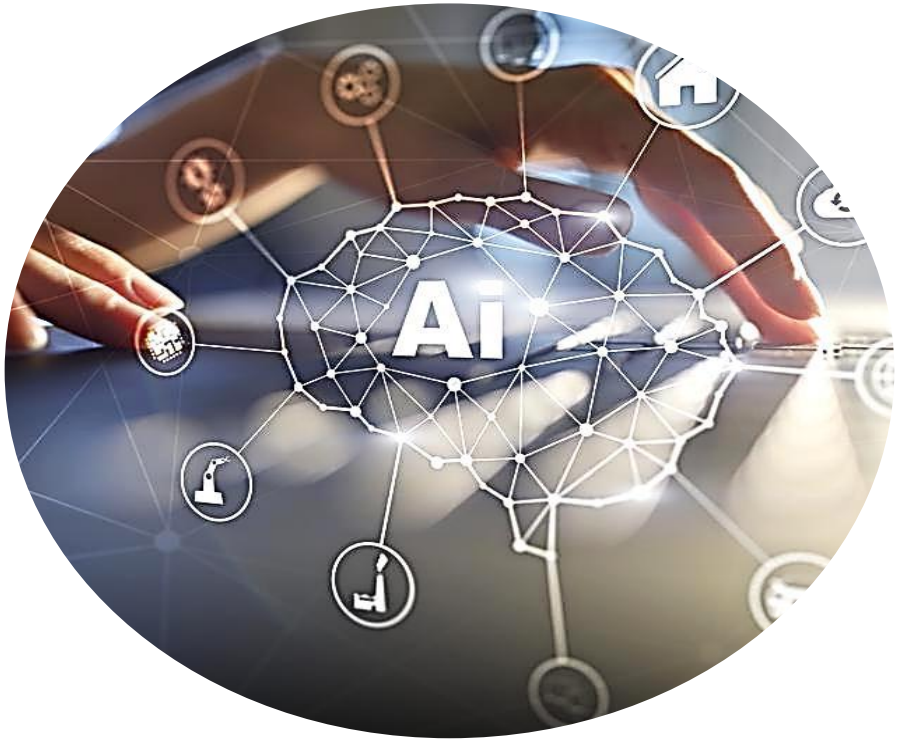
مقدمة في الذكاء الصنعي

الهندسة المعلوماتية



مدرس المقرر

د.بلال شيحا

المنطق و الذكاء الصناعي

- **مقدمة:**
- ما الفرق بين الذكاء الصنعي و البرمجة التقليدية:
- المقصود هنا هو الفرق بين تقنيات الذكاء الصنعي و برمجتها (استخدام لغات الذكاء الصنعي مثل prolog, Lisp, c++ الغرضية التوجه, clips, jess و غيرها) و البرمجة التقليدية بلغات إجرائية (C, pascal, ...). و تجدر الإشارة هنا إلى أن استخدام الحاسب (سواء كان لغات الذكاء الصنعي أو البرمجة التقليدية) يتطلب تمثيل كافة المعطيات و الأوامر بالنظام الثنائي, إلا أن من وضع لغات الذكاء الصنعي وضع نصب عينيه فلسفة مختلفة تتلخص بما يلي:

1- إن الذكاء الصنعي يعالج الرموز.

2- قد لا يكون الدخل و الخرج معروفين تماما في النظم الذكية.

3- البحث عن الحل تجريبيا.

4- التركيز على المعرفة.

5- فصل التحكم عن المعطيات , يمكن إضافة معطيات جديدة بشكل مستقل عن إضافة أدوات تحكم جديدة.

6- سهلة التحديث.

هندسة المعرفة
Knowledge Engineering

إن المعرفة هي المادة الأولية للذكاء الصنعي, و هي أعلى من المعطيات و المعلومات , إذ تتضمن الخبرة في مجال معين. على سبيل المثال تقتضي الخبرة في مجال كهرباء السيارات بفحص صلاحية بطارية السيارة أولا عند فشل تشغيل المحرك.

