الفصل الصيفي : المحاضرة الثالثة -هندسة عملة

د. نزار عبد الرحمن

الحمولات –الاجهادات

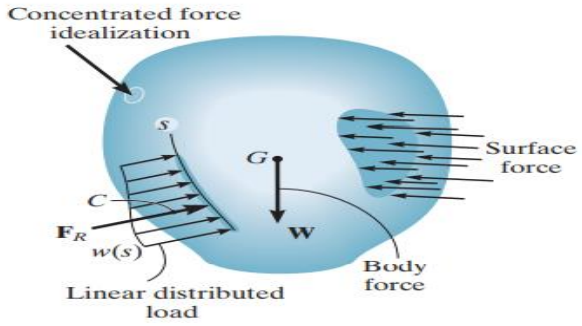
يدرس علم مقاومة المواد أو ميكانيك المواد العلاقة بين الحمولات الخارجية المطبقة على الجسم ، والاجهادات والانفعالات الناتجة عن الحمولات داخل الجسم .

يمكن للقوى الخارجية أن تكون موزعة أو مركّزة على مساحة محددة من الجسم .

الحمولات الخارجية :يتعرض الجسم لنوعين من الحمولات الخارجية هي قوى السطح ، وقوى الجسم

- **قوى السطح** : تنتج عن طريق التماس المباشر بين سطح جسم معين وجسم آخر ، وتكون هذه القوى موزعة على مساحة التماس بين الأجسام

- **قوى الجسم** :تنتج عندما يؤثر جسم ما بقوة على جسم آخر بدون تماس الجسمين فيزيائياً بشكل مباشر بينهما ، مثل قوة تأثير الجاذبية والقوة الكهرو مغناطيسية. هذه الحمولات يتم تمثيلها بقوة مركّزة وحيدة



تعاريف أساسية

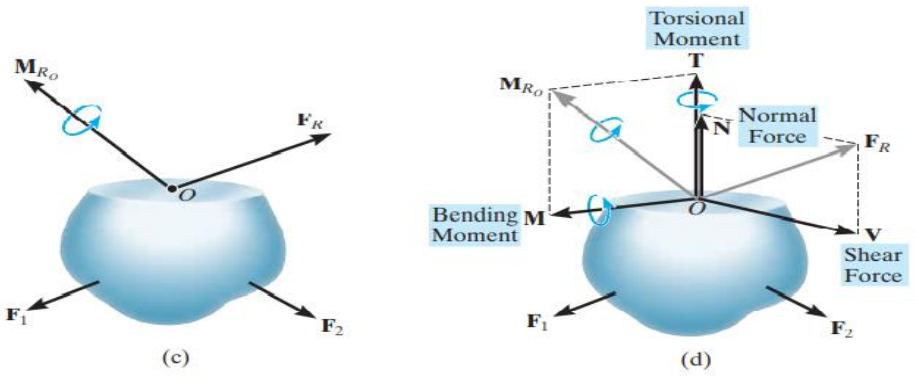
المقاومة : مقاومة المادة للحمولات الخارجية ، وتقاس بواحدات الاجهاد .

الصلابة : المادة التي يمكنها تحمّل وحدة اجهاد عالية مصحوبة بوحدة انفعال صغيرة نسبيا ، ويمكن قياس هذه الخاصية عن طريق معامل المرونة .

المتانة: مقاومة المادة لامتصاص الطاقة الميكانيكية المكتسبة عند تعريضها لحمل معين ،ويقال عن المادة أنها متينة عندما تقاوم تشكلات كبيرة مع اجهاد كبير بنفس الوقت .

الصلادة : مقاومة المادة للخدش أو البري أو الاحتكاك أو القطع

محصلة الحمولات الداخلية:



في الفراغ ثلاثي الأبعاد

القوة الناظمية :تؤثر بشكل متعامد مع المساحة ، وتنتج هذه القوة عندما تحاول الحمولات الخارجية دفع أو سحب جزئي المقطع من الجسم بالنسبة

لبعضهما البعض. N

قوة القص :يقع خط تأثير هذه القوة في مستوي المساحة ، وتنتج هذه القوة عندما تحاول الحمولات الخارجية أن تحدث انزلاق أحد أجزاء الجسم على الجزء الآخر.

