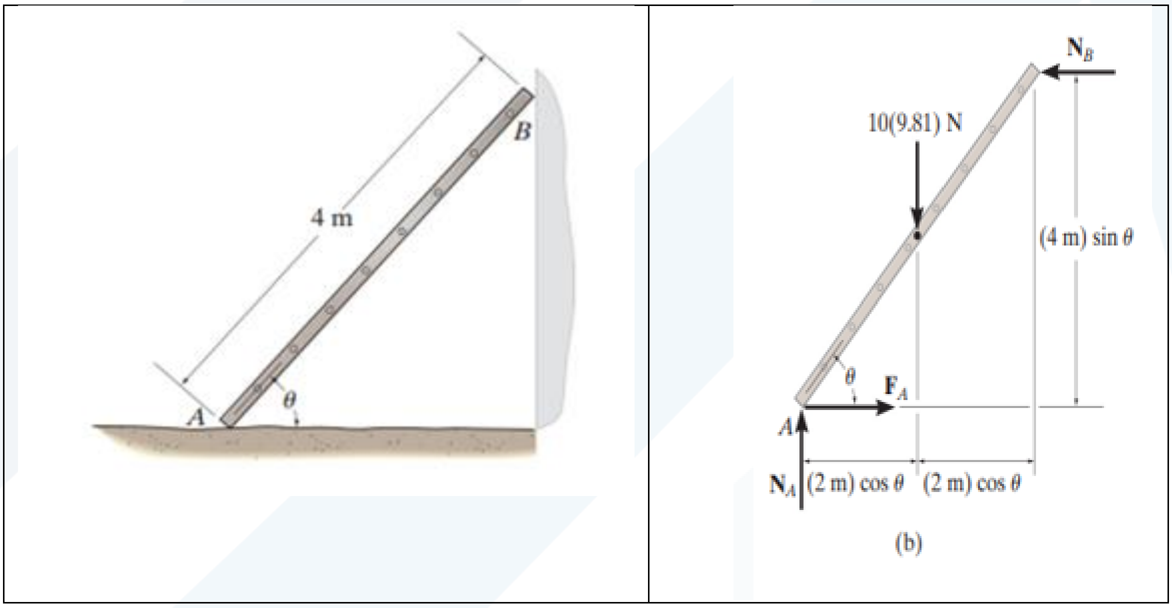
الجلسة الثامنة – الاحتكاك –

د. نزار عبد الرحمن

مسألة (1): سلم متجانس كتلته 10 Kgيستند على حائط أملس عند B، وعلى الأرض عند A حيث معامل الاحتكاك السكوني0.3= μs. احسب زاوية الميل θ للسلم ورد الفعل العمودي عند النقطة Bإذا كان السلم على وشك الانزلاق .



معادلات التوازن والاحتكاك :

حيث أن السلم على وشك الانزلاق $F_A = \mu \, . N_A$

$$\sum F_y = 0 \, , N_A - 10(9.81) = 0 \, , N_A = 98.1N$$

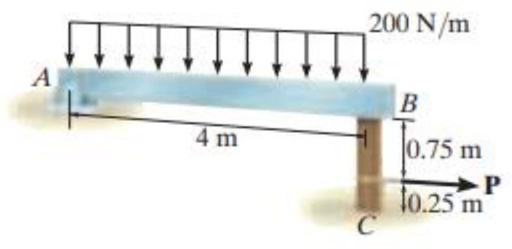
$$F_A = 0.3 \, . N_A = 0.3(98.1) = 29.43N$$

$$\sum F_x = 0, F_A - N_B = 0$$

$$\sum M_A = 0, N_B(4sin\theta) - 10(9.81)(2cos\theta) = 0$$

$$\frac{sin\theta}{cos\theta} = tg\boldsymbol{\theta} = \mathbf{1.666}, \boldsymbol{\theta} = \mathbf{59}^{\circ}$$

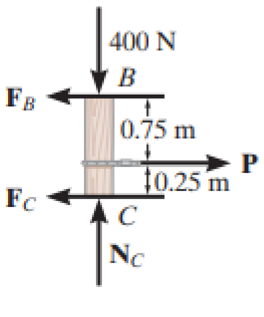
مسألة (2) : عتبة متجانسة ذات حمولة موزعة مقدارها 200N/m، مستندة عند Bعلى عمود BC إذا كان معامل الاحتكاك السكوني عند Bو C
.μB=0.2,μC=0.5احسب القوة Pاللازمة لسحب العمود من تحت العتبة .
بإهمال وزن العناصر وسماكة العتبة .



