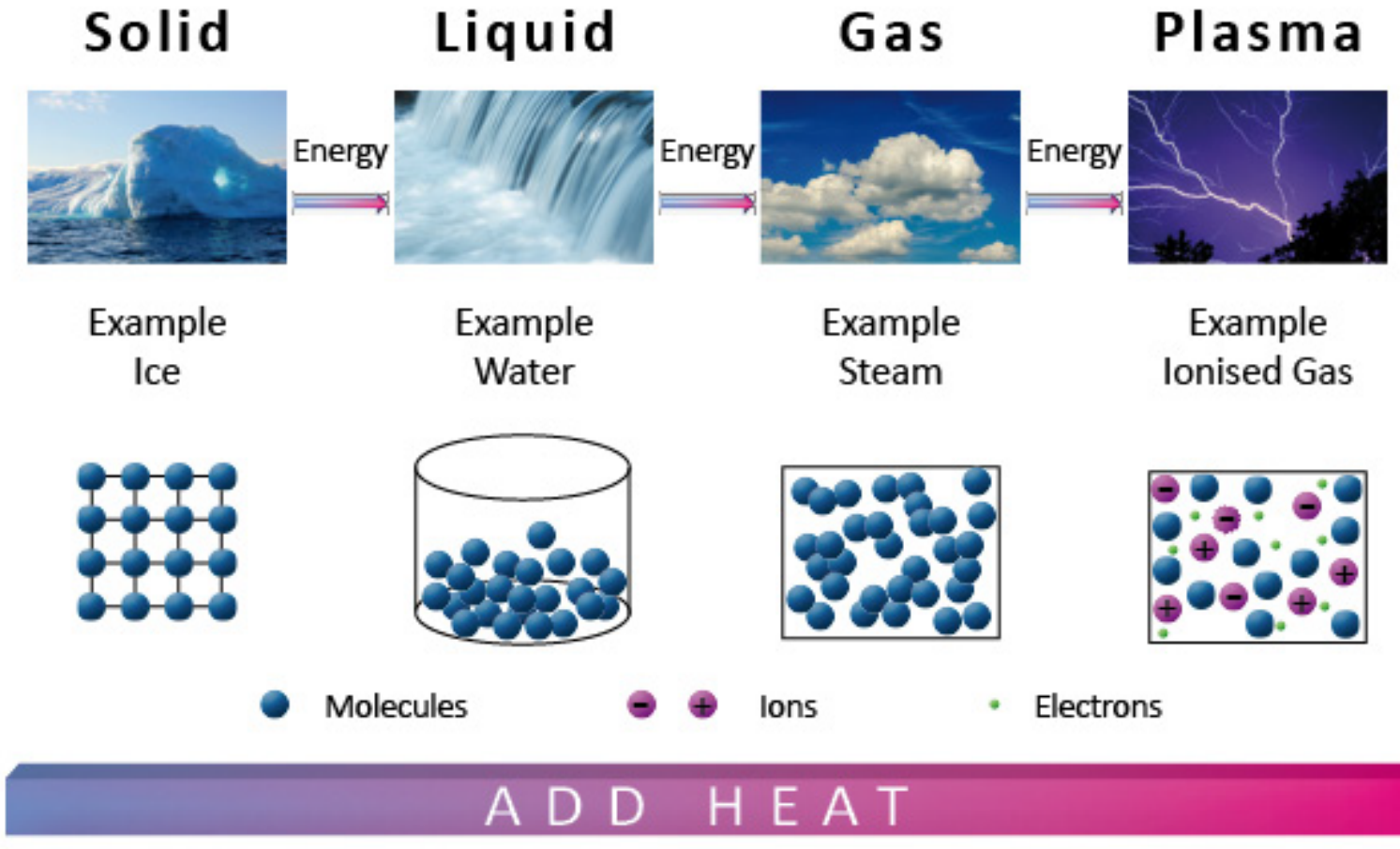
الهيدروليك 1

Hydraulic 1

Dr. Eng. Abbas Abdulrahman

الموائع


Solid
Liquid
Gas
Plasma
Energy
Energy
Energy
Example
Ice
Example
Water
Example
Steam
Example
Ionised Gas
Molecules
Ions
Electrons
ADD HEAT

الموائـع

الموائع

- **الموائع المثالية:** الموائع غير اللزجة وغير القابلة للانضغاط

هي موائع لاوجود لها في الطبيعة ولكن يفترض وجودها في بعض الحالات للوصول إلى حلول نظرية لا تكون بعيدة جداً عن الواقع

- تشمل الموائع كلا من السوائل والغازات.
- مقاومة الغازات لقوى الضغط طفيفة جداً.

تسمى السوائل بالموائع غير القابلة للانضغاط، بينما تدعى الغازات بالموائع القابلة للانضغاط

الوسط المستمر Continues Media

- تدل عبارات الكثافة والضغط واللزوجة والسرعة و..... في ميكانيك الموائع على القيم الوسطية لهذه العبارات عند نقطة معينة ضمن المائع بدلاً من القيم الفردية للجزيئات أو الذرات المتمايزة.

الوزن والكتلة

تستعمل عادة (في اللغة الدارجة) عبارة الوزن والكتلة للدلالة على مفهوم فيزيائي واحد، إلا أنه من الناحية الفيزيائية لكل منهما مفهوم مختلف عن الآخر.
كتلة جسم أو مادة (m) هي خاصية مميزة لكمية المادة التي يحويها هذا الجسم، أي العطالة التي يعاكس بها الحركة. أما وزن الجسم (P) فهو يمثل تأثير الجاذبية الأرضية على هذا الجسم، ونقول عنه "قوة الجاذبية".

يرتبط الوزن (P) مع الكتلة (m) لجسم ما بالعلاقة الأساسية

$$\boldsymbol{P = m.g}$$

حيث:
$\boldsymbol{g}$ هي تسارع الجاذبية الأرضية

قيمة تسارع الجاذبية الأرضية ليست ثابتة على الأرض بل هي تتبع للموقع الجغرافي (خطوط الطول والعرض)، وللارتفاع عن سطح البحر.