ما هي هندسة المعرفة:

- هي تحصيل المعرفة في مجال ما من مصادر مختلفة, و تحويلها إلى شكل يمكن استخدامه في الحاسب, و ذلك لحل مسائل كان يتطلب حلها أشخاص يمتلكون معرفة كبيرة في هذا المجال.
- يمكن أن لا تكون المسألة التي نريد حلها معرّفة تماما. فقد لا نستطيع تصميم حل منذ البداية, و قد نلجأ لتغيير المعرفة مع تغير مهام المسألة.
- قد لا يكون للمسائل حل واضح.
- يمكن أن يكون مجال المسألة معقد جدا, و يتطلب تجميع كم كبير من المعرفة, و هذه المعرفة هي في الغالب غير دقيقة و غير معرفة تماما, و يصعب تحويلها إلى شكل حاسوبي.

المنطق

المنطق: هو لغة تمثيل المعلومات بهدف الحصول على نتائج أو خلاصات.

يستخدم الاستنتاج الرياضي لاشتقاق معرفة جديدة.

نميز بين مصطلحين:

1- التركيب اللغوي(syntax): و هو الذي يعرّف بناء التعابير اللغوية المختلفة (سلسلة كلمات و رموز تشكل الجملة).

2- الدلالة اللغوية (semantic): و التي تعرّف معنى التركيب اللغوي (و هذا يعني تعريف حقيقة التركيب اللغوي في عالم ما).

و الدلالة اللغوية مسؤولة عن تحديد الموجودات في العالم الحقيقي التي تشير إليها التعابير. و بدون دلالة فإن التعابير تبقى عبارة عن ترتيب ما لكلمات مبهمة.

تمثيل المعرفة
KNOWLEDGE REPRESENTATION

من أجل حل المشكلات المعقدة التي نواجهها في الذكاء الصنعي، نحتاج إلى قدر كبير من المعرفة وبعض الآليات للتعامل مع تلك المعرفة لإيجاد حلول لمشاكل جديدة. تم استخدام مجموعة متنوعة من طرق تمثيل المعرفة (الحقائق) في برامج الذكاء الصنعي.

في جميع تمثيلات المعرفة المتنوعة ، نتعامل مع نوعين من الكيانات:

A. حقائق:

هي وقائع من العالم المتعلق بالمشكلة. و هي الأشياء التي نريد تمثيلها.

B. تمثيل الحقائق في بعض الصيغ المختارة:

أحد التمثيلات الشائعة هي اللغة الطبيعية (خاصة الإنجليزية).

تمثيل المعرفة
KNOWLEDGE REPRESENTATION

- بغض النظر عن تمثيل الحقائق التي نستخدمها في البرنامج ، قد نحتاج أيضًا إلى الاهتمام بتمثيل اللغة الإنجليزية لتلك الحقائق من أجل تسهيل الحصول على المعلومات داخل وخارج النظام.
- نحتاج إلى دوال ربط بين الجمل الإنجليزية و التمثيل الذي نستخدمه بالفعل و العودة منه إلى الجمل ثانية.

أنواع المنطق

المنطق الافتراضي Propositional logic: هو من أبسط أنواع المنطق و هو عبارة عن متتالية من الرموز يفصل بينها علامات:

الضرب المنطقي (و), الجمع المنطقي (أو), النفي المنطقي.

مثال: سقراط هو انسان← إنسان (سقراط)

أفلاطون هو انسان← إنسان (أفلاطون)

سقراط هو انسان و أفلاطون هو انسان← إنسان (سقراط) ^ إنسان (أفلاطون)

منطق المعلنات (المسندات) Predicate Logic أو المنطق من الدرجة الأولى First order logic:

و هو عبارة عن متتالية من الرموز و من المتحولات و من العلاقات التقييمية الوجودية.