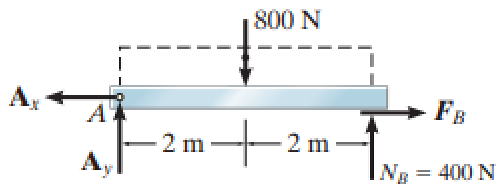
(a)

1- مخطط الجسم الحر : يبين الشكل مخطط الجسم الحر . عن طريق حساب العزوم حول النقطة Aينتج لدينا رد الفعل عند النقطة NB = 400N. نستخدم هذه النتيجة لرسم مخطط الجسم الحر للعمود الشكل C. وبالنظر إلى هذا الشكل نجد أن المجاهيل الأربعة (FB,FC,NC,P) يمكن حسابها عن طريق كتابة ثلاث معادلات توازن بالإضافة إلى معادلة توازن احتكاكي مطبقة إمّا عند النقطة Bأو النقطة C.

2- معادلات التوازن والاحتكاك :



(c)



(b)

Equations of Equilibrium and Friction.

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad P - F_B - F_C = 0 \qquad (1)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad N_C - 400\text{ N} = 0 \qquad (2)$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -P(0.25\text{ m}) + F_B(1\text{ m}) = 0 \qquad (3)$$

(العمود ينزلق عند Cولا ينزلق عند B) :

(Post Slips at *B* and Rotates about C.) This requires $F_C \leq \mu_C N_C$ and

$F_B = \mu_B N_B; \qquad F_B = 0.2(400\text{ N}) = 80\text{ N}$

Using this result and solving Eqs. 1 through 3, we obtain

$$P = 320\text{ N}$$
$$F_C = 240\text{ N}$$
$$N_C = 400\text{ N}$$

Since $F_C = 240\text{ N} > \mu_C N_C = 0.5(400\text{ N}) = 200\text{ N}$, slipping at C occurs. Thus the other case of movement must be investigated.

بما أن $F_C = 240\text{ N} > \mu_C N_C = 0.5(400\text{ N}) = 200\text{ N},$ فإن الانزلاق يحدث عند C، لذلك يجب اختبار الحالة الثانية :

(العمود ينزلق عند C ولا ينزلق عند B)

(Post Slips at C and Rotates about B.) Here $F_B \leq \mu_B N_B$ and

$$F_C = \mu_C N_C; \qquad F_C = 0.5 N_C \qquad (4)$$

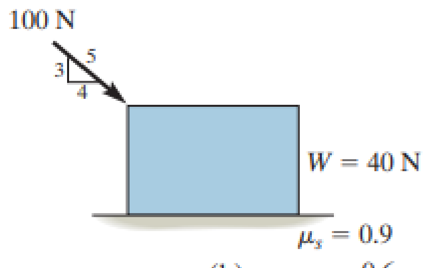
Solving Eqs. 1 through 4 yields

$$P = 267\ \text{N} \qquad \textit{Ans.}$$
$$N_C = 400\ \text{N}$$
$$F_C = 200\ \text{N}$$
$$F_B = 66.7\ \text{N}$$

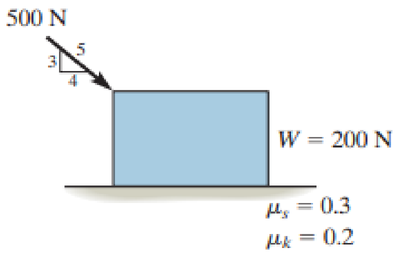
Obviously, this case occurs first since it requires a *smaller* value for P.

نختار القيمة الأصغر للقوة P.

مسألة (3) : احسب قوى الاحتكاك بين الصندوق والأرض

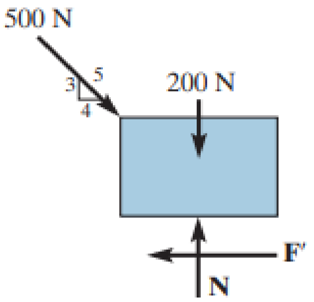


(b)



(a)

a)



$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0;$

$\left(\frac{4}{5}\right)(500\ \text{N}) - F' = 0,\ F' = 400\ \text{N}$

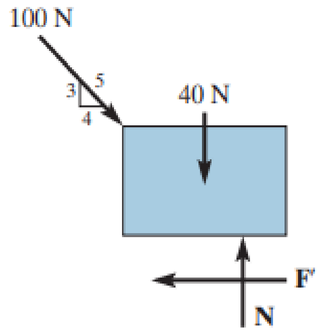
$+\uparrow\Sigma F_y = 0;$

$N - 200\ \text{N} - \left(\frac{3}{5}\right)(500\ \text{N}) = 0,\ N = 500\ \text{N}$

