مسائل في ميكانيك الموائع

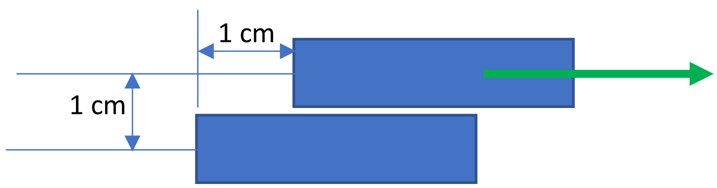
مسائل في البحث الأول – الخواص الفيزيائية للموائع

مسألة 1

حوّل وحدة اللزوجة في الجملة البريطانية إلى مثيلتها في الجملة الدولية

British	conversion	International
$\frac{Lb_f.sec}{ft^2}$	$1 \times ???$	$Poise = \mathbf{dyne.sec/cm^2}$ $\mathbf{dyne.sec/cm \times cm}$

وحدة اللزوجة في الجملة البريطانية $\frac{Lb_f.sec}{ft^2} = \frac{1.Lb_f \times 1\,sec}{1.ft^2}$



$$\frac{1.Lb_f \times 1\,sec}{1.ft^2} = \frac{(0.45359)}{(0.3048)^2} = 4.88\,kg_f.sec/m^2 = 47.9\ N.sec/m^2$$

$$\frac{Lb_f \times sec}{ft^2} = \frac{47.9 \times 100000\,[dyne].[ses]}{10000\,[cm^2]} = 479\,dyne.sec/cm^2 = 479\,poise$$

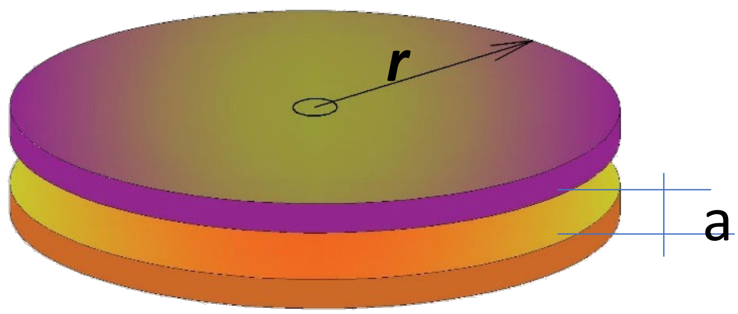
مسائل حول اللزوجة:

مسألة 2

لدينا قرصان دائريان قطر كل منهما ***D = 20 cm*** تفصل بينهما طبقة من الزيت سماكتها منتظمة وتساوي ***a = 0.125 mm***

اللزوجة الحركية للزيت $\boldsymbol{\mu = 1.2\ poise}$

إذا أهملنا تأثير الاحتكاك مع جوانب القرصين، احسب عزم الدوران اللازم تطبيقه على أحد القرصين حتى يدور القرص بالنسبة للآخر بسرعة دورانية قدرها 400 rpm



عزم الدوران هو جداء قوة الاحتكاك في البعد عن مركز دائرة الدوران.

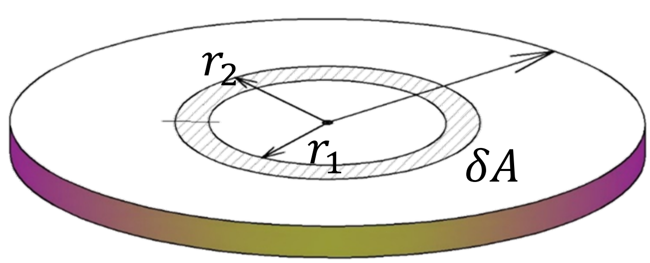
قوة الاحتكاك هي حاصل جداء الإجهادات المماسية τ في المساحة التي تؤثر عليها هذه الإجهادات.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

