

مقرر المشتقات المالية

الفصل الثالث: الخيارات، التسعير

العلاقة مع أسعار الأصول ومعدلات الفائدة

Options, Performance, Pricing

interaction with asset price and interest rate

د. هادي خليل

أولاً: مقدمة:

يتطلب فهم أسواق الخيارات Options الحصول على بعض التفاصيل المؤسسية و السوقية، لذلك يبدأ هذا الفصل بمناقشة الخلفية المؤسسية لأسواق الخيارات، بما في ذلك أنواع العقود المتداولة وعروض الأسعار لمختلف الخيارات. أيضاً، لا بد من فهم علاقات التسعير السائدة في سوق الخيارات. على سبيل المثال، ما هي القيمة التي يجب أن يكون عليها خيار شراء سهم IBM بسعر 100 دولار إذا كان سهم شركة IBM يباع حالياً بسعر 120 دولاراً؟ وما هو التغير الذي سيطرأ على سعر الخيار إذا كان سعر التنفيذ هو 90 دولاراً فقط بدلاً من 100 دولار؟ وبالمثل، ما هي قيمة خيار بيع سهم شركة IBM مقابل 115 دولاراً أمريكياً إذا كان السهم يتداول بسعر 120 دولاراً أمريكياً؟

كما تمت مناقشته في الفصل الأول، هناك فئتان رئيسيتان من الخيارات، خيارات الشراء Call Options وخيارات البيع Put Options. يمنح خيار الشراء حامله الحق في شراء سلعة معينة بسعر معين، مع استمرار هذا الحق حتى تاريخ معين. يمنح خيار البيع لحامله الحق في بيع سلعة معينة بسعر محدد، مع استمرار هذا الحق حتى تاريخ معين. لكل خيار،

طرفان مشتري وبائع. بالنسبة لخيار الشراء، يتلقى البائع دفعة من المشتري ويعطي المشتري خيار شراء سلعة معينة منه بسعر معين. وبالمثل، يتلقى بائع خيار البيع دفعة من المشتري. ومن ثم يحق للمشتري أن يبيع سلعة معينة للبائع بسعر معين لفترة زمنية محددة .

في جميع الحالات، تنطوي ملكية الخيار على الحق، وليس الالتزام، لإجراء معاملة معينة. يجوز لمالك خيار الشراء شراء السلعة بالسعر المتعاقد عليه خلال مدة الخيار، ولكن ليس هناك أي التزام للقيام بذلك. وبالمثل، يجوز لمالك خيار البيع بيع السلعة بموجب شروط عقد الخيار، ولكن ليس هناك التزام بذلك.

ثانياً: تسعير الخيارات Options Pricing:

يعتمد تسعير الخيارات على الأسهم بدون توزيعات Dividends على خمسة عوامل:

Stock Price	S
Exercise Price	E
Time until Expiration	T
Volatility of the Underlying Stock	σ
Risk-Free Interest Rate	R_f

بالنسبة لخيار الشراء Call Option، يمكننا التعبير عن سعر الخيار كدالة لسعر السهم، وسعر التنفيذ Strike Price، والوقت حتى الاستحقاق time until expiration، كما يلي:

$$C(S, E, T)$$

Strike Price :S ، Exercise Price :E ، Maturity :T

على سبيل المثال:

$$C(120, 100, 0.25) = 22.75$$

وهو يعبر عن أن سعر خيار الشراء لسهم يتداول حالياً عند 120 دولار، و بسعر تنفيذ 100 دولار و يستحق بعد ربع سنة هو 22.75.

1-2 تسعير خيار الشراء عند التنفيذ Pricing Call Option at expiration :

يطلق مصطلح At expiration على اللحظة التي تسبق وقت التنفيذ مباشرة، إذا لم يتم تنفيذ الخيار في هذا الوقت، فسوف تنتهي صلاحيته على الفور وبالتالي لا يصبح له أي قيمة. تعد قيمة الخيارات عند انتهاء الصلاحية At expiration T=0 موضوعاً مهماً لأن العديد من العوامل التي تؤثر عادة على أسعار الخيارات تختفي عندما يكون الخيار على وشك الانتهاء.

قد ينشأ احتمالان فقط فيما يتعلق بالعلاقة بين سعر التنفيذ (E) وسعر السهم (S). إما $S > E$ أو $S \leq E$. إذا كان سعر السهم عند التداول أقل من أو يساوي سعر التنفيذ ($S \leq E$)، فلن يكون لخيار الشراء أي قيمة. لمعرفة سبب ذلك، ليكن خيار الشراء بسعر تنفيذ قدره 80 دولار على سهم يتم تداوله بسعر 70 دولار وبما أن الخيار على وشك الانتهاء، فإن مالك الخيار ليس لديه سوى بديلين - ممارسة الخيار، أو تركه لتنتهي صلاحيته. إذا تم ممارسة الخيار في هذه الحالة، يجب على حامل الخيار دفع سعر التنفيذ 80 دولارًا ويحصل على سهم بسعر تداول 70 دولارًا فقط، و بالتالي سيخسر 10 دولار، و ليتجنب ذلك سيترك الخيار لتنتهي صلاحيته دون تنفيذ، وعليه، فإن هذا الخيار ليس له أي قيمة وسيكون سعره في السوق صفرًا. وباستخدام الترميز السابق يمكن كتابة مايلي:

$$IF S \leq E, C(S, E, O) = 0$$

الاحتمال الآخر هو أن يتجاوز سعر التداول للسهم سعر التنفيذ عند انتهاء فترة الاستحقاق T=0، أي:

$$IF S > E, C(S, E, O) = S - E$$

إذا كان سعر السهم أكبر من سعر التنفيذ، يجب أن يكون لخيار الشراء سعر يساوي الفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ.

إذا لم تتحقق هذه العلاقة، ستكون هناك فرص للمراجحة Arbitrage. لنفترض في الوقت الحالي أن سعر التداول للسهم هو 50 دولار وأن سعر التنفيذ هو 40 دولار. إذا كان الخيار يباع بمبلغ 5 دولارات، فإن المستثمر (المراجع) Arbitrageur سيقوم بالصفقات التالية:

Transaction	Cash Flow
Buy a call option	\$-5
Exercise the option	-40
Sell the stock	50
Net Cash Flow	\$ 5

أي شراء خيار شراء و دفع 5 دولار ، و تنفيذ هذا الخيار و دفع 40 دولار للسهم، ومن ثم بيع السهم بالسعر المتداول و هو 50 دولار، و بالتالي يكون صافي الربح هو 5 دولارات.

من ناحية أخرى لنفترض أن سعر خيار الشراء أكبر من الفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ، باستخدام المثال السابق لسهم بسعر متداول 50 دولارًا وسعر تنفيذ 40 دولارًا، على فرض الآن أن سعر الخيار هو 15 دولارًا. مع هذه الأسعار، يقوم المراجع Arbitrageur بإجراء الصفقات التالية:

Transaction	Cash Flow
Sell a call option	+\$15
Buy the stock	-50
Initial Cash Flow	\$-35

أي يقوم ببيع خيار شراء و يحصل على 15 دولار، و أيضاً شراء سهم ب 50 دولار، و بالتالي صافي التدفق النقدي الحالي هو -35.

عندما يقوم حامل خيار الشراء بالتنفيذ أو حتى السماح بانتهاء صلاحيته. إذا تم ممارسة الخيار، فإن بائع خيار الشراء (المراجع) يترتب عليه القيام بهذه الصفقة الإضافية:

Transaction	Cash Flow
Deliver stock	0
Collect exercise price	\$+40
Total Cash Flow	\$ 5

في هذه الحالة، لا يزال هناك ربح قدره 5 دولار.

بينما إذا انتظر حامل الخيار لكي تنتهي الصلاحية دون أن يقوم بالتنفيذ، ففي هذه الحالة سيقوم المراجع (بائع الخيار) ببساطة ببيع السهم بمجرد انتهاء صلاحية الخيار وسيحصل على 50 دولارًا.

إذا تجاوز سعر السهم سعر التنفيذ عند تاريخ الاستحقاق، فإن سعر الخيار يجب أن يساوي بين الفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ. و الجمع بين هاتين العلاقتين يسمح بذكر المبدأ الأساسي الأول لتسعير الخيارات:

$$C(S, E, O) = \max(0, S - E)$$

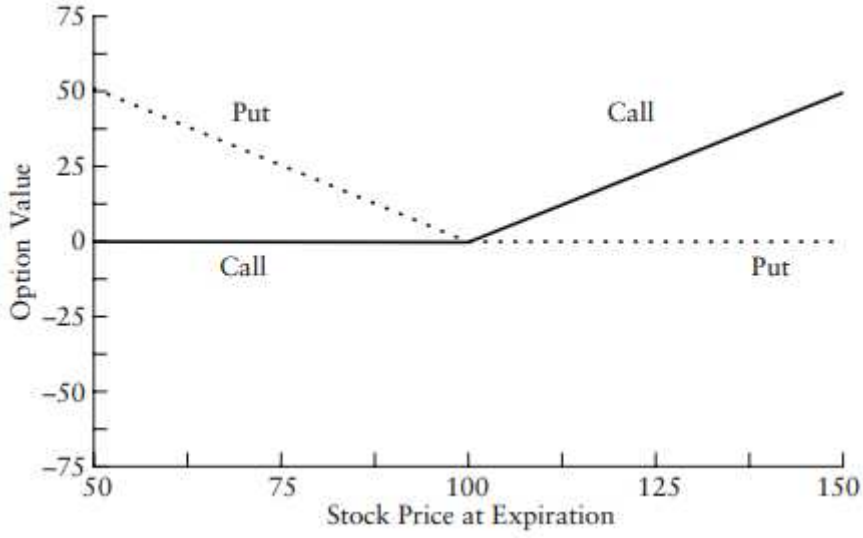
أي، عند انتهاء صلاحية الخيار، يجب أن يكون لخيار الشراء قيمة تساوي الصفر أو الفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ، أيهما أكبر. ويجب أن يتحقق هذا الشرط، وإلا ستكون هناك فرص مراجعة ينتظر المراجعون لاستغلالها.

