جـامـعـة المـنـارة
كلية الهندسة/المدنية
المساحة الهندسية

العام الجامعي
٢٠٢٤-٢٠٢٥
المحاضرة (٧)

استخدام نظرية التربيعات الصغرى في معالجة القياسات المساحية ضمن شبكات المراقبة

أ. د. إياد اسماعيل فحصة

جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

١ قانون انتشار الأخطاء المتوسطة التربيع.

٢ المعالجة العددية للقياسات المساحية بالطريقة البارامترية .

٣ معادلة تصحيح قياس فرق الارتفاع باستخدام التسوية الهندسية.

٤ معادلة تصحيح قياس المسافة الأفقية.

٥ حساب مركبات انزياحات النقاط على المنشأة الهندسية.

١- قانون انتشار الأخطاء المتوسطة التربيع

١-١- الخطأ المتوسط لتابع القياسات المرتبطة.

حتى لاندخل في علم الإحصاء والاحتمالات ، ستكون انطلاقتنا من القانون الذي يبين قيمة الخطأ المتوسط التربيع لتابع القياسات المستقلة (F) المرتبط بعدد قدره (n) من القياسات المستقلة:

$$F = F(L_1, L_2, \ldots\ldots, L_n)$$

وباعتبار أن معاملات الارتباط بين القياسات معدومة يأخذ قانون غاوص لانتشار الأخطاء المتوسطة التربيع الصيغة الآتية:

١- قانون انتشار الأخطاء المتوسطة التربيع

$$m_F^2 = \begin{bmatrix} (\frac{\partial F}{\partial L_1})_0 \\ (\frac{\partial F}{\partial L_2})_0 \\ . \\ . \\ . \\ (\frac{\partial F}{\partial L_n})_0 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} m_1^2 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots & m_2^2 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & & \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & m_n^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (\frac{\partial F}{\partial L_1})_0 \\ (\frac{\partial F}{\partial L_2})_0 \\ . \\ . \\ . \\ (\frac{\partial F}{\partial L_n})_0 \end{bmatrix}$$

وسنفترض عموماً أن القياسات متساوية الدقة، وبالتالي فهي متساوية الوزن.

٢- المعالجة العددية للقياسات المساحية بالطريقة البارامترية .

٢-١- الشكل العام لجملة معادلات التصحيحات.

نفترض أن المطلوب هو إيجاد القيم الحقيقية للمجاهيل $(x'_1 , x'_2 , \ldots\ldots\ldots x'_s)$ والتي من الصعب إيجادها بشكلٍ مباشر. نقوم من أجل ذلك بقياس عناصر أخرى $(L'_1 , L'_2 , \ldots\ldots\ldots L'_n)$ مرتبطة بالمجاهيل ألمطلوب إيجادها بعلاقات تابعية عددها (n)، وبحيث يكون $(n > s)$. ونعبر عن ذلك كالتالي:

$$L'_1 = F_1(x'_1 , x'_2 , \ldots\ldots\ldots , x'_s)$$
$$L'_2 = F_2(x'_1 , x'_2 , \ldots\ldots\ldots , x'_s)$$
$$\vdots$$
$$L'_n = F_n(x'_1 , x'_2 , \ldots\ldots\ldots , x'_s)$$

وهي طريقة قيم المجاهيل المتوسطة (المعالجة العددية) بالطريقة البارامترية.

إن العلاقات السابقة محققة من أجل القيم الحقيقية للمجاهيل $(x'_1, x'_2, \ldots\ldots\ldots x'_s)$.

ولكن في المساحة لاتوجد قيم حقيقية للقياسات أو المجاهيل . لذا نفترض أن العلاقات محققة من أجل القيم الفعلية للقياسات (L^{ac}) وللبارامترات المتوسطة (في حالتنا الإحداثيات x) . وتأخذ العلاقات السابقة الصيغة:

$$L_1^{ac} = F_1(x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_s)$$
$$L_2^{ac} = F_2(x_1, x'_2, \ldots\ldots\ldots, x_s)$$
$$\vdots$$
$$L_n^{ac} = F_n(x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_s)$$

وكما هو معروفٌ نحصل بنتيجة القياس على القيم المقاسة (L^{ob}) المحملة بخطأ قياس (v). فتأخذ المعادلات السابقة الصيغ الآتية:

$$L_1^{ac} = L_1^{ob} + v_1$$
$$L_2^{ac} = L_2^{ob} + v_2 \qquad (1)$$
$$\cdot$$
$$L_n^{ac} = L_n^{ob} + v_n$$

وبالتعويض يكون:

$$v_1 = F_1(x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_s) - L_1^{ob}$$
$$\cdot \qquad (2)$$
$$v_n = F_n(x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_s) - L_n^{ob}$$

نسمي جملة المعادلات الناتجة باسم جملة معادلات التصحيحات، وهي تجسد العلاقة بين القراءات (L^{ob}) والبارمترات المتوسطة (الإحداثيات X) والتصحيحات (v).

$$v_1 = F_1(x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_s) - L_1^{ob}$$

$$\vdots \qquad (3)$$

$$v_n = F_n(x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_s) - L_n^{ob}$$

ولإجراء المعالجة العددية لجملة المعادلات نرجعها إلى الصيغة الخطية بافتراض معرفة القيم التقريبية للمجاهيل المتوسطة ، ونرمزلها بِـ: $(x_{1,0}, x_{2,0}, \ldots\ldots, x_{n,0})$.