نلاحظ أن u هي السرعة الخطية التي تتحرك بها جزيئات السائل الملاصقة تماماً للقرص المتحرك، وهي بدورها تتغير مع بعد هذه الجزيئة عن مركز الدوران وفق العلاقة:

$$u = \Omega \times r$$

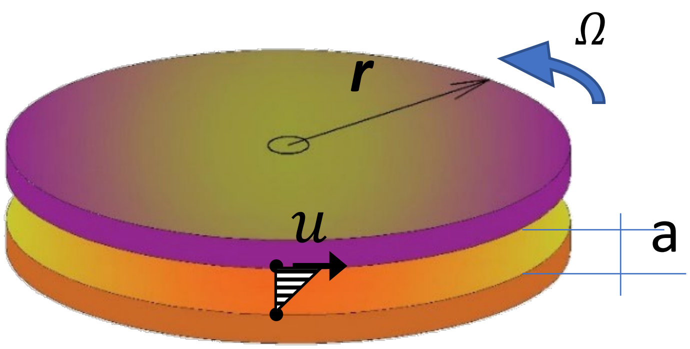
حيث Ω هي السرعة الزاوية مقاسة بالراديان و r هو بعد جزيئة الماء عن مركز الدوران.



عزم القوة δF حول مركز الدوران يساوي جداء هذه القوة في بعد الحلقة عن المركز

$$\delta T = \delta F \times r$$

ويكون العزم الكلي هو ناتج التكامل المحدود بين القيمتين $r = 0 \;\&\; r = r_0$



تحويل وحدة اللزوجة من poise إلى N/m^2

$$1\ dyn = 1 \times 10^{-5}\ N$$

$$1\ \ poise = \frac{1\ dyn.sec}{1\ cm^2} = \frac{1 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-4}} = 1 \times 10^{-1}\ = 0.1\ N.sec/m^2$$

وبالتالي حسب معطيات المسألة فإن لزوجة الزيت تساوي $\mu = 0.12\ N.sec/m^2$

$$T = \int_0^{r_0} 2\pi\ .\ \mu\ .\ \frac{\Omega}{a}\ r^3\ .\ dr$$

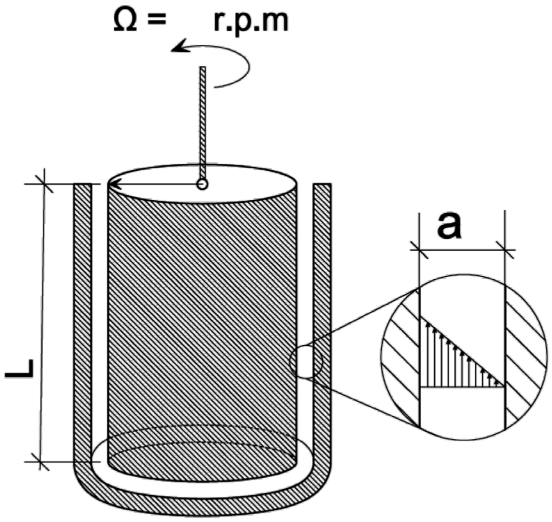
$$T = [\frac{2\pi\ .\ \mu\ .\ \Omega}{a}\ .\ \frac{r^4}{4}]_0^{r_0}.$$

$$T = [\frac{2\pi\ .\ \mu\ .\ \Omega}{a}\ .\ \frac{r^4}{4}]_0^{r_0}. = \frac{2\pi\ .\ \mu\ .\ \Omega}{a}\ .\ \frac{r_0^4}{4}$$

بتعويض القيم المدخلة في نص المسألة أعلاه نجد أن قيمة العزم الكلي المطبق على القرص المتحرك:

$$\boldsymbol{T = 6.31\ N.m}$$

مسألة 3:



لدينا أسطوانة قطرها D = 15 cm وطولها L=40 cm، متوضعة ضمن قميص اسطواني. المسافة الفاصلة بين جدران الأسطوانة المتحركة وجدران القميص الساكن وأيضاً بين القاعدتين $a = 0.2\ mm$ مملوءة بزيت لزوجته الديناميكية $\mu = 4.2\ poise$
أوجد القوة الإجمالية اللازمة لدوران الأسطوانة حول محورها بسرعة دوران $\Omega = 300\ r.p.m$

الحل:

نتيجة دوران الأسطوانة ضمن القميص الساكن تتولد قوة احتكاك إجمالية هي عبارة عن مجموع قوتين

F = F1 + F2

القوة الأولى F1 تتولد نتيجة الاحتكاك بين جدار الأسطوانة وطبقة الزيت المحيطة به على طول الأسطوانة L وعلى محيطها πD في حين تنتج القوة الثانية F2 عن الاحتكاك بين قاعدة الأسطوانة المتحركة وقاعدة القميص الساكنة مع طبقة الزيت الفاصلة بينهما.