2-2 تسعير الخيارات والربح والخسارة في تاريخ الاستحقاق:

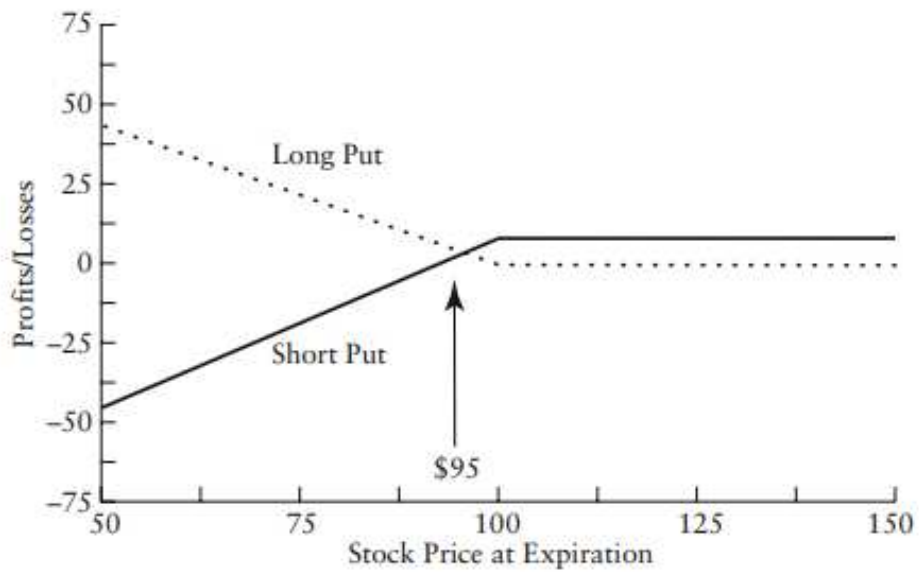
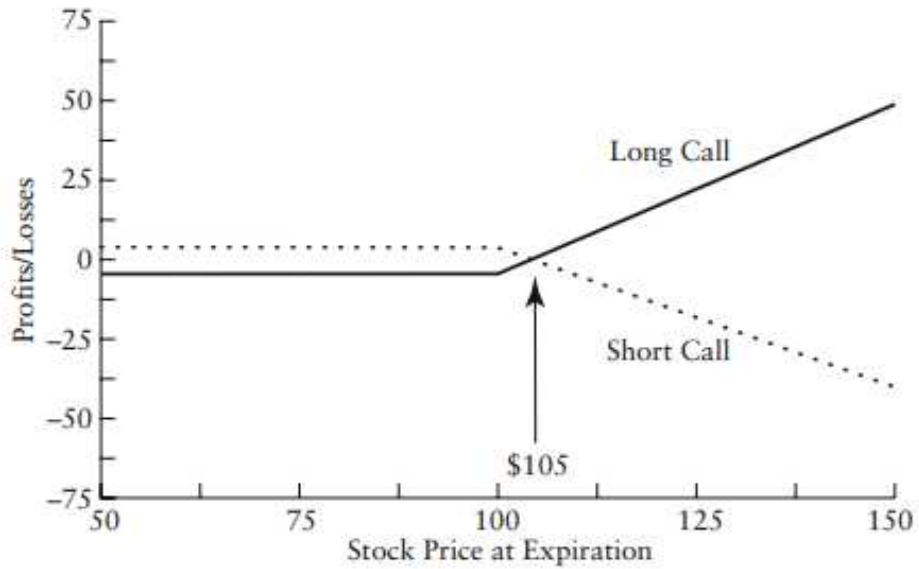
من المهم الفصل بين قيمة الخيار أو سعره والربح أو الخسارة التي قد يتعرض لها المتداول. ليكن هناك خيار شراء Call Option و خيار بيع Put Option ، حيث يبلغ سعر كل منهما 100 دولار. يبين الشكل في الأسفل قيمة هذه الخيارات عند تاريخ الاستحقاق و ذلك عند أسعار الأسهم المختلفة. على المحور الرأسي يظهر قيمة خيارات الشراء والبيع عند انتهاء الصلاحية كدالة (تابع) لسعر السهم المشار إليه على المحور الأفقي. يظهر سعر خيار الشراء كخط متصل، بينما يظهر سعر خيار البيع كخط منقط.