عزم الفتل : ينتج عندما تحاول الحمولات الخارجية فتل أحد أجزاء الجسم بالنسبة للجزء الآخر حول محور عمودي على المساحة.T(Tourqe)

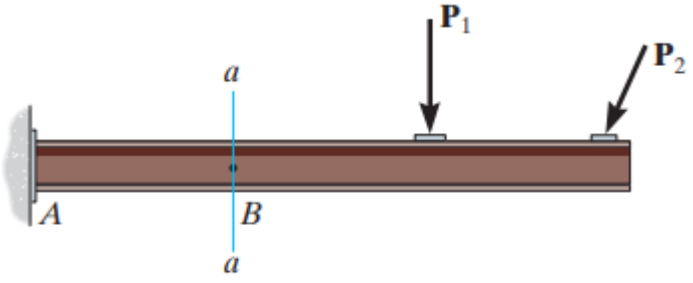
عزم الانعطاف :ينتج عندما تحاول الحمولات الخارجية بثني الجسم حول محور يمر بمستوي المساحة M.

الحمولات الداخلية المتشكلة في العناصر الانشائية والميكانيكية في المستوي:

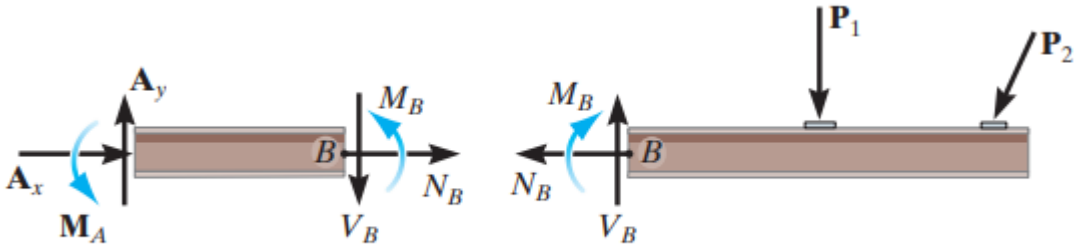
من أجل تصميم العناصر الانشائية والميكانيكية توجد حاجة لمعرفة قيم الحمولات المؤثرة داخل العناصر من أجل التأكد من أن المادة تستطيع أن تقاوم هذه الحمولات .

يمكن تحديد الحمولات الداخلية عن طريق استخدام طريقة المقاطع .

مثال من أجل تحديد الحمولات الداخلية للعتبة المبينة في الشكل المؤثرة عند النقطة B، نتخيل مقطعا وهميا a-a يقسم العتبة إلى قسمين (يميني ويساري) . هذه الحمولات الداخلية تصبح خارجية عند رسم مخطط الجسم الحر لكل قسم من العتبة .



(a)



(b)

- القوة NB تؤثر بشكل عمودي على المقطع العرضي وتسمى القوة الناظمية (العمودية) .

- القوة VB تؤثر بشكل مماسي على المقطع العرضي وتسمى قوة القص .

- عزم المزدوجة MB يسمى عزم الانحناء.

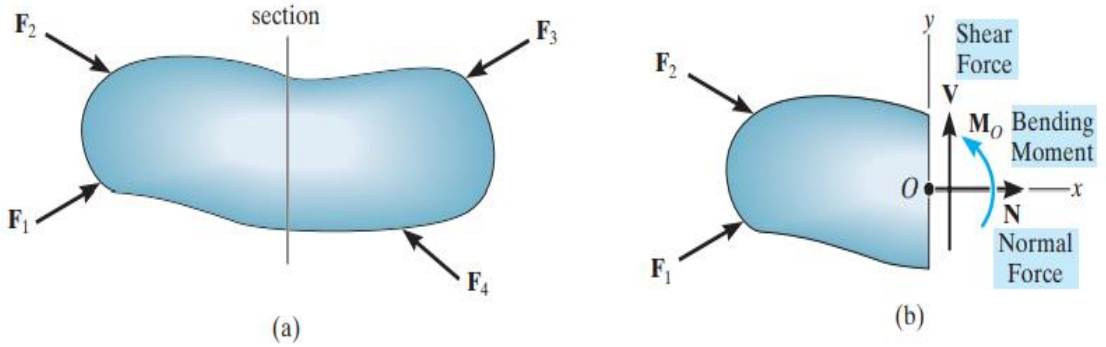
مركبات القوة تمنع الحركة الانسحابية بين قسمي العتبة ، بينما يمنع عزم المزدوجة قسمي العتبة من الدوران .

وفق قانون نيوتن الثالث يكون اتجاه هذه القوى متعاكسا بين قسمي العتبة .

يمكن حساب هذه الحمولات عن طريق كتابة معادلات التوازن للقسم المختار ، وفي هذا المثال من الأفضل كتابة معادلات التوازن للقسم اليميني حيث لا توجد ضرورة لحساب ردود الأفعال عند التثبيت التام A .