مثال: سقراط هو انسان و سقراط ميت: ميت (سقراط)

$\forall x$ إنسان (x) ⇐ ميت (x)

منطق المقترحات(الفرضيات)
Propositional Logic :

- تشكل الفرضيات ثنائية القيمة وصفا للعالم (ما هو صحيح في هذا العالم و ما هو غير صحيح)
- نحن بحاجة الى لغة لها رموزها الخاصة Syntax نستطيع من خلالها جعل الحاسب قادرا على حل هذا النوع من المسائل لأن الحاسب لا يستطيع التعامل مع اللغة الطبيعية مباشرة.
- **و من اللغات الترميزية التي اعتمد عليها العلماء لهذا الأمر هي:**
- **لغة حساب الفرضيات و تعتمد على نمذجة الفرضيات التي يمكن الحكم عليها على أنها صحيحة او خاطئة و استخدام العمليات المنطقية البسيطة**

منطق المقترحات(الفرضيات)
Propositional Logic :

- نعبر عن الفرضيات (الحقائق) برموز .
- الفرضية إما صح أو خطأ *TRUE or FALSE*.
- يمكن للروابط المنطقية البوليانية Boolean connectives
أن تربط بين الفرضيات لتشكل جمل مركبة complex *sentences*.
- الجمل هي تصاريح أو مقولات تأخذ القيم *TRUE or FALSE*.

- **البنية اللغوية لمنطق الفرضيات:**

1- الثوابت constants و تأخذ . *TRUE and FALSE*
2- الرموز *(Atomic Sentence)*مثل *P* أو *Q*التي تمثل الفرضيات.
3- الروابط المنطقية Logical connectives.

الروابط المنطقية
Logical connectives

∧ AND, conjunction

∨ OR, disjunction

→ Implication , conditional (If then)

↔ Equivalence , biconditional

¬ Negation (unary)

( ) parentheses (grouping)

الروابط المنطقية
Logical connectives

جداول الحقيقة لهذه الروابط

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
False	False	True	False	False	True	True
False	True	True	False	True	True	False
True	False	False	False	True	False	False
True	True	False	True	True	True	True

تشكيل الجمل
Sentences

- تعتبر جملة أي من التعابير True, False أو أي رمز يمثل فرضية .
- أية جملة محاطة بأقواس تعتبر أيضا جملة .
- ربط جملتين ب ∧ أو ∨ أو → أو ↔ ينتج جملة.
- نفي جملة ب (¬) يعد جملة.
- تعتبر الجملة الممثلة بمنطق القضايا صحيحة TRUE إذا وفقط إذا كانت صحيحة في جميع التفاسير وفي كل المجالات.

(تدعى عملية تحديد فيما إذا كانت الصيغة المنطقية صح أو خطأ اعتمادا على كون الصيغ الذرية صح أو خطأ بالتفسير interpretation)

- مثلا الجملة :
- **If Today_Is_Saturday Then We_Have_Class**
- تعتمد صحة هذه الجملة على صحة العلاقة التي تربط اليوم بما يليه .

أمثلة

$(P \vee Q) \Rightarrow R$

- If P or Q is true, then R is true

$P \Leftrightarrow (Q \wedge R)$

- If Q and R are both true, P must be true AND if Q or R is false then P must be false.

$\neg P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$

- If P is false, then If Q is true R must be true

Propositional logic

- في منطق الفرضيات ، تسمى الفرضيات الأساسية الفرضيات البدائية. لا يمكن للقضايا (للفرضيات) البدائية أن تتحلل. المقترحات (الفرضيات) التي يمكن أن تتحلل هي مقترحات مركبة. يمكن الإشارة إلى الفرضيات البدائية ببعض الرموز ، وتسمى هذه الرموز بالصيغ الذرية. من الصيغ الذرية يمكننا بناء مقترحات مركبة مختلفة.
- تسمى الصيغ المنطقية السابقة بالصيغ جيدة التكوين.
- على غرار العوامل المستخدمة في العمليات الحسابية ، فإن الرموز المنطقية لها أيضًا أولويات.
- يمكننا أيضًا استخدام الأقواس عند الالتباس.

