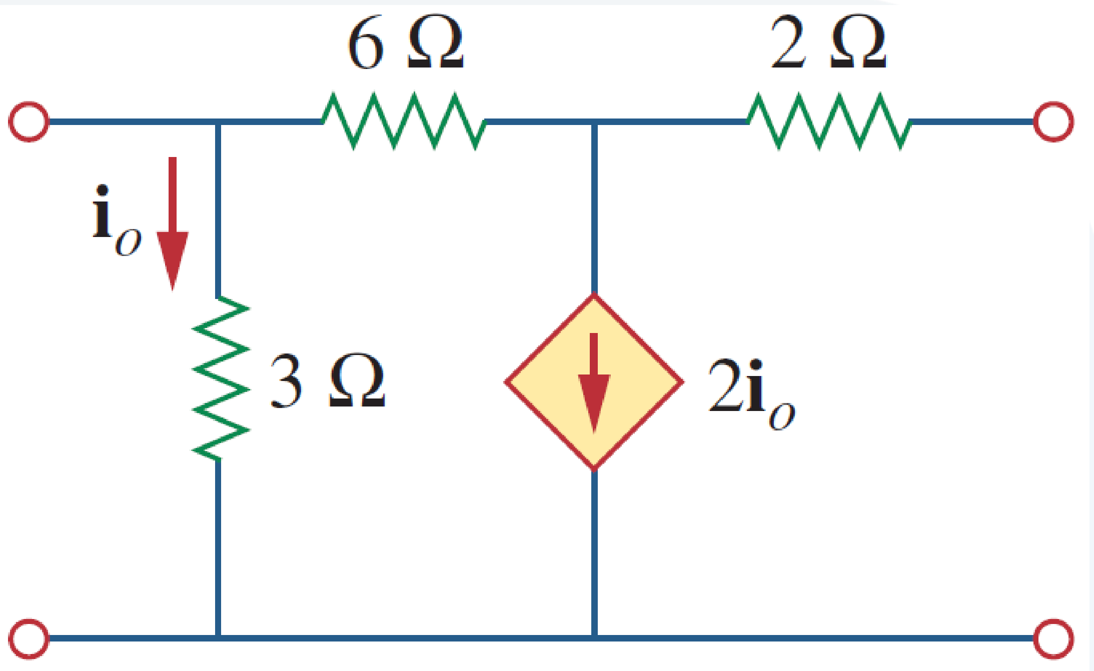
عند العقدة 2: $$\frac{\mathbf{V}_o - \mathbf{V}_2}{4} + 2\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 0$$

أو: $$-\mathbf{I}_2 = 0.25\mathbf{V}_o - \frac{1}{4}(2.5\mathbf{V}_o) - \frac{2\mathbf{V}_o}{8} = -0.625\mathbf{V}_o$$

إذاً: $$\mathbf{y}_{22} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_2} = \frac{0.625\mathbf{V}_o}{2.5\mathbf{V}_o} = 0.25\text{ S}$$

لاحظ أن $\mathbf{y}_{12} \neq \mathbf{y}_{21}$ في هذه الحالة نقول أن الشبكة تبادلية.

Obtain the y parameters for the circuit in Fig.



Answer: $\mathbf{y}_{11} = 0.625$ S, $\mathbf{y}_{12} = -0.125$ S, $\mathbf{y}_{21} = 0.375$ S, $\mathbf{y}_{22} = 0.125$ S.

Hybrid Parameters

The z and y parameters of a two-port network do not always exist. So there is a need for developing another set of parameters. This third set of parameters is based on making V_1 and I_2 the dependent variables. Thus, we obtain

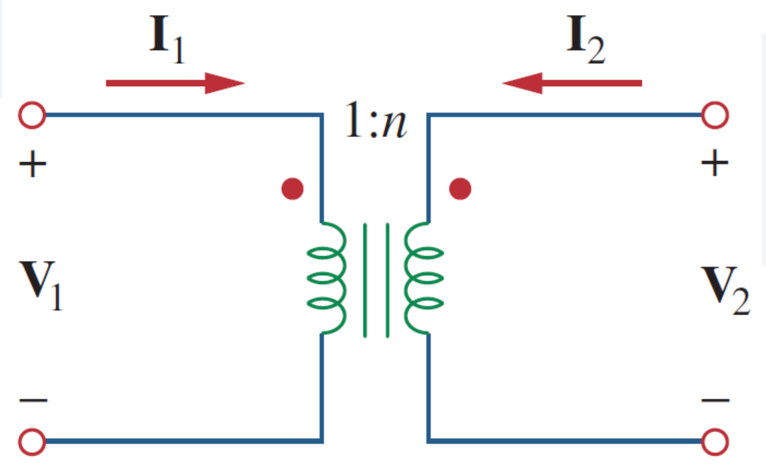
$$\begin{aligned} V_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{aligned}$$

قد لا تكون بارامترات z و y موجودة من أجل شبكة ثنائية البوابة، لذلك تبرز الحاجة لتطوير مجموعة أخرى من البارمترات تعتمد هذه المجموعة الثالثة من البارمترات على جعل V_1 و I_2 متغيرات تابعة، وبالتالي نحصل على المعادلات:

أو بالصيغة المصفوفية التالية:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

تسمى الحدود h بالبارمترات الهجينة (أو ببساطة بارامترات h) لأنها مجموعة مختلطة من النسب، وهي مفيدة جداً لوصف العناصر الإلكترونية كاترانزستورات. فقياس بامترات h لمثل هذه العناصر يكون أسهل بكثير من قياس بارمترات z و y. فالمحولة المثالية مثلاً لاتملك بارمترات z، وبالتالي يمكن وصفها من خلال البارامترات الهجينة.



تحدد البارامترات الهجينة بالشكل:

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0}, \qquad h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}, \qquad h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

تمثل البارامترات h_{21} ، h_{22} ، h_{12} ، h_{11} الآتي:

h_{11} الممانعة، h_{12} ربح الجهد ، h_{22} السماحية ، h_{21} ربح التيار. لذلك سميت بالبارمترات الهجيبنة، وبالضبط فهي:

h_{11} ممانعة دخل الدارة المقصورة.

h_{12} مقلوب ربح الجهد للدارة المفتوحة.

h_{22} سماحية خرج الدارة المفتوحة.

h_{21} ربح التيار الأمامي للدارة المقصورة.

h_{11} = Short-circuit input impedance

h_{12} = Open-circuit reverse voltage gain

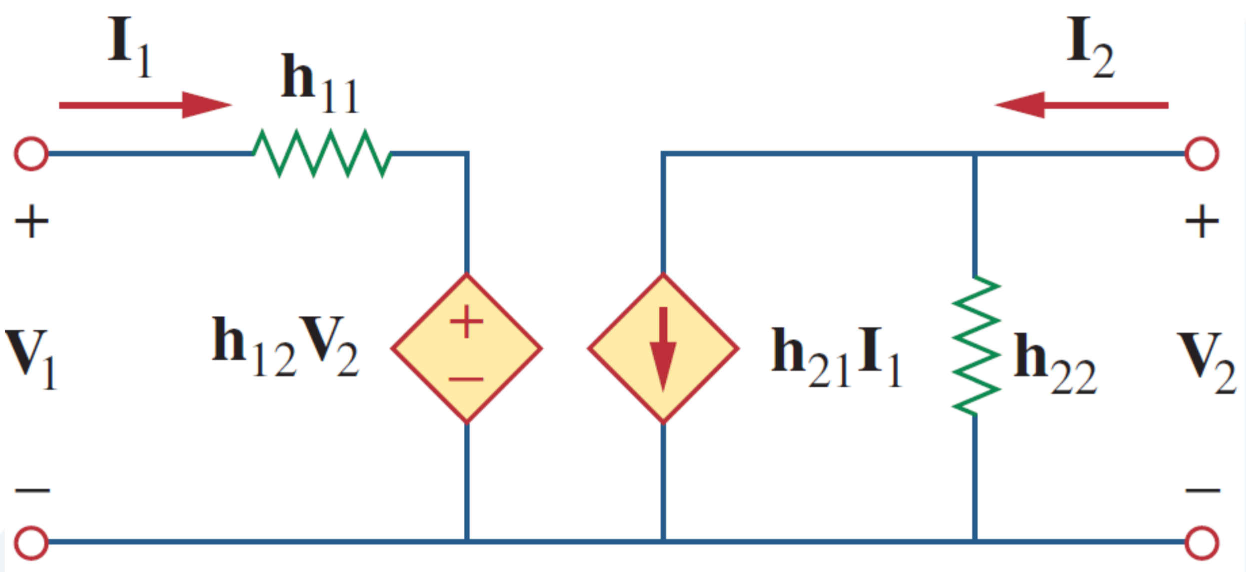
h_{21} = Short-circuit forward current gain

h_{22} = Open-circuit output admittance

يتم حساب البارامترات h بشكل مشابه لحساب البارمترات z أو البارمترات y. نطبق جهد أو تيار على البوابة المناسبة، نفتح دارة البوابة الأخرى أو نقصرها حسب البارامترات المدروسة، وننجز التحليل العادي للدارة.

من أجل الشبكات التبادلية يكون $h_{12}=h_{21}$، ويمكن إثبات ذلك بنفس طريقة إثبات أن $z_{12}=z_{21}$.

يبين الشكل النموذج الهجين لشبكة ثنائية البوابة:



هناك مجموعة بارامترات مرتبطة جداً بالبارمترات h وهي بارمترات g أو مقاليب بارمترات h وهي تستخدم لوصف التيارت والجهود الطرفية كما يلي:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \\
V_2 &= g_{21}V_1 + g_{22}I_2
\end{aligned}
$$

أو بالصيغة المصفوفية التالية:

$$
\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [g] \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}
$$

وتحدد قيم البارمترات g كما يلي:

$$g_{11} = \frac{I_1}{V_1}\bigg|_{I_2=0}, \qquad g_{12} = \frac{I_1}{I_2}\bigg|_{V_1=0}$$

$$g_{21} = \frac{V_2}{V_1}\bigg|_{I_2=0}, \qquad g_{22} = \frac{V_2}{I_2}\bigg|_{V_1=0}$$

وتعبر البارامترات الهجينة المقلوبة عن:

g_{11} سماحية دخل الدارة المفتوحة.

g_{12} مقلوب ربح تيار الدارة المقصورة.

g_{22} ممانعة خرج الدارة المقصورة.

g_{21} مقلوب ربح جهد الدارة المفتوحة.

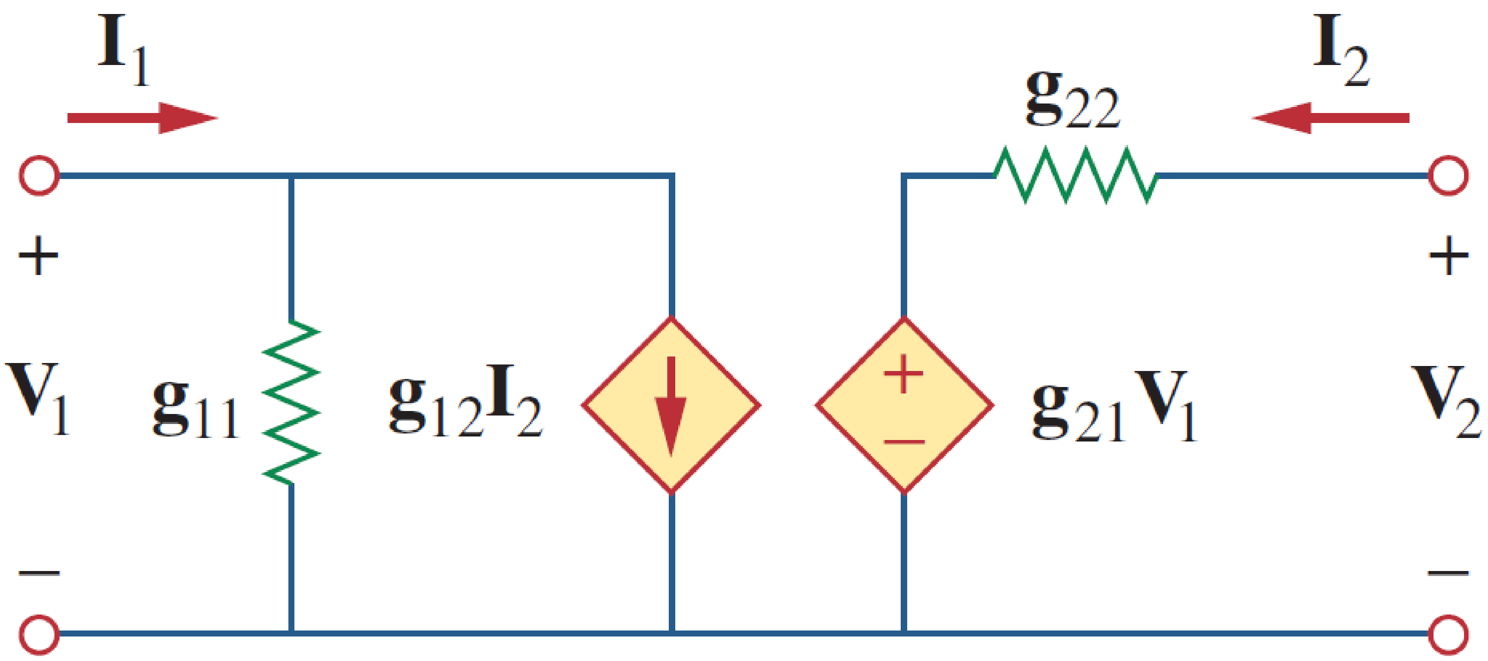
g_{11} = Open-circuit input admittance

g_{12} = Short-circuit reverse current gain

g_{21} = Open-circuit forward voltage gain

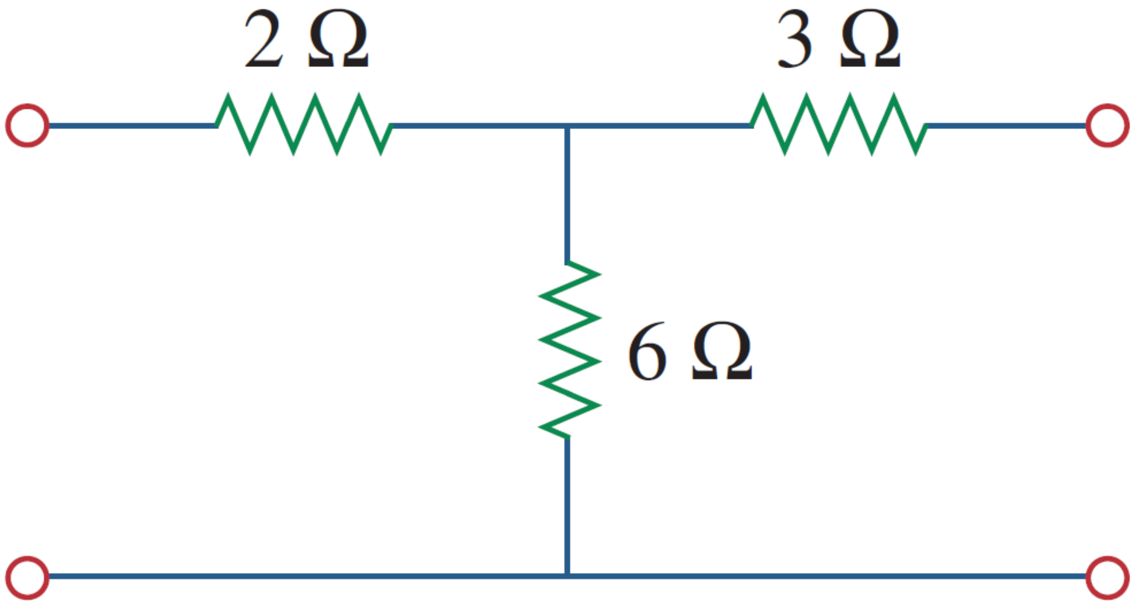
g_{22} = Short-circuit output impedance

يبين الشكل النموذج الهجين المقلوب لشبكة ثنائية البوابة:

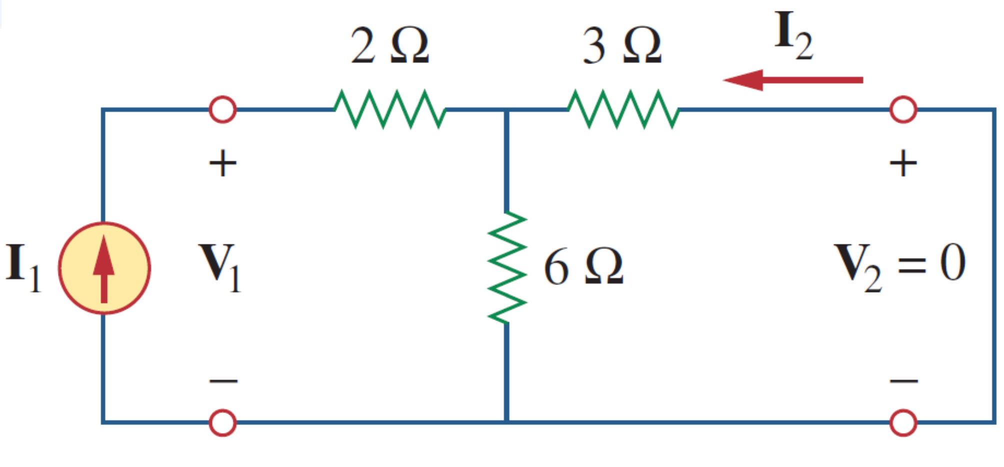


Find the hybrid parameters for the two-port network of Fig.

أوجد البارمترات الهجينة للشبكة ثنائية البوابة المبينة بالشكل.



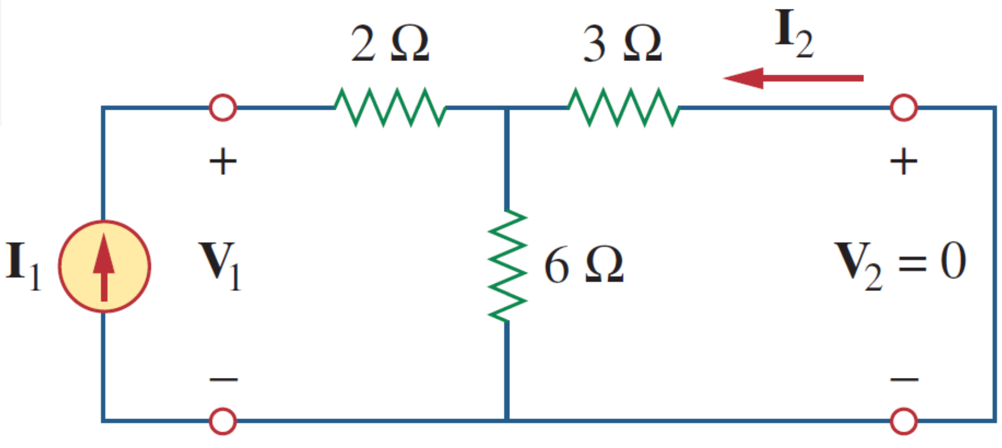
لإيجاد h_{21} ، h_{11} نقصر بوابة الخرج، ونقوم بوصل منبع تيار I_1 إلى بوابة الخرج كما في الشكل (a).



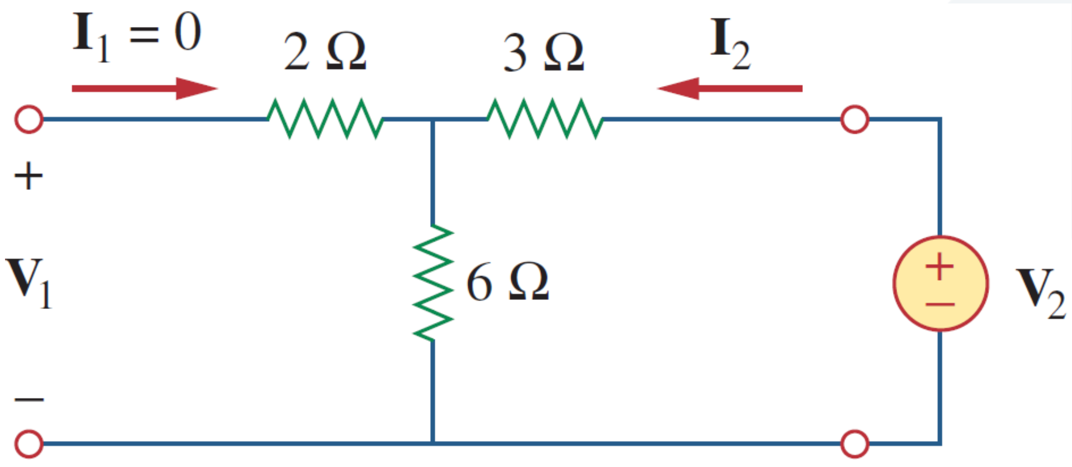
(a)

$$V_1 = I_1(2 + 3 \parallel 6) = 4I_1$$

$$\Rightarrow \quad h_{11} = \frac{V_1}{I_1} = 4\ \Omega$$



(a)



(b)

وبتطبيق قاعدة مقسم التيارعلى الدارة نجد:

$$-I_2 = \frac{6}{6+3} I_1 = \frac{2}{3} I_1 \Rightarrow h_{21} = \frac{I_2}{I_1} = -\frac{2}{3}$$

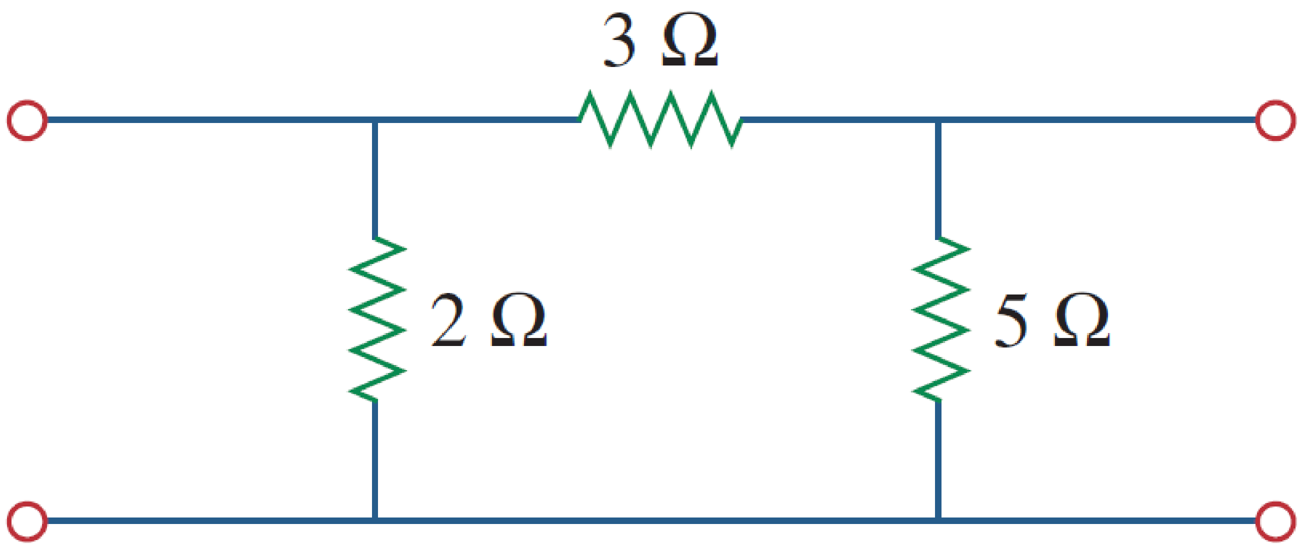
لإيجاد h_{12} ، h_{22} نفتح بوابة الدخل، ونقوم بوصل منبع جهد V_2 إلى بوابة الخرج كما في الشكل (b). وبتطبيق قاعدة مقسم الجهد نجد:

$$V_1 = \frac{6}{6+3} V_2 = \frac{2}{3} V_2 \Rightarrow h_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$$

أيضاً:

$$V_2 = (3+6) I_2 = 9 I_2 \Rightarrow h_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{9} S$$

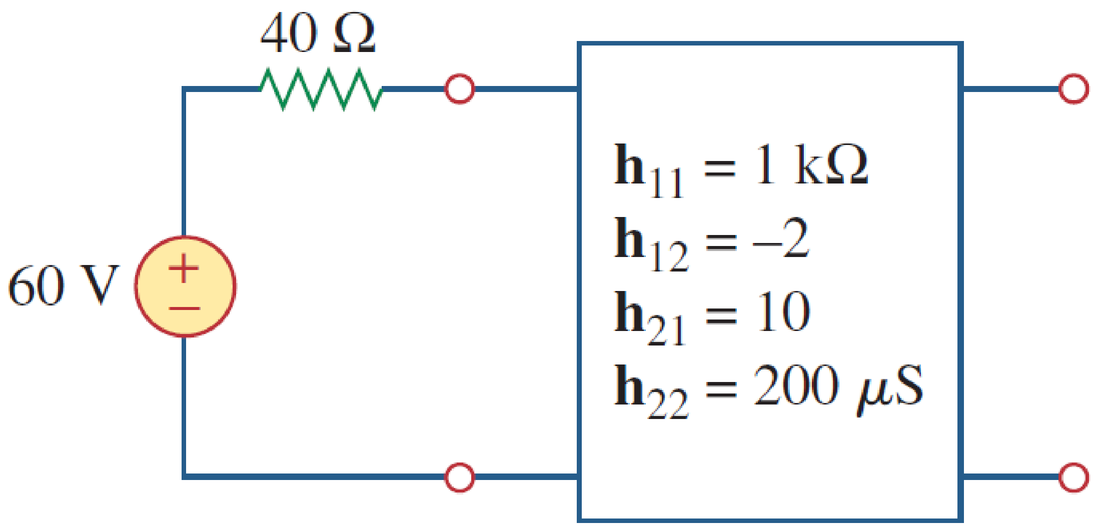
Determine the h parameters for the circuit in Fig.



Answer: $\mathbf{h}_{11} = 1.2\ \Omega$, $\mathbf{h}_{12} = 0.4$, $\mathbf{h}_{21} = -0.4$, $\mathbf{h}_{22} = 400$ mS.

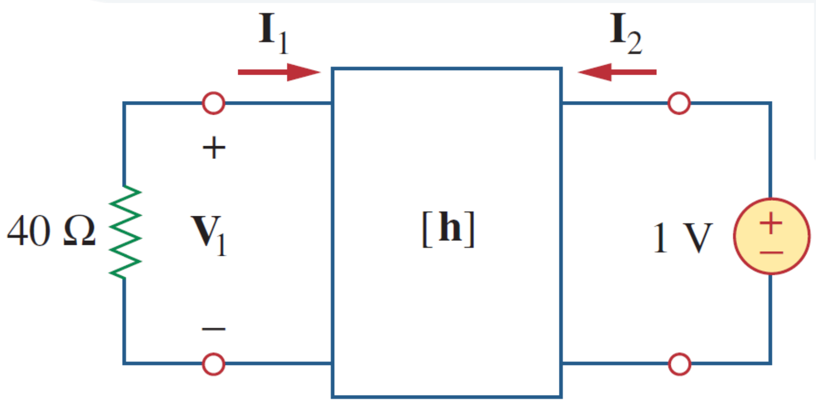
حدد مكافئ ثيفينين لبوابة الخرج في الدارة المبينة بالشكل

Determine the Thevenin equivalent at the output port of the circuit in Fig.



لإيجاد Z_{Th} ، V_{Th} نطبق الطريقة العادية، مع تذكر صيغ ارتباط بوابات الدخل والخرج للنموذج h .