وتختلف هذه القيم التقريبية عن القيم الفعلية بمقادير تفاضلية صغيرة:

$$(dx_1, dx_2, \ldots\ldots, dx_n)$$

بحيث تتحقق العلاقات الآتية:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{1,0} + dx_1 \\ &\vdots \\ x_S &= x_{S,0} + dx_S \end{aligned} \qquad (4)$$

وبالتعويض:

$$\begin{aligned} v_1 &= F_1[(x_{1,0} + dx_1), (x_{2,0} + dx_2), \ldots, x_{s,0} + dx_n)] - L_1^{ob}, \\ &\vdots \\ v_n &= F_n[(x_{1,0} + dx_1), (x_{2,0} + dx_2), \ldots, x_{s,0} + dx_n)] - L_n^{ob}. \end{aligned} \qquad (5)$$

ننشر الآن التوابع F_i وفق سلسلة تايلور، ونظراً لصغر قيم dx_i العناصر الحاوية لها من المراتب الأكبر من الواحد. فيكون بعد تدوير العلاقات الناتجة:

$$v_1 = a_1 \cdot dx_1 + b_1 \cdot dx_2 + ... + s_1 \cdot dx_S + l_1 ,$$
$$\vdots \qquad (6)$$
$$v_n = a_n \cdot dx_1 + b_n \cdot dx_2 + ... + s_n \cdot dx_S + l_n$$

حيث:

$$a_i = \frac{\partial F_i}{\partial x_1} \ , \ b_i = \frac{\partial F_i}{\partial x_2} \ , \ s_i = \frac{\partial F_i}{\partial x_S}$$

$$l_i = l_i^0 - l_i^{ob} \qquad (7)$$

$$dl_i = a_i \cdot dx_1 + b_i \cdot dx_2 + ... + s_i \cdot dx_s .$$

وبالتالي:

$$\underline{\underline{v_i = dl_i + (l_i^0 - l_i^{ob})}} \qquad (8)$$

فماهي إذاً الخطوات الواجب اتباعها لإيجاد جملة معادلات التصحيحات؟

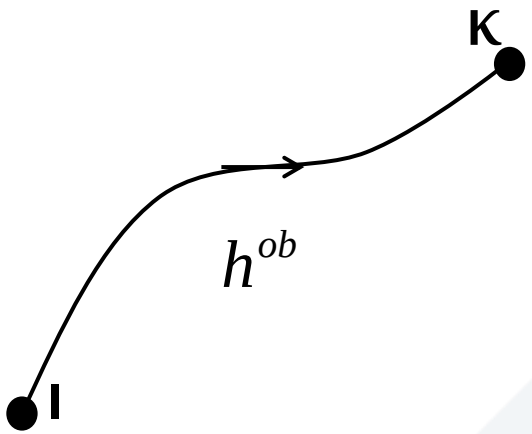
١- نختار المجاهيل المتوسطة المناسبة (وفي حالتنا هي الإحداثيات الأفقية والارتفاعية).

٢- نعبر عن العناصر المُقاسة باستخدام توابع واضحة وصريحة للمتحولات (البارامترات).

٣- نوجد الزيادة التفاضلية dl للعنصر المُقاس باستخدام عمليات الاشتقاق الجزئي للتوابع بالنسبة للمجاهيل المتوسطة.

٤- نعوض dl الناتجة في معادلات التصحيحات المُختصَرة (8).

٣- معادلة تصحيح قياس فرق الارتفاع بالتسوية الهندسية.



٣-١- نختار المجاهيل المتوسطة المناسبة

(وهي ارتفاعات النقطتين Z_K , Z_I).

٣-٢- نعبر عن العناصر المُقاسة باستخدام توابع واضحة

وصريحة للمتحولات $h = Z_K - Z_I$.

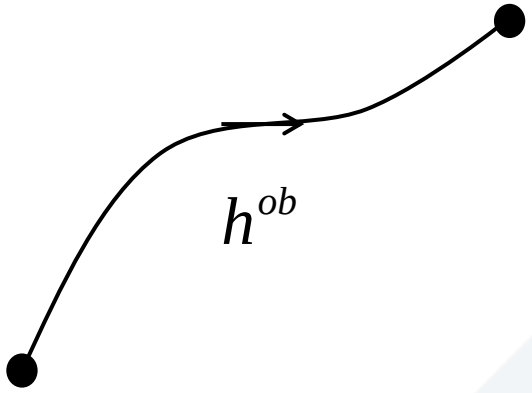
٣-٣- نوجد الزيادة التفاضلية dl للعنصر المُقاس

باستخدام عمليات الاشتقاق الجزئي للتوابع بالنسبة

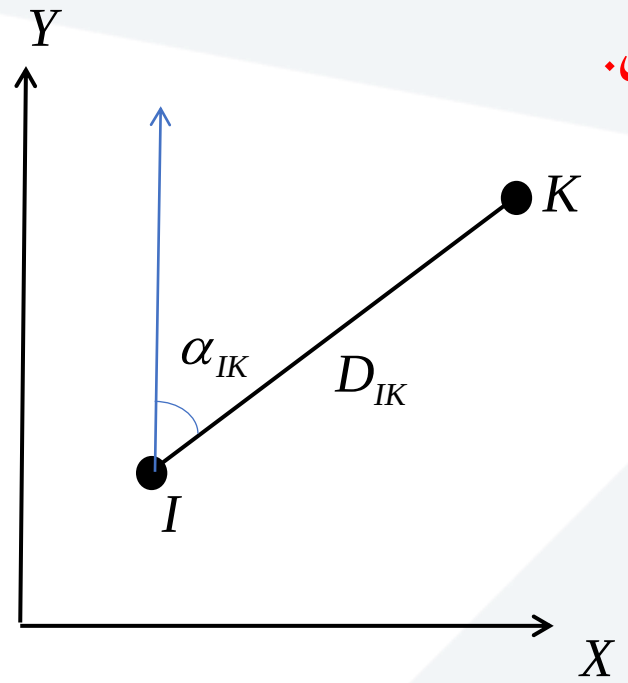
للمجاهيل المتوسطة $dh = dZ_K - dZ_I$.

٣- معادلة تصحيح قياس فرق الارتفاع بالتسوية الهندسية.

٣-٤- نعوض في الصيغة المختصرة (8) لمعادلة التصحيح. فنحصل على معادلة تصحيح فرق الارتفاع المُقاس. وهي:



$$v_h = -dZ_I + Z_K + (h^o - h^{ob}) \qquad (9)$$



٤- معادلة تصحيح قياس المسافة الأفقية بين نقطتين.