الانتقال من اللغة الطبيعية الى منطق الفرضيات

- ليكن لدينا الفرضيتين التاليتين:
- الأولى: إذا كان يسقط الثلج فإنه ستغلق المدرسة

If it snows, then the school is closed

و الثانية: الثلج يسقط

it snows

فإذا كانت الفرضية الثانية صحيحة, عندها نستطيع الاستنتاج أن فرضية ستغلق المدرسة

The school should close

هي أيضا صحيحة

يقدم منطق الفرضيات الحل التالي:

تمثل كل جملة برمز و نربط هذه الرموز بعناصر الربط, ليصبح المثال السابق على الشكل التالي:

إذا كانت P تمثل الجملة it snows و Q تمثل التعبير the school is closed

الانتقال من اللغة الطبيعية الى منطق الفرضيات

P تمثل it snows و Q تمثل the school is closed

عندها يمكننا التعبير عن المضمون السابق كما يلي:

$[[P \rightarrow Q] \wedge P] \rightarrow Q$

or $P \rightarrow Q$

P

Q

لتحويل جملة باللغة الطبيعية إلى الصيغة الرمزية نعيد تشكيل التصريحات التي بين يدينا باستخدام جمل يمكن تمييزها و يمكن نسبها إلى الفرضيات الرمزية باستخدام أدوات الربط المستخدمة في منطق الفرضيات

(not, and, or, if_then, if_and_only_if)

الانتقال من اللغة الطبيعية الى منطق الفرضيات

و من ثم نقوم باستبدال هذه التصريحات برموز:

مثال :

ليكن لدينا التصريحات التالية:

P الفرضية التي تقول it is snowing

Q الفرضية التي تقول i will go to the beach

R الفرضية التي تقول I have time

فإذا كان لدينا العبارة التالية

I will go to the beach if it is not snowing

فإننا نعيد تشكيلها كما يلي:

If it is not snowing i will go to the beach

و نبدل التصريحين بالرمزين P و Q و نحصل على العلاقة ¬ P→ Q

الانتقال من اللغة الطبيعية الى منطق الفرضيات

و بشكل مشابه يمكننا صياغة الجملة التالية:

If it is not snowing and I have time only if i will go to the beach

إلى الشكل:

If it is not snowing and I have time, then i will go to the beach

و يمكننا ترجمتها لنحصل على العلاقة:

$(\neg P \wedge R) \rightarrow Q$

الاستنتاج المنطقي هو عملية استخلاص الاستنتاجات من المقدمات (الفرضيات) باستخدام قواعد الاستنتاج. تعتبر قواعد الاستنتاج حصيلة خبرة قرون من الاستنتاجات البشرية المنطقية و التي أصبحت تعرف اليوم بالاستنتاج المنطقي.

الانتقال من اللغة الطبيعية الى منطق الفرضيات

أمثلة على PL:

- $(P \wedge Q) \rightarrow R$

  "If it is hot and humid, then it is raining"

- $Q \rightarrow P$

  "If it is humid, then it is hot"

- Q

  "It is humid."

- A better way:

  $(Ho \wedge Hu) \rightarrow R$

  Ho = "It is hot"

  Hu = "It is humid"

  R = "It is raining"

P = "It is hot"

Q = "It is humid"

R = "It is raining"

الدلالة اللغوية لمنطق الفرضيات PL Semantic

في الصيغ المنطقية لا نهتم بالمعنى الأصلي لكل فرضية, بل نهتم بالعلاقة المنطقية بين الفرضيات.

و التركيز يكون على معرفة فيما إذا كانت الصيغة المنطقية صح أو خطأ عندما تعطى قيم الصيغ الذرية المحتواة في هذه الصيغة.

تدعى عملية تحديد فيما إذا كانت الصيغة المنطقية صح أو خطأ اعتمادا على كون الصيغ الذرية صح أو خطأ بالتفسير interpretation .