للحصول على Z_{Th} نحذف منبع الجهد 60V عند بوابة الدخل ونطبق منبع جهد 1V عند بوابة الخرج كما في الشكل (a):



(a)

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

ولكن: $V_2 = 1$ و $V_1 = -40I_1$ وبالتعويض فى المعادلتين السابقتين يكون:

$$-40I_1 = h_{11}I_1 + h_{12} \quad \Rightarrow \quad I_1 = -\frac{h_{12}}{40 + h_{11}}$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}$$

نعوض قيمة (I_1) في معادلة (I_2) فنحصل على:

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_{22} - \frac{\mathbf{h}_{21}\mathbf{h}_{12}}{\mathbf{h}_{11} + 40} = \frac{\mathbf{h}_{11}\mathbf{h}_{22} - \mathbf{h}_{21}\mathbf{h}_{12} + \mathbf{h}_{22}40}{\mathbf{h}_{11} + 40}$$

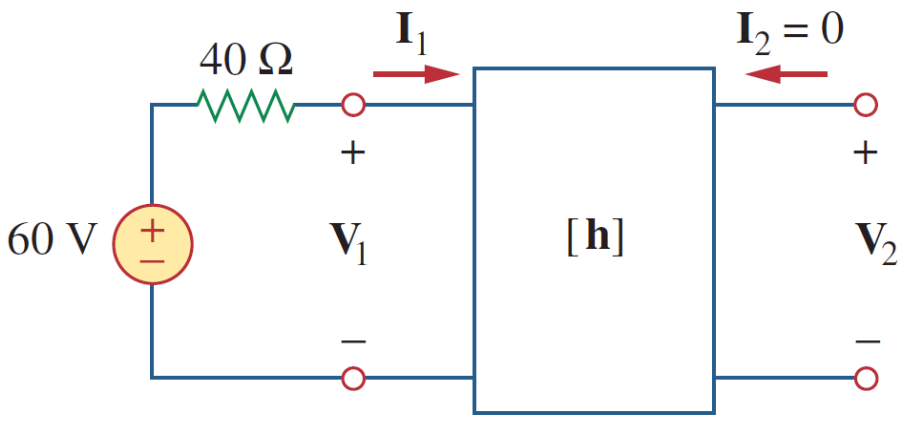
وبالتالي:

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{Th}} = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2} = \frac{1}{\mathbf{I}_2} = \frac{\mathbf{h}_{11} + 40}{\mathbf{h}_{11}\mathbf{h}_{22} - \mathbf{h}_{21}\mathbf{h}_{12} + \mathbf{h}_{22}40}$$

نعوض قيم البارامترات h:

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{Th}} = \frac{1000 + 40}{10^3 \times 200 \times 10^{-6} + 20 + 40 \times 200 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{1040}{20.21} = 51.46\ \Omega$$



(b)

للحصول على V_{Th} نوجد جهد الدارة المفتوحة V_2 في الشكل (b). عند بوابة الدخل:

$$-60 + 40\mathbf{I}_1 + \mathbf{V}_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}_1 = 60 - 40\mathbf{I}_1$$

عند الخرج: $\mathbf{I}_2 = 0$

نعوض هاتين المعادلتين في جملة المعادلات الأساسية، فنحصل على:

$$60 - 40\mathbf{I}_1 = \mathbf{h}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{V}_2$$

أو:

$$60 = (\mathbf{h}_{11} + 40)\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{V}_2 \quad *$$

ويكون:

$$0 = \mathbf{h}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{22}\mathbf{V}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_1 = -\frac{\mathbf{h}_{22}}{\mathbf{h}_{21}}\mathbf{V}_2$$

نعوض قيمة I_1 في المعادلة (*)، فنحصل على:

$$60 = \left[-(\mathbf{h}_{11} + 40)\frac{\mathbf{h}_{22}}{\mathbf{h}_{21}} + \mathbf{h}_{12} \right] \mathbf{V}_2$$

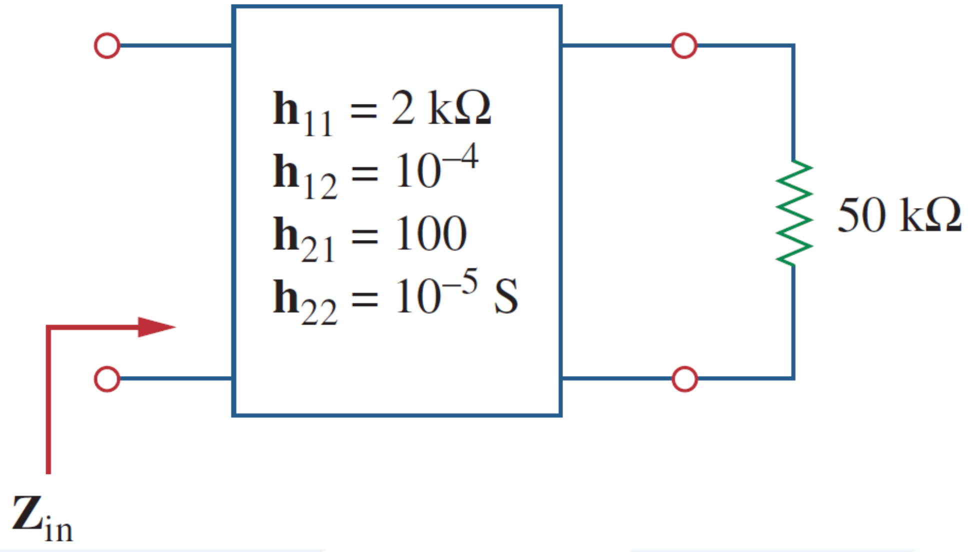
وبالتالي يكون جهد ثيفينين:

$$\mathbf{V}_{\text{Th}} = \mathbf{V}_2 = \frac{60}{-(\mathbf{h}_{11} + 40)\mathbf{h}_{22}/\mathbf{h}_{21} + \mathbf{h}_{12}} = \frac{60\mathbf{h}_{21}}{\mathbf{h}_{12}\mathbf{h}_{21} - \mathbf{h}_{11}\mathbf{h}_{22} - 40\mathbf{h}_{22}}$$

نعوض قيم البارامترات h:

$$\mathbf{V}_{\text{Th}} = \frac{60 \times 10}{-20.21} = -29.69 \text{ V}$$

Find the impedance at the input port of the circuit in Fig.



Answer: 1.6667 kΩ.

Hybrid Parameters

The z and y parameters of a two-port network do not always exist. So there is a need for developing another set of parameters. This third set of parameters is based on making V_1 and I_2 the dependent variables. Thus, we obtain

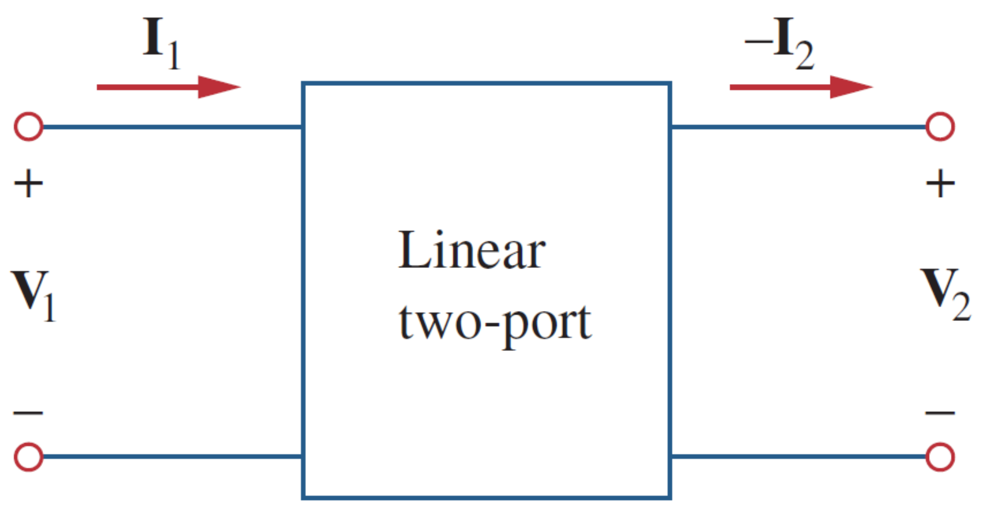
بارامترات النقل:

بما أنه لا توجد شروط على اعتبار أي من الجهود والتيارات الطرفية مستقلة وأي منها متحولات تابعة نتوقع أن نكون قادرين على توليد مجموعة من البارامترات تربط المتحولات عند بوابة الدخل بتلك الموجودة عند بوابة الخرج:

$$\boxed{\begin{aligned} V_1 &= AV_2 - BI_2 \\ I_1 &= CV_2 - DI_2 \end{aligned}}$$

أوبالصيغة المصفوفية التالية:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$



جملة المعادلات السابقة تربط متغيرات الدخل (V_1 , I_1) مع متغيرات الخرج $(V_2, -I_2)$، مع ملاحظة أنه في حساب بارمترات النقل نستخدم $-I_2$ بدلاً من I_2، كون التيار يخرج من شبكة ثنائي البوابة كما هو مبين في الشكل، بما يتعاكس مع حالة الدخول إلى الشبكة، ويتم ذلك بشكل مجرد لأسباب مناسبة، فعند وصل بوابتين (بوابة الدخل وبوابة الخرج)، فإنه من المنطق اعتبار I_2 خارجاً من ثنائي البووابةومن المألوف في المجالات الصناعية اعتبار I_2 خارجاً من ثنائي البوابة.

تقدم بارمترات ثنائي البوابة في جملة المعادلات السابقة قياساً لكيفية نقل الدارة للجهد والتيار من المنبع إلى الحمل، وهي مفيدة في تحليل خطوط النقل (مثل الكابلات والألياف) لأنها تعبر عن متغيرات جهة الإرسال (V_1 , I_1) بدلالة متغيرات جهة الاستقبال $(V_2, -I_2)$، ولذلك تسمى هذه البارامترات ببارمترات النقل، وتعرف أيضاً بارمترات ABCD، وهي تستخدم في تصميم أنظمة الهاتف، والشبكات الميكروية والرادارات.

تحدد بارمترات النقل كما يلي:

$$A = \frac{V_1}{V_2}\bigg|_{I_2=0}, \qquad B = -\frac{V_1}{I_2}\bigg|_{V_2=0}$$

$$C = \frac{I_1}{V_2}\bigg|_{I_2=0}, \qquad D = -\frac{I_1}{I_2}\bigg|_{V_2=0}$$

حيث:

A نسبة جهد الدارة المفتوحة.

B ممانعة النقل للدارة المقصورة السالبة.

C سماحية النقل للدارة المفتوحة.

D نسبة تيار الدارة المقصورة السالبة.

A = Open-circuit voltage ratio

B = Negative short-circuit transfer impedance

C = Open-circuit transfer admittance

D = Negative short-circuit current ratio

نلاحظ أن A و D لا واحدة لهما، في حين تقاس B بواحدة [Ω] و C بواحدة [S] السيمنس.

بما أن بارمترات النقل تقدم علاقة مباشرة بين متغيرات الدخل والخرج، فإنها مفيدة جداً في الشبكات المتعاقبة Cascaded Networks.

من خلال المعادلات السابقة نجد إمكانية التعبيرعن متحولات بوابة الخرج بدلالة متحولات بوابة الدخل كما يلي:

$$\boxed{\begin{aligned} V_2 &= aV_1 - bI_1 \\ I_2 &= cV_1 - dI_1 \end{aligned}}$$

أو بالصيغة المصفوفية التالية:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = [t] \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$

تسمى البارمترات a , b , c , d بارامترات النقل المقلوبة، وتتحدد كما يلي:

حيث:
a ربح جهد الدارة المفتوحة.
b ممانعة النقل للدارة المقصورة السالبة.
c سماحية النقل للدارة المفتوحة.
d ربح تيار الدارة المقصورة السالبة.

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_1}\bigg|_{\mathbf{I}_1=0}, \qquad \mathbf{b} = -\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_1}\bigg|_{\mathbf{V}_1=0}$$

$$\mathbf{c} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_1}\bigg|_{\mathbf{I}_1=0}, \qquad \mathbf{d} = -\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1}\bigg|_{\mathbf{V}_1=0}$$

$\mathbf{a}$ = Open-circuit voltage gain

$\mathbf{b}$ = Negative short-circuit transfer impedance

$\mathbf{c}$ = Open-circuit transfer admittance

$\mathbf{d}$ = Negative short-circuit current gain

نلاحظ أن a و d لا واحدة لهما، في حين تقاس b بواحدة [Ω] و c بواحدة [S] السيمنس.

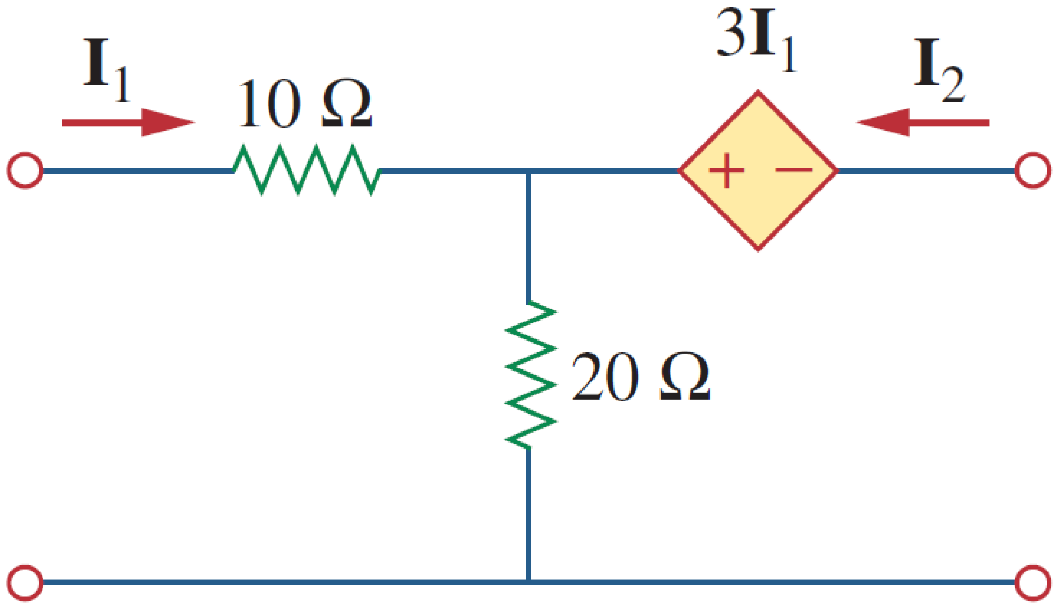
تكون الشبكة تبادلية إذا حققت المعادلات التالية:

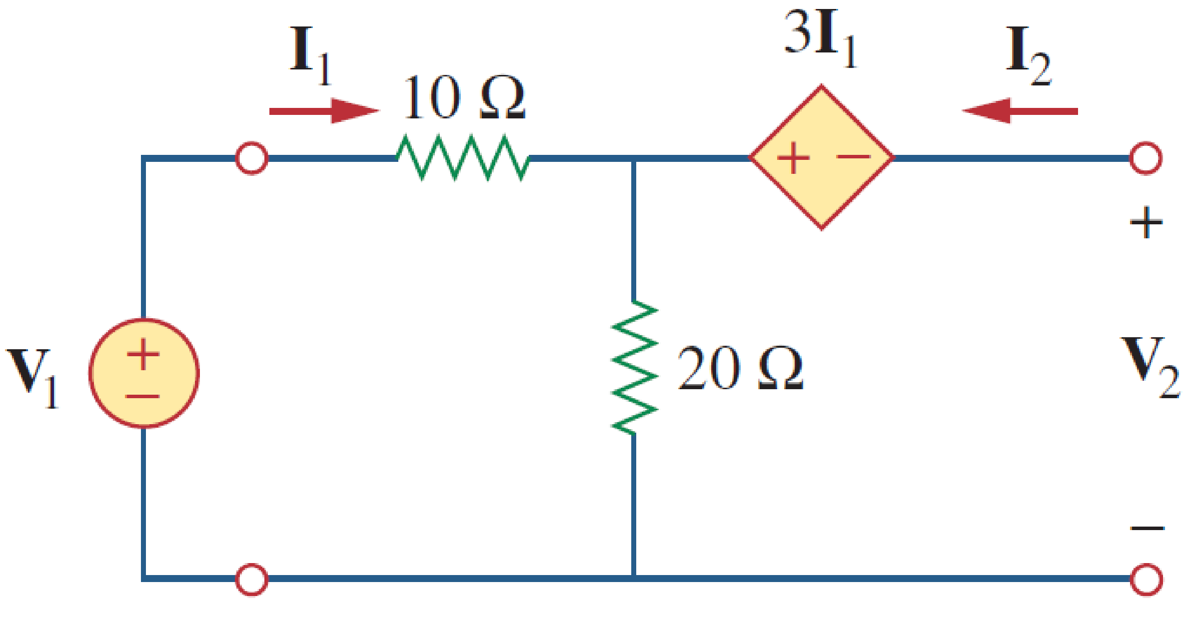
$$\mathbf{AD} - \mathbf{BC} = 1, \qquad \mathbf{ad} - \mathbf{bc} = 1$$

يمكن برهان هذه العلاقات بنفس الطريقة المستخدمة في حالة بارمترات Z.