إذا كان سعر السهم المتداول أقل من أو يساوي سعر التنفيذ البالغ 100 دولار، فيجب أن تكون قيمة خيار الشراء صفر، كما هو مبين في الشكل في الأسفل. أما إذا كان سعر التداول للسهم أعلى من سعر التنفيذ، فإن سعر الخيار

يساوي الفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ S-E. وينعكس ذلك في الرسم البياني لقيمة خيار الشراء، والذي يرتفع بزاوية 45 درجة ابتداءً من فوق 100 دولار للسهم. و يظهر الرسم البياني نفس التحليل بالنسبة لخيار البيع Put Option.



لنفترض الآن أن كل من خيار البيع والشراء له سعر تنفيذ 100 دولار، ولكن تم شراءها بعلاوة Premium قدرها 5 دولار. إن معرفة السعر الذي تم دفعه يسمح بحساب الأرباح والخسائر عند انتهاء الصلاحية للبائعين والمشتريين لكل من خيارات البيع والشراء. ويوضح الشكل في الأسفل النتائج البديلة لجميع هذه الأطراف. يعرض الجزء العلوي مراكز الربح والخسارة لخيار الشراء. الخط المتصل يتعلق بمشتري خيار الشراء، والخط المنقط لبائع خيار الشراء. بالنسبة لأي سعر سهم أقل من أو يساوي سعر التنفيذ البالغ 100 دولار، ستنتهي صلاحية الخيار بلا قيمة وسيخسر المشتري سعر الخيار كاملاً.



إذا تجاوز سعر السهم 100 دولار، فلنفترض أنه وصل إلى 105 دولارات، فسيقوم صاحب خيار الشراء بتنفيذ العقد، ويدفع 100 دولار للسهم ويحصل على سهم بقيمة 105 دولارات. بالتالي يتعادل Break even التدفق النقدي الخارج ($5+100$) مع التدفق الداخل وهو السعر المتداول للسهم 105 دولار. بالنسبة لحامل الخيار، فإن أي سعر سهم أقل من 100 دولار يؤدي إلى خسارة المبلغ الإجمالي المدفوع للخيار (5 دولار). بالمقابل عند سعر أكبر من سعر التنفيذ، سيقوم حامل الخيار بتنفيذ العقد.. في هذا المثال، يجب أن يكون سعر السهم أكبر من 105 دولارات لتحقيق أي ربح صافي لحامل خيار الشراء.

بالنسبة لبائع خيار الشراء، وضع الريج بالنسبة له هي عكس الوضع بالنسبة لحامل الخيار (المشتري). أفضل موقف لبائع خيار الشراء هو أن يظل سعر السهم عند 100 دولار أو أقل. في هذه الحالة، يحتفظ مصدر الخيار بالقسط Premium بالكامل ولن يتم تنفيذ خيار الشراء. إذا كان سعر السهم 105 دولار، فيمكن تنفيذ الخيار ويجب على بائع خيار الشراء تسليم أسهم بقيمة 105 دولار الآن واستلام 100 دولار فقط. في هذه الحالة، تساوي خسارته القسط (سعر بيع الخيار) الذي حصل عليه في التنفيذ Breakeven. إذا كان سعر السهم أكبر من 105 دولارات، فسوف يتكبد بائع الخيار خسارة صافية، فأرباح المشتري خسائر البائع والعكس صحيح. إذا جمعنا كل المكاسب والخسائر في سوق الخيارات، متجاهلين تكاليف المعاملات، فإن المجموع يساوي صفرًا.

يظهر الجزء الثاني من الشكل في الأعلى مراكز الربح والخسارة لطرفي خيار البيع. إذا دفع مشتري خيار البيع 5 دولار مقابل الحصول على خيار بسعر تنفيذ 100 دولار، فسوف يحقق التعادل (بين الربح و الخسارة) عند 95 دولارًا. كما يحقق بائع الخيار التعادل عند 95 دولار.

1-3 العلاقة بين سعر الخيار وسعر الأصل الأساس:

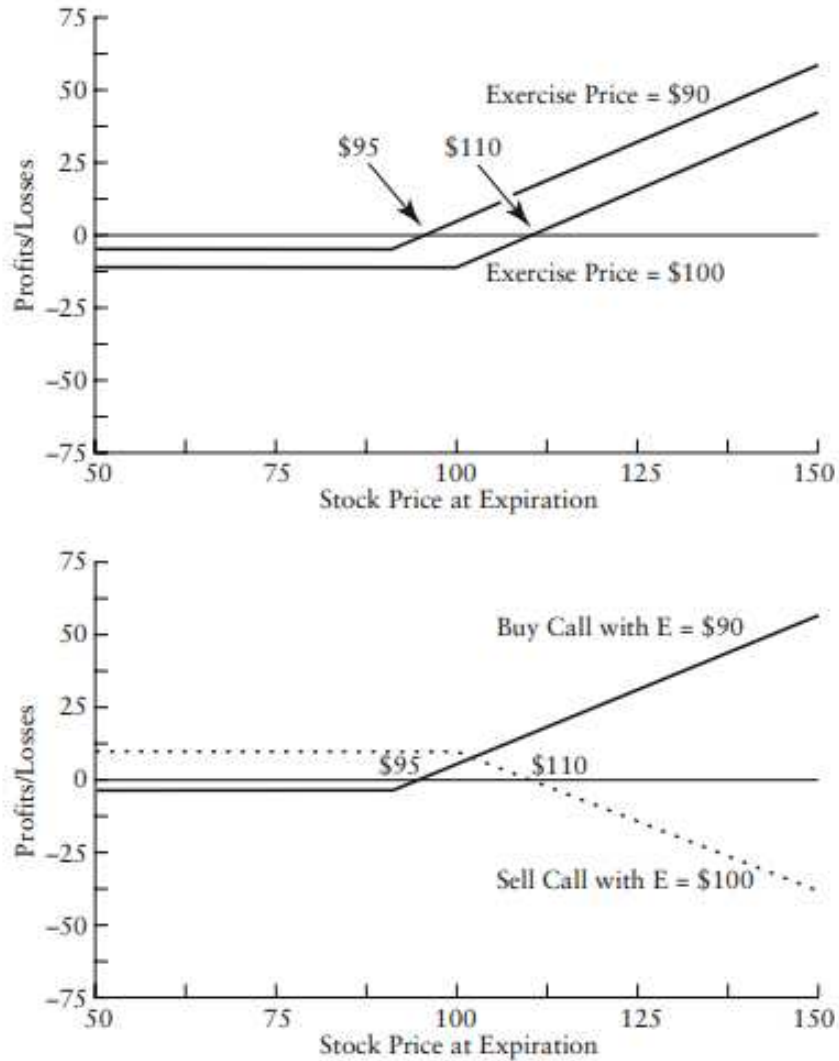
تنوع أسعار التنفيذ و تواريخ الاستحقاق للخيارات على نفس السهم (الأصل الأساس). ومن غير المستغرب أن يتم الحفاظ على علاقات محددة بين هذه الأنواع المختلفة من الخيارات، إذا لم تكن هناك فرص للراجحة:

$$\text{if } E_1 < E_2, C(S, E_1, T) \geq C(S, E_2, T)$$

إذا كان خيارا شراء متماثلين، باستثناء أن سعر تنفيذ الخيار الأول أقل من سعر تنفيذ الخيار الثاني، فيجب أن يكون للخيار ذي سعر التنفيذ الأقل سعر يساوي أو أكبر من سعر الخيار ذي سعر التنفيذ الأعلى.

في هذه الحالة، يسمح كلا الخيارين لمالك الخيار بشراء نفس عدد الأسهم لنفس الفترة. ومع ذلك، فإن الخيار ذو سعر التنفيذ الأقل يسمح لمالك هذا الخيار بشراء الأسهم بسعر أقل. لذلك، يجب أن يكون للخيار ذو سعر التنفيذ الأقل قيمة أكبر. لمعرفة سبب صحة هذه القاعدة، لنفترض أن هناك خيارين متشابهين تمامًا، باستثناء أن الخيار الأول له سعر تنفيذ 100 دولار ويبيع (Premium) مقابل 10 دولارات. الخيار الثاني له سعر تنفيذ 90 دولار وعلاوة 5 دولارات (أي عكس القاعدة أعلاه). تظهر الرسوم البيانية في الأسفل الربح والخسارة لكلا الخيارين، الخيار بسعر تنفيذ 90 دولار له

سيناريو ربح وخسارة أفضل بكثير من الخيار بسعر تنفيذ 100 دولار. فيغض النظر عن سعر السهم عند تاريخ الاستحقاق، فإن الخيار بسعر تنفيذ 90 دولار سيحقق أداءً أفضل (ربح أكبر و خسارة أقل).



لكن مع هذه الأسعار، سوف يرغب جميع المشاركين في السوق بشراء الخيار الذي يبلغ سعر تنفيذه 90 دولار. وهذا من شأنه أن يتسبب في انخفاض سعر الخيار الذي يبلغ سعر تنفيذه 100 دولار حتى يصبح المستثمرون على استعداد للاحتفاظ به أيضاً. ولكن هذا لن يحدث إلا إذا كان عند أقل قيمة من الخيار الذي يبلغ سعر تنفيذه 90 دولاراً. يمكن طرح نفس الفكرة في السياق التالي لأن فرص الربح والخسارة في الجزء الأول من الشكل السابق تخلق فرصة مراجعة Arbitrage. وفي مواجهة هذه الأسعار، سوف يتعامل المراجيح ببساطة على النحو التالي:

Transaction	Cash Flow
Sell the option with the \$100 exercise price	\$10
Buy the option with the \$90 exercise price	-5
Net Cash Flow	\$ 5

