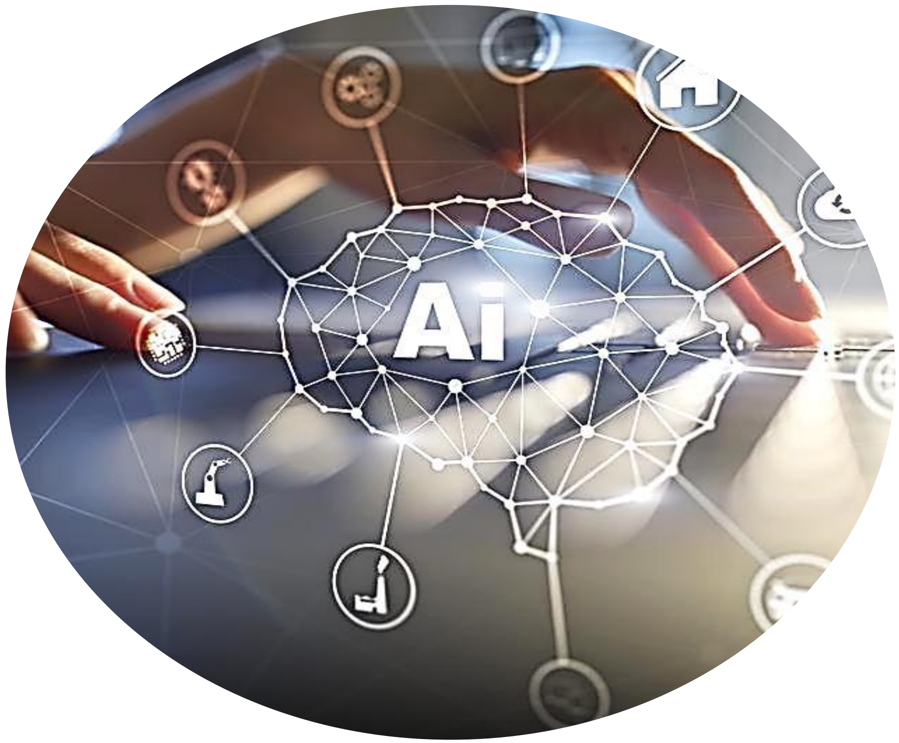
كلية الهندسة
جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

مقدمة في الذكاء الصنعي

الهندسة المعلوماتية



مدرس المقرر

د.بلال شيحا

المحاضرة السابعة

قرار قواعد الاستنتاج

$$x \vee y, \neg y \vee z \quad \vdash \quad x \vee z$$

-or-

$$\neg x \Rightarrow y, y \Rightarrow z \quad \vdash \quad \neg x \Rightarrow z$$

المنطق والبرهان

- ليكن لدينا مايلي
  - قاعدة معارف ممثلة كمجموعة من جمل الفرضيات.
  - هدف معلن كجملة مكتوبة بمنطق الفرضيات.
  - قائمة من قواعد الاستنتاج.
- يمكننا كتابة برنامج للتطبيق التكراري لقواعد الاستنتاج على قاعدة المعارف بهدف الوصول إلى الهدف.

لال

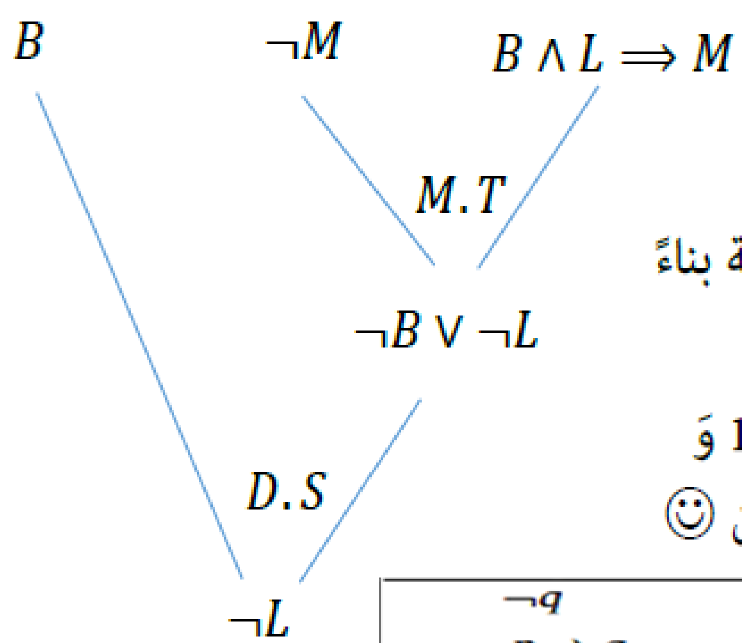
Rule of inference	Tautology	Name
$p \to q$ p $\therefore q$	$[p \wedge (p \to q)] \to q$	Modus ponens
$\neg q$ $p \to q$ $\therefore \neg p$	$[\neg q \wedge (p \to q)] \to \neg p$	Modus tollen
$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$	Hypothetical syllogism
$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \to q$	Disjunctive syllogism
p $\therefore p \vee q$	$p \to (p \vee q)$	Addition
$p \wedge q$ $\therefore p$	$(p \wedge q) \to p$	Simplification
p q $\therefore p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \to (p \wedge q)$	Conjunction
$p \vee q$ $\neg p \vee r$ $\therefore q \vee r$	$[(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)] \to (q \vee r)$	Resolution

- تقرأ هذه المسلمات على الشكل التالي:
- Modus ponens: تنص على أنه في حال وجود فرضية P و الاقتضاء $p \rightarrow q$ فإنه يمكن استنتاج q.
- Addition: تنص على أنه في حال وجود فرضية p فإنه يمكن استنتاج علاقة *or* بينها و بين أي قضية أخرى q.
- ملاحظة: من أهم المسلمات و خاصة في Backward هي القرار resolution و تنص على أنه في حال وجدت العلاقة $p \vee q$ بالإضافة للعلاقة $\neg p \vee r$ فإننا بذلك نحصل على $q \vee r$.

- تطبيق طريقة Forward على المسألة السّابقة (مسألة ذراع الروبوت) :

أي أنّنا سنبدأ من مقدّمات المسألة ونقوم بتطبيق قواعد الاستدلال وصولاً للنتيجة .