- إذا أعطيت قيم الذرات في تفسير interpretation ما. فيمكن استخدام جدول الحقيقة لحساب قيمة أي صيغة في هذا التفسير. يعطي جدول الحقيقة دلالة (معنى) الروابط في حساب الفرضيات.

- For example, for the formula $P \wedge Q \Rightarrow R$, we can interpret it using the truth table.
- Here, we have used the following fact:

$$P \wedge Q \Rightarrow R$$
$$= \neg(P \wedge Q) \vee R$$

P	Q	R	$P \wedge Q \Rightarrow R$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	T	F	T
F	F	T	T
F	F	F	T

List of Identities

1. $P \Leftrightarrow (P \vee P)$ ----- idempotence of $\vee$
2. $P \Leftrightarrow (P \wedge P)$ ----- idempotence of $\wedge$
3. $(P \vee Q) \Leftrightarrow (Q \vee P)$ ----- commutativity of $\vee$
4. $(P \wedge Q) \Leftrightarrow (Q \wedge P)$ ----- commutativity of $\wedge$
5. $[(P \vee Q) \vee R] \Leftrightarrow [P \vee (Q \vee R)]$ ----- associativity of $\vee$
6. $[(P \wedge Q) \wedge R] \Leftrightarrow [P \wedge (Q \wedge R)]$ ----- associativity of $\wedge$
7. $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$ ----- DeMorgan's Law
8. $\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$ ----- DeMorgan's Law
9. $[P \wedge (Q \vee R] \Leftrightarrow [(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)]$ ----- distributivity of $\wedge$over $\vee$
10. $[P \vee (Q \wedge R] \Leftrightarrow [(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]$ ----- distributivity of $\vee$over $\wedge$
11. $(P \vee True) \Leftrightarrow True$
12. $(P \wedge False) \Leftrightarrow False$

13. $(P \vee False) \Leftrightarrow P$
14. $(P \wedge True) \Leftrightarrow P$
15. $(P \vee \neg P) \Leftrightarrow True$
16. $(P \wedge \neg P) \Leftrightarrow False$
17. $P \Leftrightarrow \neg(\neg P)$ ----- double negation
18. $(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$ ----- implication
19. $(P \leftrightarrow Q) \Leftrightarrow [(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)]$----- equivalence
20. $[(P \wedge Q) \rightarrow R] \Leftrightarrow [P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$ ----- exportation
21. $[(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q)] \Leftrightarrow \neg P$ ----- absurdity
22. $(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$ ----- contrapositive

التفكير بالصيغ المنطقية
Reasoning with logic formulas

- يمكن إجراء الاستدلال أو التفكير الرسمي (المنهجي) اعتمادا على صيغ منطق الفرضيات.
- نعني هنا بالرسمي (المنهجي) إنه بالإمكان إجراء التفكير اعتمادا على الرموز بدون اعتبار المعنى الفيزيائي للصيغ الذرية.
- التفكير الرسمي (المنهجي) يسمح للآلة الحاسبة باتخاذ القرار أسرع من الإنسان.

التفكير بالصيغ المنطقية
Reasoning with logic formulas

- حل مسائل الذكاء الصنعي يحتاج بداية الى ترميزها بطريقة يمكن للحاسب أن يفهمها و هنا يمكن اختيار منطق الفرضيات (المقترحات أو القضايا) Propositional Logic او منطق المعلنات Predicate Logic مثلا...
- و يجب اختيار الفرضيات المناسبة و ترميزها لنحصل على قاعدة المعرفة الخاصة بالمسألة المطروحة (يمكن للفرضية ان تأخذ القيمة صح أو خطأ), و من ثم يمكن حل المسألة بأحد الطريقتين: الاستتباع Entailment او الاستنتاج Inference

Reasoning with logic formulas

1- الطريقة الأولى وتدعى Entailment أي الاستتباع ونرمز لها ب ⊨ حيث يتم وضع مقدمات المسألة في الطرف الأيسر والنتيجة المراد برهانها في الطرف الأيمن

2- الطريقة الثانية وتدعى Inference أي الاستدلال أو الاستنتاج ونرمز لها ب ⊢

الاستتباع
Entailment

في طريقة الاستتباع تكون الفرضيات المطروحة ولتكن A تستتبع النتيجة المراد برهان صحتها ولتكن B أي :

$$A \models B$$

و تعتمد أنه في حال كانت A صحيحة فذلك يعني أن B حتماً صحيحة ، أما إذا كانت A خاطئة فلا يمكن الحكم على B أنها صحيحة أم خاطئة.