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0 .$$

$\sum M_B = 0$(حيث تكون قيمة العزم للقوتين مساوية للصفر)



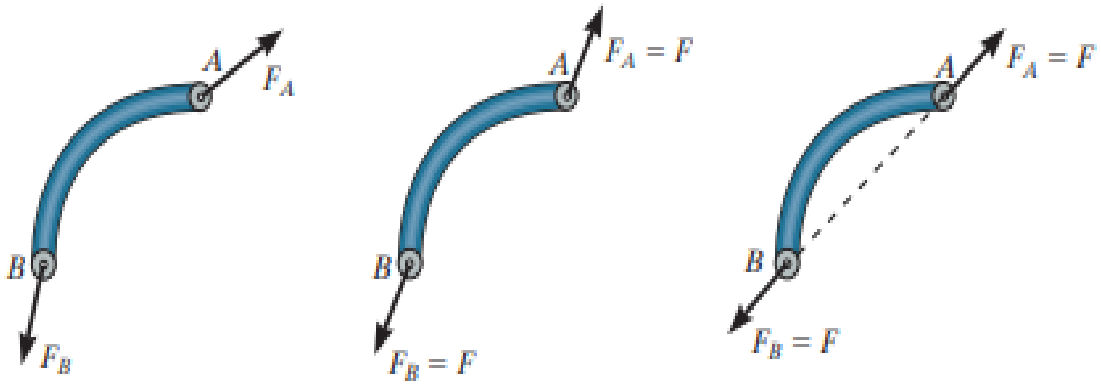
- القوة الناظمية N

- قوة القص V

- عزم الانحناء Mo

العناصر المتوازنة تحت تأثير قوتين Two Forces Members:

هي عناصر غير محمّلة بأية قوة خارجية أو عزم وتكون متوازنة تحت تأثير قوتين فقط تؤثران في نهايتي العنصر وعلى امتداده ، ويكون العنصر المفروض إما في حالة ضغط أو شد



(a) (b) (c)

في المستوي

في حالة القوى المستوية سوف يؤثر في المركز الهندسي للجسم القوى القوة الناظمية ،وقوة القص ، وعزم الانعطاف N,V,M

كتابة معادلات التوازن :

حدد المحاور مع نقطة المبدأ للمركز الهندسي.

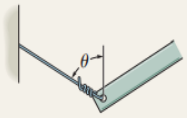
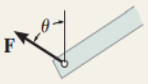
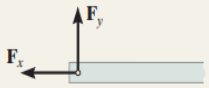
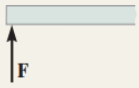
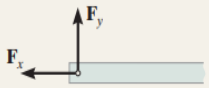
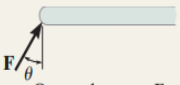
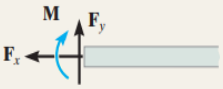
نأخذ معادلة العزوم بالنسبة للمقطع حول كل محورتؤثرفيه محصلة

حيث ينتج لدينا مباشرة قيمة Mأو T,

بعد حل المعادلات ،إذا نتج لدينا أن إشارة إحدى القيم سالبة فهذا يعني أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة عكس الاتجاه المفروض .

المفاصل وردود الأفعال

TABLE 1–1

Type of connection	Reaction	Type of connection	Reaction
 Cable	 One unknown: F	External pin	 Two unknowns: F_x, F_y
Roller	 One unknown: F	Internal pin	 Two unknowns: F_x, F_y
Smooth support	 One unknown: F	Fixed support	 Three unknowns: F_x, F_y, M

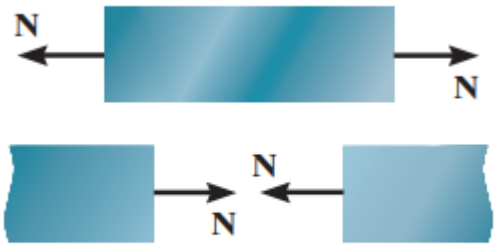
معادلات التوازن في الفراغ والمستوي

$$\begin{array}{lll} \Sigma F_x = 0 & \Sigma F_y = 0 & \Sigma F_z = 0 \\ \Sigma M_x = 0 & \Sigma M_y = 0 & \Sigma M_z = 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \\ \Sigma M_O &= 0 \end{aligned}$$