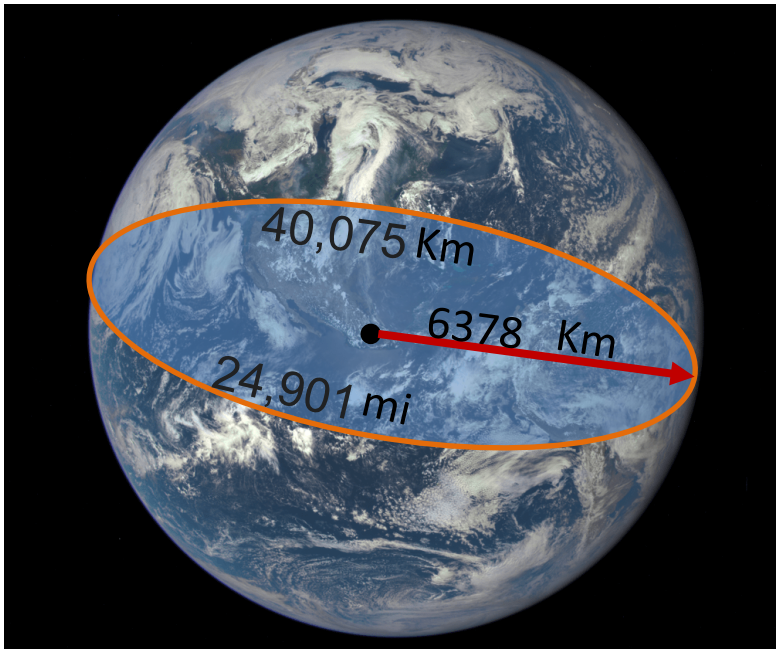
جملة الواحدات

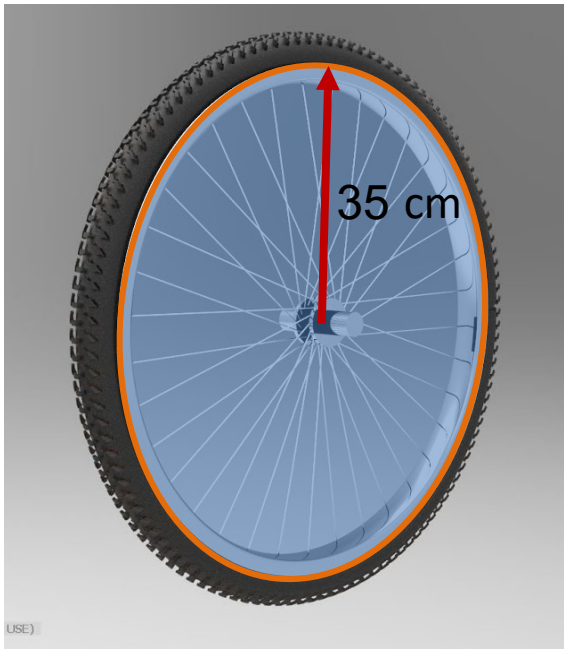
المقادير الفيزيائية تحدد بـ "السمة" و "الشدّة"
ارتفاع البناء مثلاً له سمة الطول L وكذلك محيط الأرض ونصف قطرها ونفس الشيء ينطبق على نصف قطر العجلة. جميعها مقادير فيزيائية لها سمة واحدة هي الطول L. في الفيزياء لدينا أربع متغيرات أساسية "سمات" نسميها المتغيرات المستقلة ***Independent Variables***
وهي الطول L والزمن T والكتلة m ودرجة الحرارة θ

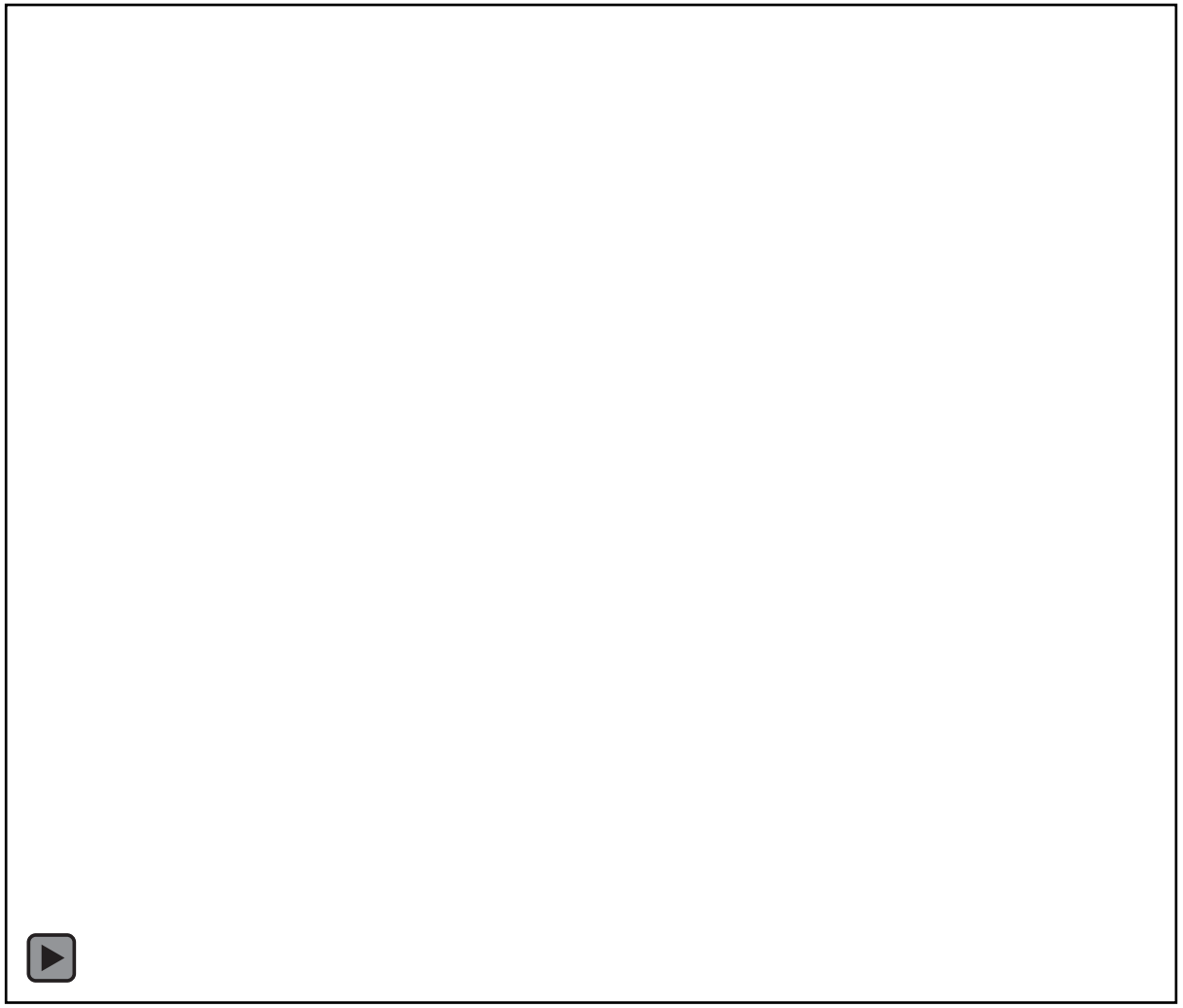
تختلف قيمة قياس نصف قطر الأرض عن نصف قطر العجلة بما نسميه "الـشدّة" وتعتمد قيمة الشدة على جملة الواحدات التي يتم بها قياس هذا الشدة.

جملة الواحدات

في الصورة يبدو محيط وقطر الأرض مساوياً لمحيط وقطر العجلة!! ولكن هل هما فعلاً كذلك؟
لايمكن عملياً تفسير قيمة قياس ظاهرة فيزيائية (شدتها) ما لم تكن مصحوبة بواحدة القياس.
عالمياً هناك جملتين أساسيتين للقياس وهما الجملة الدولية والجملة البريطانية.
في الجملة الدولية نستخدم **المتر** كواحدة أساسية لقياس الأطوال **والثانية** لقياس الزمن **والغرام** لقياس الكتلة. في الجملة البريطانية نستخدم **القدم** لقياس الأطوال، **الثانية** لقياس الزمن **والباوند** لقياس الكتلة.







جملة الواحدات

أهم الفروقات بين النظامين البريطاني والدولي (المتري).

	Metric units		British Units		
Length	mm	0.001 m	inch	1/12 foot	2.54 cm
	cm	0.01 m	foot	12 inch	0.3048 m
	m	1 m	yard	3 foot	0.9146 m
	km	1000 m	mile	1760 yard	1.61 km
mass	gramm	1 gr	pound	1 pound	453.59 gr
	kg	1000 gr	ounce	1/16 pound	28.35 gr
	ton	1000 kg	ton	2240 pound	1016 kg
Time	second	1 sec	second	1 sec	
	minute	60 sec	minute	60 sec	
	hour	3600 sec	hour	3600 sec	
	day	24 hr	day	24 hr	

خواص الموائع

1- الكتلة النوعية

الكتلة النوعية لمائع ما هي كتلة واحدة الحجوم منه. نرمز لها بالحرف اليوناني ρ
كما أشرنا سابقاً لوجود متحولات مستقلة (الطول والكتلة والزمن)، فإن جميع الخواص الفيزيائية للموائع يمكن قياسها بتركيب معين لهذه المتحولات الثلاث.
في هذه الحالة يمكن أن نقول أن واحدة قياس الكتلة (السمة) تحدد من تعريف الكتلة النوعية وبالتالي هي كتلة / حجم

$$\rho = \left[\frac{m}{L^3}\right] or\ [m.L^{-3}]$$

في الجملة الدولية تكون واحدة الكتلة النوعية $\rho = [kg/m^3]$

في الجملة البريطانية تكون واحدة الكتلة النوعية $\rho = [lb/ft^3]$

الكتلة النوعية للماء عند الدرجة 4+ مئوية والضغط الجوي النظامي $\boldsymbol{\rho = 1000\ kg/m^3}$

خواص الموائع

2- الوزن النوعي

الوزن النوعي لمائع ما هو وزن واحدة الحجوم منه. نرمز لها بالحرف اليوناني ω وبتعريف أدق، الوزن النوعي للمائع هو قوة جذب الأرض لواحدة الحجوم من هذا المائع. يمكن أن نقول أن واحدة قياس الوزن النوعي (السمة) تحدد من تعريفه وبالتالي هي وزن / حجم

بحسب قانون العالم نيوتن فإن الأرض تجذب الأجسام (المادة) إليها بقوة الجاذبية الأرضية

$$F = \vec{a}.m = g.m$$

$$g = 9.81\, m/sec^2$$

في الجملة الدولية تكون واحدة الوزن النوعي $\rho = [N/m^3]$

في الجملة البريطانية تكون واحدة الوزن النوعي $\rho = [lb_f/ft^3]$

من البديهي أنه وبسبب الشكل غير المنتظم للأرض، فإن قوة جذب الأرض للأجسام تختلف من موقع لآخر على الأرض بحسب بعد هذا الموقع عن مركز ثقل الكرة الأرضية.