ولبرهان المسألة بطريقة الاستتباع نستخدم جدول الحقيقة Truth Table

مسألة(1)

- لدينا ذراع روبوت ويعتمد عملها على إيجاد الكتلة القابلة للحمل والقيام بحملها وتملك هذه الذراع حساسين أحدهما للبطارية والآخر للحركة ، ولكن لا يوجد في الذراع ما يمكنها من وزن الكتلة، ولدينا ما يلي :
- في الحالة العامة : عندما تكون البطارية مشحونة والكتلة قابلة للحمل فإن الذراع تتحرك.
- و في حالة خاصة وجدنا أن البطارية مشحونة والذراع لا تتحرك والمطلوب:
- برهان أن الكتلة غير قابلة للحمل.

مسألة (1)

الحل :

أولاً : نقوم بنمذجة المسألة :

- BAT_OK: و هو ترميز للفرضية (البطارية مشحونة) وسنختصر هذا الرمز(B)
- LIFTABLE: و هو ترميز للفرضية (الكتلة قابلة للحمل) وسنختصر هذا الرمز (L)
- MOVES: و هو ترميز للفرضية (الذراع تتحرك) وسنختصر هذا الرمز (M)

- وهذه الفرضيات تشكل حقائق facts
- نلاحظ وجود ثلاثة رموز للفرضيات أي أ ن جدول الحقيقة سيكون مؤلفاً من 2^3سطر
- لدينا أيضاً الحالة العامة وترميزها $L \wedge B \Rightarrow M$ وهي تشكل القاعدة "Rule"وهي دوماً صحيحة ومن المستحيل أن تكون خاطئة بالتالي نكون قد حصلنا على قاعدة المعارف الخاصة بالمسألة والتي تشكل عالم المسألة

مسألة (1)

- ثانياً : نبدأ بالبرهان :
- إن المطلوب هو برهان نتيجة الحالة الخاصة وسيكون ذلك معتمداً على الحالة العامة والفرضيات اللازمة

$$\text{فرضيّات الحالة الخاصة} \begin{cases} 1- & B \\ 2- & \neg M \end{cases} \quad \models \quad \text{الهدف } \{ \neg L$$

$$\text{القاعدة العامة } \{ \; 3- \; B \wedge L \Rightarrow M$$

- وبالتالي من خلال طريقة الاستتباع والتي تعتمد كما ذكرنا أنه كلما كانت الفرضيات 1 و 2 و 3 صحيحة معاً فذلك يؤد ي لأن تكون النتيجة صحيحة أي أننا نحصل على حالة استتباع عندما تكون النتيجة صحيحة اعتماداً على الفرضيات الصحيحة و إلا فإنه لا توجد حالة استتباع وهذا ما سنجده من خلال الجدول :

مسألة (1)

B 1	L	M	$\neg M$ 2	الفرضية 3	$1 \wedge 2 \wedge 3$	$\neg L$
0	0	0	1	1	0	لا يوجد استتباع
0	0	1	0	1	0	
0	1	0	1	1	0	
0	1	1	0	1	0	
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	لا يوجد استتباع
1	1	0	1	0	0	
1	1	1	0	1	0	

مسألة (1)

- إذاً لبرهان الاستتباع في هذه المسألة فإننا نهتم فقط بالسطر الخامس من الجدول لنجد أن العلاقة3∧2∧1 (والتي تم وضعها كدخل للجدول استناداً للاستتباع) صحيحة مما يستتبع أن تكون النتيجة L ¬ صحيحة ، وبالتالي يوجد استتباع في مسألتنا فنكون بذلك أتممنا البرهان.