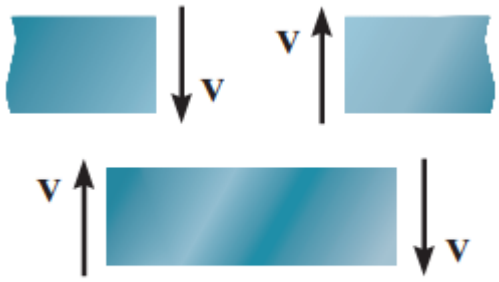
مصطلحات تحديد اتجاهات القوى الداخلية:

- القوة الناظمية الموجبة



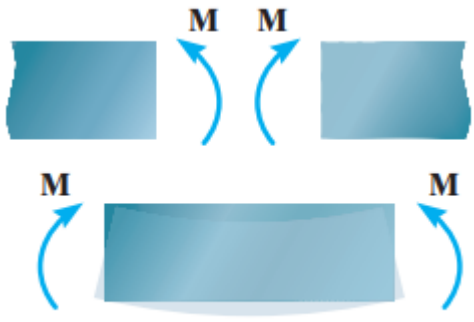
Positive normal force

- قوة القص الموجبة:



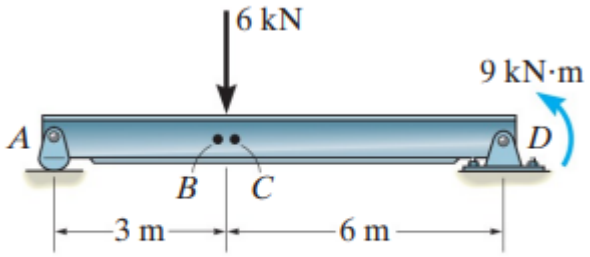
Positive shear

- عزم الانحناء الموجب :

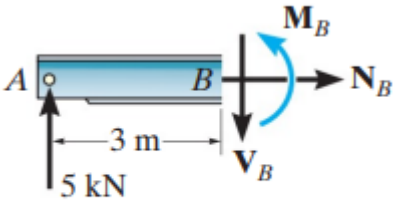


Positive moment

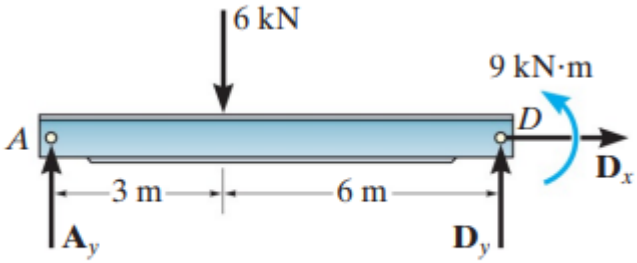
مسألة 1 :احسب القوة الناظمية ،وقوة القص ، وعزم الانعطاف الداخلية للعتبة المبينة في الشكل على يسار النقطة Bتماماً ، وعلى يمين النقطة Cتماماً .



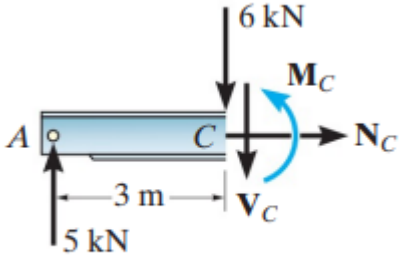
(a)



(c)



(b)



(d)

1-حساب ردود الأفعال الخارجية :

نرسم مخطط الجسم الحر لكامل العتبة ونحسب رد الفعل عند المفصل المتحرك A ، حيث سنأخذ المقطع اليساري في الحساب .

$$\sum M_D = 0 \,, \Rightarrow 9KN.m + 6KN(6m) - A_y(9m) = 0$$
$$A_y = 5KN$$

2- مخطط الجسم الحر: نرسم مخطط الجسم الحر اليساري للجزئين AC, AB، من الملاحظ أن عزم المزدوجة 9 KN.m لاتظهر في مخطط الجسم الحر حيث تبقى في مكانها الأصلي حتى بعد القطع .

Equations of Equilibrium.