خواص الموائع

2- الوزن النوعي

يمكن التعبير عن واحدة قياس الوزن (كقوة) بالواحدة Kg_f حيث ترتبط هذه الواحدة بالنيوتن بالعلاقة:

$$1\ kg_f = g.N = 9.81\ N$$

استناداً إلى قانون نيوتن يمكن كتابة العلاقة بين الوزن النوعي للمائع والكتلة النوعية:

$$\omega = g.\rho = 9.81\ \rho$$

الوزن النوعي للماء عند الدرجة 4+ مئوية والضغط الجوي النظامي هو

$$10^3\ kg_f/m^3 = 9810\ N/m^3$$

خواص الموائع

3- الكثافة النسبية specific gravity or Relative density

نسبة الكتلة النوعية لمادة ما إلى الكتلة النوعية للماء في الدرجة +4 مئوية والضغط النظامي.
يتبين أن الكثافة النسبية خاصية فيزيائية بدون واحدات (مقدار نسبي).

الكثافة النسبية هي أيضاً نسبة الوزن النوعي للمادة إلى الوزن النوعي للماء في الشروط النظامية.

$$S = \frac{\rho . g}{\rho_0 . g} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

خواص الموائع

3- الكثافة النسبية

خواص الموائع

4- الحجم النوعي

الحجم النوعي للمادة (للمائع) هو حجم واحدة الكتلة من المادة. أي انه مقلوب الكتلة النوعية
نرمز له عادة بالرمزV
واحدة قياس الحجم النوعي في الجملة الدولية هي m^3/kg

واحدة قياس الحجم النوعي في الجملة الدولية هي ft^3/lb

يمكن أن نعرف الحجم النوعي أيضاً بأنه حجم واحدة الأوزان من المادة، أي أنه مقلوب الوزن النوعي.

خواص الموائع

5- الضغط

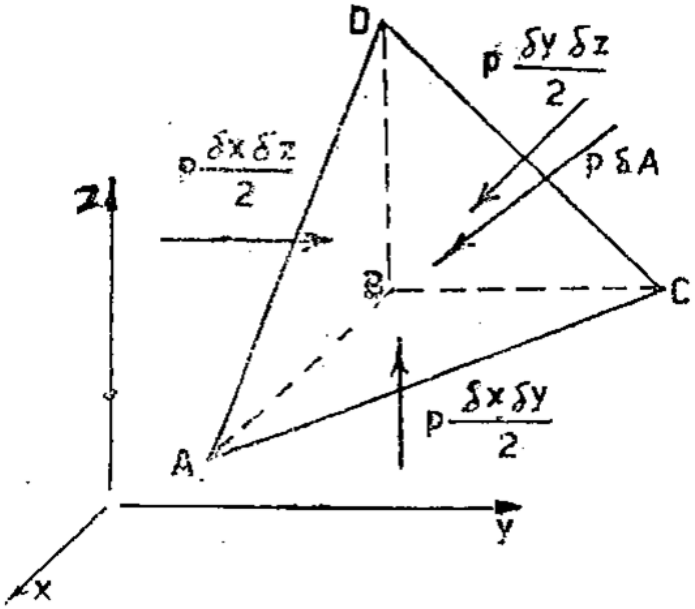
إن أي جزء من المائع يكون معرضاً لقوة ضغط إما من المائع المجاور له وإما كرد فعل من الجدار الملامس له.

يعرف الضغط بأنه القوة الضاغطة المؤثرة على وحدة السطوح. أي:

$$p = \frac{F}{A}$$

وحدة الضغط في الجملة الدولية هي N/m^2 ومن
يمكن التعبير عن الضغط بواحدات قياس مختلفة مثل البار bar أو ارتفاع عمود الماء mH2O أو ارتفاع عمود زئبق mHg

خواص الموائع



5- الضغط

يمكن إثبات أن قيمة الضغط على سطح متناهي في الصغر من مائع ما لا تتعلق باتجاه السطح عند تلك النقطة من ملاحظة الشكل المبين لعنصر من سائل بشكل موشور رباعي الوجوه. الوجوه الثلاثة للعنصر موازية كل منها لأحد مستويات جملة الإحداثيات الديكارتية:

يمكن كتابة معادلات التوازن للقوى المؤثرة على العنصر وفق التالي:

$$P_x \frac{\delta z\, \delta y}{2} - P.\delta A.\cos\alpha = 0$$

$$P_y \frac{\delta x\, \delta z}{2} - P.\delta A.\cos\beta = 0$$

$$P_z \frac{\delta x\, \delta y}{2} - P.\delta A.\cos\gamma - \omega.\delta V = 0$$

حيث $\omega .\delta V$ هو وزن المائع وفق الاتجاه الشاقولي

خواص الموائع

5- الضغط – قانون باسكال

من ملاحظة الشكل الهندسي يمكن أن نكتب:

$$\frac{\delta z\ \delta y}{2} = \delta A.\cos\alpha$$

$$\frac{\delta x\ \delta z}{2} = \delta A.\cos\beta$$

$$\frac{\delta x\ \delta y}{2} = \delta A.\cos\gamma$$

بالتعويض في معادلات التوازن السابقة يمكن ببساطة أن نستنتج أن مساقط القوة P على المستويات XoY, XoZ, YoZ تتناهى إلى القوة P وبالتالي نثبت أن قيمة الضغط في نقطة من السائل متساوية في كافة الاتجاهات.