السيناريو السابق يعطي مركزاً يمكن رسمه بيانياً في الجزء الثاني من الشكل السابق. يتم بيع خيار شراء بسعر تنفيذ 100 دولار وهو واضح بيانياً بالخط المنقط. و معرفة لماذا قد يبدو هذا المركز جيداً للمستثمر سندستفيد من الجدول التالي الذي يظهر موقف الربح والخسارة لكل خيار و الذي يتغير مع تغير أسعار الأسهم (الأصل الأساس) التي قد تسود عند تاريخ استحقاق الخياران:

Stock Price at Expiration	Profit or Loss on the Option Position		
	For E = \$90	For E = \$100	For Both
80	\$-5	\$+10	\$+5
90	-5	+10	+5
95	0	+10	+10
100	+5	+10	+15
105	+10	+5	+15
110	+15	0	+15
115	+20	-5	+15

لدى كل سعر للسهم (الأصل الأساس Underlying)، ففي السطر الأول في الجدول سيكون هناك بعض الربح. إذا كان سعر السهم عند 80 فإن المستثمر سيخسر - 5 دولار وهي علاوة الخيار بسعر تنفيذ 90 حيث لن يقوم بتنفيذ الخيار طالما سعر التداول أقل من سعر التنفيذ، بينما نفس المستثمر سيربح علاوة بيع الخيار بسعر تنفيذ 100، فمشتري هذا الخيار لن يقوم بتنفيذه أيضاً لأن سعر السهم المتداول 80 أقل من سعر التنفيذ 100. و نفس المنطق ينطبق عندما يكون سعر السهم المتداول 90، وبالتالي سيكون الربح 5 دولار من الخيارات (بيع الخيار بسعر تنفيذ 100 و شراء خيار بسعر تنفيذ 90).

عندما يرتفع سعر السهم إلى 95 فإن المستثمر سيربح بالإضافة إلى 5 دولار أيضاً ربحاً من تنفيذ خيار الشراء لأن السعر المتداول للسهم أصبح 95 و هو أكبر من سعر التنفيذ 90. أي سيشتري بموجب الخيار سهماً بسعر 90 و يبيعه مباشرة بسعر المتداول 95 و بالتالي سيكون الربح 10.

مع استمرار ارتفاع سعر السهم عند تاريخ الاستحقاق إلى 100 دولار، فإن الربح من تنفيذ خيار الشراء سيرتفع إلى 10 دولار و بالتالي الربح الإجمالي سيصبح 15 دولار، وهو يمثل أقصى ربح يمكن تحقيقه. لماذا؟

لأنه عندما يصبح السعر 105 سيكون إجمالي ربحه من بيع خيار الشراء هو 5 بدلاً من 10 عند مستويات الأسعار السابقة، أي أن المستثمر سيبيع سلباً ببيع سهم بسعر تنفيذ 100 ولكن سعره في السوق 105، و بالتالي سيكون إجمالي التدفق النقدي هو +10 سعر بيع الخيار و -5 = 5. نفس الأمر ينطبق عند مستويات الأسعار الأخرى العالية فالربح المتحقق من تنفيذ خيار الشراء بسعر تنفيذ 90 سيستهلك Offsetting من الخسارة من بيع خيار شراء بسعر تنفيذ 100.

يمكن الاستنتاج من المثال السابق أنه بإمكان المستثمر أن يضمن ربحاً لا يقل عن 5 دولار وربما يصل إلى 15 دولارًا دون مخاطرة أو امتلاك أي رأس مال، وهو ما يعرف بفرصة المراجعة. لذلك لكي تكون أسعار الخيارات عقلانية ومن أجل عدم السماح بالمراجعة، يجب أن يكون سعر الخيار بسعر تنفيذ 90 دولار على الأقل بنفس مستوى سعر الخيار بسعر تنفيذ 100 دولار.

1-4 العلاقة بين سعر الخيار وتاريخ الاستحقاق:

نفس المنطق السابق ينطبق فيما يخص اختلاف فترة الاستحقاق للخيارات، أي :

$$\text{if } T_1 > T_2, C(S, T_1, E) \geq C(S, T_2, E)$$

إذا كان الخياران متشابهين، فيجب بيع الخيار الذي لديه وقت انتهاء صلاحية أطول بمبلغ يساوي أو أكبر من الخيار الذي ينتهي صلاحيته في وقت أبكر.

من البديهي أن هذا المبدأ لا بد وأن يتحقق، لأن الخيار الذي يمتد أجله إلى تاريخ استحقاق أطول يمنح المستثمر كل المزايا التي يوفرها الخيار الذي يمتد أجله إلى تاريخ استحقاق أقصر. ولكن الخيار الذي يمتد أجله إلى تاريخ استحقاق أطول يسمح للمستثمر أيضاً بالانتظار لفترة أطول قبل ممارسة الخيار. وفي بعض الظروف، فإن الوقت الإضافي اللازم لتنفيذ الخيار سوف يكون له قيمة إيجابية.