Segment AB

$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad N_B = 0 \qquad \textit{Ans.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 5\ \text{kN} - V_B = 0 \qquad V_B = 5\ \text{kN} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0; \qquad -(5\ \text{kN})(3\ \text{m}) + M_B = 0 \qquad M_B = 15\ \text{kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

Segment AC

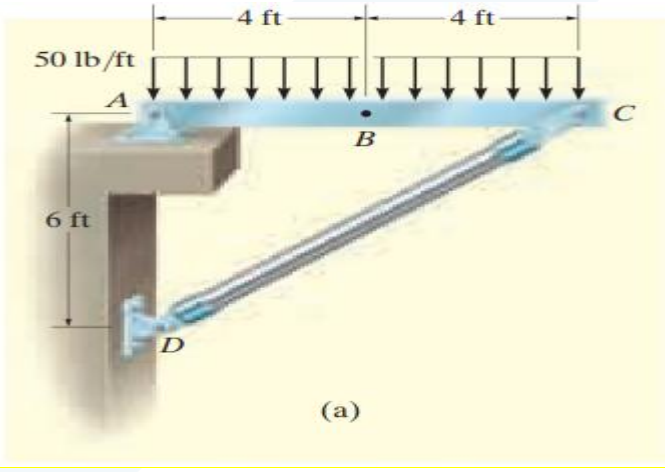
$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad N_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$

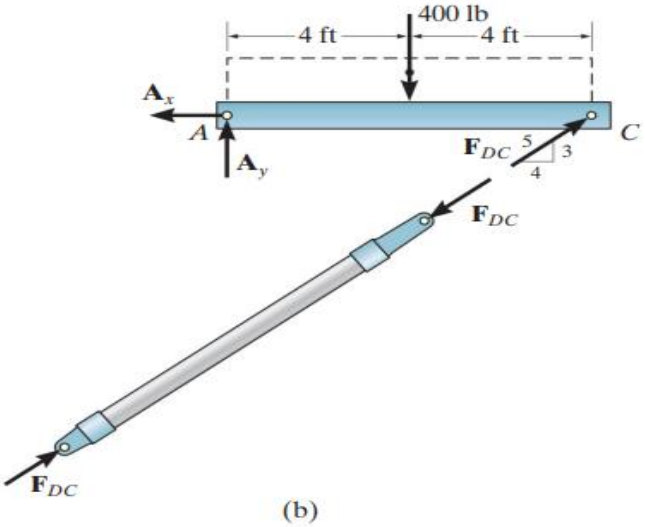
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 5\ \text{kN} - 6\ \text{kN} - V_C = 0 \qquad V_C = -1\ \text{kN} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -(5\ \text{kN})(3\ \text{m}) + M_C = 0 \qquad M_C = 15\ \text{kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

من الملاحظ أن الاشارة السالبة لقوة القص VC تدل أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة بعكس الاتجاه المفروض . وأن النقطتين B و Cمتقاربتين بحيث أن الذراع يساوي 3 متر في الحالتين .

مسألة 2: احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للهيكل المبين في الشكل عند النقطة B.





(b)

1- حساب ردود الأفعال الخارجية :

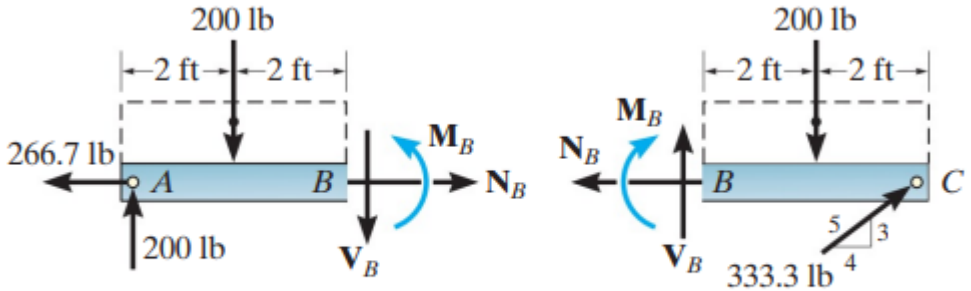
من الملاحظ أن العنصر CD هو عنصر متوازن تحت تأثير قوتين فقط

(TWO FORCES MEMBER)

$$)(8) = 0\ ,\ F_{CD} = 333.3Lb \sum M_A = 0, -400(4) + F_{CD}(\frac{3}{5}$$

$$\sum \boldsymbol{F_x = 0\ ,A_x - 333.3\left(\frac{4}{5}\right) = 0, A_x = 266.7Lb}$$

$$\sum \boldsymbol{F_y = 0\ ,A_y - 333.3\left(\frac{3}{5}\right) - 400 = 0, A_y = 200Lb}$$



(c)

كتابة معادلات التوازن للجزء AB:

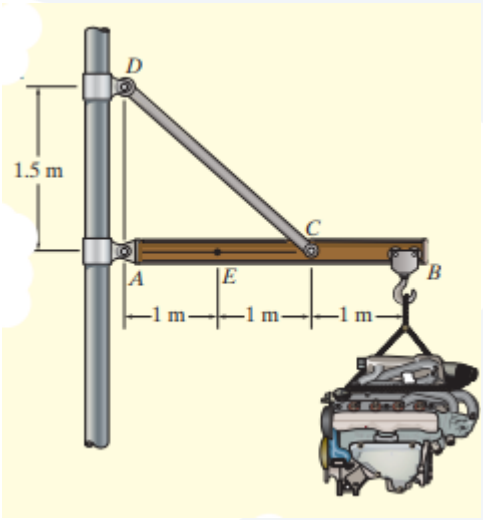
$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \quad N_B - 266.7\ \text{lb} = 0 \quad N_B = 267\ \text{lb} \quad \textit{Ans.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 200\ \text{lb} - 200\ \text{lb} - V_B = 0 \quad V_B = 0 \quad \textit{Ans.}$$

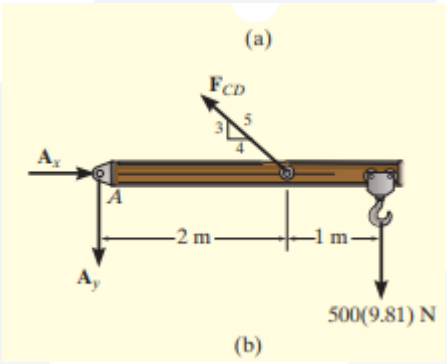
$$\circlearrowleft +\Sigma M_B = 0; \quad M_B - 200\ \text{lb}\,(4\ \text{ft}) + 200\ \text{lb}\,(2\ \text{ft}) = 0$$

$$M_B = 400\ \text{lb}\cdot\text{ft} \quad \textit{Ans.}$$

مسألة (3): محرك كتلته 500 Kg معلّق بواسطة رافعة ، أوجد محصلة القوى الداخلية المؤثرة على المقطع العرضي للعارضة عند النقطة E.



حساب ردود الأفعال:



$$\curvearrowleft + \Sigma M_A = 0; \quad F_{CD}\left(\tfrac{3}{5}\right)(2\text{ m}) - [500(9.81)\text{ N}](3\text{ m}) = 0$$

$$F_{CD} = 12\,262.5\text{ N}$$

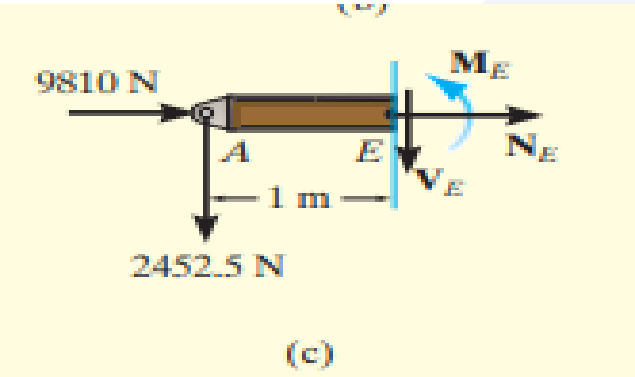
$$\pm \rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad A_x - (12\,262.5\text{ N})\left(\tfrac{4}{5}\right) = 0$$

$$A_x = 9810\text{ N}$$

$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad -A_y + (12\,262.5\text{ N})\left(\tfrac{3}{5}\right) - 500(9.81)\text{ N} = 0$$

$$A_y = 2452.5\text{ N}$$

مخطط الجسم الحر للجزء AE وكتابة معادلات التوازن :



(c)

$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad N_E + 9810\ \text{N} = 0$$

$$N_E = -9810\ \text{N} = -9.81\ \text{kN} \qquad \textit{Ans.}$$

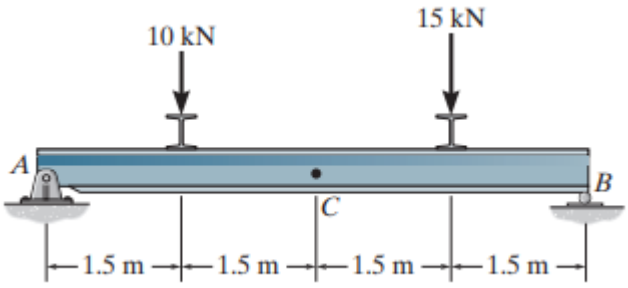
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad -V_E - 2452.5\ \text{N} = 0$$

$$V_E = -2452.5\ \text{N} = -2.45\ \text{kN} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_E = 0; \qquad M_E + (2452.5\ \text{N})(1\ \text{m}) = 0$$

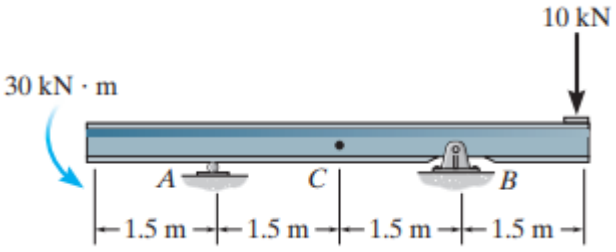
$$M_E = -2452.5\ \text{N}\cdot\text{m} = -2.45\ \text{kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة (4) : احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل عند النقطة C.