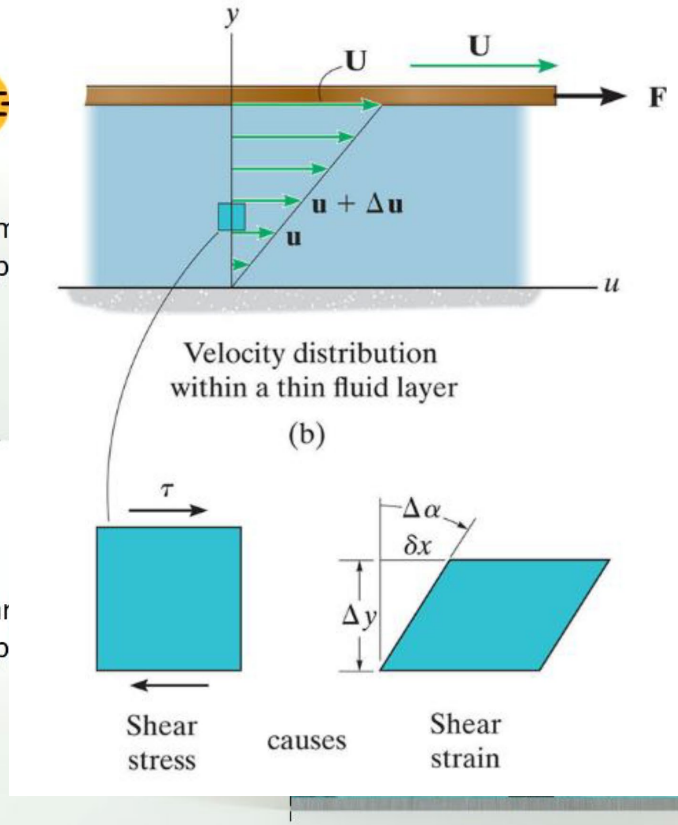
$$P_x = P_y = P_z = P$$

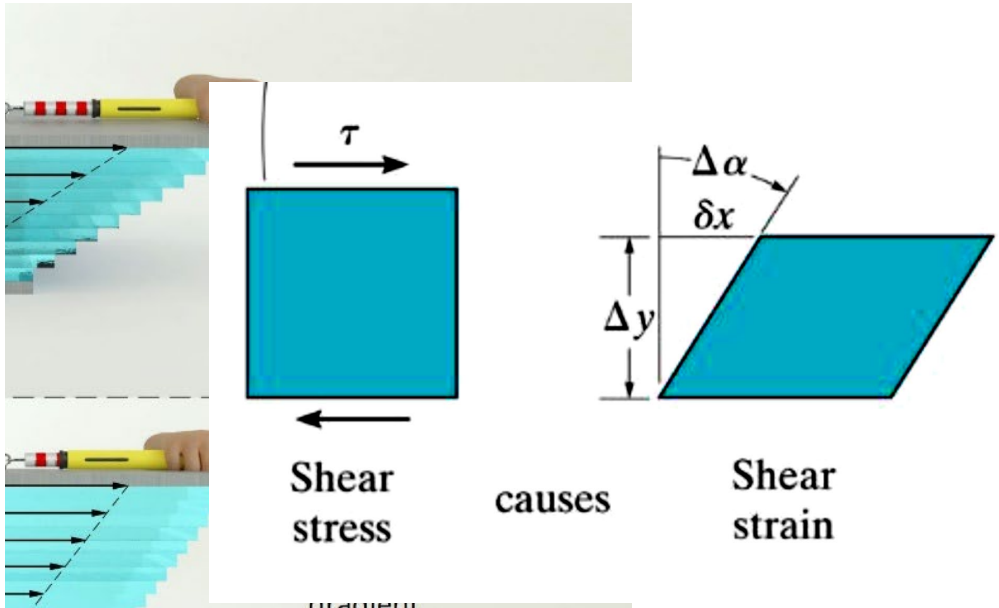
هذا الإثبات يعرف بقانون باسكال. وهو صحيح في حالتين فقط: المائع الساكن أو المائع المثالي عندما تكون قوى القص معدومة في المائع.

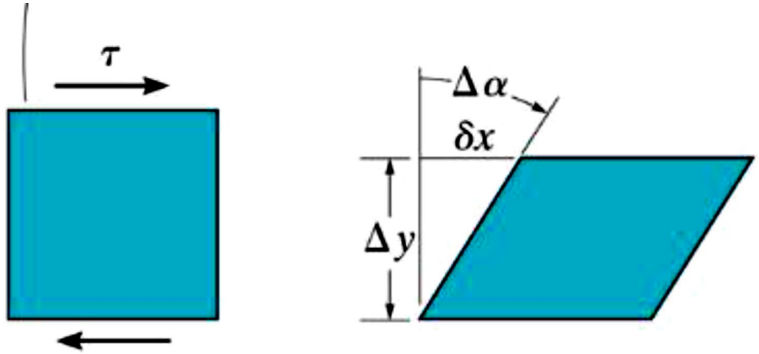
خواص الموائع

6- اللزوجة

يمكن تعريف لزوجة المائع بأنها مقياس مقاومة المائع للتشوه الزاوي.
نتيجة الحركة النسبية بين طبقات المائع التي تتحرك بسرعات مختلفة عن بعضها البعض
تتولد إجهادات مماسية لسطوح هذه الطبقات تسمى إ







خواص الموائع

6- اللزوجة

يمكن تعريف إجهاد القص (الإجهاد المماسي) بأنه قيمة قوة القص المؤثرة على واحدة السطوح، $[N/m^2]$

افترض نيوتن ودعم فرضيته بالتجربة، أن إجهاد القص يتناسب مباشرة مع معدل التشوّه الزاوي لحركة المائع (الحركة النسبية بين طبقات المائع) وذلك وفق العلاقة:

$$\tau \sim \frac{du}{dy}$$

حيث τ إجهاد القص و du فرق السرعة بين طبقتين من المائع تبعدان عن بعضهما البعض مسافة عمودية dy

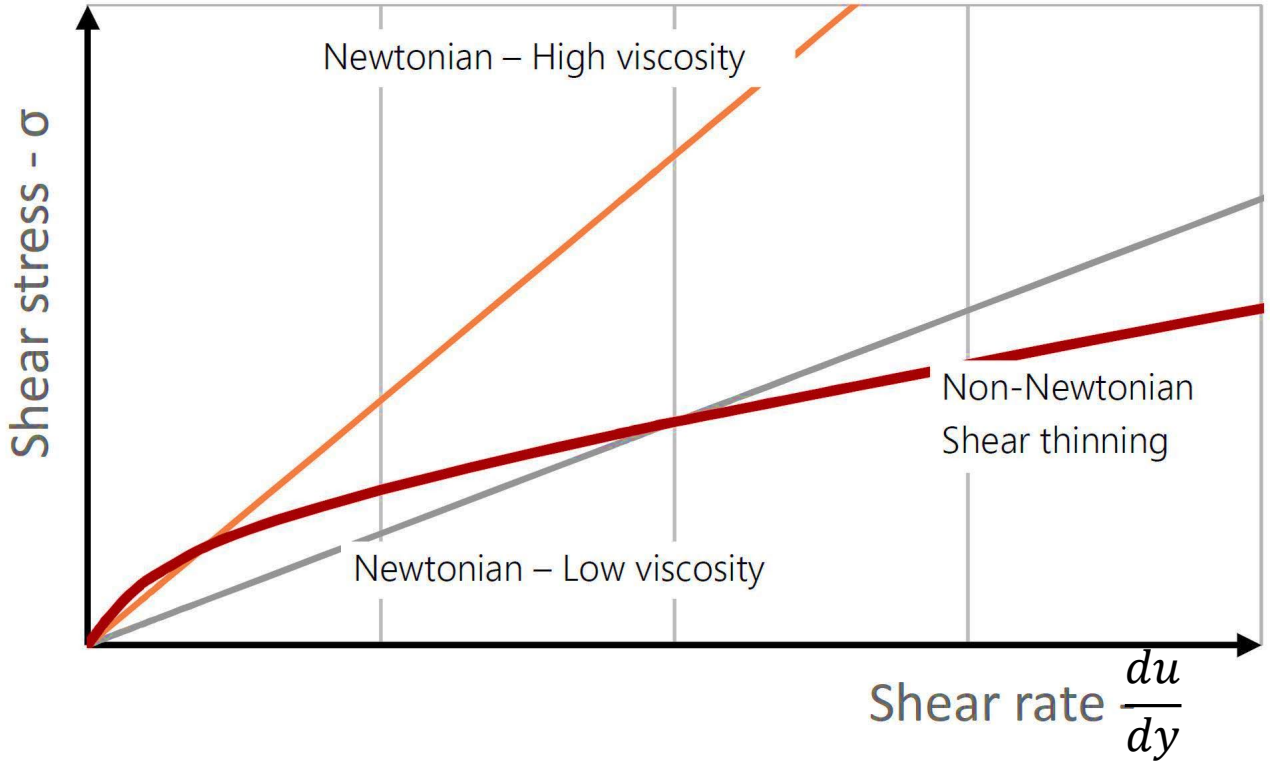
يمكن أن نستبدل إشارة التناسب $\sim$ بإشارة المساواة مع إدخال عامل التناسب (ثابت التناسب في حالة السوائل النيوتونية)

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

نعرف الثابت μ بأنه لزوجة المائع. ونسميه أحياناً اللزوجة المطلقة أو اللزوجة الديناميكية.

خواص الموائع

6- اللزوجة



إن جزيئات المائع الملامسة للسطح الصلب ستأخذ حالته الحركية (ستتحرك بنفس سرعته) وبالتالي ستكون بحالة السكون إذا كان الجدار ساكناً (جدار الأنبوب أو القناة مثلاً).
الطبقات البعيدة عن السطح الساكن ستتحرك بسرعات متفاوتة متدرجة من الصفر عند الجدار على السرعة الأعظمية عند أبعد طبقة عن الجدار.