Find the transmission parameters for the two-port network in Fig.

احسب بارامترات النقل للشبكة ثنائية البوابة المبينة بالشكل.





(a)

لتحديد A و C نترك بوابة الخرج مفتوحة كما في الشكل (a)، حيث يكون $I_2=0$ ونضع منبع جهد V_1 عند بوابة الدخل. فيكون لدينا:

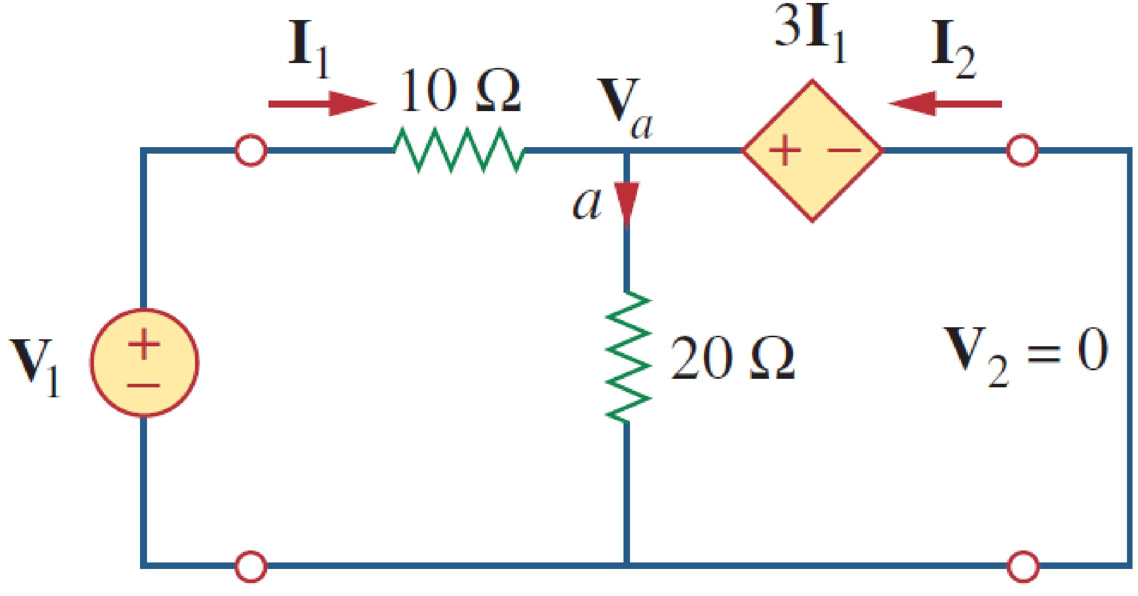
$$\mathbf{V}_1 = (10 + 20)\mathbf{I}_1 = 30\mathbf{I}_1$$

$$\mathbf{V}_2 = 20\mathbf{I}_1 - 3\mathbf{I}_1 = 17\mathbf{I}_1$$

وبالتالي:

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{30\mathbf{I}_1}{17\mathbf{I}_1} = 1.765, \qquad \mathbf{C} = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{\mathbf{I}_1}{17\mathbf{I}_1} = 0.0588 \text{ S}$$

للحصول على B و D نقصر بوابة (V_2=0) كما في الشكل (b)، ونضع منبع جهد V_1 عند بوابة الدخل في العقدة a من الدارة.



(b)

بتطبيق KCL:

$$\frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_a}{10} - \frac{\mathbf{V}_a}{20} + \mathbf{I}_2 = 0$$

ولكن: $\mathbf{V}_a = 3\mathbf{I}_1$ و $\mathbf{I}_1 = (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_a)/10$

وبالتالي: $\mathbf{V}_1 = 13\mathbf{I}_1$ وبالتعويض في المعادلة الأخيرة نجد:

$$\mathbf{I}_1 - \frac{3\mathbf{I}_1}{20} + \mathbf{I}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{17}{20}\mathbf{I}_1 = -\mathbf{I}_2$$

وبالتالي:

$$\mathbf{D} = -\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} = \frac{20}{17} = 1.176, \qquad \mathbf{B} = -\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_2} = \frac{-13\mathbf{I}_1}{(-17/20)\mathbf{I}_1} = 15.29\ \Omega$$

العلاقات بين البارامترات:

بما أن المجموعات الست للبارامترات تربط نفس متغيرات الدخل والخرج لنفس الشبكة ثنائية البوابة فإنها يجب أن تكون مترابطة. فإذا وجدت مجموعتان من البارامترات فإننا نستطيع ربطهما والانتقال من واحدة إلى أخرى. سنقوم بتوضيح هذه العملية بمثالين.

$$\boxed{\begin{aligned} V_1 &= z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 &= z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{aligned}}$$

نفرض أن البارمترات z مفروضة، ولنحاول استنتاج البارمترات y من المعادلات:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

أو بالشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [z]^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

معادلات بارمترات السماحية:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

بالمقارنة مع معادلات بارمترات الممانعة:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [z]^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

نجد:

$$[y] = [z]^{-1}$$

مرافق المصفوفة z: $\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{22} & -\mathbf{z}_{12} \\ -\mathbf{z}_{21} & \mathbf{z}_{11} \end{bmatrix}$ ومحدده ا $\Delta_z = \mathbf{z}_{11}\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}$ وبالتالي:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{11} & \mathbf{y}_{12} \\ \mathbf{y}_{21} & \mathbf{y}_{22} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{22} & -\mathbf{z}_{12} \\ -\mathbf{z}_{21} & \mathbf{z}_{11} \end{bmatrix}}{\Delta_z}$$

بمساواة الحدود المتقابلة نحصل على:

$$\mathbf{y}_{11} = \frac{\mathbf{z}_{22}}{\Delta_z}, \qquad \mathbf{y}_{12} = -\frac{\mathbf{z}_{12}}{\Delta_z}, \qquad \mathbf{y}_{21} = -\frac{\mathbf{z}_{21}}{\Delta_z}, \qquad \mathbf{y}_{22} = \frac{\mathbf{z}_{11}}{\Delta_z}$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_2 &= \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 \end{aligned}$$

كمثال ثاني: لنقوم باستنتاج بارمترات h ن بارمترات z استناداً لجملة المعادلات

نعزل قيمة التيار I_2 من معادلة V_2:

$$\mathbf{I}_2 = -\frac{\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22}}\mathbf{I}_1 + \frac{1}{\mathbf{z}_{22}}\mathbf{V}_2$$

نعوض في معادلة V_1:

$$\mathbf{V}_1 = \frac{\mathbf{z}_{11}\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22}}\mathbf{I}_1 + \frac{\mathbf{z}_{12}}{\mathbf{z}_{22}}\mathbf{V}_2$$

نضع المعادلتين الأخيرتين بالصيغة المصفوفية:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta_z}{\mathbf{z}_{22}} & \dfrac{\mathbf{z}_{12}}{\mathbf{z}_{22}} \\ -\dfrac{\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22}} & \dfrac{1}{\mathbf{z}_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع معادلة تعريف بارمترات h:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta_z}{z_{22}} & \dfrac{z_{12}}{z_{22}} \\ -\dfrac{z_{21}}{z_{22}} & \dfrac{1}{z_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

نجد:

$$h_{11} = \frac{\Delta_z}{z_{22}}, \qquad h_{12} = \frac{z_{12}}{z_{22}}, \qquad h_{21} = -\frac{z_{21}}{z_{22}}, \qquad h_{22} = \frac{1}{z_{22}}$$

Conversion of two-port parameters.

	z		y		h		g		T		t	
z	z_{11}	z_{12}	$\frac{y_{22}}{\Delta_y}$	$-\frac{y_{12}}{\Delta_y}$	$\frac{\Delta_h}{h_{22}}$	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$	$\frac{1}{g_{11}}$	$-\frac{g_{12}}{g_{11}}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{\Delta_T}{C}$	$\frac{d}{c}$	$\frac{1}{c}$
	z_{21}	z_{22}	$-\frac{y_{21}}{\Delta_y}$	$\frac{y_{11}}{\Delta_y}$	$-\frac{h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$	$\frac{g_{21}}{g_{11}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{11}}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{\Delta_t}{c}$	$\frac{a}{c}$
y	$\frac{z_{22}}{\Delta_z}$	$-\frac{z_{12}}{\Delta_z}$	y_{11}	y_{12}	$\frac{1}{h_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{22}}$	$\frac{g_{12}}{g_{22}}$	$\frac{D}{B}$	$-\frac{\Delta_T}{B}$	$\frac{a}{b}$	$-\frac{1}{b}$
	$-\frac{z_{21}}{\Delta_z}$	$\frac{z_{11}}{\Delta_z}$	y_{21}	y_{22}	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{11}}$	$-\frac{g_{21}}{g_{22}}$	$\frac{1}{g_{22}}$	$-\frac{1}{B}$	$\frac{A}{B}$	$-\frac{\Delta_t}{b}$	$\frac{d}{b}$
h	$\frac{\Delta_z}{z_{22}}$	$\frac{z_{12}}{z_{22}}$	$\frac{1}{y_{11}}$	$-\frac{y_{12}}{y_{11}}$	h_{11}	h_{12}	$\frac{g_{22}}{\Delta_g}$	$-\frac{g_{12}}{\Delta_g}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{\Delta_T}{D}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}$
	$-\frac{z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{1}{z_{22}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{11}}$	h_{21}	h_{22}	$-\frac{g_{21}}{\Delta_g}$	$\frac{g_{11}}{\Delta_g}$	$-\frac{1}{D}$	$\frac{C}{D}$	$\frac{\Delta_t}{a}$	$\frac{c}{a}$
g	$\frac{1}{z_{11}}$	$-\frac{z_{12}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{22}}$	$\frac{y_{12}}{y_{22}}$	$\frac{h_{22}}{\Delta_h}$	$-\frac{h_{12}}{\Delta_h}$	g_{11}	g_{12}	$\frac{C}{A}$	$-\frac{\Delta_T}{A}$	$\frac{c}{d}$	$-\frac{1}{d}$
	$\frac{z_{21}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{11}}$	$-\frac{y_{21}}{y_{22}}$	$\frac{1}{y_{22}}$	$-\frac{h_{21}}{\Delta_h}$	$\frac{h_{11}}{\Delta_h}$	g_{21}	g_{22}	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$	$\frac{\Delta_t}{d}$	$\frac{b}{d}$
T	$\frac{z_{11}}{z_{21}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{21}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{21}}$	$-\frac{1}{y_{21}}$	$-\frac{\Delta_h}{h_{21}}$	$-\frac{h_{11}}{h_{21}}$	$\frac{1}{g_{21}}$	$\frac{g_{22}}{g_{21}}$	A	B	$\frac{d}{\Delta_t}$	$\frac{b}{\Delta_t}$
	$\frac{1}{z_{21}}$	$\frac{z_{22}}{z_{21}}$	$-\frac{\Delta_y}{y_{21}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{21}}$	$-\frac{h_{22}}{h_{21}}$	$-\frac{1}{h_{21}}$	$\frac{g_{11}}{g_{21}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{21}}$	C	D	$\frac{c}{\Delta_t}$	$\frac{a}{\Delta_t}$
t	$\frac{z_{22}}{z_{12}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{12}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{12}}$	$-\frac{1}{y_{12}}$	$\frac{1}{h_{12}}$	$\frac{h_{11}}{h_{12}}$	$-\frac{\Delta_g}{g_{12}}$	$-\frac{g_{22}}{g_{12}}$	$\frac{D}{\Delta_T}$	$\frac{B}{\Delta_T}$	a	b
	$\frac{1}{z_{12}}$	$\frac{z_{11}}{z_{12}}$	$-\frac{\Delta_y}{y_{12}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{12}}$	$\frac{h_{22}}{h_{12}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{12}}$	$-\frac{g_{11}}{g_{12}}$	$-\frac{1}{g_{12}}$	$\frac{C}{\Delta_T}$	$\frac{A}{\Delta_T}$	c	d

$\Delta_z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}$, $\Delta_h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$, $\Delta_T = AD - BC$

$\Delta_y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$, $\Delta_g = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}$, $\Delta_t = ad - bc$

يبين الجدول التالي قواعد التحويل بين الأشكال المختلفة لبارمترات ثنائي البوابة:

Find [z] and [g] of a two-port network if

$$[\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} 10 & 1.5\ \Omega \\ 2\ \text{S} & 4 \end{bmatrix}$$

من المصفوفة نجد ان:

$\mathbf{A} = 10, \mathbf{B} = 1.5, \mathbf{C} = 2, \mathbf{D} = 4$

المحدد

هو:

$\Delta_T = \mathbf{AD} - \mathbf{BC} = 40 - 3 = 37$

Conversion of two-port parameters.