مقدّمات المسألة كما رأينا هي 1 وَ 2 وَ 3 ونريد الوصول لِـ $\neg L$.



ننظر لمقدّمات المسألة ونختار القاعدة الممكن تطبيقها فنجد أنّه بتطبيق قاعدة Modus Tollen بين 2 وَ 3 نحصل على $\neg(B \wedge L) \equiv \neg B \vee \neg L$ وهذه النتيجة صحيحة حتماً (لأنّها نتجت من قواعد الاستدلال التي تعتمد على الحصول على نتيجة صحيحة بناءً على علاقات صحيحة) .

نلاحظ أنّه يمكن تطبيق Disjunctive Syllogism أو Resolution بين 1 وَ $\neg B \vee \neg L$ ونحصل على النتيجة $\neg L$ ، ونكون بذلك قد أتممنا البرهان ☺

$\neg q$ $\underline{p \to q}$ $\therefore \neg p$	$[\neg q \wedge (p \to q)] \to \neg p$	Modus tollen
$p \vee q$ $\underline{\neg p}$ $\therefore q$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \to q$	Disjunctive syllogism

RULE	PREMISE	CONCLUSION
Unit Resolution	$A \vee B, \neg B$	A

• نص المسألة :

- It is not sunny this afternoon and it is colder than yesterday.

- If we go swimming it is sunny.

- If we don’t go swimming then we will take a canoe trip.

- If we take a canoe trip then we will be home by sunset

• برهن أنه سينتج :

• We will be home by sunset?

- الحل :
- أولاً : نقوم بنمذجة المسألة ونبدأ بترميز الفرضيات :
- سنرمز Sunny(S) و Colder(C) و Swimming(W) و Trip (T) و Home(H)
- إذاً لدينا خمسة رموز (أي لدينا 2^5 سطر في جدول الحقيقة لذلك لن نستخدمه)

1. $\neg S \wedge C$
2. $W \Rightarrow S$
3. $\neg W \Rightarrow T$
4. $T \Rightarrow H$

نمذجة المسألة

• الحل :

نمذجة المسألة

1. $\neg S \wedge C$
2. $W \Rightarrow S$
3. $\neg W \Rightarrow T$
4. $T \Rightarrow H$

- $\neg \boldsymbol{S}$
- C
- $\neg W \vee S$
- $W \vee T$
- $\neg T \vee H$

$\neg q$ $p \to q$ $\therefore \neg p$	$[\neg q \wedge (p \to q)] \to \neg p$	Modus tollen

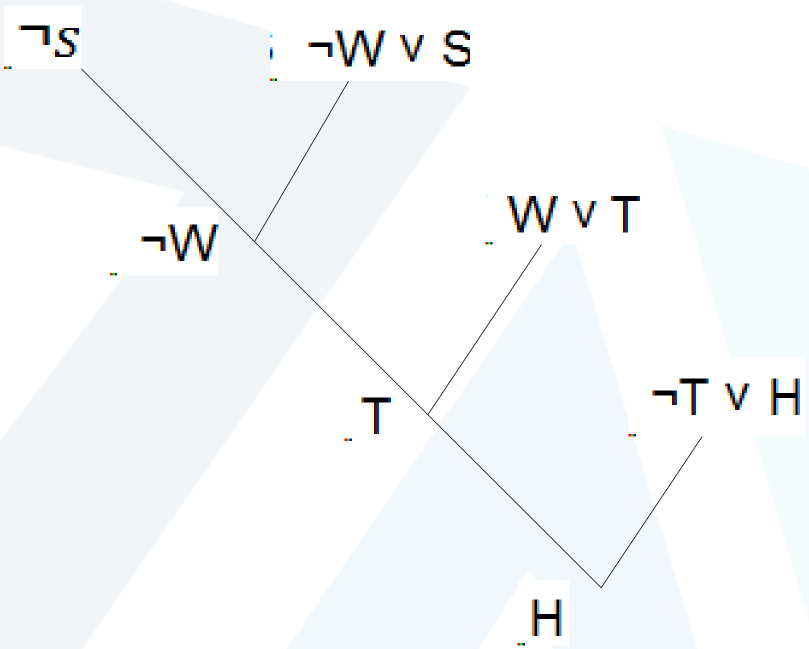
- ثانياً : سنستخدم طريقة Forward للبرهان اعتماداً على قواعد الاستدلال :
- بتطبيق Simplificationعلى 1 نحصل على $\neg s$ ثم نطبق Modus Tollenبين 2 و $\neg s$
- فنحصل على $\neg W$ ثم نطبق Modus Ponens بين 3 و $\neg W$ فنحصل على T ثم نطبق Modus Ponens مرة أخرى بين 4 و T فنحصل على H وهو المطلوب
- ومنه فإننا انتقلنا من المقدمات لنصل للنتيجة المطلوبة

$p \wedge q$ $\therefore p$	$(p \wedge q) \to p$	Simplification
$p \to q$ p $\therefore q$	$[p \wedge (p \to q)] \to q$	Modus ponens

Forward

- الحل :

- ¬ s
- C
- ¬W ∨ S
- W ∨ T
- ¬T ∨ H



تطوير إجرائية للبرهان

- اشتقاق (أو دحض) الهدف من خلال مجموعة من الحقائق المنطقية وفقاً لشجرة بحث كبيرة (جداَ).
- يمكن استخدام عدد كبير من قواعد الاستنتاج.
- ولن يكون من السهل اختيار أية القواعد التي يجب أن تطبق.

القرار و نمط الربط الشامل
Resolution & CNF

- القرار هو قاعدة وحيدة للاستنتاج تعمل بفعالية على شكل خاص من أشكال الجمل (*clause form* أو نمط الربط الشامل (*conjunctive normal form (CNF)*
- *خصائص هذا الشكل:*
- *كل جملة هي فصل (OR) بين الرموز.*
- *جميع الجمل مرتبطة ضمناً بـAND.*

منطق الفرضيات وCNF
Propositional Logic and CNF

- يمكننا تحويل أية جملة من جمل منطق الفرضيات إلى CNF. ونحتاج فقط إلى إزالة جميع معاملات الربط باستثناء الرابط OR (دون تعديل معنى الجمل).