6- اللزوجة- وحدة اللزوجة(اللزوجة المطلقة)

من علاقة الإجهاد المماسي مع تدارج السرعة يمكن أن نستنتج واحدات قياس اللزوجة:

$$\mu = \tau / \frac{du}{dy}$$

لنتذكر ان واحدات إجهاد القص هي قوة على مساحة، يمكن أن نكتب:

$$\mu = \frac{F/L^2}{L.T^{-1}/L} = \frac{F.T}{L^2} = \frac{M.L.T^{-2}.T}{L^2} = \frac{M}{L.T}$$

في الجملة الدولية تقاس اللزوجة الديناميكية بالبواز Poise
يمكن تعريف البواز بأنه لزوجة مائع نحتاج فيه إلى قوة 1 داينا على كل سم مربع (إجهاد قص) لإكساب طبقة معينة من المائع سرعة تزيد بمقدار 1cm/sec عن الطبقة المجاورة لها والتي تبعد عنها بمقدار <1 cm

6- اللزوجة- وحدة اللزوجة (اللزوجة المطلقة)

من علاقة الإجهاد المماسي مع تدارج السرعة يمكن أن نستنتج واحدات قياس اللزوجة:

$$\mu = \tau / \frac{du}{dy}$$

وحدة اللزوجة في الجملة الدولية هي kg/m.sec أو $N.sec/m^2$

من تعريف النيوتن فإن $1\ N = 10^5\ dyn$

$$1\ N.sec/m^2 = 10\ poise$$

6- اللزوجة- (اللزوجة الحركية)

في أغلب الحالات التي تتضمن دراسة حركة الموائع اللزجة، تصادف اللزوجة الديناميكية m مصحوبة دوماً مع الكتلة النوعية r منسوبتين لبعضهما. وحيث أن كليهما من الخصائص الفيزيائية للموائع، لذا تستبدل النسبة $\frac{\mu}{\rho}$ في الموائع غير القابلة للانضغاط بخاصية فيزيائية أخرى نسميها اللزوجة الحركية η، ويتبين من تحليل وحدة هذه اللزوجة أنها تتضمن طولاً وزمناً فقط دون كتلة ودون قوة، ومن هنا جاءت تسميتها باللزوجة الحركية

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-3}} L^2T^{-1} = L^2/T$$

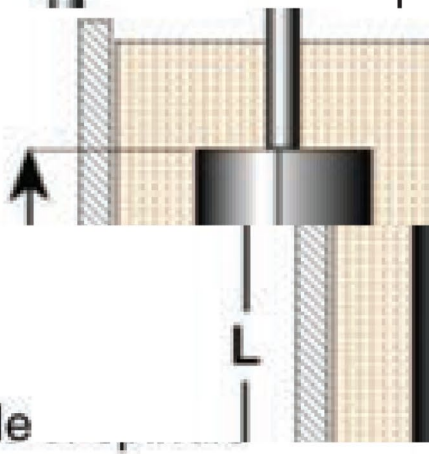
في الجملة السغثية وحدة اللزوجة الحركية هي الستوكس stokes وتساوي cm^2/sec وفي الجملة الدولية m^2/sec وفي الجملة البريطانية ft^2/sec

6- اللزوجة- (قياس اللزوجة..)

$$\text{Shear Stress (dynes/cm}^2) = \frac{M}{2\pi R_b^2 L}$$

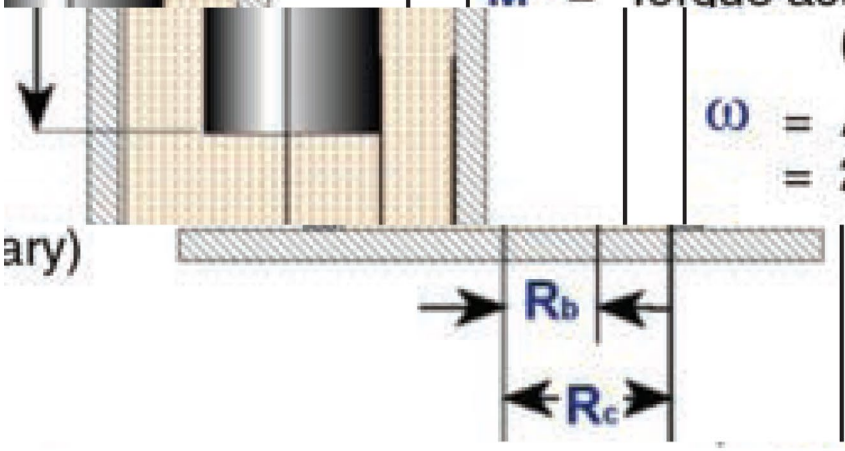
$$\text{Shear Rate (sec}^{-1}) = \frac{2\omega R_c^2 R_b^2}{R_b^2 (R_c^2 - R_b^2)}$$

$$\text{Viscosity} = \frac{\text{Shear Stress}}{\text{Shear Rate}}$$



M = Torque acting on surface of spindle (instrument reading)