٤-١- نختار المجاهيل المتوسطة المناسبة،

وهي إحداثيات النقطتين (x_I , y_I , x_K , y_K)

٤-٢- نعوض عن المسافة المُقاسة بالمعادلة:

$$D_{IK} = \sqrt{(x_K - x_I)^2 + (y_K - y_I)^2}$$

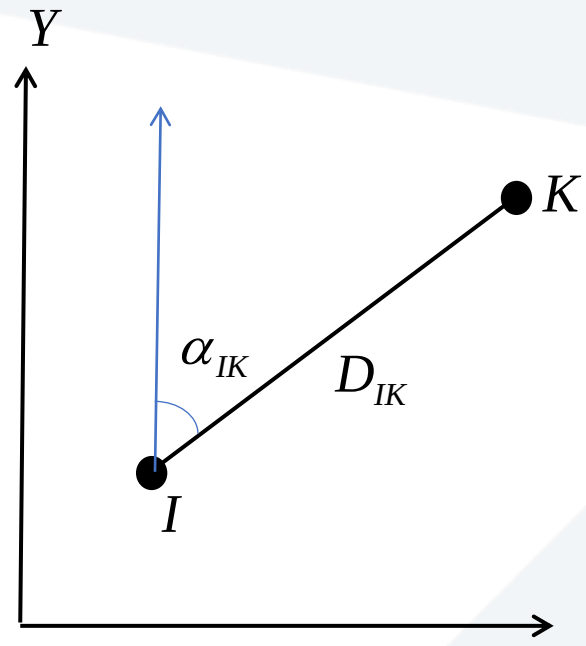
٤-٣- نوجد الزيادة التفاضلية للمسافة الأفقية

باستخدام الاشتقاقات الجزئية بالنسبة للمجاهيل:

$$dD_{IK} = \frac{\partial D}{\partial x_I} \cdot dx_I + \frac{\partial D}{\partial y_I} \cdot dy_I + \frac{\partial D}{\partial x_K} \cdot dx_K + \frac{\partial D}{\partial y_K} \cdot dy_K$$

٤- معادلة تصحيح قياس المسافة الأفقية بين نقطتين.

٤-٤- نوجد قيم المشتقات الجزئية للمسافة الأفقية :



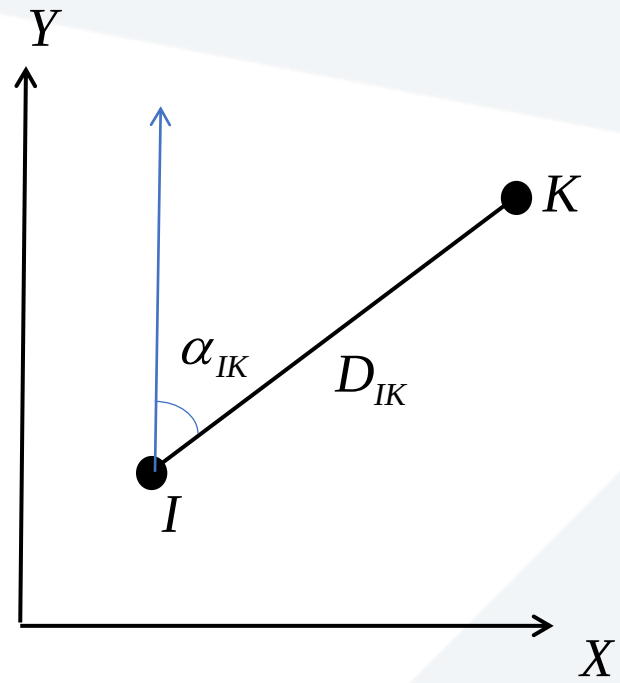
$$\frac{\partial D}{\partial x_I}=\frac{-2x_K+2x_I}{2\cdot D_{IK}}=-\frac{\Delta x_{IK}}{D_{IK}}=-a$$

$$\frac{\partial D}{\partial y_I}=\frac{-2y_K+2y_I}{2\cdot D_{IK}}=-\frac{\Delta y_{IK}}{D_{IK}}=-b \qquad (10)$$

$$\frac{\partial D}{\partial x_K}=\frac{+2x_K-2x_I}{2\cdot D_{IK}}=+\frac{\Delta x_{IK}}{D_{IK}}=+a$$

$$\frac{\partial D}{\partial y_K}=\frac{+2y_K-2y_I}{2\cdot D_{IK}}=+\frac{\Delta y_{IK}}{D_{IK}}=+b$$

٤- معادلة تصحيح قياس المسافة الأفقية بين نقطتين.



وبالتالي تأخذ معادلة التصحيح الصيغة التالية:

$$v_D = dD_{IK} + (D^O - D^{ob})$$

$$v_D = -a \cdot dx_I - b \cdot dy_I + a \cdot dx_K + b \cdot dy_K + (D^O_{IK} - D^{ob}_{IK}). \quad (11)$$

٥- حساب مركبات انزياحات النقاط على المنشأة الهندسية.

نعود إلى الشكل العام لجملة معادلات التصحيحات:

$$v_1 = a_1 \cdot dx_1 + b_1 \cdot dx_2 + \ldots\ldots + s_1 \cdot x_S + l_1$$
$$v_2 = a_2 \cdot dx_1 + b_2 \cdot dx_2 + \ldots\ldots + s_2 \cdot x_S + l_2 \qquad (12)$$
$$\vdots$$
$$v_n = a_n \cdot dx_1 + b_n \cdot dx_2 + \ldots\ldots + s_n \cdot x_S + l_n$$

وباعتماد المصطلحات الآتية:

- v : مصفوفة الأخطاء الرسوبية (تصحيحات القياسات بعد المعالجة)،
- dx : المصفوفة الشعاعية للمجاهيل (قيم زيادات الإحداثيات)،
- a : مصفوفة المعاملات الثابتة بجانب المجاهيل (مصفوفة الشكل)،
- l : مصفوفة الحدود الثابتة .

٥- حساب مركبات انزياحات النقاط على المنشأة الهندسية.