التحويل إلى CNF
Converting to CNF

- حذف التضمين والتكافؤ implications and equivalence.
- تضييق مجال النفي إلى عبارة وحيدة.
- استخدام القانونين التوزيعي والتجميعي للتحويل إلى ربط من خلال (AND) أو من خلال (OR).
- إنشاء جملة منفصلة لكل عبارة جزئية مرتبطة من خلال (AND).

حذف التضمين والتكافؤ
Eliminate Implications and Equivalence

- استبدال

- $x \Rightarrow y : \neg x \vee y$

- واستبدال

- $X \Leftrightarrow y : (\neg x \vee y) \wedge (\neg y \vee x)$

تضييق مجال عبارات النفي

$$\neg\neg x \equiv x$$

وقانونا دو مورغان

$$\neg(x \vee y) = (\neg x \wedge \neg y)$$

$$\neg(x \wedge y) = (\neg x \vee \neg y)$$

تحويل الوصل إلى فصل

الخاصية التجميعية

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

الخاصة التوزيعية:

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

Conjunctive Normal Form

- Conjunctive Normal Form is a disjunction of literals.

literals

- Example:

$$\underbrace{(A \lor B \lor \neg C)}_{\textbf{clause}} \land (B \lor D) \land (\neg A) \land (B \lor C)$$

مثال CNF

$(A \vee B) \Leftrightarrow (C \Rightarrow D)$

- حذف $\Leftrightarrow$

$((A \vee B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)) \wedge ((C \Rightarrow D) \Rightarrow (A \vee B))$

- حذف $\Rightarrow$

$(\neg(A \vee B) \vee (\neg C \vee D)) \wedge (\neg (\neg C \vee D) \vee (A \vee B))$

- إدخال النفي $\neg$ آخذين الأقواس بعين الاعتبار.

$((\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \vee D)) \wedge ((C \wedge \neg D) \vee (A \vee B))$

- التوزيع Distribute

$(\neg A \vee \neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee D) \wedge (C \vee A \vee B) \wedge (\neg D \vee A \vee B)$

استخدام القرار في البرهان
Backward

- محاولة إثبات صحة جملة من مجموعة قاعدة المعرفة عن طريق نفيها (نهاية القرار هو جملة فارغة), خطوات resolution :

1- تحويل جميع جمل الفرضيات الموجودة في قاعدة المعارف إلى CNF.

2- إضافة نقض الهدف (عكس الهدف) إلى قاعدة المعارف (كصيغة CNF).

3- استخدام القرار كقاعدة استنتاج لإنتاج جملة جديدة من جملتين حتى الوصول إلى جملة خالية.

هذه الحالة تؤكد نفي الفرض.

البرهان من خلال النقض
Backward

- نفترض أن الحقائق الأصلية TRUE.
- نضيف حقيقة جديدة (نقض الجملة التي نحاول البرهان أنها TRUE).
- والذي لا يمكن أن يكون TRUE هو نفي الهدف الذي كنا قد أضفناه. وبالتالي فإن الهدف يكون TRUE.

Backward

- Backward:

- في هذه الطريقة سنكتفي باستخدام قاعدة وحيدة وهي قاعدة الحل (القرار)Resolution، ولكن بشرط أن تكون المقدمات بالشكل النظامي CNF

Conjunctive Normal Form

- ملاحظة : الشكل النظامي يمكننا من كتابة أي صيغة منطقية من خلاله على شكل علاقات And و or أي علاقات or بينها And وهي العلاقات التي ستعطي الشكل النظامي فقط أما العلاقات التي تكون من الشكل علاقات And بينها or فلا نعتبرها مكتوبة بالشكل النظامي وإنما تحتاج لعملية توزيع.

- نص المسألة (سابقة) :

- It is not sunny this afternoon and it is colder than yesterday.

- If we go swimming it is sunny.

- If we don’t go swimming then we will take a canoe trip.

- If we take a canoe trip then we will be home by sunset

- برهن أنه سينتج :

- We will be home by sunset?

- الحل :
- أولاً : نقوم بنمذجة المسألة ونبدأ بترميز الفرضيات :
- سنرمز Sunny(S) و Colder(C) و Swimming(W) و Trip (T) و Home(H)
- إذاً لدينا خمسة رموز (أي لدينا 2^5سطر في جدول الحقيقة لذلك لن نستخدمه)

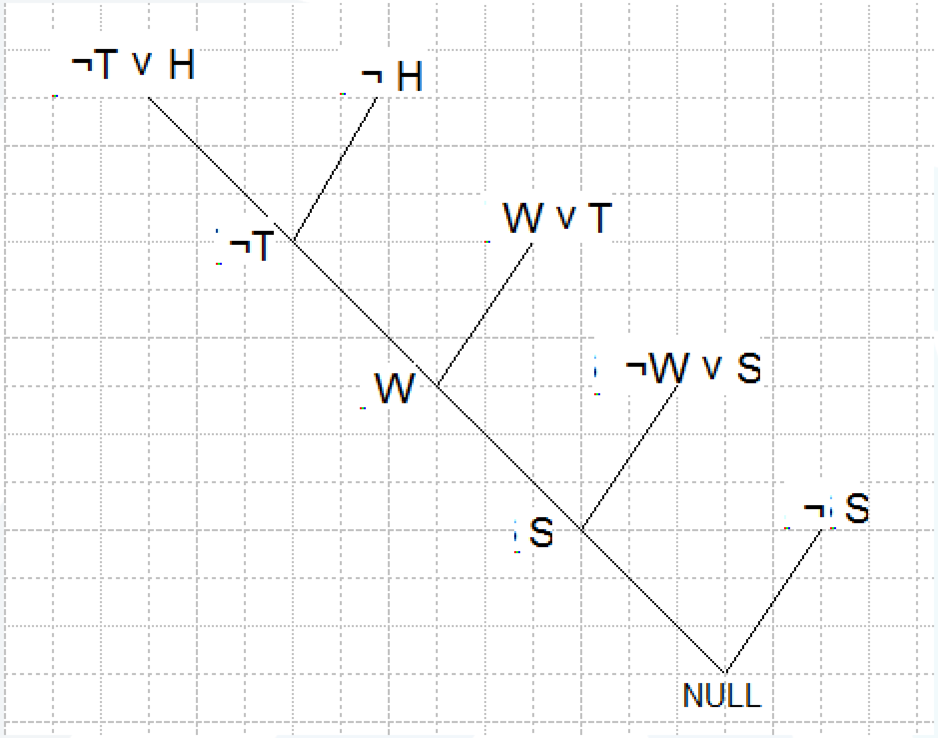
$$\left.\begin{array}{ll} 1. & \neg S \wedge C \\ 2. & W \Rightarrow S \\ 3. & \neg W \Rightarrow T \\ 4. & T \Rightarrow H \end{array}\right\} \text{نمذجة المسألة}$$