ω = Angular velocity of spindle (radians/sec) = 2π/60 x N where N = spindle RPM

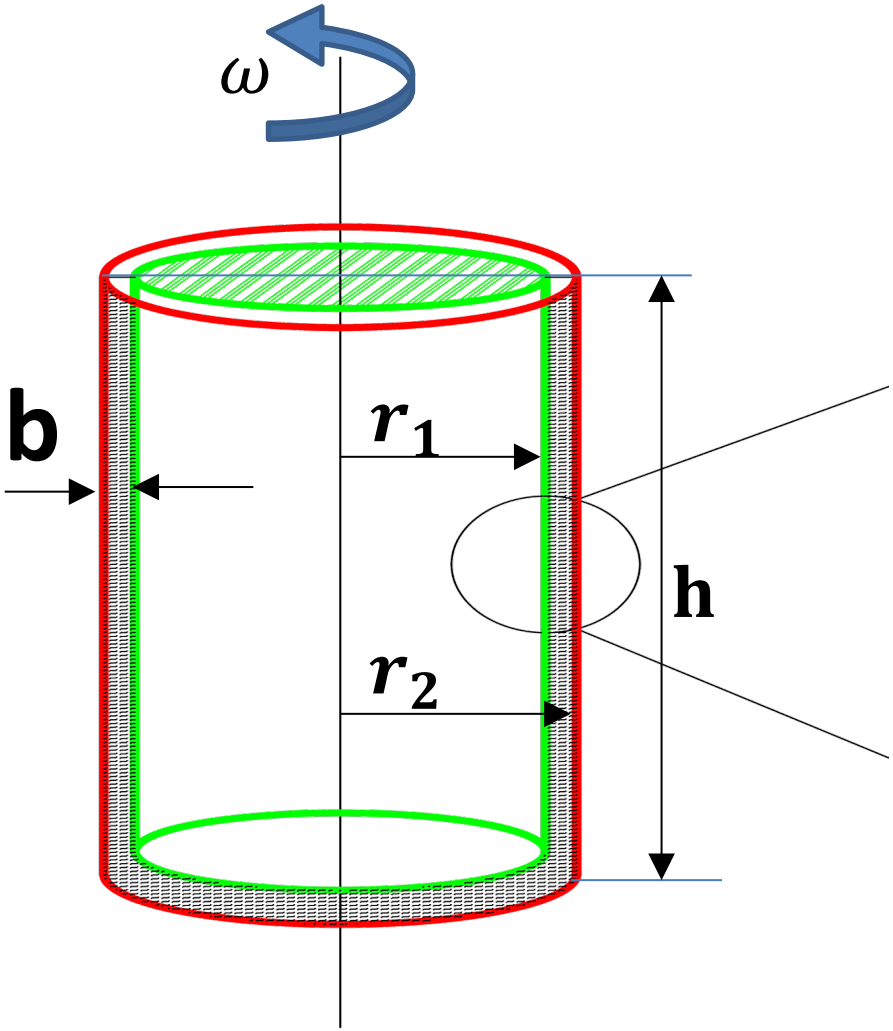


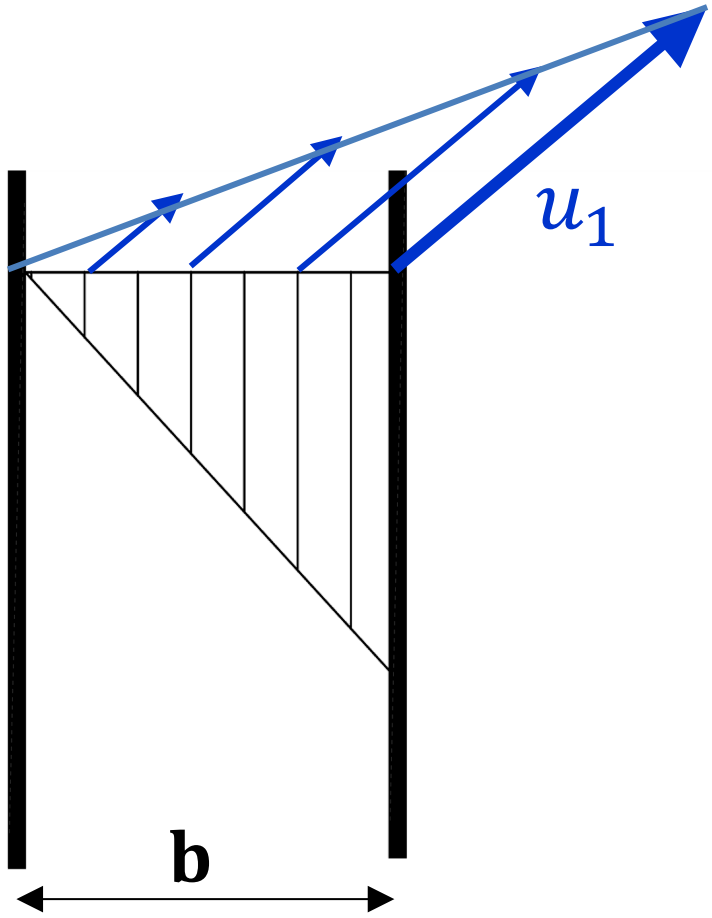
R_c = Radius of container (outer bound

R_b = Radius of spindle (bob)

L = Effective spindle side length

6- اللزوجة- (قياس اللزوجة)





$$\omega = \frac{2\pi N}{60} \quad [rad/sec]$$

6- اللزوجة- (قياس اللزوجة)

بتقريب توزيع السرع بين الاسطوانتين إلى التوزيع الخطي، يكون إجهاد القص على الجدار الجانبي للاسطوانة هو:

$$\tau_1 = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{u_1}{b} = \mu \frac{2\pi N r_2}{60b}$$

أما إجهاد القص على القاعدة السفلى للاسطوانة فإنه يتغير من قيمة معدومة عند المركز إلى قيمة أعظمية عند المحيط الخارجي نظراً لتغير السرعة الخطية u من قيمة معدومة عند المركز إلى قيمة عظمى عند الجدار ويكون:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{u}{c} = \mu \frac{\omega r}{c}$$

6- اللزوجة- (قياس اللزوجة)

عزم قوى الاحتكاك المؤثرة على السطح الجانبي للاسطوانة الداخلية هو:

$$T_1 = F \times r = \mu \times \frac{2\pi N}{60} \times \frac{r_2}{b} \times 2\pi r_1 h \times r_1 = \frac{\mu \pi^2 r_1^2 r_2 h N}{15 b}$$

وعزم قوى الاحتكاك المؤثرة على سح القاعدة السفلى:

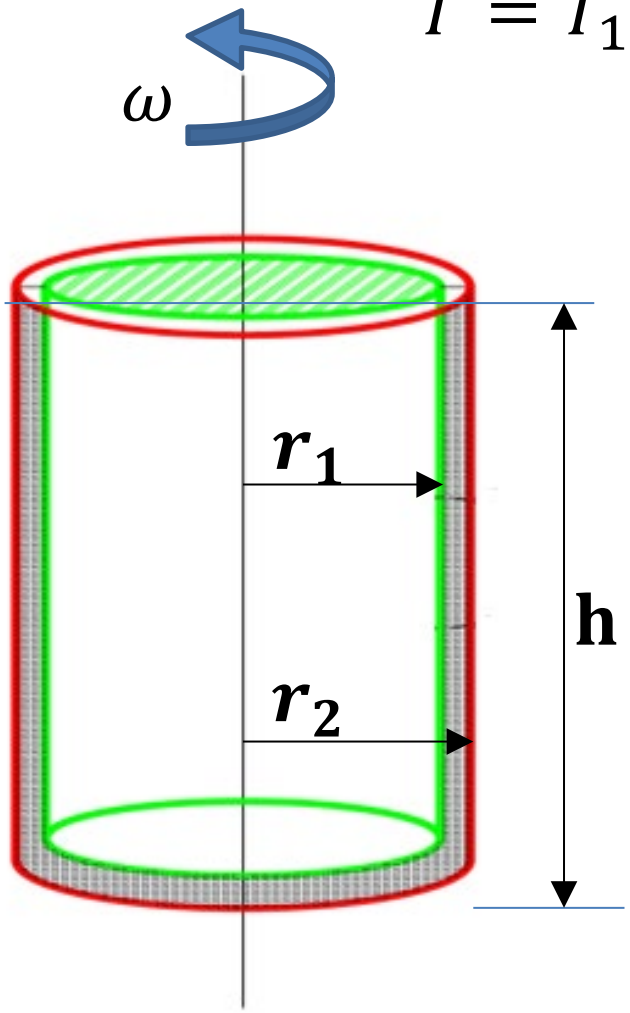
$$T_2 = \int_0^{r_1} \mu \frac{\omega r}{c} (2\pi r dr) \times r = \int_0^{r_1} \frac{2\pi}{c} \mu \omega r^3 \, dr$$

$$T_2 = \frac{\mu \, 2\pi \, \omega}{c} \times \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^{r_1} = \frac{\mu \, 2\pi}{c} \frac{2\pi N}{60} \times \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^{r_1} = \frac{\mu \pi^2 N r_1^4}{60 \, c}$$

6- اللزوجة- (قياس اللزوجة)

والعزم الكلي الذي تتعرض له الأسطوانة الداخلية ويقاومه السلك بفعل مقاومته للفتل هو:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{\mu\pi^2 r_1^2 r_2 hN}{15b} + \frac{\mu\pi^2 N r_1^4}{60\,c}$$



6- اللزوجة- (قياس اللزوجة)

يمكن تعيين قيمة العزم T بقياس زاوية الفتل θ التي يتعرض لها السلك (تقاس زاوية الفتل عادة بواسطة مؤشر يكون في حالة الصفر عندما تكون الأسطوانة الخارجية ساكنة).
لكل سلك بحسب نوعيته خاصية معينة يقاوم بها الفتل تسمى ثابت الفتل (هو قيمة العزم اللازم لفتل السلك درجة واحدة، وتختلف قيمة هذا الثابت بحسب مادة السلك ونصف قطره وطريقة تصنيعه). فإذا كان ثابت الفتل للسلك K وقيمة زاوية الفتل التي حصلنا عليها بنتيجة دوران الأسطوانة الخارجية هي θ فإن

$$T = K \times \theta$$

حيث θ مقدرة بالدرجات.
من العلاقة بين عزم الفتل وأمثال الاحتكاك يمكن حساب قيمة اللزوجة الديناميكية للسائل

$$T = T_1 + T_2 = \frac{\mu\pi^2 r_1^2 r_2 h N}{15b} + \frac{\mu\pi^2 N r_1^4}{60\,c} = K \times \theta$$

6- اللزوجة- (قياس اللزوجة)

يمكن أن نستنتج قيمة اللزوجة الديناميكية للسائل من العلاقة السابقة كالتالي:

$$\mu = \frac{K \times \theta}{\frac{\pi^2 r_1^2 r_2 h N}{15b} + \frac{\pi^2 N r_1^4}{60\, c}} = \frac{K \times \theta}{\frac{\pi^2 r_1^2 N}{15}\left(\frac{r_2 h}{b} + \frac{r_1^2}{4\, c}\right)}$$

$$\mu = A\theta$$

حيث A مقدار ثابت لجهاز القياس المستخدم في التجربة (كما تشير إليه الرموز في المعادلة يتعلق بالأبعاد الهندسية للجهاز وسرعة الدوران النسبية بين الاسطوانتين الداخلية والخارجية).

