

مقرر الخوارزميات و بنى المعطيات ١

جلسة العملي الأولى

(الفصل الثاني ٢٠٢٣ - ٢٠٢٤)

تعقيد الخوارزميات Algorithm Complexity

الغاية من الجلسة:

- ✓ فهم أنواع التعقيد الزمني للخوارزميات .
- ✓ القدرة على حساب التعقيد الزمني للخوارزمية .

مقدمة :

تعتمد درجة تعقيد الخوارزمية على عاملين :

١. حجم الذاكرة اللازم لتخزين هذه المعطيات وإعطاء إمكانية استخدامها.
٢. الوقت اللازم لإدخال المعطيات إلى الذاكرة وكذلك الوقت المطلوب لتنفيذ الخوارزمية ويهمل العامل الأول بالقياس لأهمية العامل الثاني.

التمرين الأول:

لتكن لدينا الخوارزمية التالية والمطلوب:

- ١- احسب عدد العمليات .
- ٢- احسب تعقيد الخوارزمية .

```
Void main()
{
    int m=1,p=3,L=5;

    for (int i=1;i<=n;i++)
    {
        m=m+1;
        p=p*2;
        L=L+3;
    }
}
```



| statement | # of times executed |
|------------------------|---------------------|
| int m=1,p=3,L=5; | ٣ |
| for (int i=1;i<=n;i++) | 1+n+1+n |
| m=m+1; | n |
| p=p*2; | n |
| L=L+3; | n |
| Total: | 5n+5 |

إن عدد العمليات في رأس حفة for: تعليمية إسناد + n+1 عملية مقارنة في الشرط + عملية زيادة ل i $1+n+1+n =$

لحساب درجة تعقيد الخوارزمية نبحث عن التابع (f(n) والثوابت c,n₀ كما يلي:

$$T(n) \leq C.f(n) ; \text{for all } n \geq n_0$$

$$T(n)=5n+5 \Rightarrow ^o n+5 \leq 6n$$

$$5 \leq 6n-5n$$

$$5 \leq n$$

$$\text{وعليه فإن: } f(n)=n \quad n_0=5 \quad c=6$$

بالتالي نقول أن الخوارزمية ذات درجة تعقيد O(n)

التمرين الثاني:

لتكن لدينا الخوارزمية التالية والمطلوب:

١- احسب عدد العمليات

٢- احسب تعقيد الخوارزمية .



```

Void main()
{
    int m=1,p=3,L=5;

    for (int i=1; i<=n; i++)
        for (int j=1; j<=n; j++)
    {
        m=m+1;
        p=p*2;
        L=L+3;
    }
}

```

لحساب عدد العمليات نجد ما يلي:

| statement | # of times executed |
|--------------------------|---------------------|
| int m=1,p=3,L=5; | ٣ |
| for (int i=1;i<=n;i++) | 1+n+1+n |
| for (int j=1; j<=n; j++) | n(1+n+1+n) |
| m=m+1; | n*n |
| p=p*2; | n*n |
| L=L+3; | n*n |
| Total: | $5n^2+4n+5$ |

$$T(n) = 3 + (1+n+1+n) + n(1+n+1+n+3n)$$

$$= 3 + 2 + 2n + n(5n+2)$$

$$= 5 + 2n + 5n^2 + 2n$$

$$= 5n^2 + 4n + 5$$

لحساب درجة تعقيد الخوارزمية نلاحظ أن : $5n^2 + 4n + 5 \leq 6n^2$ وذلك كما يلي:

| | | |
|---|-------------|--------|
| n | $5n^2+4n+5$ | $6n^2$ |
|---|-------------|--------|



| | | |
|---|-----|-----|
| ١ | ١٤ | ٦ |
| ٢ | ٣٣ | ٢٤ |
| ٣ | ٦٢ | ٥٤ |
| ٤ | ١٠١ | ٩٦ |
| ٥ | ١٥٠ | ١٥٠ |

$$f(n) = n^2 \quad n_0 = 5 \quad c = 6$$

بالتالي نقول أن الخوارزمية ذات درجة تعقيد $O(n^2)$

التمرين الثالث:

في ما يلي الشيفرة الزائفة لخوارزمية إيجاد المتوسط الحسابي والمطلوب:

١- احسب عدد العمليات

٢- احسب تعقيد الخوارزمية .