- أولاً نقوم بكتابة العلاقات 1 و 2 و 3 و 4 بالشكل النظامي :
- العلاقة 1 : نعلم أنه توجد علاقة and بين 1 و 2 و 3 و 4 (وذلك محقق لمقدمات أي مسألة) ووفقاً لذلك فإنه يمكن كتابة العلاقة 1 على شكل فرضيتين الأولى هي $\neg S$ والثانية C
- العلاقة 2 : نقوم بتحويل الاقتضاء كما يلي : $W \Rightarrow S \neg\equiv W \vee S$ وذلك وفقاً للقاعدة التي ذكرناها سابقاً
- العلاقة 3 : $\neg W \Rightarrow T \equiv W \vee T$
- العلاقة 4 : $T \Rightarrow H \neg\equiv T \vee H$
- وبالتالي حصلنا على مقدمات مكتوبة بالشكل النظامي لمسألتنا أما الهدف الذي نريد الوصول إليه وهو H نقوم بنفيه فنحصل على $\neg H$ ومنه نبدأ بالبرهان وذلك بإنشاء علاقة Resolutionبين $\neg H$ والفرضية المناسبة من المقدمات (وهي $\neg T \vee H$) ونكمل بإنشاء علاقات Resolutionلنحصل على شجرة الحل:

Backward

- ¬ s
- C
- ¬W ˅ S
- W ˅ T
- ¬T ˅ H
- ¬ H

- الحل :



ملاحظة :
يوجد قوانين مهمة سنضطر لاستخدامها ، ويمكن برهانها باستخدام جدول الحقيقة وهي :

Logical equivalence

- Two sentences are logically equivalent iff true in same models: $\alpha \equiv \beta$ iff $\alpha \models \beta$ and $\beta \models \alpha$

$(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$ commutativity of $\wedge$

$(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$ commutativity of $\vee$

$((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$ associativity of $\wedge$

$((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$ associativity of $\vee$

$\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$ double-negation elimination

$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$ contraposition

$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$ implication elimination

$(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$ biconditional elimination

$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$ de Morgan

$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ de Morgan

$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$ distributivity of $\wedge$ over $\vee$

$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$ distributivity of $\vee$ over $\wedge$

خلاصة التحويل إلى CNF

تحويل الصيغ المعقدة إلى الشكل النظامي : CNF

نعلم أ ن قاعدة ال Resolution تطبق على مقدمات مكتوبة على شكل علاقات or لذلك يجب التحويل للشكل النظامي لتطبيق هذه القاعدة على مقدمات المسألة ، وللتحويل نتبع الخطوات التالية :

1 - حذف التكافؤ ويتم ذلك من خلال استبدال

$\alpha \Leftrightarrow \beta$ بـ $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$

2- حذف الاقتضاء ويتم ذلك من خلال استبدال

$\alpha \Rightarrow \beta$ بـ $\neg \alpha \vee \beta$

3 - تقليص مجال النفي ونعني بذلك أ ن النفي لا يجب أن يكون لقوس كامل و إنما ننفي رمزاً ، ويتم ذلك من خلال استخدام قوانين ديمورغان والنفي المضاعف (Double negation)

4- نستخدم قوانين التوزيع وذلك إن لزم الأمر

مثال

- حول العلاقة التالية للشكل النظامي :
- $D \vee C) \Leftrightarrow B)$

مثال

- الحل :
- بتطبيق الخطوة الأولى نحصل على :
- $(B\Rightarrow (D\vee C))\wedge((D\vee C)\Rightarrow B)$
- وبتطبيق الخطوة الثانية نحصل على :
- $(\neg B \vee C \vee D) \wedge ((\neg C\wedge\neg D)\vee B$
- وبتطبيق الخطوة الرابعة نحصل على :
- $(\neg B\vee D\neg)\wedge(B\vee C\neg))\wedge(D\vee C\vee B))$
- $(\neg B\vee D\neg)\wedge(B\vee C\neg)\wedge(D\vee C\vee B)$
- وبالتالي وصلنا للشكل النظامي ، ولتطبيق Resolution نزيل علاقة andمن الشكل النهائي ويصبح كل جزء عبارة عن مقدمة للمسألة.
- ملاحظة:
- في الحياة العملية تمت ترجمة خوارزمية ال Backward من خلال برنامج Prolog أما خوارزمية Forward فتمت ترجمتها من خلال برنامج JESS

مثال عن منطق الفرضيات
آلية البرهان

قاعدة المعارف:

P

$(P \wedge Q) \Rightarrow R$

$(S \vee T) \Rightarrow Q$

T

Goal:

R

تمثل الحقائق التي نعلم أنها TRUE

مانرغب في برهانه على أنه TRUE

التحويل إلى CNF

الجمل:

P

$(P \wedge Q) \Rightarrow R$

$(S \vee T) \Rightarrow Q$

T

CNF

P

$\neg P \vee \neg Q \vee R$

$(\neg S \wedge \neg T) \vee Q$

أي

$\neg S \vee Q$

$\neg T \vee Q$

T

إضافة النقيض إلى الهدف

- الهدف هو R لذلك نضيف R¬ إلى قائمة الحقائق وتصبح مجموعة الحقائق الجديدة كما يلي:

1. **P**
2. $\neg P \vee \neg Q \vee R$
3. $\neg S \vee Q$
4. $\neg T \vee Q$
5. **T**
6. $\neg R$