خواص الموائع

10- المائع النيوتوني

ان الموائع التي يخضع إجهاد القص فيها ومعدل التشوه الزاوي للعلاقة :

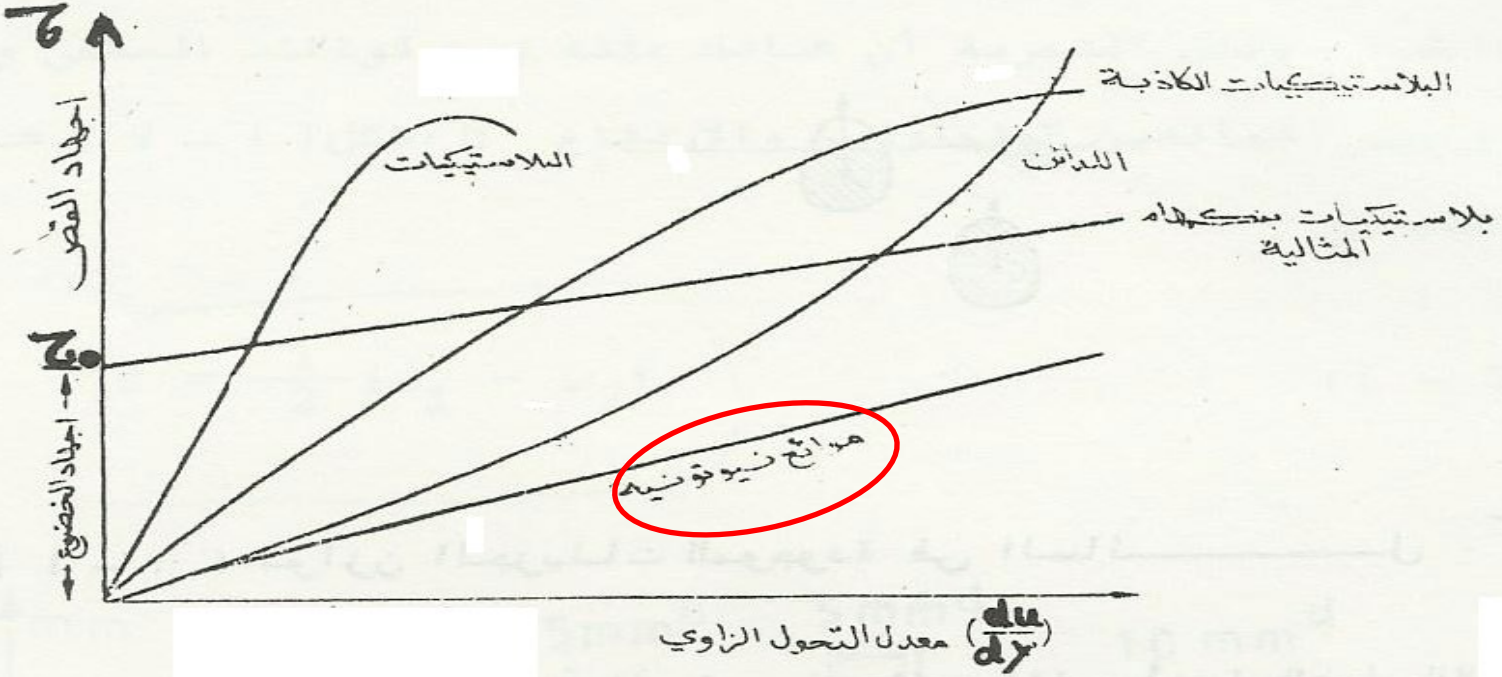
$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

تعرف باسم الموائع النيوتونية ، ويلاحظ أن العلاقة خطية وأن اجهاد القص في جريان ما ينعدم اما بانعدام لزوجة المائع أو بانعدام معدل التشوه الزاوي . يوجد عدد من الموائع التي لاتخضع للعلاقة السابقة وتدعى مثل هذه الموائع بالموائع غير النيوتونية .

خواص الموائع

10- المائع النيوتوني

يلاحظ من الشكل الآتى أن المواد البلاستيكية تتحمل اجهاد قص معين قبل أن يبدأ التشوه الزاوي فيها ، كما أن المائع المثالي (عديم اللزوجة والانضغاط) لايمكن أن يتحمل أي اجهاد قص .



السوائل:

- ليس للسوائل شكل خاص بها فهي تأخذ شكل الأواني التي توجد فيها.
- تنتقل السوائل من أواني إلى أخرى بسهولة.
- يكون سطح السوائل أفقي عند السكون.
- السوائل غير قابلة للانضغاط.

الغازات

- ليس للغازات شكل خاص بها لأنها تأخذ شكل الحيز الذي توجد فيه.
- قابلة للانضغاط .
- قابلة للتوسع أو التمدد.
- تمتلك خاصة الجريان أو الميوعة تحت الضغط.

خواص الموائع

8- انضغاطية الموائع

المائع غير القابل للانضغاط هو الذي يحافظ على حجمه مهما كانت القوى الخارجية المؤثرة عليه كبيرة. لذلك تكون الكتلة النوعية لهذه الموائع ثابتة.

في الحياة العملية لا وجود للسائل غير القابل للانضغاط.

نستخدم مفهوم عامل المرونة كمقياس لانضغاطية الموائع، وهو يشبه عامل المرونة في الأجسام الصلبة.

يعرف عامل مرونة المائع بأنه النسبة بين التغير الحاصل في حجم المائع إلى حجمه الأصلي عند تعرضه لزيادة في الضغط المطبق عليه:

$$E = \frac{-\delta P}{\frac{\delta V}{V}}$$

خواص الموائع

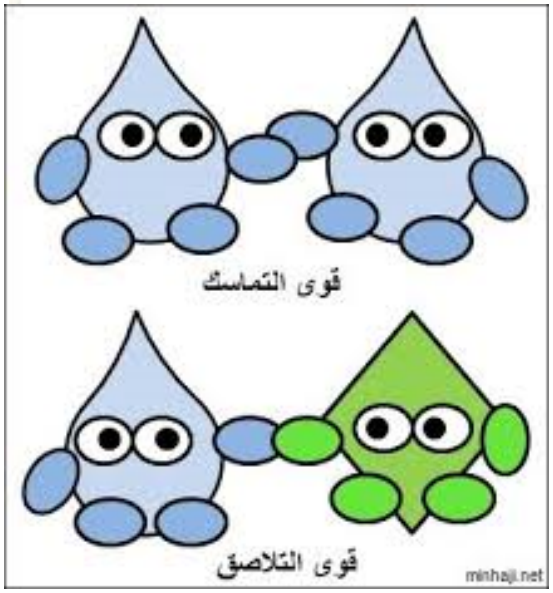
9- ضغط غاز السوائل

- ظاهرة التبخر ظاهرة عامة بين جميع السوائل.
- عند التعادل بين عدد جزيئات السائل المتبخرة وعدد جزيئات السائل العائدة إلى السطح الحر للسائل نصل إلى حالة الإشباع، ويدعى الضغط في هذه الحالة بضغط الإشباع.
- يزداد ضغط الإشباع مع ارتفاع درجة الحرارة، وعند الوصول إلى درجة حرارة معينة يزداد عدد الجزيئات المغادرة للسطح الحر بصورة كبيرة جداً، وتعرف هذه الظاهرة بالغليان

خواص الموائع

11- الشد السطحي- الخاصية الشعرية

تمتاز السوائل بخواص فيزيائية أخرى ،نذكر منها خاصتي التماسك بين جزيئاتها والتصاق هذه الجزئيات على جدران الاوعية المحتوية لها . ان خاصة التماسك بين الجزيئات تجعل السائل يقاوم إجهادات الشد عليه ، أما خاصة الالتصاق فتجعل السائل قادراً على الالتصاق على سطح يجاوره