نحول الآن المعادلات (12) إلى الصيغ المصفوفاتية (13)الآتية:

$$dx_{(s*1)}=\begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ : \\ dx_S \end{bmatrix},\quad A_{(n*s)}=\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & \ldots\ldots\ldots\ldots & s_1 \\ a_2 & b_2 & \ldots\ldots\ldots\ldots & s_2 \\ : & & & \\ : & & & \\ a_n & b_n & \ldots\ldots\ldots\ldots & s_n \end{bmatrix},\quad l_{(n*1)}=\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ : \\ : \\ l_n \end{bmatrix},\quad v_{(s*1)}=\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ : \\ : \\ v_n \end{bmatrix}$$

وبالتالي نعبرعن جملة معادلات التصحيحات كما يأتي:

٥- حساب مركبات انزياحات النقاط على المنشأة الهندسية.

$$v = a \cdot dx + l \qquad (14)$$

وبتطبيق شرط مبدأ نظرية التربيعات الصغرى (باعتبار أن القياسات متساوية الدقة):

$$v^T v = \min \qquad (15)$$

فيكون أخيراً:

$$dx = -(a^T a)^{-1} \cdot a^T l \qquad (16)$$

وتكون قيمة الخطأ المتوسط التربيع لمركبات الانزياحات مساويةً:

$$m_o^2 = \pm \frac{v^T v}{n - s} \qquad (17)$$

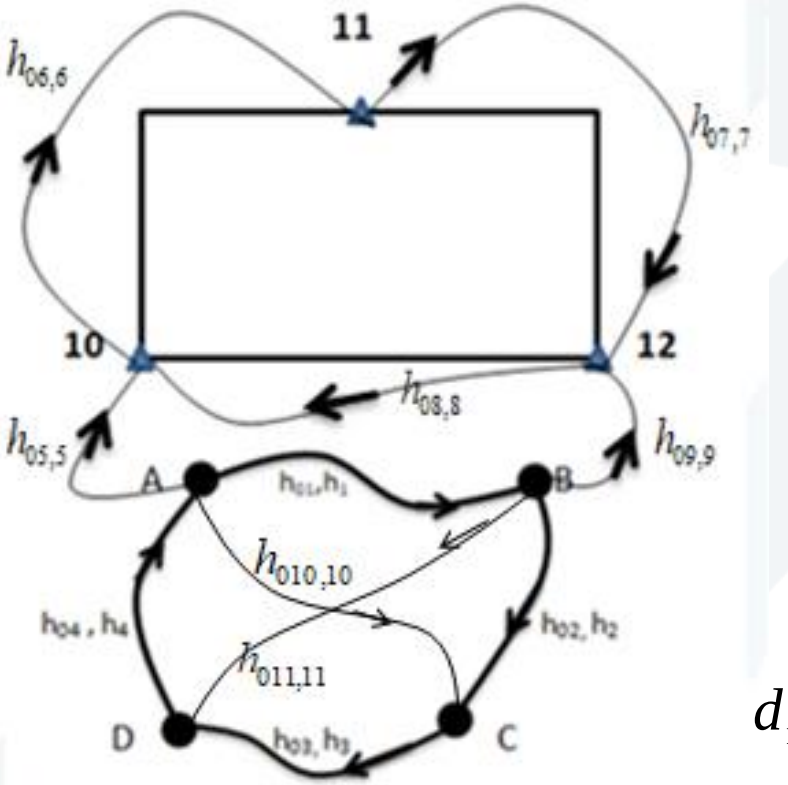
$$m_{xi}^2 = m_o \cdot (a^T a)_{ii}^{-1} \qquad (18)$$

مثال عددي

لمراقبة الوضع الشاقولي للمنشأة الممثلة بالنقاط 10 و 11 و 12 تم تصميم شبكة المراقبة القياسية المبينة بالشكل.

إذا علمنا أن نتائج القياسات المنفذة بالتسوية الهندسية في الدورة الأولية (T1) وفي الدورة الفعلية (T2) هي الموجودة في الجدول التالي.

وأن الخطأ الأعظمي المسموح لانزياح نقاط الاستناد هو:



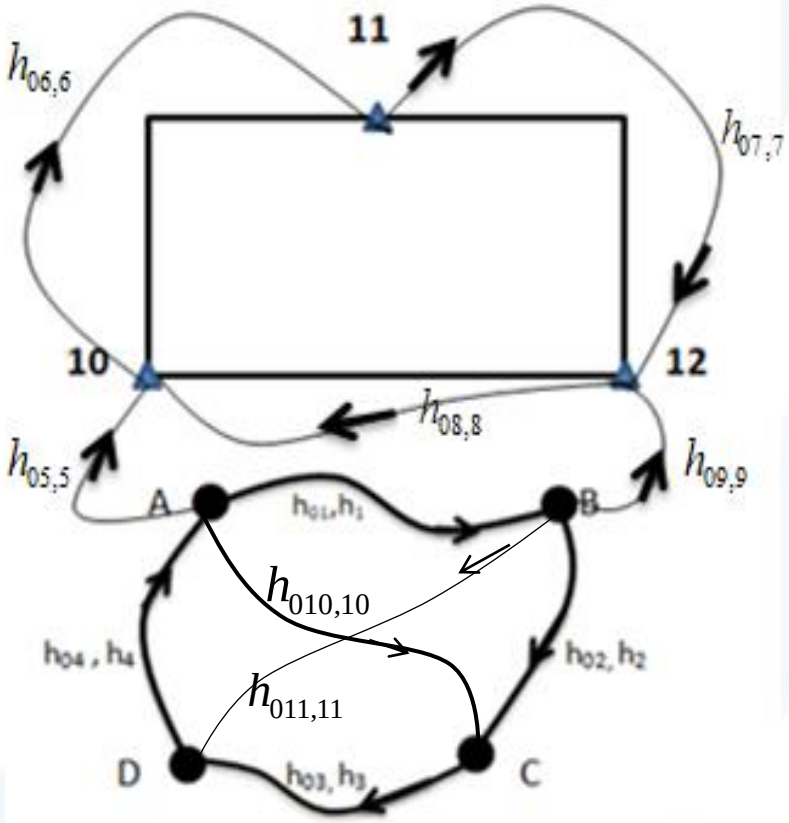
$$d_{\max} = \pm 5 \cdot m_0$$

$$m_0 = \pm 0.2\,mm$$

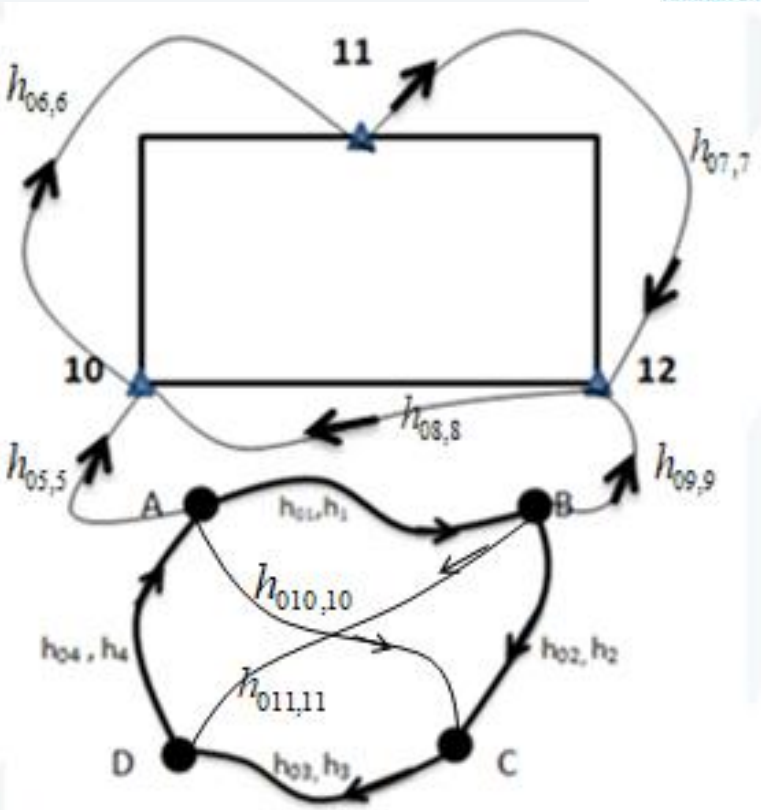
أوجد مركبات الانزياح الشاقولي في الفترة الزمنية (T2-T1) لنقاط المنشأة الهندسية.

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

الطريق المستقلة
المعالجة العددية بالطريقة البارامترية



السلسلة	$(h_{0i} - h_i^{T1})_m$	$(h_{0i} - h_i^{T2})_m$
1 (AB)	-0.0003	-0.0006
2 (BC)	-0.0008	-0.0008
3 (CD)	+0.0005	+0.0004
4 (DA)	+0.0004	+0.0008
5 (A-10)	+2.0030	+2.0045
6 (10-11)	+0.5060	+0.5030
7 (11-12)	-0.2450	-0.2465
8 (12-10)	-0.2520	-0.2540
9 (B-12)	-1.7560	-1.7555
10 (BD)	+0.0004	+0.0004
11 (AC)	+0.0008	+0.0002



الكشف عن نقاط الاستناد فى الدورة الأولية:

نقطة الاستناد	نقطة الاستناد			
	A	B	C	D
A	d_{max} $l = h_{0i} - h_i^{T1}$	$\pm 1mm$ -0.3	$\pm 1mm$ $+0.2$	$\pm 1mm$ $+0.8$
B			$\pm 1mm$ -0.8	$\pm 1mm$ $+0.4$
C				$\pm 1mm$ $+0.5$

نجد من معطيات الجدول أن النقاط

A وB وC وD حققت متطلبات نقاط الاستناد

ويمكن اعتمادها .

تأخذ معادلة تصحيح فرق الارتفاع المقاس الصيغة :

$$v_h = -dZ_I + Z_K + (h^o - h^{ob}) \qquad (9)$$

وبالتالي تتشكل المصفوفات (الدورة الأولية T1):

$$dZ^{(1)}_{(3*1)} = \begin{bmatrix} dZ_{10} \\ dZ_{11} \\ dZ_{12} \end{bmatrix}, \quad A_{(5*3)} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ -1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ +1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}, \quad l^{(1)}_{(5*1)} = \begin{bmatrix} +2.0030 \\ +0.5060 \\ -0.2450 \\ -0.2520 \\ -1.7560 \end{bmatrix}, \quad v^{(1)}_{(5*1)} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix}$$

$$dZ = -(a^T a)^{-1} \cdot a^T l \Rightarrow$$

$$dZ^{(1)} = -\begin{bmatrix} +3 & -1 & -1 \\ -1 & +2 & 0 \\ -1 & 0 & +2 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} +1.245 \\ +0.751 \\ -1.504 \end{bmatrix}$$

$$dZ^{(1)} = -\frac{1}{8} \cdot \begin{bmatrix} +4 & +2 & +2 \\ +2 & +5 & 1 \\ +2 & +1 & +5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} +1.245 \\ +0.751 \\ -1.504 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.434 \\ -0.593 \\ +0.535 \end{bmatrix} (m)$$

الكشف عن نقاط الاستناد في الدورة الفعلية:

نقطة الاستناد	نقطة الاستناد			
	A	B	C	D
A	d_{max} $l = h_{0i} - h_i^{T1}$	$\pm 1mm$ -0.6	$\pm 1mm$ $+0.2$	$\pm 1mm$ -0.8
B			$\pm 1mm$ -0.8	$\pm 1mm$ $+0.4$
C				$\pm 1mm$ $+0.4$

نجد من معطيات الجدول أن النقاط A وB وC وD حققت متطلبات نقاط الاستناد ويمكن اعتمادها .

تأخذ معادلة تصحيح فرق الارتفاع المقاس الصيغة :

$$v_h = -dZ_I + Z_K + (h^o - h^{ob}) \qquad (9)$$

وبالتالي تتشكل المصفوفات (الدورة الفعلية T2):

$$dZ^{(2)}_{(3*1)} = \begin{bmatrix} dZ_{10} \\ dZ_{11} \\ dZ_{12} \end{bmatrix}, \quad A_{(5*3)} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ -1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ +1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}, \quad l^{(2)}_{(5*1)} = \begin{bmatrix} +2.0080 \\ +0.5100 \\ -0.2540 \\ -0.2560 \\ -1.7600 \end{bmatrix}, \quad v^{(2)}_{(5*1)} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix}$$