1. Read n.

2. Initialize Sum To 0.

3. Initialize I To 1.

4. While I<=N Do The Following

A. Read Number .

B. Add Number To Sum.

C. Increment I By 1.

5. Calculate Mean = Sum/N.

إن كلاً من الخطوات ٣ ، ١ تتفذ مرة واحدة بينما A,B,C ينفذ كل منها n مرة بينما

٤ تتفذ n+1 مرة و ٥ تتفذ مرة واحدة :

| Statement | # of times executed |
|-----------|---------------------|
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |



| | | |
|--------|-------------------|--------|
| 3 | MANARA UNIVERSITY | 1 |
| 4 | | $n+1$ |
| A | | N |
| B | | N |
| C | | N |
| 5 | | 1 |
| Total: | | $4n+5$ |

بتحليل التابع $T(n)$ نجد أن $C=5$ و $n_0=0$ وبالتالي يمكننا القول أن الخوارزمية ذات درجة تعقيد $O(n)$ و $T(n) = O(n)$

ويبين النص التالي برنامجاً بلغة C++ لتنفيذ هذه الخوارزمية البسيطة:

```
#include "iostream.h"

void main(void)
{
    int n,i;
    float Sum;
    float Number;

    cin>>n;

    Sum=0.0;
    i =1 ;

    while(i<=n)
    {
        cin>>Number;
        Sum += Number;
        i++;
    }

    float mean= Sum / n;
    cout<<mean<<endl;
}
```



التمرين الرابع:

لتكن لدينا الخوارزمية التالية والمطلوب:

١- احسب عدد العمليات

٢- احسب تعقيد الخوارزمية .

```
Void main()
{
    int m=1,p=3,L=5;

    for (int i=n; i>=1; i/=2)
        for (int j=1; j<=n; j++)
    {
        m=m+1;
        p=p*2;
        L=L+3;
    }
}
```

لحساب عدد العمليات نجد مايلي:

| Statement | # of times executed |
|--------------------------|---------------------|
| int m=1,p=3,L=5; | 3 |
| for (int i=n;i>=1;i/=2) | $1+\log n+1+\log n$ |
| for (int j=1; j<=n; j++) | $(\log n)(1+n+1+n)$ |
| m=m+1; | $\log n *n$ |
| p=p*2; | $\log n *n$ |
| L=L+3; | $\log n *n$ |
| Total: | $5+(3+2n)\log n$ |

بالتالي فإن درجة تعقيد الخوارزمية هي $n \log n$

التمرين الخامس:

لتكن لدينا الخوارزمية التالية والمطلوب:

١- احسب عدد العمليات



```
Void main()
{
    int m=1;

    for (int i=n; i>=1; i/=2)
        for (int j=1; j<=n; j++)
    {
        If (j==3) break;
    }
    m=m+9;
}
```

لحساب عدد العمليات نجد مايلي:

| Statement | # of times executed |
|--------------------------|---------------------|
| int m=1; | 1 |
| for (int i=n;i>=1;i/=2) | $1+\log n+1+\log n$ |
| for (int j=1; j<=n; j++) | $(\log n)(1+3+2)$ |
| If (j==3) break; | $3+1$ |
| m=m+9; | $\log n$ |
| Total: | $7+9\log n$ |

بالتالي فإن درجة تعقيد الخوارزمية هي $\log n$

وظيفة:

١- لتكن لدينا الخوارزمية التالية والمطلوب:

١- احسب عدد العمليات

٢- احسب تعقيد الخوارزمية .

```
Void main()
{
```



```
int z=10,p=3;
```

```
for (int i=1; i<=5; i++)
    for (int k=1; k<=n; k++)
    {
        z=z+1;
        p=p*2;
    }
}
```