	z		y		h		g		T		t	
z	z_{11}	z_{12}	$\frac{y_{22}}{\Delta_y}$	$-\frac{y_{12}}{\Delta_y}$	$\frac{\Delta_h}{h_{22}}$	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$	$\frac{1}{g_{11}}$	$-\frac{g_{12}}{g_{11}}$	$\frac{A}{C}$	$\frac{\Delta_T}{C}$	$\frac{d}{c}$	$\frac{1}{c}$
	z_{21}	z_{22}	$-\frac{y_{21}}{\Delta_y}$	$\frac{y_{11}}{\Delta_y}$	$-\frac{h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$	$\frac{g_{21}}{g_{11}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{11}}$	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{\Delta_t}{c}$	$\frac{a}{c}$
y	$\frac{z_{22}}{\Delta_z}$	$-\frac{z_{12}}{\Delta_z}$	y_{11}	y_{12}	$\frac{1}{h_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{22}}$	$\frac{g_{12}}{g_{22}}$	$\frac{D}{B}$	$-\frac{\Delta_T}{B}$	$\frac{a}{b}$	$-\frac{1}{b}$
	$-\frac{z_{21}}{\Delta_z}$	$\frac{z_{11}}{\Delta_z}$	y_{21}	y_{22}	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{11}}$	$-\frac{g_{21}}{g_{22}}$	$\frac{1}{g_{22}}$	$-\frac{1}{B}$	$\frac{A}{B}$	$-\frac{\Delta_t}{b}$	$\frac{d}{b}$
h	$\frac{\Delta_z}{z_{22}}$	$\frac{z_{12}}{z_{22}}$	$\frac{1}{y_{11}}$	$-\frac{y_{12}}{y_{11}}$	h_{11}	h_{12}	$\frac{g_{22}}{\Delta_g}$	$-\frac{g_{12}}{\Delta_g}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{\Delta_T}{D}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{1}{a}$
	$-\frac{z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{1}{z_{22}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{11}}$	h_{21}	h_{22}	$-\frac{g_{21}}{\Delta_g}$	$\frac{g_{11}}{\Delta_g}$	$-\frac{1}{D}$	$\frac{C}{D}$	$\frac{\Delta_t}{a}$	$\frac{c}{a}$
g	$\frac{1}{z_{11}}$	$-\frac{z_{12}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{22}}$	$\frac{y_{12}}{y_{22}}$	$\frac{h_{22}}{\Delta_h}$	$-\frac{h_{12}}{\Delta_h}$	g_{11}	g_{12}	$\frac{C}{A}$	$-\frac{\Delta_T}{A}$	$\frac{c}{d}$	$-\frac{1}{d}$
	$\frac{z_{21}}{z_{11}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{11}}$	$-\frac{y_{21}}{y_{22}}$	$\frac{1}{y_{22}}$	$-\frac{h_{21}}{\Delta_h}$	$\frac{h_{11}}{\Delta_h}$	g_{21}	g_{22}	$\frac{1}{A}$	$\frac{B}{A}$	$\frac{\Delta_t}{d}$	$-\frac{b}{d}$
T	$\frac{z_{11}}{z_{21}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{21}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{21}}$	$-\frac{1}{y_{21}}$	$-\frac{\Delta_h}{h_{21}}$	$-\frac{h_{11}}{h_{21}}$	$\frac{1}{g_{21}}$	$\frac{g_{22}}{g_{21}}$	A	B	$\frac{d}{\Delta_t}$	$\frac{b}{\Delta_t}$
	$\frac{1}{z_{21}}$	$\frac{z_{22}}{z_{21}}$	$-\frac{\Delta_y}{y_{21}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{21}}$	$-\frac{h_{22}}{h_{21}}$	$-\frac{1}{h_{21}}$	$\frac{g_{11}}{g_{21}}$	$\frac{\Delta_g}{g_{21}}$	C	D	$\frac{c}{\Delta_t}$	$\frac{a}{\Delta_t}$
t	$\frac{z_{22}}{z_{12}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{12}}$	$-\frac{y_{11}}{y_{12}}$	$-\frac{1}{y_{12}}$	$\frac{1}{h_{12}}$	$\frac{h_{11}}{h_{12}}$	$-\frac{\Delta_g}{g_{12}}$	$-\frac{g_{22}}{g_{12}}$	$\frac{D}{\Delta_T}$	$\frac{B}{\Delta_T}$	a	b
	$\frac{1}{z_{12}}$	$\frac{z_{11}}{z_{12}}$	$-\frac{\Delta_y}{y_{12}}$	$-\frac{y_{22}}{y_{12}}$	$\frac{h_{22}}{h_{12}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{12}}$	$-\frac{g_{11}}{g_{12}}$	$-\frac{1}{g_{12}}$	$\frac{C}{\Delta_T}$	$\frac{A}{\Delta_T}$	c	d

$\Delta_z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}$, $\Delta_h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$, $\Delta_T = AD - BC$

$\Delta_y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$, $\Delta_g = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}$, $\Delta_t = ad - bc$

حسب الجدول:

$$z_{11} = \frac{A}{C} = \frac{10}{2} = 5$$

$$z_{12} = \frac{\Delta_T}{C} = \frac{37}{2} = 18.5$$

$$z_{21} = \frac{1}{C} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$z_{22} = \frac{D}{C} = \frac{4}{2} = 2$$

$$g_{11} = \frac{C}{A} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$g_{12} = -\frac{\Delta_T}{A} = -\frac{37}{10} = -3.7$$

$$g_{21} = \frac{1}{A} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$g_{22} = \frac{B}{A} = \frac{1.5}{10} = 0.15$$

وبالتالي يكون:

$$[\mathbf{z}] = \begin{bmatrix} 5 & 18.5 \\ 0.5 & 2 \end{bmatrix} \Omega, \qquad [\mathbf{g}] = \begin{bmatrix} 0.2\ \text{S} & -3.7 \\ 0.1 & 0.15\ \Omega \end{bmatrix}$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

Determine [**y**] and [**T**] of a two-port network whose z parameters are

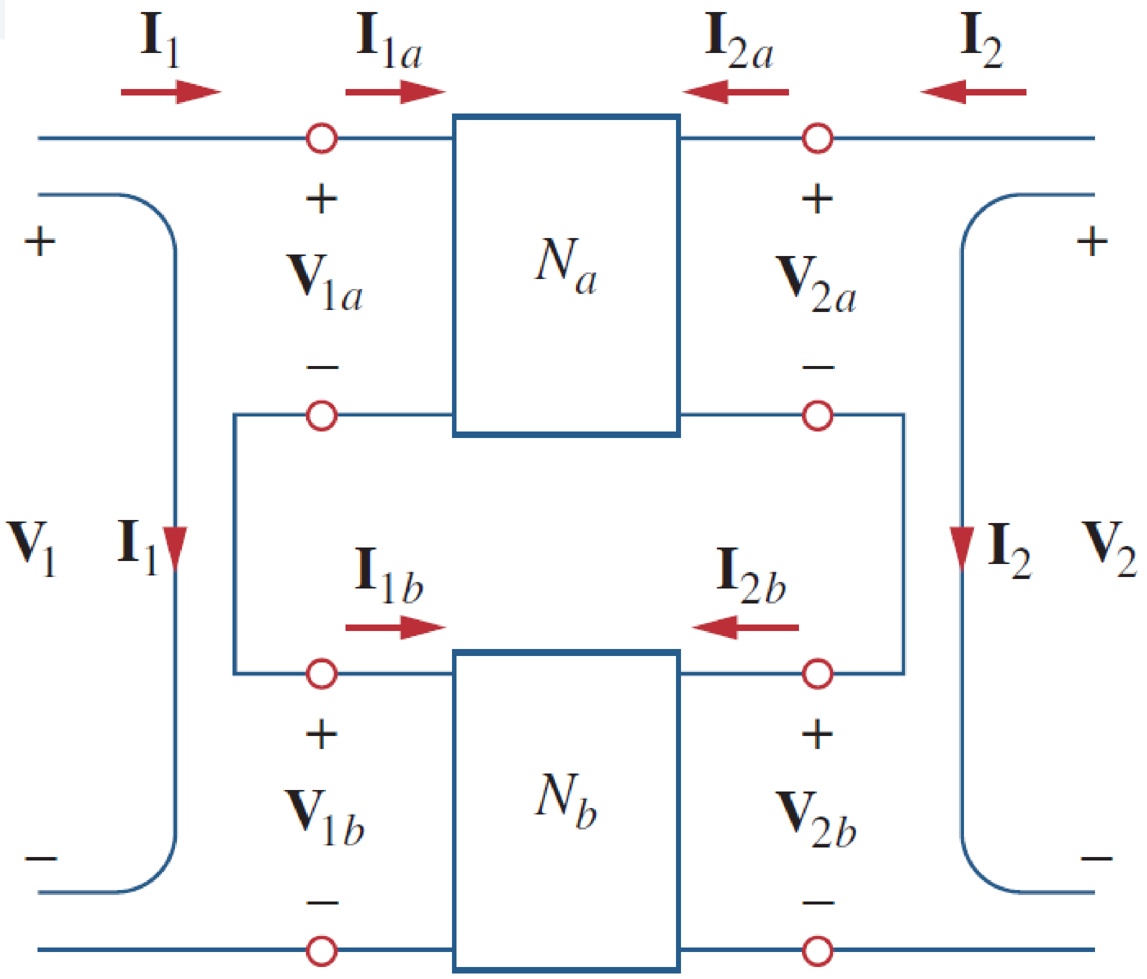
$$[\mathbf{z}] = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \Omega$$

Answer: $[\mathbf{y}] = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.2 \\ -0.2 & 0.3 \end{bmatrix} \text{S}, \quad [\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} 1.5 & 5\ \Omega \\ 0.25\ \text{S} & 1.5 \end{bmatrix}.$

ترابط الشبكات Interconnection of networks

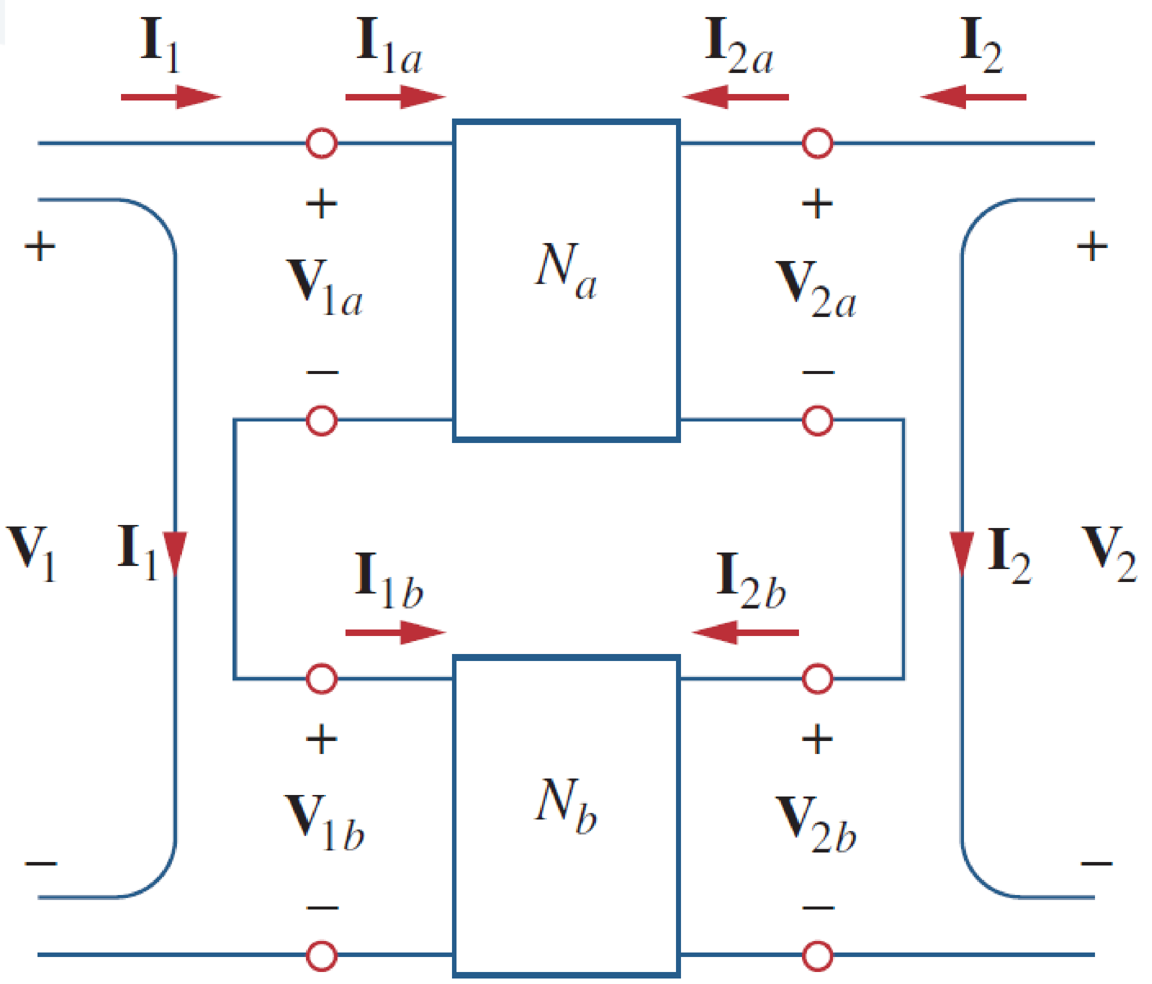
يمكن تقسيم الشبكات الضخمة والمعقدة إلى شبكات فرعية بهدف التحليل والتصميم، فالشبكات الفرعية تصمم كشبكات ثنائية البوابة، ومن ثم تربط إلى الشبكة الأصلية. وفقاً لذلك يشار إلى الشبكات الثنائية البوابة كوحدات بناء تربط إلى الشبكات الأصلية.

يتم ربط الشبكات إما على التسلسل أو على التفرع أو بشكل تعاقبي، وبالرغم من أن الشبكات المترابطة يمكن وصفها بأي من مجموعات البارمترات الست، فإن مجموعة محددة من البارمترات يمكن أن تكون أكثر فائدة، فمثلاً عندما تكون الشبكات تسلسلية تكون بارمترات z أكثر فائدة، أما عندما تكون تفرعية فبارامترات y تكون أكثر فائدة.



الوصل التسلسلي:

يبين الشكل حالة الوصل التسلسلي لشبكتين ثنائيتي البوابة، حيث لهما نفس تيار الدخل، أما الجهد الكلي يكون مساوٍ لمجموع الجهدين.