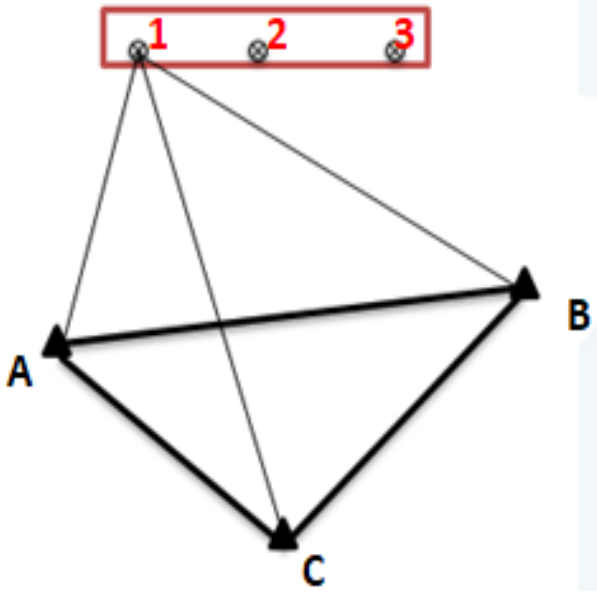
$$dZ = -(a^T a)^{-1} \cdot a^T l \Rightarrow$$

$$dZ^{(2)} = -\begin{bmatrix} +3 & -1 & -1 \\ -1 & +2 & 0 \\ -1 & 0 & +2 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} +1.242 \\ +0.764 \\ -1.504 \end{bmatrix}$$

$$dZ^{(2)} = -\frac{1}{8} \cdot \begin{bmatrix} +4 & +2 & +2 \\ +2 & +5 & 1 \\ +2 & +1 & +5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} +1.242 \\ +0.764 \\ -1.504 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.436 \\ -0.600 \\ +0.534 \end{bmatrix} \quad (m)$$

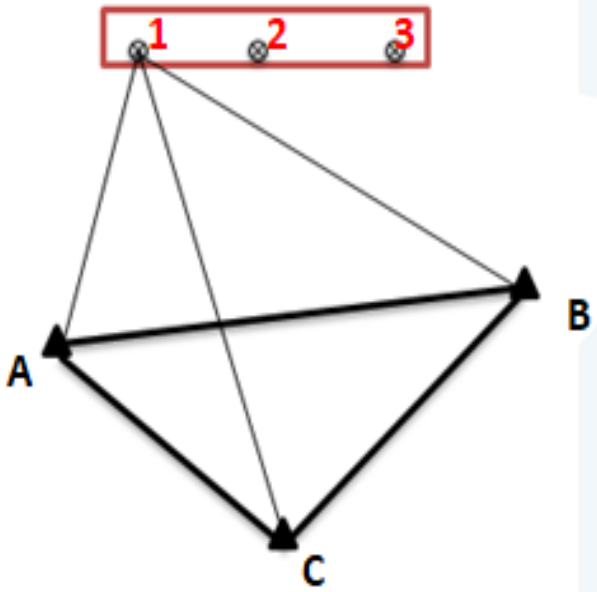
مثال (٢)

لإيجاد الإحداثيات الأفقية للنقطة (1) من المنشأة الهندسية تم رصدها من النقاط الخارجية (A,B,C) بقياسات للمسافات الأفقية لأضلاع الشبكة المساحية المبينة بالشكل. ويبين الجدول الآتي الإحداثيات الأفقية التقريبية لنقاط الشبكة.



نقطة الشبكة	A	B	C	(1)
$(X)^{o}_{(m)}$	1000.000	1100.182	1030.442	1010.234
$(Y)^{o}_{(m)}$	1000.000	1020.550	940.010	1080.345

مثال (٢)

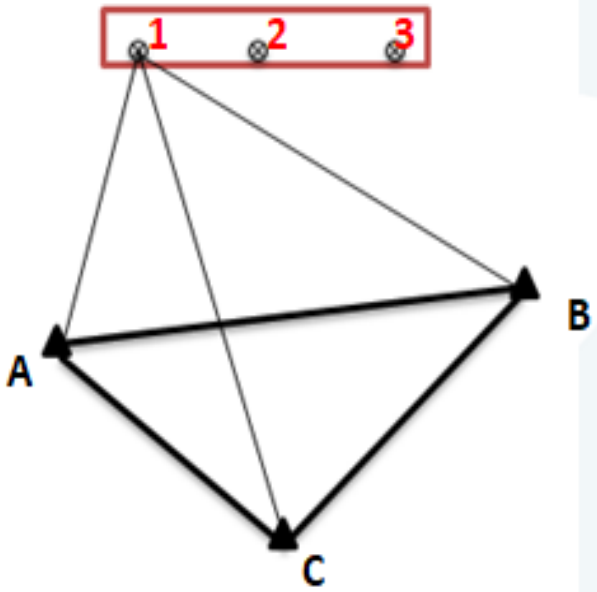


وكانت نتائج القياسات الخطية الأفقية هي:

المسافة المُقاسة	المسافة التقريبية (T0)	القياس الأولي (T1)	القياس الفعلي (T2)
AB	102.268	102.275	102.278
AC	67.272	67.275	67.275
BC	106.538	106.537	106.539
A-1	80.994	81.002	81.022
B-1	108.010	108.012	108.007
C-1	141.782	141.788	141.803

وقيمة الخطأ الأعظمي المسموح لقياس المسافة هو: $m_{D(\max)} = \pm 10\,mm$.

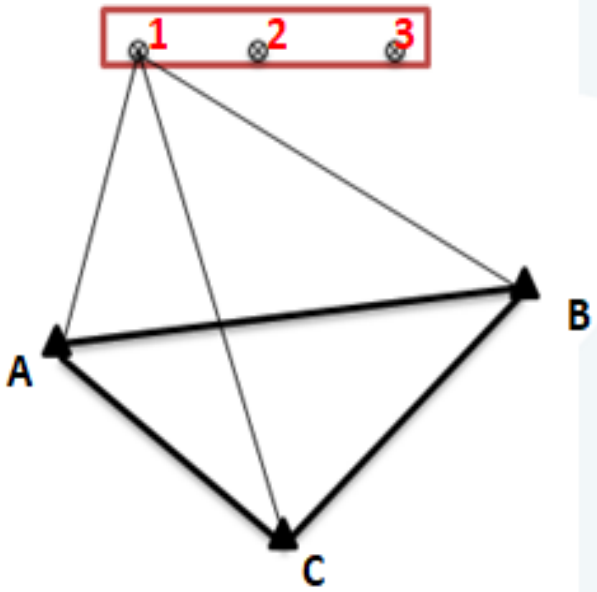
الكشف عن نقاط الاستناد في الدورة الأولية (T1):



نقطة الاستناد	نقطة الاستناد		
	A	B	C
A	$m_{D(\max)}$ $l = D_{0i} - D_i^{T1}$	$\pm 10\,mm$ -7	$\pm 10\,mm$ -3
B			$\pm 10\,mm$ $+1$

نجد من معطيات الجدول أن النقاط A وB وC حققت متطلبات نقاط الاستناد ويمكن اعتمادها .