$F_{\max} = 0.3(500\ \text{N}) = 150\ \text{N} < 400\ \text{N}$

Slipping $F = \mu_k N = 0.2(500\ \text{N}) = 100\ \text{N}$ *Ans.*

b)



$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$

$\frac{4}{5}(100\text{ N}) - F' = 0; F' = 80\text{ N}$

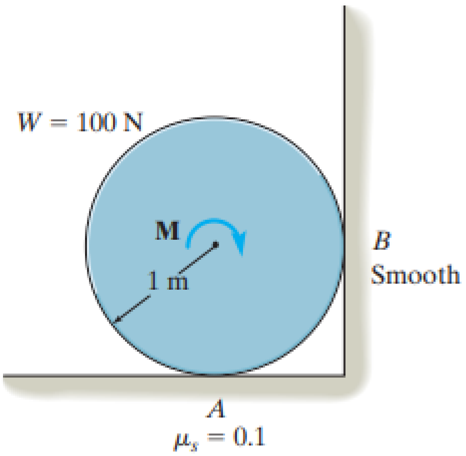
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$

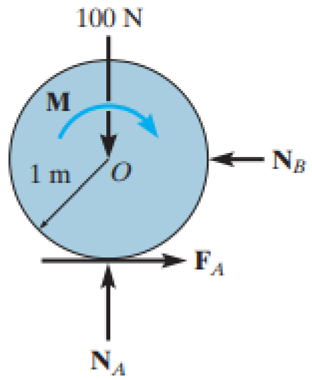
$N - 40\text{ N} - \left(\frac{3}{5}\right)(100\text{ N}) = 0; N = 100\text{ N}$

$F_{max} = 0.9(100\text{ N}) = 90\text{ N} > 80\text{ N}$

$F = F' = 80\text{ N}$

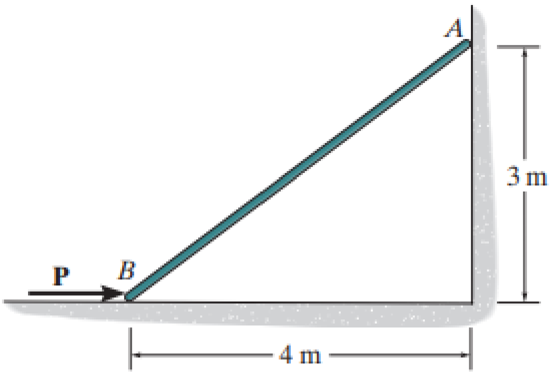
مسألة (4) : احسب العزم M اللازم لمنع تحرك الاسطوانة .





Require	$F_A = 0.1 N_A$
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$	$N_A - 100\text{ N} = 0$
	$N_A = 100\text{ N}$
	$F_A = 0.1(100\text{ N}) = 10\text{ N}$
$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0;$	$-M + (10\text{ N})(1\text{ m}) = 0$
	$M = 10\text{ N} \cdot \text{m}$

مسألة (5) : احسب القوة الأصغرية P لمنع عارضة بوزن 30 Kgمن الانزلاق . الاحتكاك عند النقطة Bأملس ، ومعامل الاحتكاك السكوني بين الأرض والحائط0.2 =μ s.



F8–2. $\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0;$

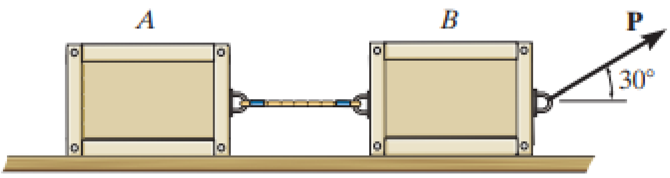
$$N_A(3) + 0.2N_A(4) - 30(9.81)(2) = 0$$

$$N_A = 154.89 \text{ N}$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad P - 154.89 = 0$$

$$P = 154.89 \text{ N} = 155 \text{ N} \qquad \textit{Ans.}$$

مسألة (6) : احسب القوة الأعظمية P التي يمكن تطبيقهال يدون أن تتسبب بتحريك صندوقين كتلتهما 50- Kg. معامل الاحتكاك السكوني بين كل من الصندوقين والأرض μs=0.25 .