لا بد من التأكيد على مبدأ تجانس الواحدات للمقادير الفيزيائية الداخلة في الحساب.

السرعة الزاوية تقدر بـ rad/sec

اللزوجة الديناميكية تقدر بـ $N.sec/m^2$

كل $1\ poise = 0.1\ N.sec/m^2$

حساب :F1

$$F1 = \tau \times A$$

حيث

A مساحة سطح الاحتكاك. وهي في حالتنا هذه السطح الجانبي للأسطوانة الداخلية، أي جداء محيطها بارتفاعها

τ إجهاد الاحتكاك المماسي (إجهاد القص) واليذ يحسب من قانون نيوتن:

$$\tau = \mu \times \frac{du}{dy}$$

السرعة الخطية التي تتحرك بها جزيئات المائع عند السطح الخارجي للاسطوانة المتحركة:

$$u = \Omega \times r_0 = \frac{N \times 2\pi}{60} \times r_0 = \frac{300 \times 2\pi}{60} \times r_0 = 31.4\ [rad/sec] \times r_0$$

$$u = 31.4\ [rad/sec] \times 0.075 = 2.36\ m/sec$$

$$\tau = \mu \times \frac{du}{dy} = \mu \times \frac{u}{a} = 0.42 \times \frac{2.36}{0.2 \times 10^{-3}} = 4956\ N/m^2$$

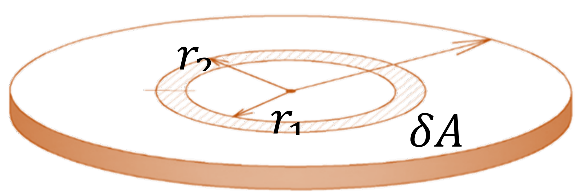
$$F1 = \tau \times A = \tau \times (2\pi r_o \times L) = 4956 \times 2\pi \times 0.075 \times 0.40 = 933.7\ N$$

حساب القوة F2 الناتجة عن الاحتكاك بين قاعدة الأسطوانة المتحركة والقاعدة الساكنة وطبقة المائع:

المناقشة: كما في حالة مسألة دوران القرص (السابقة) نلاحظ أن u السرعة الخطية التي تتحرك بها جزيئات السائل الملاصقة تماماً للقرص المتحرك، تتغير مع بعد هذه الجزيئة عن مركز الدوران وفق العلاقة:

$$u = \Omega \times r$$

حيث Ω هي السرعة الزاوية مقاسة بالراديان/ثا و r هو بعد جزيئة الماء عن مركز الدوران.



$$\delta F = \tau \times \delta A$$

$$\delta A = 2\pi \times r \times dr$$

$$\delta F = \mu \times \frac{du}{dy} \times 2\pi \times r \times dr = \mu \times \frac{\Omega \times \mathrm{r}}{a} \times 2\pi \times r \times dr$$

$$= \frac{\mu \times \Omega \times 2\pi}{a} \times r^2 \times dr$$

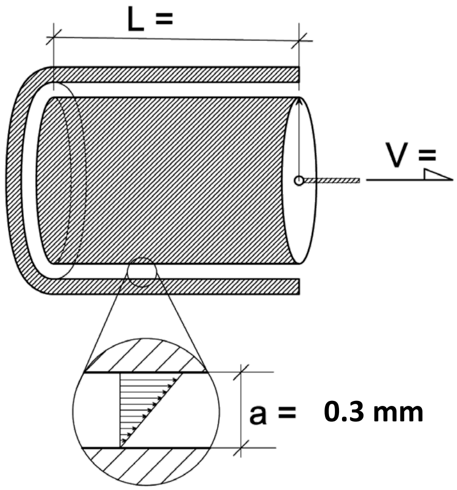
$$F2 = \frac{\mu \times \Omega \times 2\pi}{a} \int_0^{r_0} r^2 \times dr = \left[\frac{\mu \times \Omega \times 2\pi}{a} \times \frac{r^3}{3}\right]_0^{r_0}$$

$$F2 = \left[\frac{0.42 \times 31.4 \times 2\pi}{0.2 \times 10^{-3}} \times \frac{0.075^3}{3}\right] = 58.2\ N$$