الكشف عن نقاط الاستناد في الدورة الفعلية (T2):



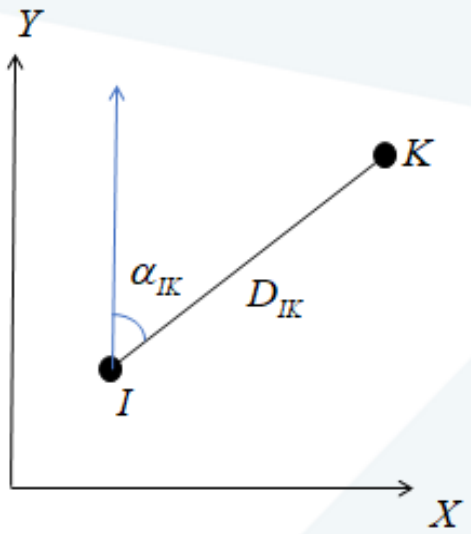
نقطة الاستناد	نقطة الاستناد		
	A	B	C
A	$m_{D(max)}$ $l = D_{0i} - D_i^{T2}$	$\pm 10\,mm$ -10	$\pm 10\,mm$ -3
B			$\pm 10\,mm$ -1

نجد من معطيات الجدول أن النقاط A وB وC
متطلبات نقاط الاستناد ويمكن اعتمادها .

تأخذ معادلة تصحيح قياس المسافة الأفقية بين نقطتين الصيغة التالية:

$$v_D = dD_{IK} + (D^O - D^{ob})$$

$$v_D = -a \cdot dx_I - b \cdot dy_I + a \cdot dx_K + b \cdot dy_K + (D^O_{IK} - D^{ob}_{IK}). \quad (10)$$

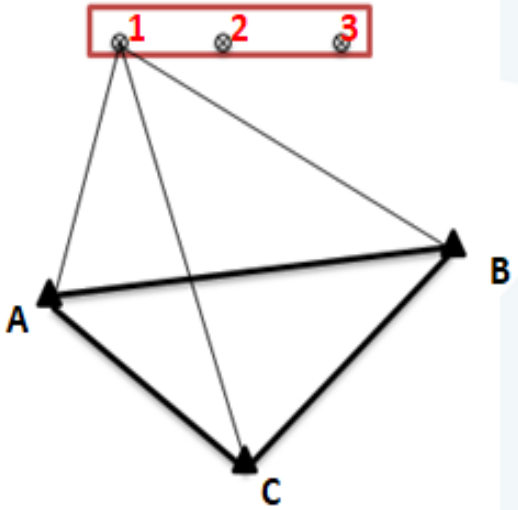


$$\frac{\partial D}{\partial x} = \frac{+2x_K - 2x_I}{2 \cdot D_{IK}} = + \frac{\Delta x_{IK}}{D_{IK}} = +a$$

$$\frac{\partial D}{\partial y} = \frac{+2y_K - 2y_I}{2 \cdot D_{IK}} = + \frac{\Delta y_{IK}}{D_{IK}} = +b$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

وبالتالي تأخذ معادلات تصحيحات قياسات المسافات الأفقية بين النقاط الصيغ التالية:



$$v_{D(A-1)} = -a_{(A-1)} \cdot dx'_A - b_{(A-1)} \cdot dy'_A + a_{(A-1)} \cdot dx'_1 + b_{(A-1)} \cdot dy'_1 + (D^{O}_{(A-1)} - D^{ob}_{(A-1)})$$

$$v_{D(B-1)} = -a_{(B-1)} \cdot dx_B - b_{(B-1)} \cdot dy_B + a_{(B-1)} \cdot dx'_1 + b_{(B-1)} \cdot dy'_1 + (D^{O}_{(B-1)} - D^{ob}_{(B-1)})$$

$$v_{D(C-1)} = -a_{(C-1)} \cdot dx_C - b_{(C-1)} \cdot dy_C + a_{(C-1)} \cdot dx'_1 + b_{(C-1)} \cdot dy'_1 + (D^{O}_{(C-1)} - D^{ob}_{(C-1)})$$

وباعتبار أن إحداثيات نقاط الاستناد تبقى ثابتة يكون:

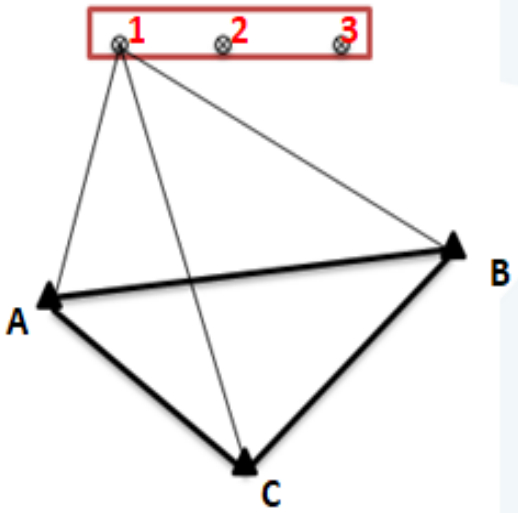
$$dx_A = dy_A = dx_B = dy_B = dx_C = dy_C = 0$$

وتأخذ جملة معادلات التصحيحات الصيغ التالية:

$$v_{D(A-1)} = +a_{(A-1)} \cdot dx'_1 + b_{(A-1)} \cdot dy'_1 + (D^{O}_{(A-1)} - D^{ob}_{(A-1)})$$

$$v_{D(B-1)} = +a_{(B-1)} \cdot dx'_1 + b_{(B-1)} \cdot dy'_1 + (D^{O}_{(B-1)} - D^{ob}_{(B-1)})$$

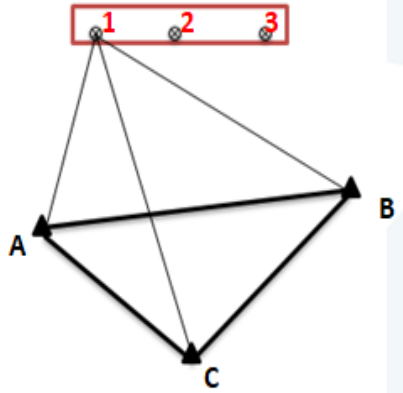
$$v_{D(C-1)} = +a_{(C-1)} \cdot dx'_1 + b_{(C-1)} \cdot dy'_1 + (D^{O}_{(C-1)} - D^{ob}_{(C-1)})$$



ويبين الجدول الآتي قيم معاملات التصحيحات بجانب المجاهيل، وقيم $(D^{O}_{(A-1)} - D^{ob}_{(A-1)})$.