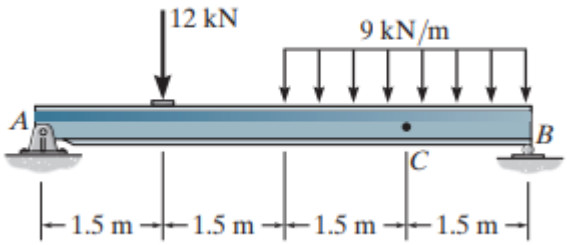
$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad B_y(6) - 10(1.5) - 15(4.5) = 0$$
$$B_y = 13.75 \text{ kN}$$
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 13.75 - 15 = 0$$
$$V_C = 1.25 \text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$
$$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad 13.75(3) - 15(1.5) - M_C = 0$$
$$M_C = 18.75 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة (5) : احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل عند النقطةC



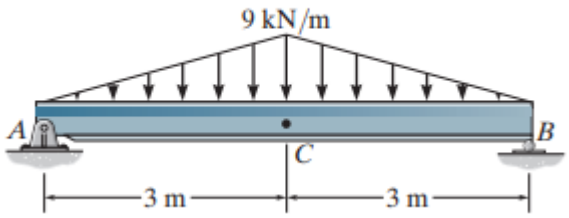
$$\zeta + \Sigma M_B = 0; \quad 30 - 10(1.5) - A_y(3) = 0$$
$$A_y = 5 \text{ kN}$$
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 5 - V_C = 0$$
$$V_C = 5 \text{ kN}$$
$$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad M_C + 30 - 5(1.5) = 0$$
$$M_C = -22.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

مسألة (6) : احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل عند النقطةC



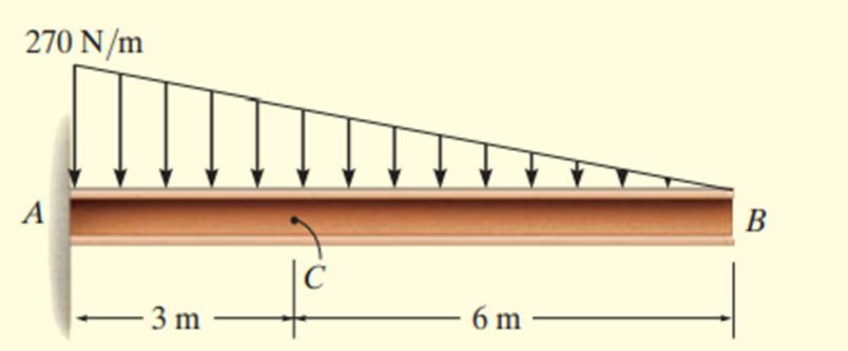
$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad B_y(6) - 12(1.5) - 9(3)(4.5) = 0$$
$$B_y = 23.25 \text{ kN}$$
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 23.25 - 9(1.5) = 0$$
$$V_C = -9.75 \text{ kN} \qquad \textit{Ans.}$$
$$\zeta + \Sigma M_C = 0;$$
$$23.25(1.5) - 9(1.5)(0.75) - M_C = 0$$
$$M_C = 24.75 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة (7) : احسب القوة العمودية ، وقوة القص ، وعزم الانعطاف للعتبة المبينة في الشكل عند النقطةC