تطبيق القرار

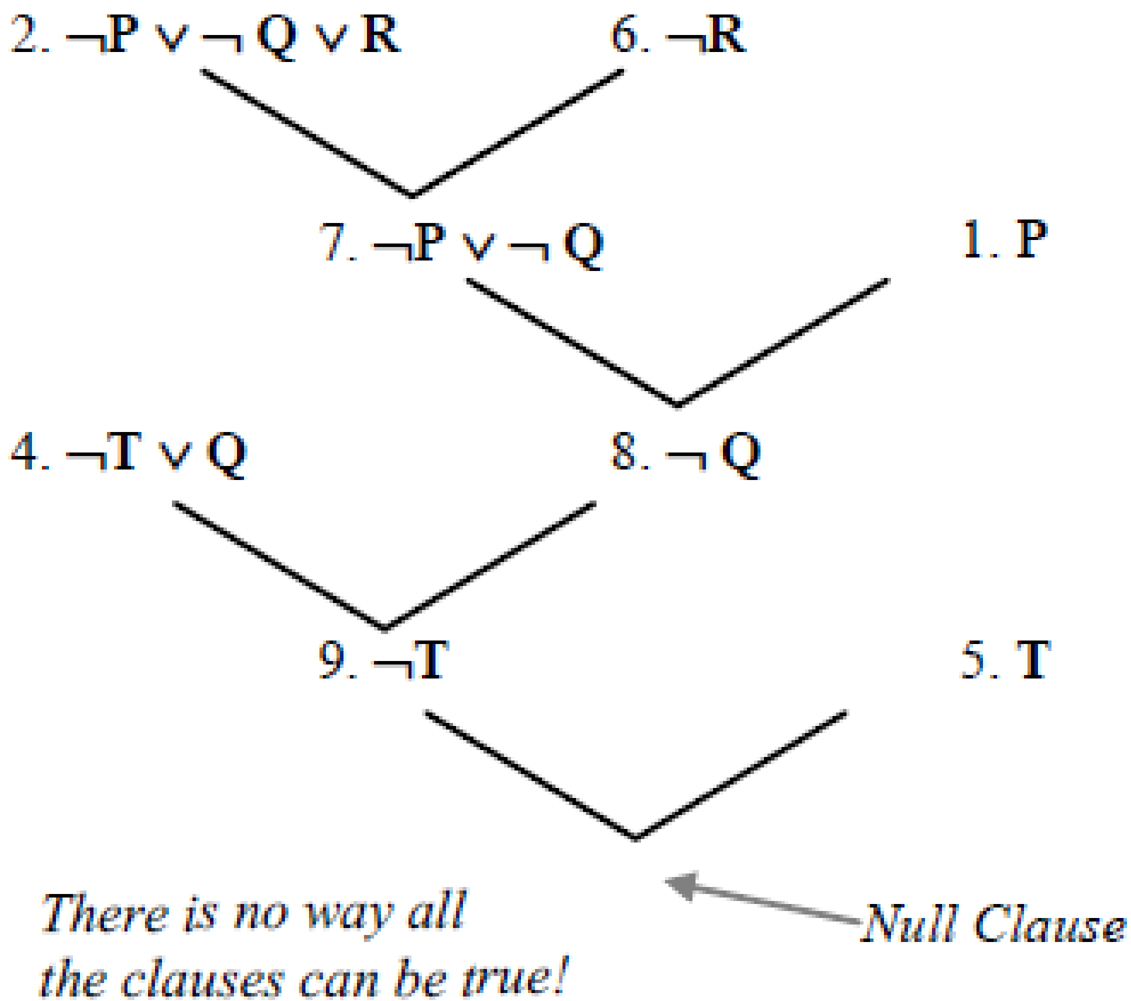
- الحقيقة -2- وبربط الحقيقة 2 مع الحقيقة 6 ينتج لدينا حقيقة جديدة كما يلي:

$$\neg P \vee \neg Q \vee R \qquad\qquad \neg R$$

$$\neg P \vee \neg Q$$

حقيقة جديدة
نسميها
الحقيقة 7
Fact 7

$p \vee q$ $\underline{\neg p \vee r}$ $\therefore q \vee r$	$[(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)] \rightarrow (q \vee r)$	Resolution


2. ¬P ∨ ¬ Q ∨ R
6. ¬R
7. ¬P ∨ ¬ Q
1. P
4. ¬T ∨ Q
8. ¬ Q
9. ¬T
5. T
There is no way all
the clauses can be true!
Null Clause

نقض الفرض في منطق الفرضيات
Propositional Resolution Refutation

- أساسيات نقض الفرض في PL
  - مثال عن KB وبرهان:
  - الاستنتاج وفقاً لـKB PL:

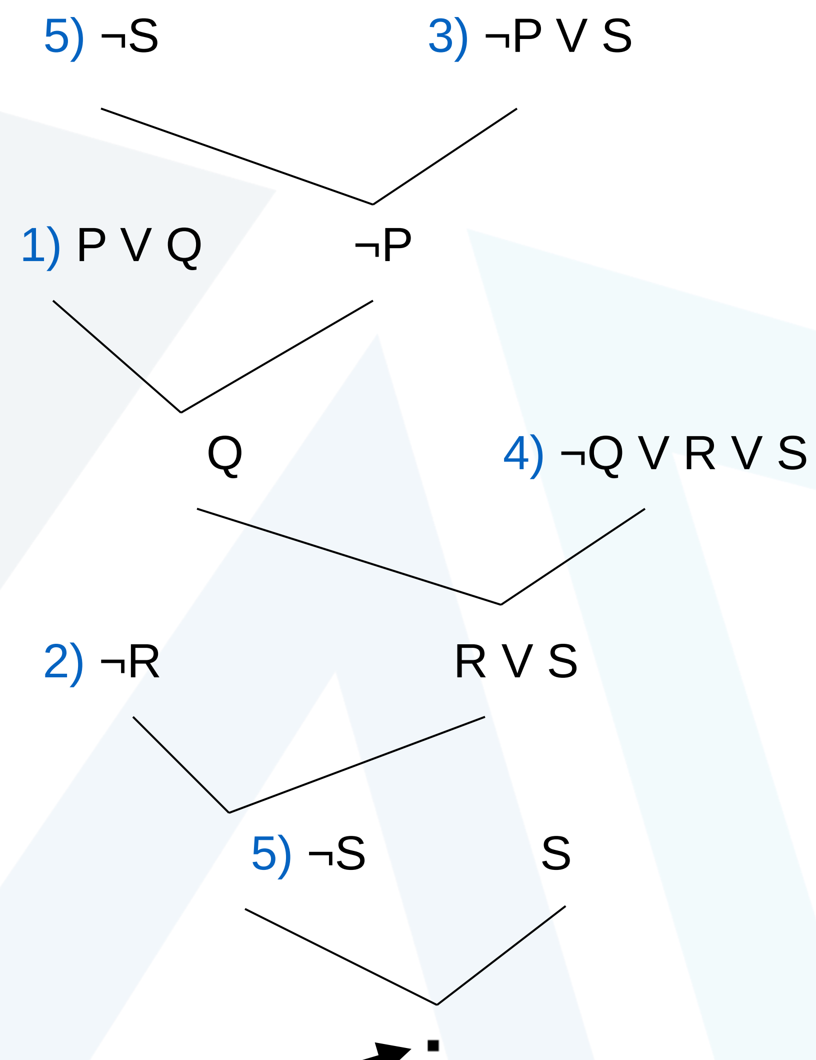
<u>Given:</u>

1. P V Q
2. ¬R
3. P → S
4. Q Λ ¬R → S
5. ¬S (Negated goal)

<u>Converted to CNF:</u>

1. P V Q
2. ¬R
3. ¬P V S
4. ¬Q V R V S
5. ¬S (Negated goal)

نقض الفرض في منطق الفرضيات
Propositional Resolution Refutation



Converted to CNF:

1. P V Q
2. ¬R
3. ¬P V S
4. ¬Q V R V S
5. ¬S (Negated goal)

Resolution proof

Derive empty clause:

a contradiction!

Conclusion: S

اكتب بمنطق الفرضيات

- a) The king is a rich man.
- b) If the king were poor he would not be powerful.
- c) A powerful king is a happy man.
- d) If the king is rich then he is either happy or powerful.

- king (K).
- Rich (R)
- poor (P).
- Powerful (PW).
- happy (H).

a) $K \rightarrow R$

b) $(K \wedge P) \Rightarrow \neg PW$

c) $(K \wedge PW) \Rightarrow H$

d) $(K \wedge R) \Rightarrow (H \vee PW)$

إذا كان لدينا قاعدة المعارف التالية

$$
\begin{aligned}
KB: \quad S_1 &: \quad P \land Q \\
S_2 &: \quad P \Rightarrow (R \lor S) \\
S_3 &: \quad (A \lor Q) \Rightarrow (P \Rightarrow S) \\
S_4 &: \quad \neg((A \land S) \lor (A \land P)) \lor (Q \land R) \\
S_5 &: \quad A \lor (\neg P \land \neg Q) \\
S_6 &: \quad T \Rightarrow (A \land (P \Rightarrow Q)) \\
S_7 &: \quad V \lor \neg P \lor \neg U
\end{aligned}
$$

برهن

a) $P \wedge S$

b) $T \Rightarrow A$

c) $(U \wedge S) \Rightarrow V$

d) $P \wedge Q \wedge S \wedge A$

$$
\begin{aligned}
KB: \quad S_1 &: \quad P \wedge Q \\
S_2 &: \quad P \Rightarrow (R \vee S) \\
S_3 &: \quad (A \vee Q) \Rightarrow (P \Rightarrow S) \\
S_4 &: \quad \neg((A \wedge S) \vee (A \wedge P)) \vee (Q \wedge R) \\
S_5 &: \quad A \vee (\neg P \wedge \neg Q) \\
S_6 &: \quad T \Rightarrow (A \wedge (P \Rightarrow Q)) \\
S_7 &: \quad V \vee \neg P \vee \neg U
\end{aligned}
$$

$S_3: \quad (A \vee Q) \Rightarrow (P \Rightarrow S)$

$S_1: \quad P \wedge Q$

a)

$S_8:$	P	S_1 $\wedge$ - elimination
$S_9:$	Q	S_1 $\wedge$ - elimination
$S_{10}:$	$A \vee Q$	S_9 $\vee$ - introduction
$S_{11}:$	$P \Rightarrow S$	S_{10}, S_3 modus ponens
$S_{12}:$	S	S_{11}, S_8 modus ponens
	$P \wedge S$	S_{12}, S_8 $\wedge$ - introduction

inference rule	tautology	name
$$\begin{array}{rl} & p \\ & p \rightarrow q \\ \hline \therefore & q \end{array}$$	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$	Modus ponens (mode that affirms)

$$S_6 : \quad T \Rightarrow (A \wedge (P \Rightarrow Q))$$

b) $S_{13}: \quad (T \Rightarrow A) \wedge (T \Rightarrow (P \Rightarrow Q))$ | S_6 distributivity

$T \Rightarrow A)$ | S_{13} $\wedge$ - elimination

S_8 : P | S_1 $\wedge$ - elimination

S_7 : $V \vee \neg P \vee \neg U$

c)

S_{14} :	$P \vee \neg S$	S_8 $\vee$ - introduction
S_{15} :	$V \vee \neg S \vee \neg U$	S_{14}, S_7 resolution
	$(U \wedge S) \Rightarrow V$	S_{15} implication

$S_5: \quad A \vee (\neg P \wedge \neg Q)$	$S_8: \quad P$	S_1 $\wedge$ - elimination

d) $S_{16}:$	$(A \vee \neg P) \wedge (A \vee \neg Q)$	S_5 distributivity
$S_{17}:$	$(A \vee \neg P)$	S_{16} $\wedge$ - elimination
$S_{18}:$	A	S_{17}, S_8 resolution
	$P \wedge Q \wedge S \wedge A$	S_8, S_9, S_{12}, S_{18} $\wedge$ - introduction