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

الطريق المستقلة
المعالجة العددية بالطريقة البارامترية



المسافة المُقاسة	D_{IK}^{0}	ΔX_{IK}^{0}	ΔY_{IK}^{0}	$a=\frac{\Delta X}{D_{IK}^{0}}$	$b=\frac{\Delta Y}{D_{IK}^{0}}$	$l_1 = D_{IK}^{0} - D_{IK}^{(1)}$	$l_2 = D_{IK}^{0} - D_{IK}^{(2)}$
A-1	80.994	10.234	80.345	0.126	0.992	-0.008	-0.028
B-1	108.010	-89.948	59.795	-0.833	0.554	-0.002	-0.003
C-1	141.783	-20.208	140.335	-0.143	0.990	-0.006	-0.021

وبالتالي تتشكل المصفوفات (الدورة الأولية T1):

$$dX^{(1)}_{(2*1)}=\begin{bmatrix}dX'_1\\dY'_1\end{bmatrix},\quad a_{(3*2)}=\begin{bmatrix}+0.126 & 0.992\\-0.833 & 0.554\\-0.143 & 0.990\end{bmatrix},\quad l^{(1)}_{(3*1)}=\begin{bmatrix}-0.008\\-0.002\\-0.006\end{bmatrix},\quad v^{(1)}_{(3*1)}=\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\v_3\end{bmatrix}$$

كما تتشكل المصفوفات (الدورة الفعلية T2):

$$dX^{(2)}_{(2*1)}=\begin{bmatrix}dX''_1\\dY''_1\end{bmatrix},\quad a_{(3*2)}=\begin{bmatrix}+0.126 & 0.992\\-0.833 & 0.554\\-0.143 & 0.990\end{bmatrix},\quad l^{(2)}_{(3*1)}=\begin{bmatrix}-0.028\\-0.003\\-0.021\end{bmatrix},\quad v^{(2)}_{(3*1)}=\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\v_3\end{bmatrix}$$

وبالتالي نحسب مركبتي زيادات الاحداثيات (الدورة الأولية T1):

$$dX^{(1)} = -(a^T a)^{-1} \cdot a^T l_1 \Rightarrow$$

$$dX^{(1)} = -\begin{bmatrix} +0.730 & -0.478 \\ -0.478 & +2.271 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} +0.0015 \\ -0.0150 \end{bmatrix}$$

$$dX^{(1)} = -\frac{1}{1.4298} \cdot \begin{bmatrix} +2.271 & +0.478 \\ +0.478 & +0.730 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} +0.0015 \\ -0.0150 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0.0026 \\ -0.0071 \end{bmatrix} \quad (m)$$

ونحسب أيضاً مركبتي زيادات الاحداثيات (الدورة الثانية T2):

$$dX^{(2)} = -(a^T a)^{-1} \cdot a^T l_2 \Rightarrow$$

$$dX^{(2)} = -\begin{bmatrix} +0.730 & -0.478 \\ -0.478 & +2.271 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} +0.001974 \\ -0.050228 \end{bmatrix}$$

$$dX^{(2)} = -\frac{1}{1.4298} \cdot \begin{bmatrix} +2.271 & +0.478 \\ +0.478 & +0.730 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} +0.001974 \\ -0.050228 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0.0137 \\ +0.0250 \end{bmatrix} \quad (m)$$

ومما سبق نحسب مركبتي الانزياح الأفقي للنقطة المرصودة (1) كما يأتي:

$$\Delta X_{(T2-T1)} = dX^{(2)} - dX^{(1)}$$

$$= 0.0137 - 0.0027 = 0.011 \quad m = 11.0\,mm$$

$$\Delta Y_{(T2-T1)} = dY^{(2)} - dY^{(1)}$$

$$= 0.0250 - 0.0071 = 0.0236 \quad m = 23.6\,mm$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

ونحسب قيم تصحيحات القياسات في الدورة الأولية من العلاقات:

$$v^{(1)}_{(3*1)} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0.126 & 0.992 \\ -0.833 & 0.554 \\ -0.143 & 0.990 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.0026 \\ 0.0071 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.008 \\ -0.002 \\ -0.006 \end{bmatrix}$$

$$v^{(1)}_{(3*1)} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0005 \\ -0.0002 \\ +0.0007 \end{bmatrix}_{(m)} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.2 \\ +0.7 \end{bmatrix}_{(mm)}$$

$$\Sigma v^{(1)}_{1\to 3} = 0.0$$

$$m^{(1)}_O = \pm\sqrt{\frac{[v^{(1)T} \cdot v^{(1)}]}{(n-s)}} = \pm\sqrt{\frac{(0.25+0.04+0.49)}{(3-1)}} = \pm 0.9\,mm$$

ونحسب قيم تصحيحات القياسات في الدورة الفعلية (الثانية) من العلاقات:

$$v^{(2)}_{(3*1)} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0.126 & 0.992 \\ -0.833 & 0.554 \\ -0.143 & 0.990 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.0137 \\ 0.0250 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.028 \\ -0.003 \\ -0.021 \end{bmatrix}$$

$$v^{(2)}_{(3*1)} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0014 \\ -0.0005 \\ +0.0019 \end{bmatrix}_{(m)} = \begin{bmatrix} -1.4 \\ -0.5 \\ +1.9 \end{bmatrix}_{(mm)}$$

$$\Sigma v^{(2)}_{1\to 3} = 0.0$$

$$m^{(2)}_O = \pm\sqrt{\frac{[v^{(2)T} \cdot v^{(2)}]}{(n-s)}} = \pm\sqrt{\frac{(1.96+0.25+3.61)}{(3-1)}} = \pm 2.4\,mm$$

انتهت المحاضرة