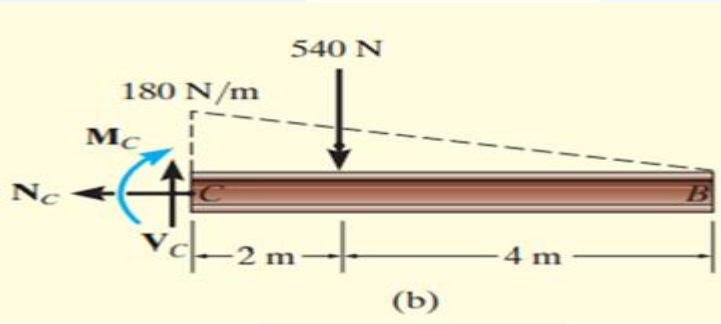
$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad B_y(6) - \tfrac{1}{2}(9)(6)(3) = 0$$
$$B_y = 13.5 \text{ kN}$$
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad N_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad V_C + 13.5 - \tfrac{1}{2}(9)(3) = 0$$
$$V_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$
$$\zeta + \Sigma M_C = 0; \quad 13.5(3) - \tfrac{1}{2}(9)(3)(1) - M_C = 0$$
$$M_C = 27 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة 8:احسب محصلة القوى الداخلية المؤثرة عند النقطة Cللهيكل المبين في الشكل.



الحل : لا توجد ضرورة لحساب ردود الأفعال عند نقطة التثبيت التام A، إذا اعتبرنا المقطع CBفي الدراسة :

مخطط الجسم الحر للمقطع CB:



يجب المحافظة على القوى الموزعة المؤثرة على المقطع CB، ويمكننا حساب شدة تأثير هذه القوى عند النقطة Cعن طريق التناسب وفق الآتي :

$$\frac{W}{6m} = \frac{270}{9m} \Rightarrow w = 180\ N/m$$

قيمة محصلة الحمولة الموزعة تساوي المساحة تحت منحنى الحمولة (مثلث) ، وتكون مركّزة في مركز مساحة المثلث ،أي أن :

$$F = \frac{1}{2}\left(\frac{180N}{m}\right)(6m) = 540N\ ،$$

نقطة تأثير المحصلة = $\frac{1}{3}(6) = 2\ \text{m}$

معادلات التوازن :

$$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad -N_C = 0$$

$$N_C = 0 \qquad \textit{Ans.}$$

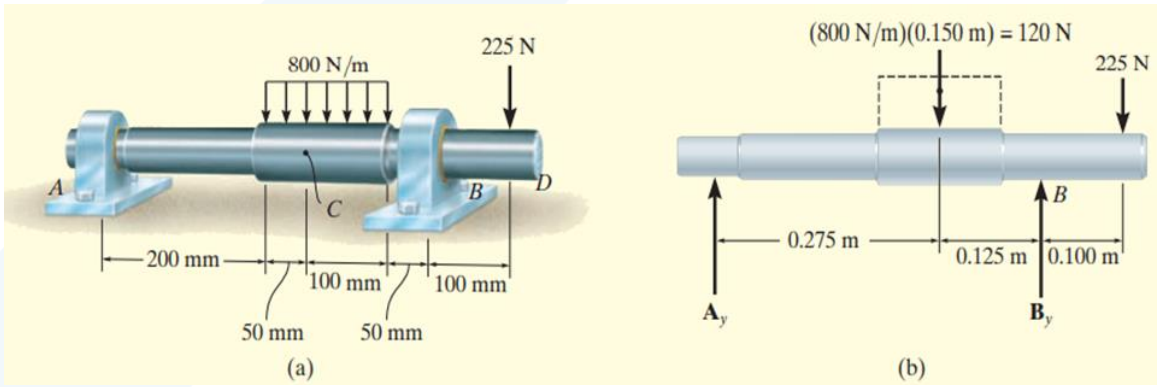
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad V_C - 540\ \text{N} = 0$$

$$V_C = 540\ \text{N} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -M_C - 540\ \text{N}(2\ \text{m}) = 0$$

$$M_C = -1080\ \text{N}\cdot\text{m} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة 9:احسب محصلة القوى الداخلية المؤثرة عند النقطة Cللعمود المبين في الشكل ، المحامل عند النقطتين A,Bتنتج ردود أفعال عمودية فقط .



نقوم بحل المسألة بأخذ الجزء اليساري للمقطع AC:

من أجل حساب رد الفعل عند المحمل A نكتب معادلة العزوم حول النقطة B:

$$\sum M_B = 0$$

$$\Rightarrow -A_y(0.400m) + 120N(0.125m) - 225N(0.100m) = 0$$

$$A_y = -18.75N$$

الاشارة السالبة لرد الفعل تعني أن الاتجاه الصحيح لهذه القوة هو عكس الاتجاه المفروض.

رسم مخطط الجسم الحر وكتابة معادلات التوازن للجزء AC:

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow N_C = 0$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow -18.75\ N - 40N - V_C = 0$$

$$\sum M_C = 0$$

$$\Rightarrow M_C + 40N(0.025) + 18.75N(0.250m) = 0$$

$$M_C = -5.69N.m$$