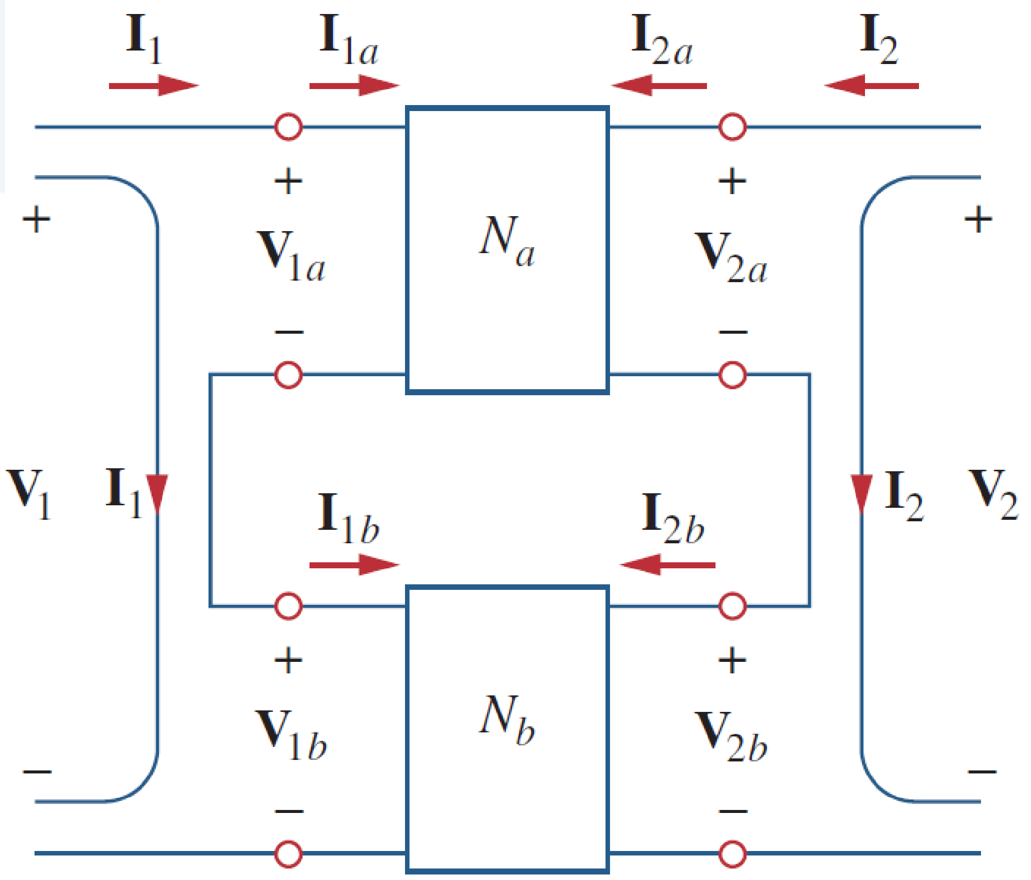


بارمترات z للشبكة N_a:

$$V_{1a} = z_{11a}I_{1a} + z_{12a}I_{2a}$$
$$V_{2a} = z_{21a}I_{1a} + z_{22a}I_{2a}$$

بارمترات z للشبكة N_b:

$$V_{1b} = z_{11b}I_{1b} + z_{12b}I_{2b}$$
$$V_{2b} = z_{21b}I_{1b} + z_{22b}I_{2b}$$



جـامعة المَـنارة
MANARA UNIVERSITY

من الشكل نجد:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a} = \mathbf{I}_{1b}, \qquad \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{2a} = \mathbf{I}_{2b}$$

وبالتالي:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{1a} + \mathbf{V}_{1b} = (\mathbf{z}_{11a} + \mathbf{z}_{11b})\mathbf{I}_1 + (\mathbf{z}_{12a} + \mathbf{z}_{12b})\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{2a} + \mathbf{V}_{2b} = (\mathbf{z}_{21a} + \mathbf{z}_{21b})\mathbf{I}_1 + (\mathbf{z}_{22a} + \mathbf{z}_{22b})\mathbf{I}_2$$

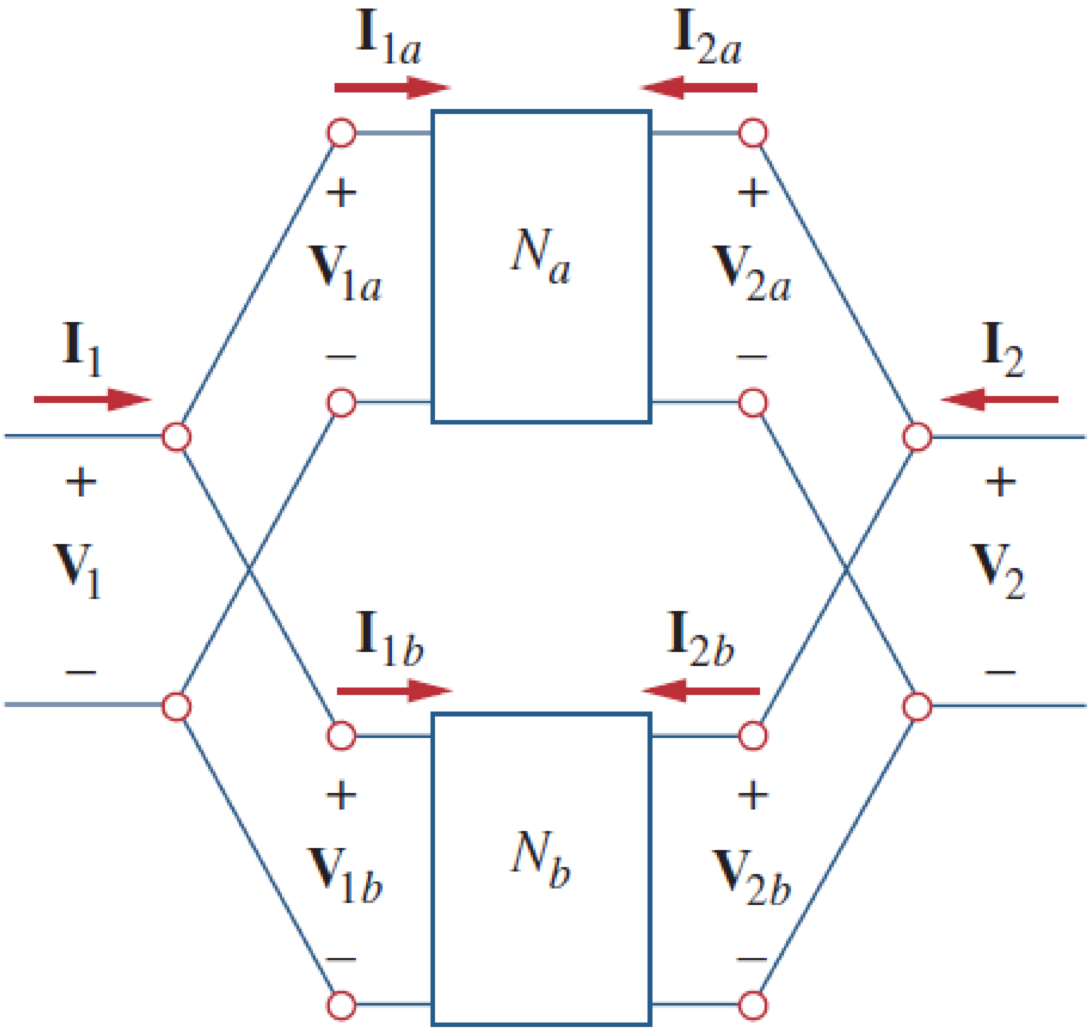
وتكون مصفوفة الممانعات الكلية:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{11} & \mathbf{z}_{12} \\ \mathbf{z}_{21} & \mathbf{z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{11a} + \mathbf{z}_{11b} & \mathbf{z}_{12a} + \mathbf{z}_{12b} \\ \mathbf{z}_{21a} + \mathbf{z}_{21b} & \mathbf{z}_{22a} + \mathbf{z}_{22b} \end{bmatrix}$$

أو:

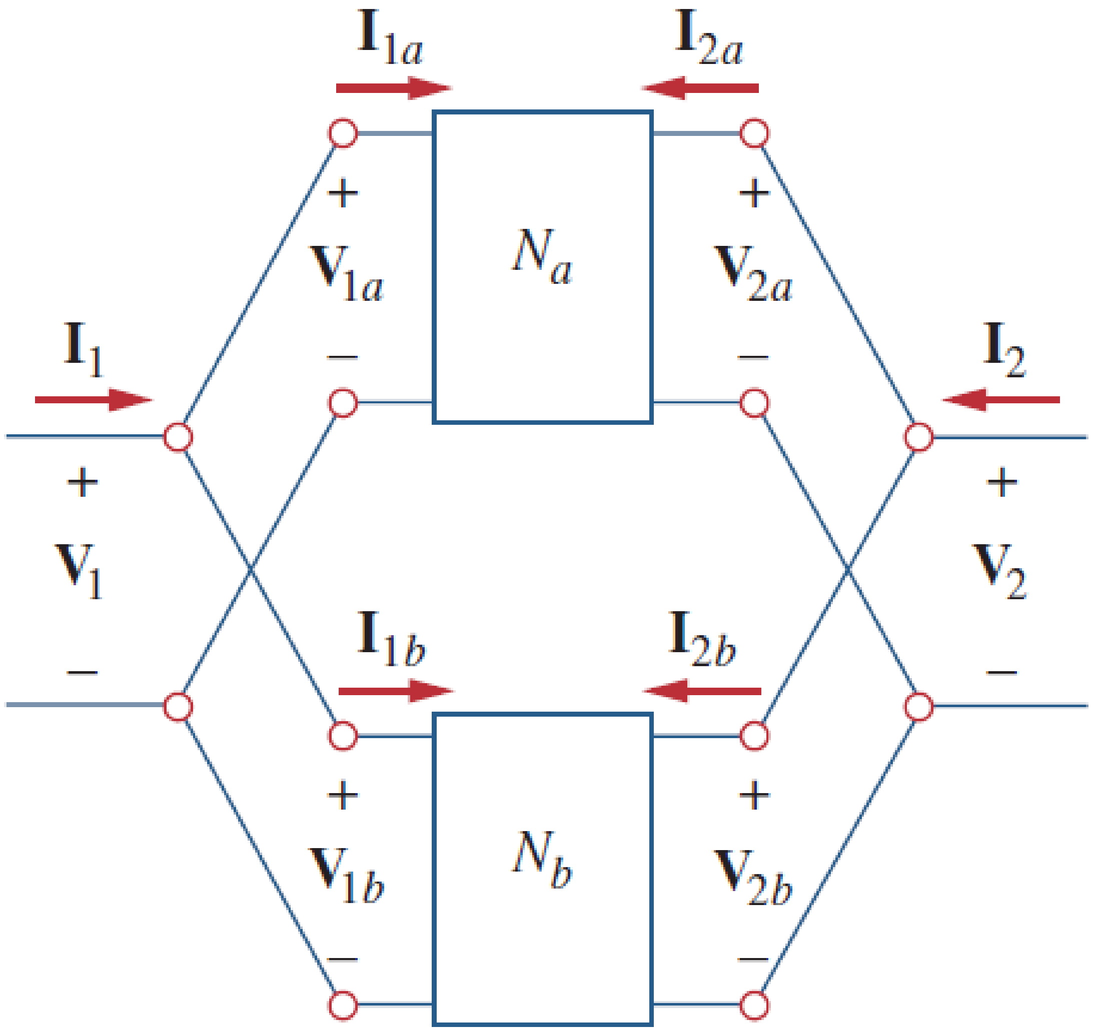
$$\boxed{[\mathbf{z}] = [\mathbf{z}_a] + [\mathbf{z}_b]}$$

تظهر العلاقات السابقة أن البارامترات z للشبكة ككل هو مجموع بارمترات Zi للشبكات المنفردة، ويمكن تعميم ذلك على شبكة ثنائية البوابة n موصولة على التسلسل.



الوصل التفرعي:

يبين الشكل حالة الوصل التفرعي لشبكتين ثنائيتي البوابة، حيث يتساوي جهد بوابتهما، ويكون تيار البوابة للشبكة الأكبر هو مجموع التيارات المنفردة للبوابات.



بارمترات y للشبكة:

$$\mathbf{I}_{1a} = \mathbf{y}_{11a}\mathbf{V}_{1a} + \mathbf{y}_{12a}\mathbf{V}_{2a}$$
$$\mathbf{I}_{2a} = \mathbf{y}_{21a}\mathbf{V}_{1a} + \mathbf{y}_{22a}\mathbf{V}_{2a}$$

و

$$\mathbf{I}_{1b} = \mathbf{y}_{11b}\mathbf{V}_{1b} + \mathbf{y}_{12b}\mathbf{V}_{2b}$$
$$\mathbf{I}_{2a} = \mathbf{y}_{21b}\mathbf{V}_{1b} + \mathbf{y}_{22b}\mathbf{V}_{2b}$$

من الشكل نجد:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{1a} = \mathbf{V}_{1b}, \qquad \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{2a} = \mathbf{V}_{2b}$$
$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a} + \mathbf{I}_{1b}, \qquad \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{2a} + \mathbf{I}_{2b}$$

بتعويض قيم I_{2b} , I_{2a} , I_{1b} , I_{1a} في معادلتي I_2 , I_1 نجد:

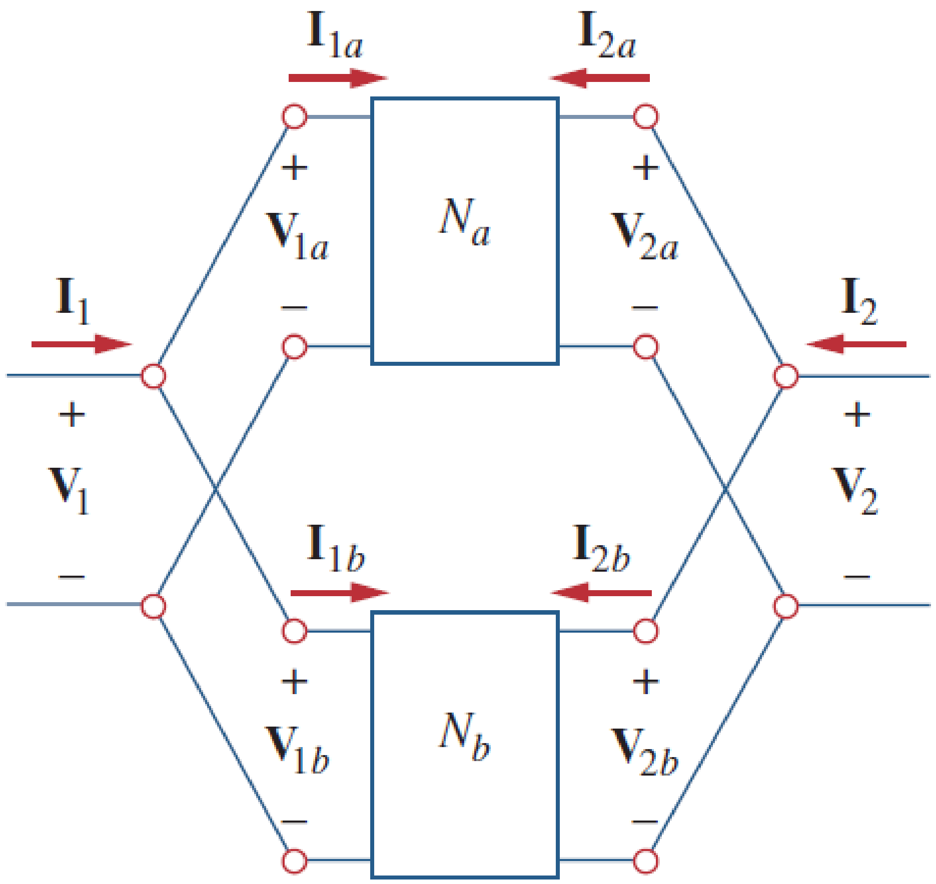
$$\mathbf{I}_1 = (\mathbf{y}_{11a} + \mathbf{y}_{11b})\mathbf{V}_1 + (\mathbf{y}_{12a} + \mathbf{y}_{12b})\mathbf{V}_2$$
$$\mathbf{I}_2 = (\mathbf{y}_{21a} + \mathbf{y}_{21b})\mathbf{V}_1 + (\mathbf{y}_{22a} + \mathbf{y}_{22b})\mathbf{V}_2$$