إذا تم بيع الخيار الذي له فترة استحقاق أطول بسعر أقل من الخيار الذي له فترة استحقاق أقصر، فستكون هناك أيضًا فرصة للمراجحة Arbitrage، والتي تتم كما يلي:

لنفترض أن هناك خيارين مكتوبين على نفس السهم بسعر تنفيذ 100 دولار. لنفترض أن الخيار الأول له تاريخ ستة أشهر ويتم تداوله مقابل 8 دولار، بينما يكون الخيار الثاني بتاريخ استحقاق بعد ثلاثة أشهر ويتم تداوله مقابل 10 دولار. في هذه الحالة، سيقوم المراجح Arbitrageur بإجراء المعاملات التالية:

Transaction	Cash Flow
Buy the six-month option for \$8	\$ - 8
Sell the three-month option for \$10	+10
Net Cash Flow	\$ 2

من خلال شراء خيار الاستحقاق الأطول وبيع خيار الاستحقاق الأقصر، يتلقى المستثمر تدفقًا نقديًا صافيًا قدره 2 دولار. يبدو أنه قد يكون هناك بعض المخاطر، لأن الخيار الذي تم بيعه قد يتم تنفيذه. للتأكد من أن موقف المتداول آمن، لا يجب نسيان أنه إذا مارس المشتري الخيار، فيمكن للمراجح ببساطة تنفيذ خيار الأشهر الستة (قبل فترة الاستحقاق أي بعد ثلاثة أشهر) واستخدام السهم الذي تم استلامه وبيعه ضمن عقد خيار الشراء الذي تم بيعه وهو خيار الأشهر الثلاثة. سيضمن هذا أن البائع يمكنه الاحتفاظ بالدولارين، وبالتالي سيكون هناك ربح قدره 2 دولار بغض النظر عما يحدث لسعر السهم. نظرًا لأن هذا الربح مؤكد وتم تحقيقه دون استثمار ولا دولار، فهو ربح من ضمن فرصة المراجحة. وبالتالي ومن أجل إلغاء هذه الفرصة لا يمكن أن يكون سعر الخيار ذو الوقت الأطول للاستحقاق أقل من سعر الخيار ذو الوقت الأقصر.

ملاحظة:

كما تم شرحه فيما سبق، أي خيار يجب أن يساوي على الأقل الفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ ($S - E$) عند انتهاء تاريخ الاستحقاق. إذا كان سعر السهم أكبر من سعر التنفيذ ($S > E$)، يُقال إن خيار الشراء *in the money*، ولكن إذا كان سعر السهم أقل من سعر التنفيذ ($S < E$)، فإن الخيار يكون *out the money*. إذا كان سعر السهم يساوي، أو يساوي تقريبًا، سعر التنفيذ ($S = E$)، فإن الخيار يكون *at the money*. يُعرف هذا الاختلاف ($S - E$) بالقيمة الجوهرية

للخيار Intrinsic value، وهي ببساطة قيمة الخيار إذا تم تنفيذه على الفور. يمكن أن يكون الخيار الذي يكون in the money قبل انتهاء تاريخ الاستحقاق مسعراً عند قيمة أكبر من $S - E$ و هي قيمة القدرة على الانتظار لتنفيذ الخيار بدلاً من تنفيذه حالياً. إذا تم ممارسة الخيار قبل انتهاء صلاحيته، فسيحصل المتداول فقط على المبلغ $S - E$ ، بينما من خلال بيع الخيار في السوق، سيحصل المتداول على سعر السوق للخيار، والذي يتجاوز عادةً $S - E$. لذلك لن يكون من المجدي عمومًا ممارسة الخيار قبل انتهاء صلاحيته.

ثالثاً: سعر الخيار ومعدلات الفائدة:

لنفترض أن أحد الأسهم يباع الآن بسعر 100 دولار في السوق، وأن قيمته قد تتغير بنسبة 10% هبوطاً أو صعوداً خلال العام التالي. بالنسبة لمحفظة من 100 سهم، فإن القيمة بعد عام واحد من الآن ستكون إما 9000 دولار أو 11000 دولار. ولننفترض أيضاً أن معدل الفائدة الخالي من المخاطر Risk Free Rate هو 12% وأن خيار الشراء موجود على هذا السهم بسعر تنفيذ يبلغ 100 دولار للسهم وتاريخ استحقاق بعد عام واحد من الآن. مع أخذ كل هذه بعين الاعتبار، ليكن هناك محفظتين تم إنشاؤهما بالطريقة التالية:

- المحفظة A: 100 سهم ، بقيمة 10000 دولار.
- المحفظة B: سند بقيمة اسمية 10000 دولار يستحق في عام واحد، بقيمة حالية 8929 دولارًا، وهو ما يتفق مع سعر الفائدة 12 بالمائة. عقد خيار شراء واحد، بسعر تنفيذ 100 دولار للسهم، أو 10000 دولار للعقد بالكامل.