مسألة

- لدينا المقولة : أنا أفكّر إذاً أنا موجود .
- ولدينا العبارة : أنا أدرس إذاً أنا أفكّر .
- برهن : أنا لا أدرس إذاً أنا غير موجود .
- الحل :
- أولاً : نقوم بترميز الفرضيات و نمذجة المسألة :
- أنا أفكّر سنرمز لها T (Think)
- أنا أدرس سنرمز لها S (Study)
- أنا موجود سنرمز لها E (Exist)
- نمذجة المسألة :
- input$\begin{cases} 1 - T \Rightarrow E \\ 2 - S \Rightarrow T \end{cases} \vDash \neg S \Rightarrow \neg E \quad \} GOAL$

مسألة

- ثانياً : البرهان :
- ونتذكّر ثلاث طرق للبرهان وهي الاستتباع والاستدلال الذي يتكوّن من Forwardو . Backward

1- البرهان بطريقة الاستتباع " " : Entailment

- نبرهن أنّه إذا كان الدخل صحيح فإنّ الهدف حتماً صحيح فيتحقّق عندها الاستتباع ونستخدم جدول الحقيقة للبرهان فنضيف للجدول حقلاً نضع فيه مقدّمات المسألة " input "وبينها علاقة and، فإن كان كل true في هذا الحقل يقابله true في حقل الهدف نكون عندها قد حصلنا على حالة استتباع محقّقة ، أمّا غير ذلك فلا يحقّق الاستتباع ، أي أنّنا لا نهتم لحالات false وما يقابلها في حقل الهدف لأنّها لا تحقّق حالة استتباع .
- وفي هذه المسألة لدينا ثلاثة رموز ، إذاً جدول الحقيقة مكوّن من 8 أسطر ، فنقوم بإنشاء الجدول كما يلي :

T	E	S	$\neg T \lor E \equiv 1$	$\neg S \lor T \equiv 2$	$1 \land 2$	$Goal$
0	0	0	1	1	$\boxed{1}$	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	$\boxed{1}$	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	$\boxed{1}$	0
1	1	1	1	1	$\boxed{1}$	1

- إذاً لا يوجد استتباع لأنّنا نلاحظ من الجدول أنّه لدينا حالات تكون فيها المقدّمات 1و 2 صحيحة معاً لكنّ الهدف يكون إمّا صحيح (في السّطر الأول والأخير) أو خاطئ (في السّطر الثالث والسّابع).

مسألة

- البرهان بطريقة الاستدلال" Inference " : كما ذكرنا فإنّ هذه الطريقة تعتمد على قواعد الاستدلال ونلجأ لهذه الطريقة عندما يكون عدد الفرضيات والمتغيّرات كبير ولا يمكننا استخدام جدول الحقيقة ، ولدينا خوارزميتين في الاستدلال وهما Forward و Backward .

مسألة

- البرهان باستخدام : Backward
- نقوم أولاً بتحويل المقدّمات إلى الشكل النّظامي CNF :
- $T \vee S\neg \equiv T \Longrightarrow S$, $E \vee T\neg \equiv E \Longrightarrow T$
- ونقوم بنفي الهدف بعد تحويله للشكل النّظامي :
- $\neg S \Longrightarrow \neg E \equiv S \vee \neg E$
- $\neg(S \vee \neg E) \equiv \neg S \wedge E$

- بما أنّه توجد علاقة and يمكن فصل الصّيغة النّهائية للفرضيتَين E و $S\neg$ وبذلك نصل للشكل النّظامي لنفي الهدف.
- نرسم شجرة الحل ونقوم بتطبيق : Resolution

مسألة

$\neg T \vee E \qquad \neg S \vee T \qquad \neg S \qquad E$

$$\begin{array}{c} \neg T \vee E \quad \neg S \vee T \\ \searrow \ Res \ \swarrow \\ E \vee \neg S \end{array}$$

- نلاحظ أنّنا وصلنا مباشرةً لطريق مسدود بعد تطبيق أول عملية Resolution . أي أ ن الهدف لم ينتج عن المقدّمات .

مسألة

- البرهان باستخدام : Forward
- ننطلق من المقدّمات ونلاحظ أنّه يمكن تطبيق Resolution بين $(\neg T \vee E)$ و $(\neg S \vee T)$ فنحصل على $(\neg S \vee E)$ ، ولكن الهدف هو $(S \neg \vee E)$ لذلك فإنّنا فشلنا بالبرهان بهذه الطريقة .
- نلاحظ أنّنا فشلنا بالبرهان بالطرق الثلاث، إذاً فإن مقدّمات المسألة لا تسمح بالوصول للهدف؛ أي لا يوجد رابط بين المقدّمات والهدف وهذا الفشل لا يعني أنّ النّتيجة (الهدف) خاطئة.
- نتيجة : نتوصّل إلى أ ن مقدّمات المسألة لا توصلنا للنّتيجة دوماً.

Example

Consider the following Knowledge Base:

The humidity is high or the sky is cloudy. الرطوبة عالية أو السماء غائمة.

If the sky is cloudy, then it will rain. إذا كانت السماء غائمة ، فسوف تمطر.

If the humidity is high, then it is hot. إذا كانت الرطوبة عالية، ثم يكون الطقس حارا.

It is not hot الطقس ليس حار.

Goal: It will rain.

Use propositional logic and apply resolution method to prove that the goal is derivable from the given knowledge base.

Solution: Let's construct propositions of the given sentences one by one:

1) Let,

The humidity is high or the sky is cloudy

P: Humidity is high.

Q: Sky is cloudy.

It will be represented as **P V Q.**

2) If the sky is cloudy, then it will rain

Q: Sky is cloudy. **...from (1)**

Let, R: It will rain.

It will be represented as **Q → R.**

3) If the humidity is high, then it is hot.

P: Humidity is high. **...from (1)**

Let, S: It is hot.

It will be represented as **P → S.**

4) ~S: It is not hot.