بارامترات الشبكة الكلية هي:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{11} & \mathbf{y}_{12} \\ \mathbf{y}_{21} & \mathbf{y}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{11a} + \mathbf{y}_{11b} & \mathbf{y}_{12a} + \mathbf{y}_{12b} \\ \mathbf{y}_{21a} + \mathbf{y}_{21b} & \mathbf{y}_{22a} + \mathbf{y}_{22b} \end{bmatrix}$$

أو:

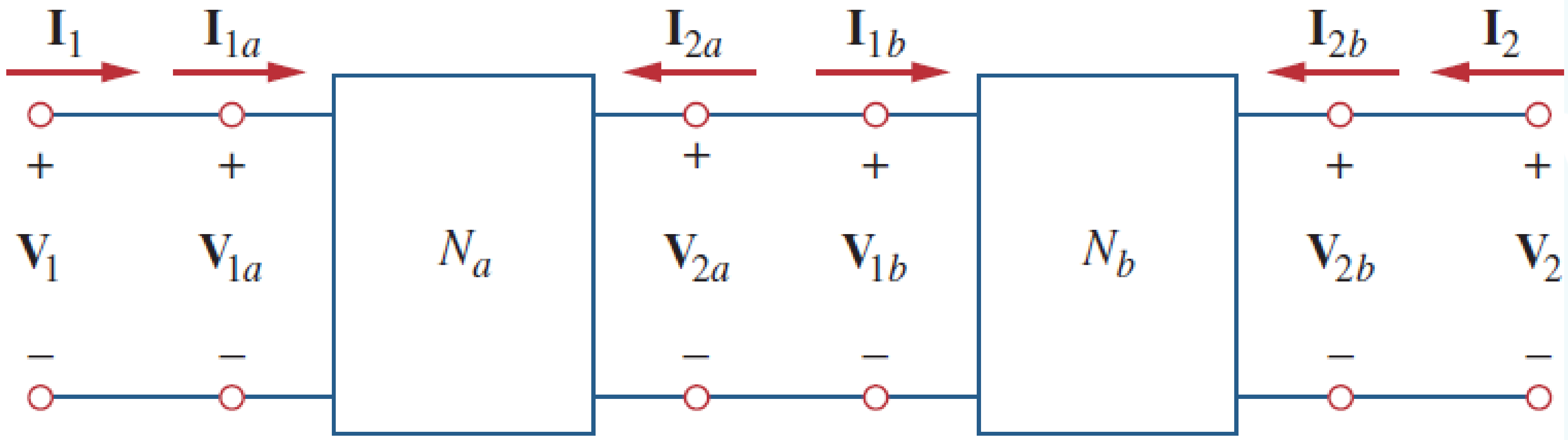
$$\boxed{[\mathbf{y}] = [\mathbf{y}_a] + [\mathbf{y}_b]}$$

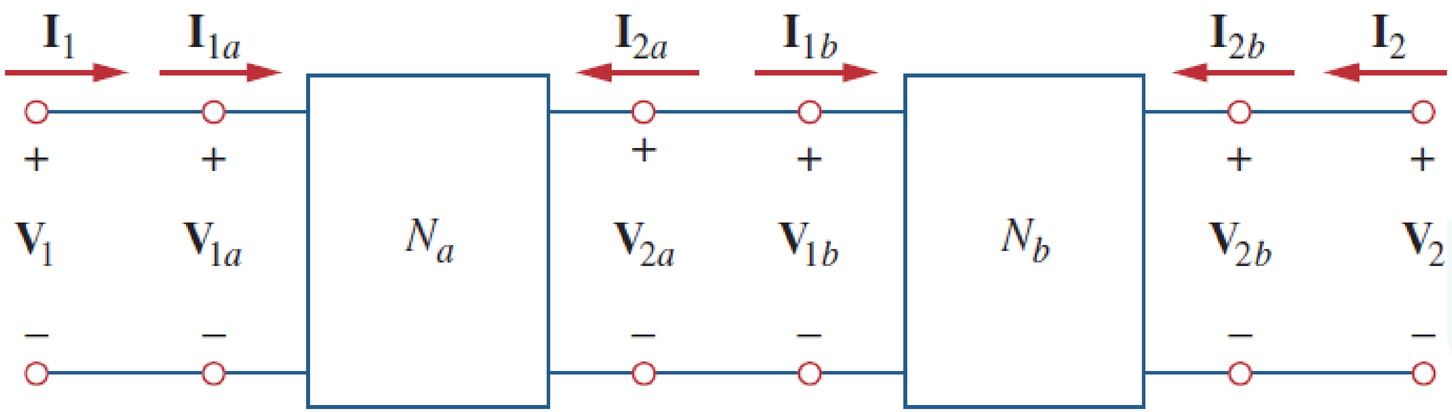


تظهر العلاقات السابقة أن البارامترات y للشبكة ككل هو مجموع بارمترات yi للشبكات المنفردة، ويمكن تعميم ذلك على شبكة n ثنائية البو ابة موصولة على التفرع.

الوصل التعاقبي Cascade connection:

يبين الشكل حالة الوصل المتعاقب لشبكتين ثنائيتي البوابة، حيث يكون خرج الأولى هو دخل للثانية.





$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{1a} \\ \mathbf{I}_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a & \mathbf{B}_a \\ \mathbf{C}_a & \mathbf{D}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{2a} \\ -\mathbf{I}_{2a} \end{bmatrix}$$

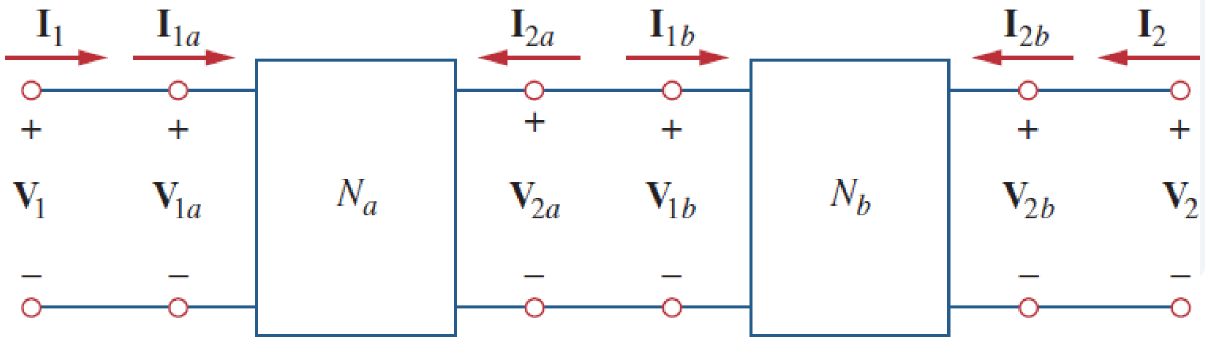
$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{1b} \\ \mathbf{I}_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_b & \mathbf{B}_b \\ \mathbf{C}_b & \mathbf{D}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{2b} \\ -\mathbf{I}_{2b} \end{bmatrix}$$

من الشكل نجد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{2a} \\ -\mathbf{I}_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{1b} \\ \mathbf{I}_{1b} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{2b} \\ -\mathbf{I}_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{2} \\ -\mathbf{I}_{2} \end{bmatrix}$$

ويكون:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$



وبالتالي:

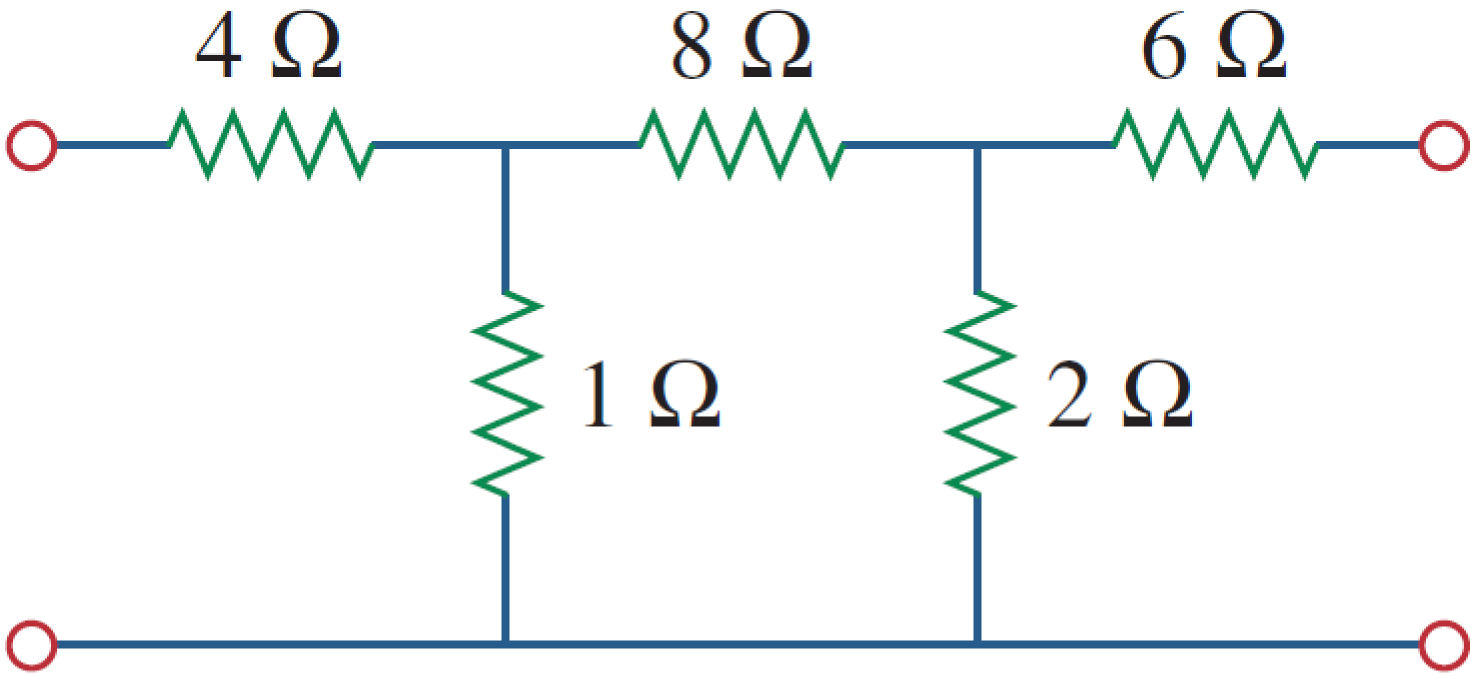
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix}$$

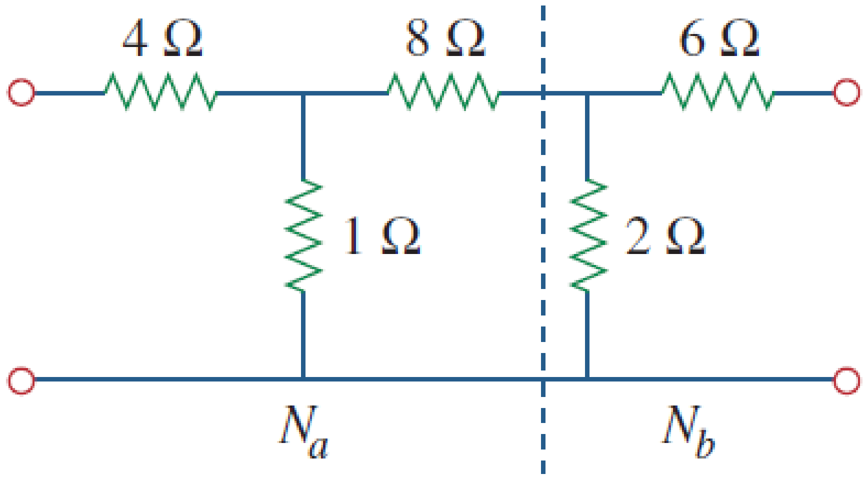
أو:

$$\boxed{[T] = [T_a][T_b]}$$

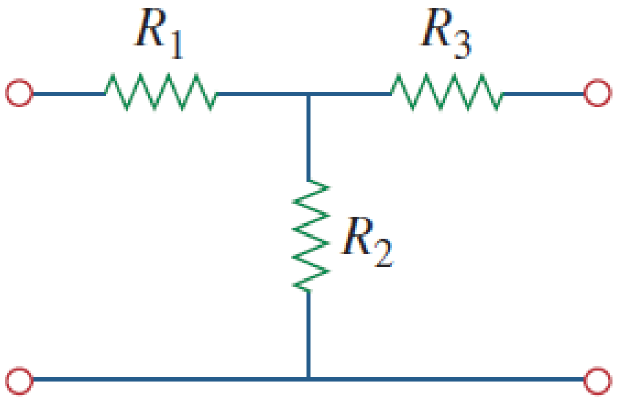
هذه الخاصية تجعل بارامترات الإرسال مفيدة جداً، ولا بد من التذكير أن ضرب المصفوفات يجب أن يكون بالترتيب الذي توصل به الشبكات.

Find the transmission parameters for the circuit in Fig.