القوة الإجمالية

$$\boxed{F = F1 + F2 = 933.7 + 58.2 = 991.9\ N}$$

مسألة 4:



لدينا أسطوانة مكبس قطرها D= 12 cm وطولها L = 30 cm تتحرك حركة انسحابية ضمن قميص اسطواني يزيد قطره الداخلي عن قطر الأسطوانة بمقدار 0.3 mm حيث يملأ الفراغ بين الاسطوانة المتحركة والقميص بزيت لزوجته الديناميكية $\mu = 5.4\, poise$

ما هي القوة اللازمة لتحريك الأسطوانة ضمن القميص بحركة انسحابية بسرعة V = 8 m/sec

الحل:

بما أن حركة الأسطوانة ضمن القميص هي حركة انسحابية، هذا يعني أن جميع جزيئات السائل الملاصقة لجدار الأسطوانة تتحرك بسرعتها.

نوجد إجهاد القص المماسي الناتج من حركة الأسطوانة:

$$\boldsymbol{\tau = \mu \frac{du}{dy} = 0.54 \times \frac{8}{0.0003} = 14400\ N/m^2}$$

إجهاد القص يتولد نتيجة احتكاك السائل مع جدران الأسطوانة، وبالتالي فإن مساحة الاحتكاك

هي مساحة السطح الجانبي للاسطوانة. (المحيط×الارتفاع):

القوة اللازمة لتحريك الأسطوانة:

$$\boldsymbol{F = \tau \times A = \tau \times (2\pi \times r) \times L = 14400 \times (\pi \times 0.12 \times 0.3) = 1627.8N = 1.63\ KN}$$

....

مسألة 5

إذا علمت أن قيمة الضغط على عمق 8.5 Km في ماء المحيط يساوي (90 MN/m^2) والوزن النوعي لماء التبخر عند السطح الحر يساوي (10.2 KN/m^3) والقيمة الوسطية لعامل المرونة لماء المحيط ($E = 2.4 \times 10^6\ KN/m^2$)

المطلوب تعيين ما يلي عند العمق 8.5 Km تحت سطح الماء:

- التغير في الحجم النوعي
- قيمة الحجم النوعي
- قيمة الوزن النوعي

الحل:

ننطلق من معادلة التغير الحجمي بدلالة عامل المرونة:

$$E = \frac{dp}{\frac{dV}{V}}$$

حيث:

dp هو مقدار التغير الحاصل في قيمة الضغط نتيجة الانتقال من سطح الماء إلى عمق 8.5 كم تحت سطح الماء.

dV مقدار التغير الحاصل في حجم الماء نتيجة زيادة الضغط بالمقدار dp

V حجم الماء الأصلي (قبل تطبيق الضغط).

$$\frac{dV}{V} = \frac{dP}{E} = \frac{90 \times 10^3}{2.4 \times 10^6} = 3.75 \times 10^{-2}$$

إيجاد الحجم النوعي عند عمق 8.5 كم من سطح المحيط:

قيمة الحجم النوعي عند سطح المحيط Vs تساوي مقلوب الوزن النوعي $\frac{1}{\omega}$ أي

$$V_s = \frac{1}{10.2} = 9.8 \times 10^{-2}\ m^3/KN$$

وبالتالي تكون قيمة التغير في الحجم النوعي بنتيجة تغير العمق:

$$dV = \frac{dV}{V} \times V = 3.75 \times 10^{-2} \times 9.8 \times 10^{-2} = 35.75 \times 10^{-4}\ m^3/KN$$

الطلب الثاني:

قيمة الحجم النوعي عند عمق 8.5 كم

$$V_{s(8.5)} = V_{s(0)} + dV = 9.8 \times 10^{-2} + (-35.75 \times 10^{-4})$$
$$= 9.4325 \times 10^{-2}\ m^3/KN$$

الطلب الثالث:

إيجاد الوزن النوعي على عمق 8.5 كم

$$\omega_{(8.5)} = \frac{1}{V_{s(8.5)}} = \frac{1}{9.4325 \times 10^{-2}} = 10.6\ KN/m^3$$