Applying resolution method:

1. P V Q.
2. Q → R.

In (2), Q → R will be converted as (¬Q V R)

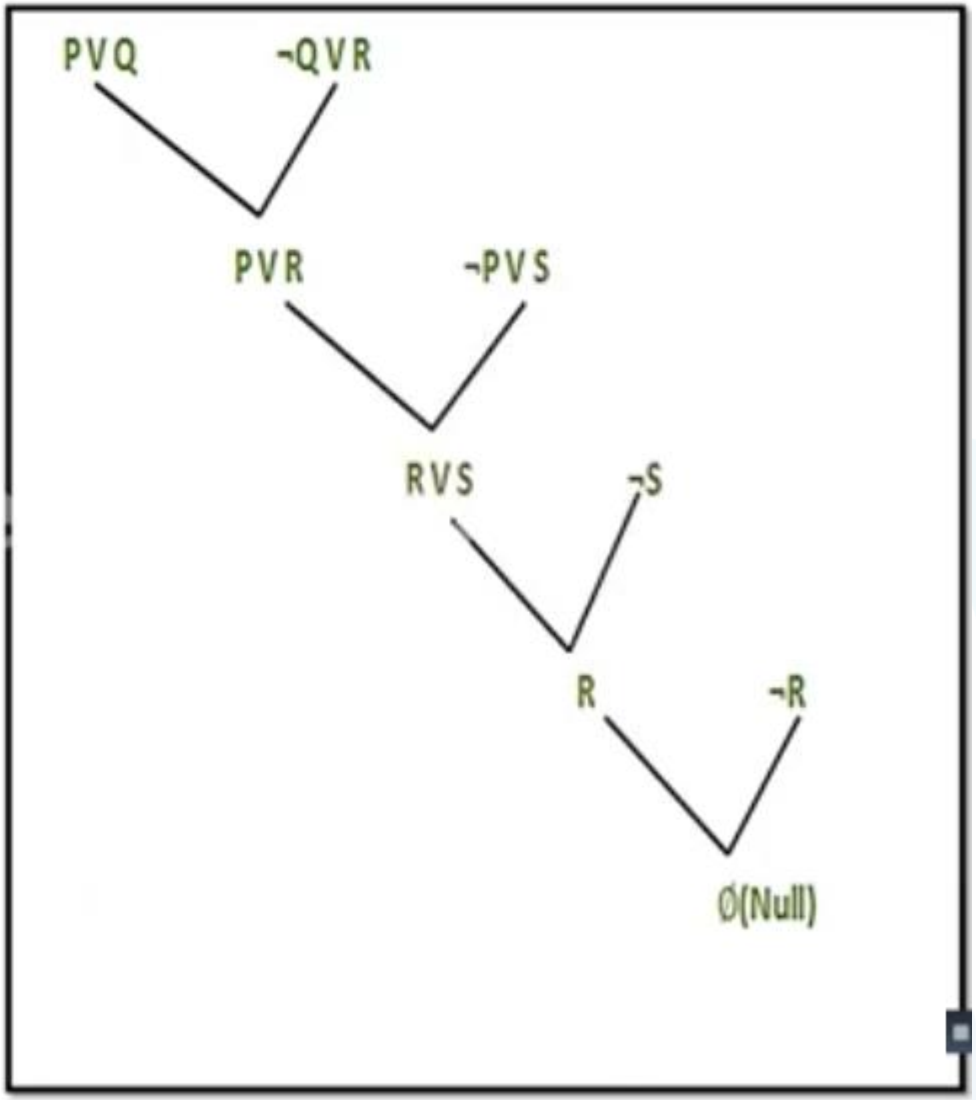
3. P → S.

In (3), P → S will be converted as (¬P V S)

4. ¬S.

Negation of Goal (¬R): It will not rain.

Finally, apply the rule as shown below:



P V Q
¬Q V R
P V R
¬P V S
R V S
¬S
R
¬R
Ø(Null)

Ex(1): Consider now an example from the propositional calculus, where we want to prove a from the following axioms:

$b \wedge c \rightarrow a$

b

$d \wedge e \rightarrow c$

$e \vee f$

$d \wedge \neg f$

We reduce the first axiom to clause form:

$b \land c \rightarrow a$

$\neg (b \land c) \lor a$ by $l \rightarrow m \equiv \neg l \lor m$

$\neg b \lor \neg c \lor a$ by de Morgan's law

The remaining axioms are reduced, and we have the following clauses:

$a \lor \neg b \lor \neg c$

b

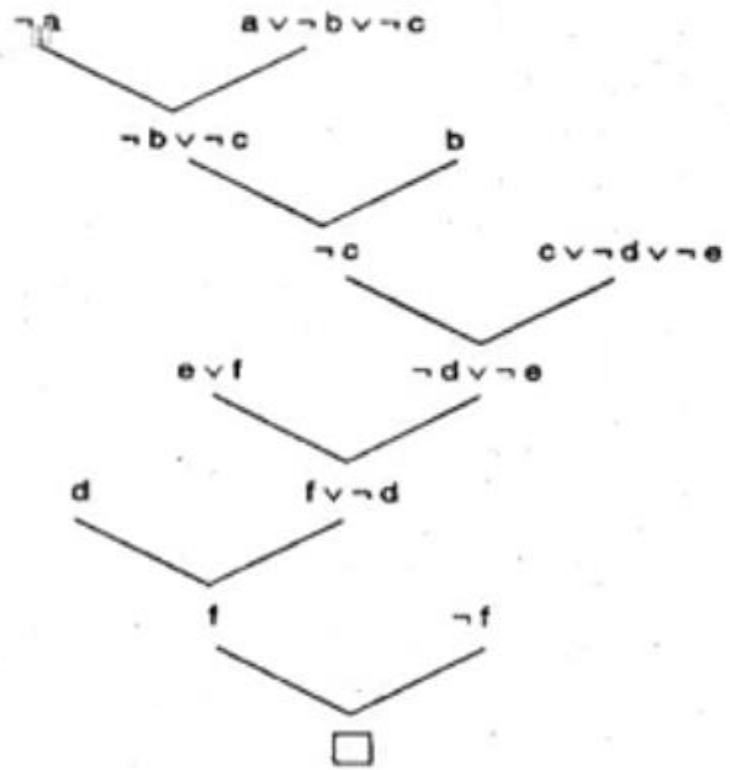
$c \lor \neg d \lor \neg e$

$e \lor f$

d

$\neg f$

The resolution proof is found in Figure (3-1). First, the goal to be proved, a, is negated and added to the clause set. The derivation of □ indicates that the database of clauses is inconsistent.



Resolution prove for an example from the propositional calculus.