ملاحظة :

العمود الخامس في الجدول والذي يعبّر عن العلاقة $B \wedge L \Rightarrow M$ قمنا باستنتاجه اعتماداً على ما يلي :

p	q	$P \Rightarrow q \equiv \neg P \vee Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

تذكّر في مادة الجبر العام العلاقة :

$$p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

إذاً :

$$B \wedge L \Rightarrow M \equiv \neg(B \wedge L) \vee M$$

$$\equiv (\neg B \vee \neg L) \vee M \equiv \neg B \vee \neg L \vee M$$

نُسمّي الشكل النهائي بالشكل النّظامي وسنتحدث عنه لاحقاً .

الاستدلال (الاستنتاج)
Inference

إن منهج الاستتباع هو المنهج الأساسي الذي يتم الانتقال منه لمنهج الاستدلال ويعتمد الاستتباع كما ذكرنا على جدول الحقيقة والذي يعتمد على المنطق بذلك فإنه يمكننا من الوصول لبراهين صحيحة.

ولكن لو كانت المسألة تحتوي عدداً كبيراً من الفرضيات والمتحولات عندها فانه من المستحيل الاعتماد على جدول الحقيقة في البرهان لذلك سننتقل للطريقة الثانية وهي الاستدلال Inference و التي تندرج ضمنها الخوارزميتين التاليتين :

- Forward: تعتمد على الانطلاق من مقدمات المسألة وتطبيق القواعد عليها وصولاً لبرهان النتيجة التي نهدف للوصول إليها.
- Backward: تعتمد على الانطلاق من نفي الهدف (أي نفي النتيجة التي نريد الوصول إليها) ثم التراجع باستخدام مقدمات المسألة وتطبيق القواعد عليها وصولاً للحصول على تناقض أي أننا سنحصل على فرضية صحيحة ويكون بنفس الوقت نفيها صحيح.

الاستدلال (الاستنتاج)
Inference

- ملاحظة : ندعو القواعد التي نعتمد عليها أثناء البرهان عند استخدام الخوارزميتين السابقتين بالمسلمات وهي تمثل قواعد الاستدلال Rules Of Inference و يمكننا برهان هذه القواعد من خلال جدول الحقيقة.

قواعد الاستنتاج Inference Rules

- هنالك العديد من النماذج التي يمكن أن نطلق عليها قواعد الاستنتاج في منطق الفرضيات.
- تصف هذه النماذج كيفية استخراج معرفة جديدة من معارف معروفة مسبقاً ممثلة بمنطق الفرضيات.
- لبعض النماذج أسماء شائعة .

رموز قواعد الاستنتاج

- ننطلق في المنطق من مقدمات Premises ونصل إلى نتائج conclusion.

- نمثل ذلك كما يلي:

- *premise* ⊢ *conclusion*

قواعد الاستنتاج

RULE	PREMISE	CONCLUSION
Modus Ponens	$A, A \rightarrow B$	B
And Introduction	A, B	$A \wedge B$
And Elimination	$A \wedge B$	A
Double Negation	$\neg\neg A$	A
Unit Resolution	$A \vee B, \neg B$	A
Resolution	$\mathbf{A \vee B, \neg B \vee C}$	$\mathbf{A \vee C}$

قواعد الاستنتاج

Modus Ponens:	$x \Rightarrow y,\ x \vdash y$
And-Introduction:	$x_1, x_2, \ldots x_n \vdash x_1 \wedge x_2 \wedge \ldots \wedge x_n$
And Elimination:	$x_1 \wedge x_2 \wedge \ldots \wedge x_n \vdash x_i$
Or-Introduction:	$x \vdash x \vee y \vee z \vee ..$
Double-Negation Elimination:	$\neg \neg x \vdash x$
Unit Resolution:	$x \vee y, \neg x \vdash y$