(a)

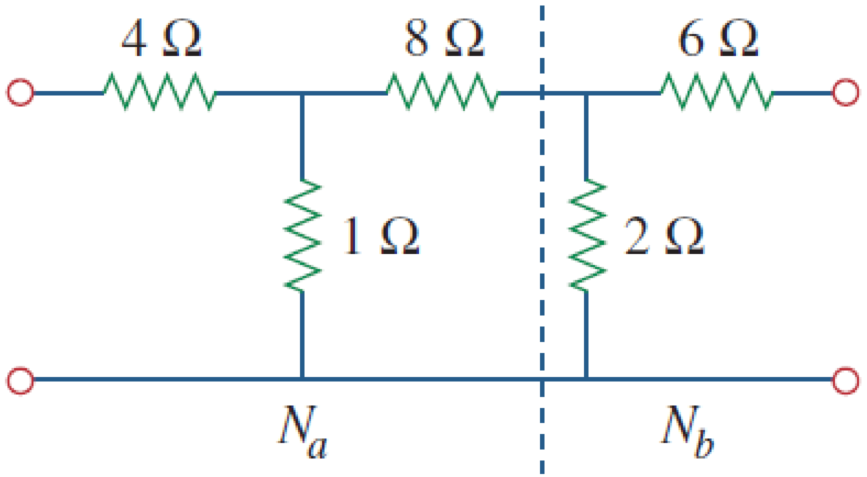


(b)

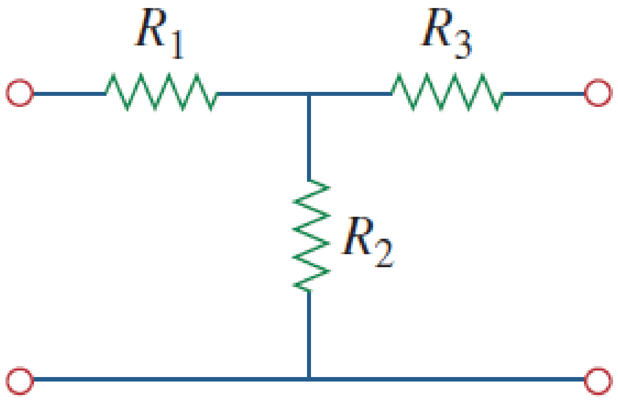
تمثل الدارة حالة ربط تعاقبي لشبكتي T كما هو مبين في الشكل a ويمكن ان نبين أن الشبكة T في الشكل b لها بارامترات النقل التالية:

$$\mathbf{A} = 1 + \frac{R_1}{R_2}, \qquad \mathbf{B} = R_3 + \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_2}$$

$$\mathbf{C} = \frac{1}{R_2}, \qquad \mathbf{D} = 1 + \frac{R_3}{R_2}$$



(a)



(b)

بتطبيق قوانين الشبكات التعاقبية N_a و N_b للدارة المبينة في الشكل a نحصل على:

$$\mathbf{A}_a = 1 + 4 = 5, \qquad \mathbf{B}_a = 8 + 4 \times 9 = 44\ \Omega$$
$$\mathbf{C}_a = 1\ \text{S}, \qquad \mathbf{D}_a = 1 + 8 = 9$$

أو بالصيغة المصفوفية:

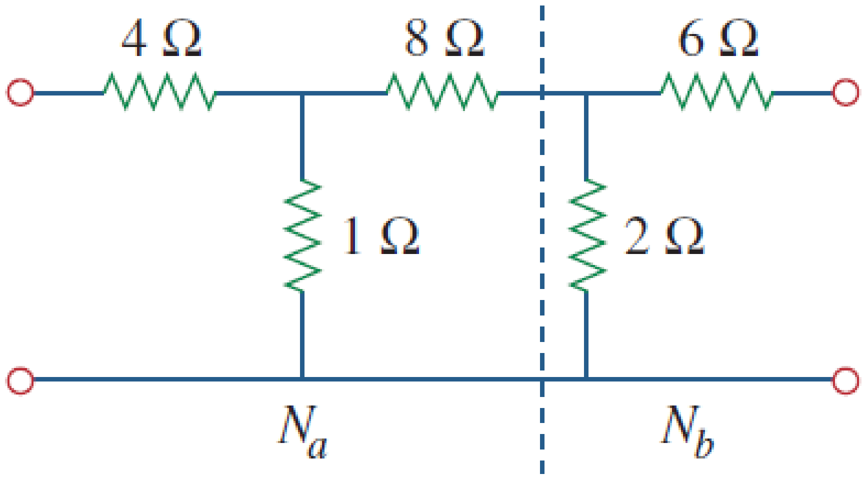
$$[\mathbf{T}_a] = \begin{bmatrix} 5 & 44\ \Omega \\ 1\ \text{S} & 9 \end{bmatrix}$$

ولدينا أيضاً:

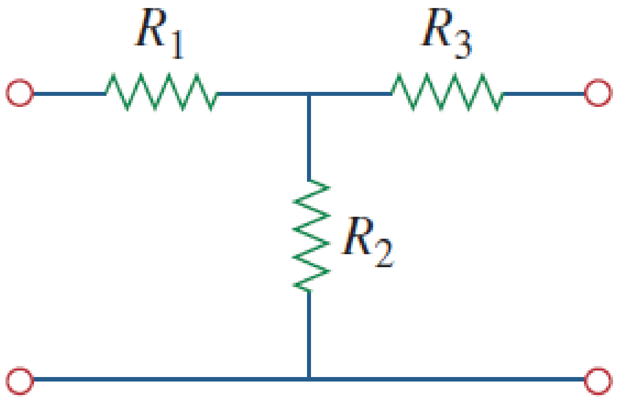
$$\mathbf{A}_b = 1, \qquad \mathbf{B}_b = 6\ \Omega, \qquad \mathbf{C}_b = 0.5\ \text{S}, \qquad \mathbf{D}_b = 1 + \frac{6}{2} = 4$$

أو

$$[\mathbf{T}_b] = \begin{bmatrix} 1 & 6\ \Omega \\ 0.5\ \text{S} & 4 \end{bmatrix}$$



(a)



(b)

ومن أجل الشبكة الكلية:

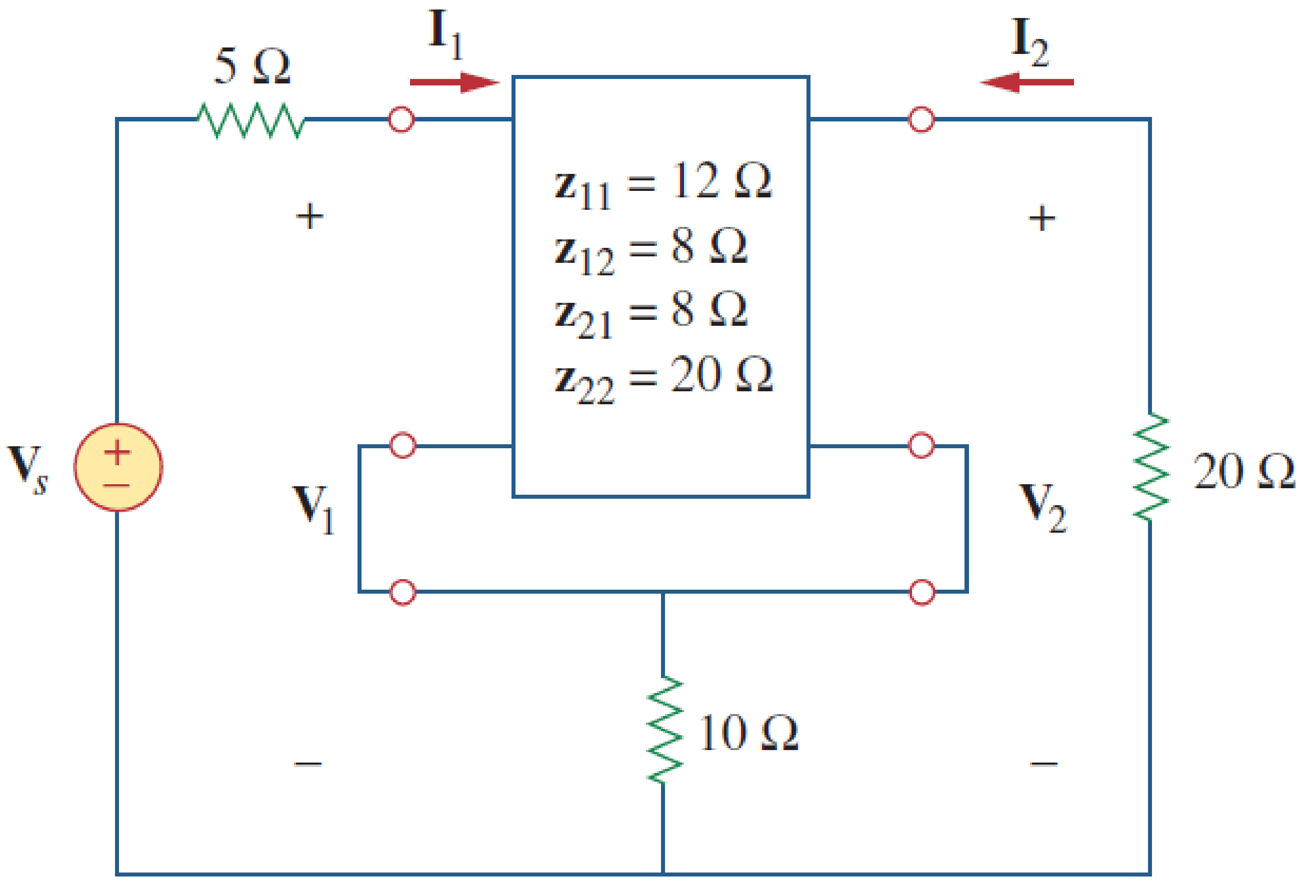
$$[\mathbf{T}] = [\mathbf{T}_a][\mathbf{T}_b] = \begin{bmatrix} 5 & 44 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0.5 & 4 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 5 \times 1 + 44 \times 0.5 & 5 \times 6 + 44 \times 4 \\ 1 \times 1 + 9 \times 0.5 & 1 \times 6 + 9 \times 4 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 27 & 206\ \Omega \\ 5.5\ \mathrm{S} & 42 \end{bmatrix}$$

لاحظ أن:

$$\Delta_{T_a} = \Delta_{T_b} = \Delta_T = 1$$

وهذا يبين أن الشبكة تبادلية.

Evaluate $\mathbf{V}_2/\mathbf{V}_s$ in the circuit in Fig.



Solution:

This may be regarded as two two-ports in series. For N_b,

$$\mathbf{z}_{12b} = \mathbf{z}_{21b} = 10 = \mathbf{z}_{11b} = \mathbf{z}_{22b}$$

Thus,

$$[\mathbf{z}] = [\mathbf{z}_a] + [\mathbf{z}_b] = \begin{bmatrix} 12 & 8 \\ 8 & 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 10 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 18 \\ 18 & 30 \end{bmatrix}$$

But

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 = 22\mathbf{I}_1 + 18\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 = 18\mathbf{I}_1 + 30\mathbf{I}_2$$

Also, at the input port

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_s - 5\mathbf{I}_1$$

and at the output port

$$\mathbf{V}_2 = -20\mathbf{I}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = -\frac{\mathbf{V}_2}{20}$$

نعوض قيمتي V_1 و I_2 في معادلة V_1 التالية:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 = 22\mathbf{I}_1 + 18\mathbf{I}_2$$

فنجد:

$$\mathbf{V}_s - 5\mathbf{I}_1 = 22\mathbf{I}_1 - \frac{18}{20}\mathbf{V}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}_s = 27\mathbf{I}_1 - 0.9\mathbf{V}_2$$

نعوض قيمة I_2 في معادلة V_2 التالية:

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 = 18\mathbf{I}_1 + 30\mathbf{I}_2$$

فنجد:

$$\mathbf{V}_2 = 18\mathbf{I}_1 - \frac{30}{20}\mathbf{V}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_1 = \frac{2.5}{18}\mathbf{V}_2$$

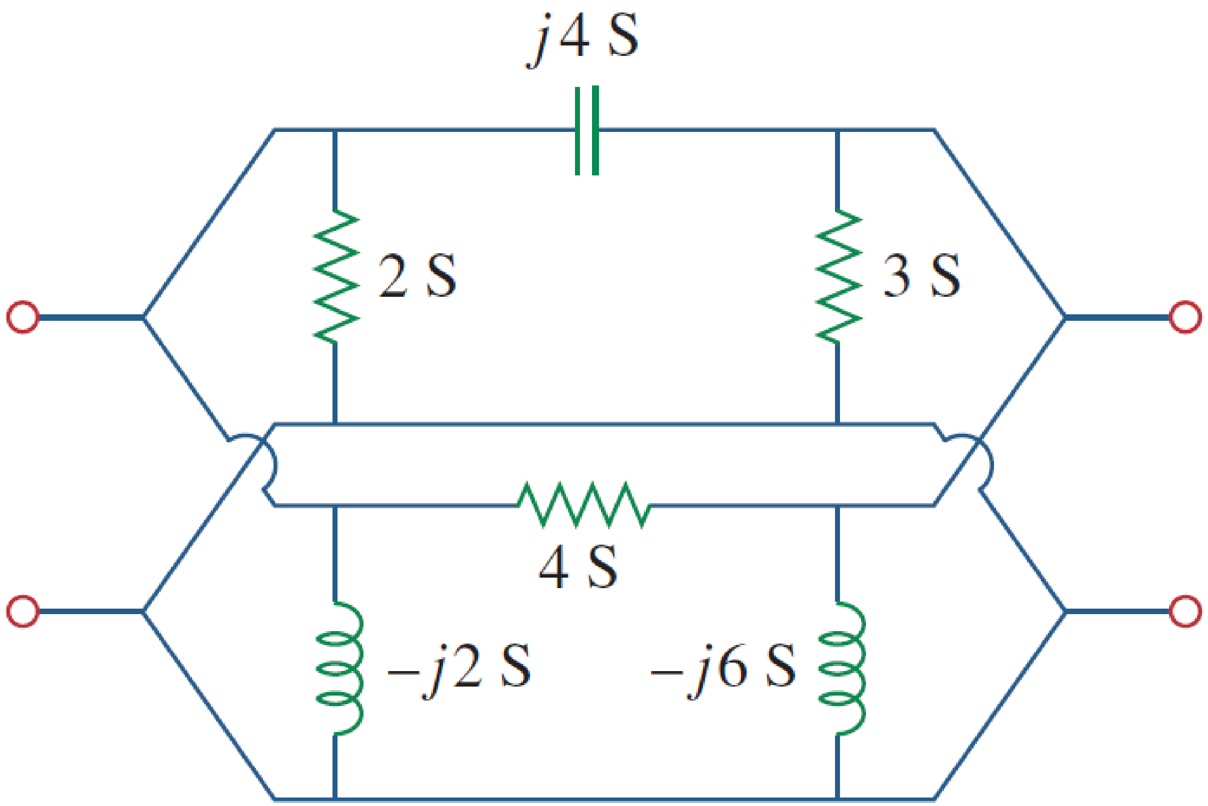
نحسب V_S بدلالة V_2:

$$\mathbf{V}_s = 27 \times \frac{2.5}{18}\mathbf{V}_2 - 0.9\mathbf{V}_2 = 2.85\mathbf{V}_2$$

وأخيراً:

$$\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_s} = \frac{1}{2.85} = 0.3509$$

Find the y parameters of the two-port in Fig.



Solution:

Let us refer to the upper network as N_a and the lower one as N_b. The two networks are connected in parallel. Comparing N_a and N_b with the circuit in Fig. 19.13(a), we obtain

$$\mathbf{y}_{12a} = -j4 = \mathbf{y}_{21a}, \qquad \mathbf{y}_{11a} = 2 + j4, \qquad \mathbf{y}_{22a} = 3 + j4$$

or

$$[\mathbf{y}_a] = \begin{bmatrix} 2 + j4 & -j4 \\ -j4 & 3 + j4 \end{bmatrix} \text{S}$$

and

$$\mathbf{y}_{12b} = -4 = \mathbf{y}_{21b}, \qquad \mathbf{y}_{11b} = 4 - j2, \qquad \mathbf{y}_{22b} = 4 - j6$$

or

$$[\mathbf{y}_b] = \begin{bmatrix} 4 - j2 & -4 \\ -4 & 4 - j6 \end{bmatrix} \text{S}$$

The overall y parameters are

$$[\mathbf{y}] = [\mathbf{y}_a] + [\mathbf{y}_b] = \begin{bmatrix} 6 + j2 & -4 - j4 \\ -4 - j4 & 7 - j2 \end{bmatrix} \text{S}$$