أباً من المحافظ السابقة لها قيمة أكبر ، وكيف يمكن أن نستفيد من المقارنة من أجل الوصول إلى خلاصة مفيدة فيما يتعلق بسعر خيار الشراء؟

بالنسبة للمحفظة A، بعد عام واحد، سيكون سعر السهم إما 11000 دولار في حال ارتفاع السعر بنسبة 10 في المائة، أو 9000 دولار إذا انخفض السعر بنسبة 10 في المائة، كما يلي:

	Stock Price	
	Rises 10%	Falls 10%
<i>Portfolio A</i>		
Stock	\$11,000	\$ 9,000
<i>Portfolio B</i>		
Maturing bond	10,000	10,000
Call option	1,000	0

بالنسبة للمحفظة B، هناك سندات وخيار شراء يجب أن يتم معرفة تغيير القيمة بهما. كما هو موضح في الجدول السابق، ستستحق السندات في عام واحد وستبلغ قيمتها 10000 دولار بغض النظر عما يحدث لسعر السهم. ومع ذلك، سيكون لسعر السهم تأثير قوي على قيمة خيار الشراء. إذا ارتفع سعر السهم بنسبة 10 في المائة، فسيكون خيار الشراء بقيمة 1000 دولار بالضبط، وهو الفرق بين سعر السهم وسعر التنفيذ (S - E). إذا انخفض سعر السهم بنسبة 10 في المائة، سينتهي صلاحية الخيار بلا قيمة. لذا، إذا انخفض سعر السهم، فإن المحفظة (B) ستصبح قيمتها 10 آلاف دولار؛ بينما إذا ارتفع سعر السهم، فإن المحفظة (B) ستصبح قيمتها 11 ألف دولار.

من الأرقام السابقة، يمكن القول أن المحفظة (B) هي المحفظة الأفضل للاحتفاظ بها. فإذا انخفض سعر السهم، فإن المحفظة (B) تساوي 10000 دولار وهي أكبر مقارنة بقيمة المحفظة (A) وهي 9000. أيضاً ارتفع سعر السهم، فإن المحفظتين (A) و(B) لهما نفس القيمة. فإذا احتفظ المستثمر بالمحفظة (B) سيكون هناك بعض الفرص لتحقيق أداء أفضل (1000 دولار) ولا يمكن للمستثمر أن يحقق أداءً أسوأ مقارنة بالمحفظة (A). وبالتالي، يجب أن تكون قيمة المحفظة (B) على الأقل مساوية لقيمة المحفظة (A).

هذا يقود إلى استنتاج هام للغاية فيما يخص سعر الخيار. بما أن المحفظة B ستقدم على الأقل نفس أداء المحفظة A، فيجب أن تكلف على الأقل نفس المبلغ. علاوة على ذلك، تبلغ قيمة المحفظة A 10000 دولار، لذا يجب أن يكون سعر المحفظة B 10000 دولار على الأقل. تبلغ تكلفة السندات في المحفظة ب 8929 دولارًا، لذا يجب أن يكون سعر الخيار 1071 دولارًا على الأقل (10000-8929). وهذا يعني أن قيمة خيار الشراء يجب أن تساوي على الأقل سعر السهم مطروحًا منه القيمة الحالية لسعر التنفيذ. إذا لم يستوف خيار الشراء هذا الشرط، فسيفضل أي مستثمر شراء

المحفظة B بدلاً من المحفظة A. علاوة على ذلك، ستكون هناك فرصة للمراجعة. في السابق، تم التنويه على أن سعر خيار الشراء يجب أن يكون عند تاريخ الاستحقاق إما صفرًا أو $S - E$. بناءً على المنطق من المثال، يمكن الآن القول:

$$C \geq S - \text{Present value of } E$$

أي يجب أن يكون سعر خيار الشراء أكبر من أو يساوي سعر السهم مطروحًا منه القيمة الحالية لسعر التنفيذ. وهذا يضيّق بشكل كبير من حدود قيمة خيار الشراء.

كما يشير المثال التالي، كلما ارتفع سعر الفائدة، زادت قيمة خيار الشراء، مع ثبات العوامل الأخرى. في المثال السابق، كان سعر الفائدة 12 بالمائة، وأيضاً أن سعر خيار الشراء يجب أن يكون 1071 دولارًا على الأقل، لأن:

$$C \geq 10000 - \frac{10000}{(1 + 0.12)} = 1071\$$$

بافتراض أن سعر الفائدة كان 20% بدلاً من 12%. وفي هذه الحالة، لا بد وأن تكون قيمة خيار الشراء 1667 دولاراً على الأقل، كما يتبين من المعادلة التالية:

$$C \geq 10000 - \frac{10000}{(1 + 0.2)} = 1667\$$$

لذلك يمكن استنتاج مايلي:

$$\text{if } R_{f1} > R_{f2}, C(S, E, T, R_{f1}) \geq C(S, E, T, R_{f2})$$

هذا يعني أنه مع ثبات العوامل الأخرى، كلما ارتفع معدل الفائدة الخالي من المخاطر Risk Free Rate، كلما ارتفع سعر خيار الشراء.