خواص الموائع

11- الشد السطحي- الخاصية الشعرية

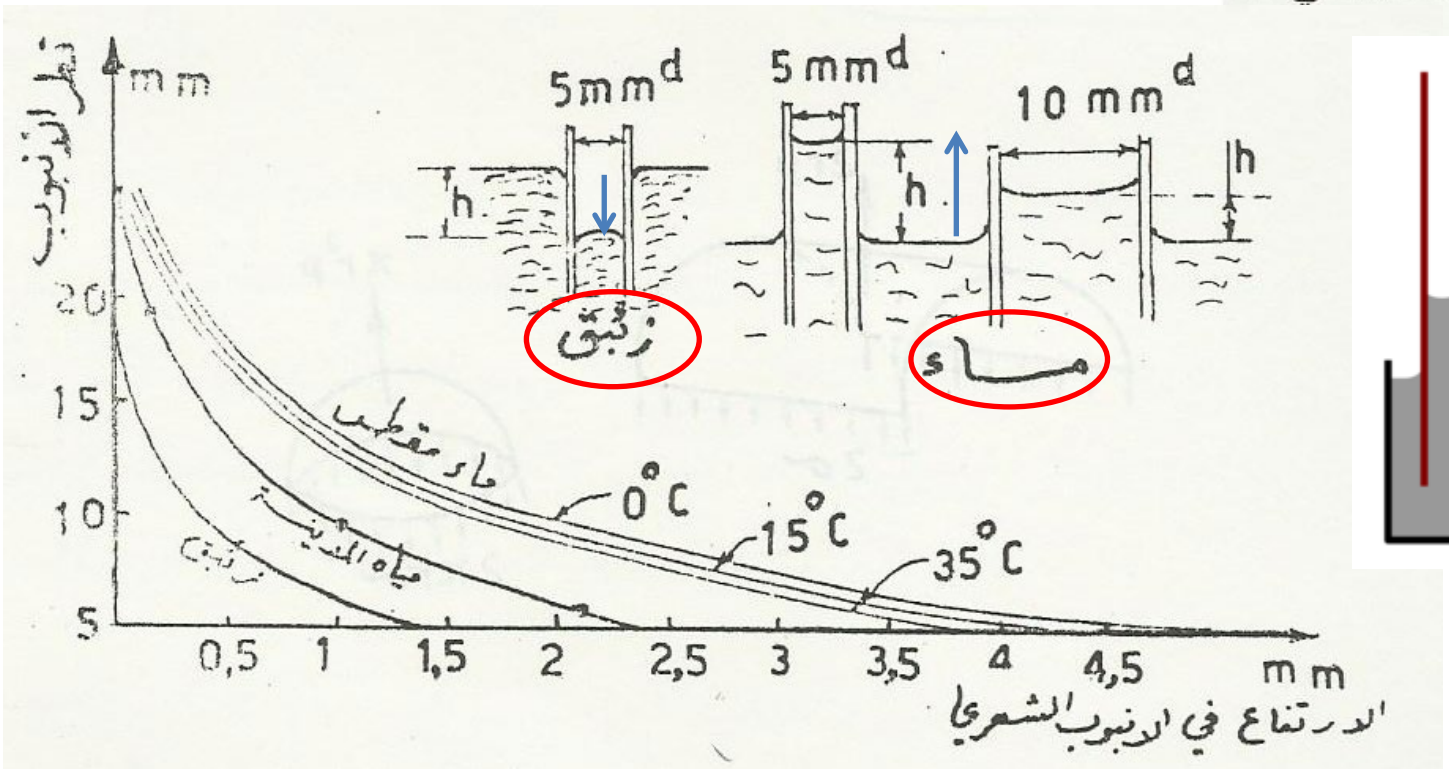
وهنا نعرف وحدة الشد السطحي في السوائل بأنها العمل اللازم بذلك لتشكيل وحدة السطوح من السطح الحر للسوائل ، ويرمز عادة لقوى الشد السطحي بالحرف σ ومن تعريف σ تكون الوحدة المميزة لها :

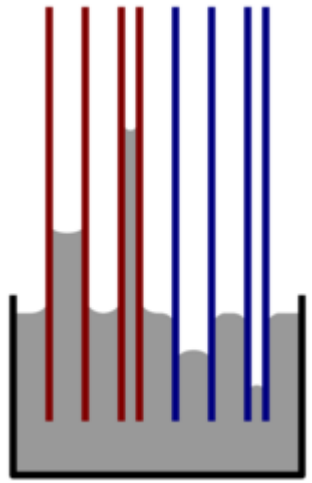
$$\sigma = \frac{FL}{L^2} = \frac{F}{L}$$

خواص الموائع

11- الشد السطحي- الخاصية الشعرية

في الماء تمتاز خاصة الالتصاق بهيمنتها على خاصة التماسك ولذلك يرتفع الماء في الانبوب الشعري متسلقاً الجدار الداخلي له بينما تتماسك جزيئات الزئبق مع بعضها البعض مبتعدة عن جدار الوعاء الداخلي .





خواص الموائع

11- الشد السطحي- الخاصية الشعرية

تدل التجربة أن هنالك علاقة بين قوة الشد السطحي والوزنين النوعيين للمائعين المتجاورين والارتفاع h هذه العلاقة هي :

$$\sigma = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)b.h$$

حيث σ قوة الشد السطحي وω1الوزن النوعي للسائل السفلي وω2 الوزن النوعي للمائع العلوي ، وb نصف قطر التحدب عند قمة أو أسفل سطح التماس وh مقدار ارتفاع أو هبوط سطح التماس عن السطح الحر خارج الانبوب الشعري.

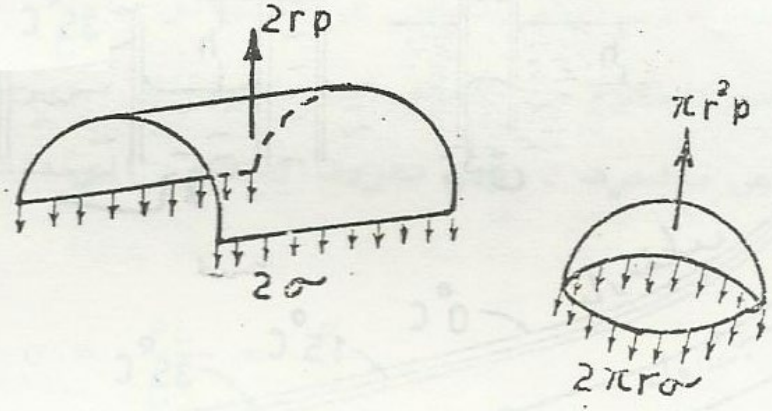
خواص الموائع

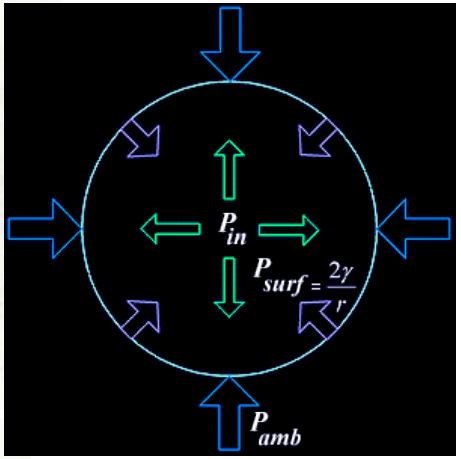
11- الشد السطحي- الخاصية الشعرية

تعمل قوى الشد السطحي على زيادة الضغط داخل قطرة من سائل كي تتحقق شروط التوازن بين جملة القوى المؤثرة على القطرة وبالنظر للشكل الآتي نرى أن شروط التوازن اللازم تحقيقها في حالة السطح الكروي هي :

$$\pi r^2 P = 2\pi r \sigma$$

$$P = \frac{2\sigma}{r}$$





حيث P هو الفرق بين ضغطي المائعين داخل وخارج القطرة و σ قوة الشد السطحي و r نصف قطر القطرة (يفترض أنها كروية)

أما في السطح الاسطواني فان شروط التوازن تتطلب تحقيق العلاقة التالية :

$$2rP = 2\sigma$$

$$P = \frac{\sigma}{r}$$

نهاية المحاضرة