F8–3. Crate A

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad N_A - 50(9.81) = 0$

$N_A = 490.5 \text{ N}$

$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;\quad T - 0.25(490.5) = 0$

$T = 122.62 \text{ N}$

Crate B

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad N_B + P \sin 30^\circ - 50(9.81) = 0$

$N_B = 490.5 - 0.5P$

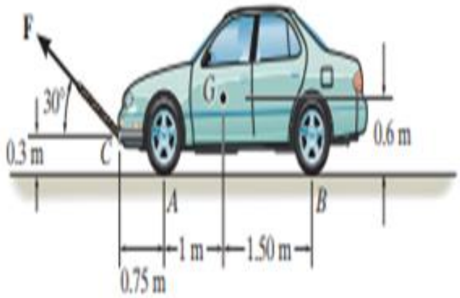
$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$

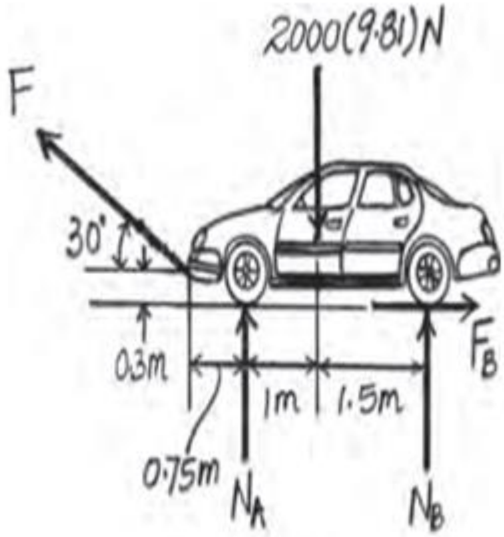
$P \cos 30^\circ - 0.25(490.5 - 0.5\,P) - 122.62 = 0$

$P = 247 \text{ N}$ *Ans.*

مسألة (7): عربة ذات كتلة 2000Kg ، مركز كتلتها عند G. احسب قوة الجر F اللازمة لتحريك العربة ، إذا كانت العجلات الخلفية في حالة فرملة والعجلات الأمامية حرة الحركة .معامل الاحتكاك $\mu_s = 0.3$.

الحل : نكتب معادلات التوازن السكوني ومعادلة التوازن الاحتكاكي للعربة باعتبار العجلات الخلفية على وشك الانزلاق.





SOLUTION

Equations of Equilibrium. Referring to the *FBD* of the car shown in Fig. *a*,

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad F_B - F\cos 30^\circ = 0 \tag{1}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_A + N_B + F\sin 30^\circ - 2000(9.81) = 0 \tag{2}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \quad F\cos 30^\circ(0.3) - F\sin 30^\circ(0.75) + N_B(2.5) - 2000(9.81)(1) = 0 \tag{3}$$

Friction. It is required that the rear wheels are on the verge to slip. Thus

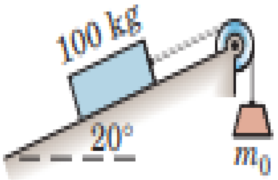
$$F_B = \mu_s N_B = 0.3\, N_B \tag{4}$$

Solving Eqs. (1) to (4),

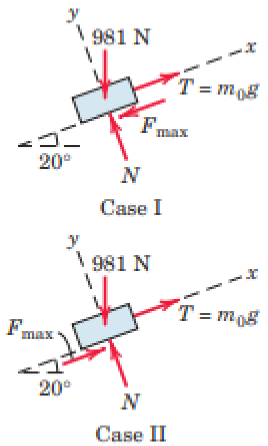
$$F = 2{,}762.72 \text{ N} = 2.76 \text{ kN} \qquad \textbf{Ans.}$$

$N_B = 7975.30$ N $\quad N_A = 10{,}263.34$ N $\quad F_B = 2392.59$ N

مسألة (8): أوجد مجال القيم للكتلة m_0 بحيث أن الصندوق ذو الكتلة 100 Kg لا ينزل إلى الأسفل ولا يصعد إلى الأعلى . معامل الاحتكاك السكوني بين الصندوق والمستوي المائل $\mu = 0.3$.



الحالة الأولى : القيمة العظمى للكتلة يجب أن تمنع الصندوق من الحركة نحو الأعلى ، وبالتالي يكون اتجاه قوة الاحتكاك نحو الأسفل .



$[\Sigma F_y = 0] \qquad N - 981 \cos 20^\circ = 0 \qquad N = 922\ \text{N}$

$[F_{max} = \mu_s N] \qquad F_{max} = 0.30(922) = 277\ \text{N}$

$[\Sigma F_x = 0] \qquad m_0(9.81) - 277 - 981 \sin 20^\circ = 0 \qquad m_0 = 62.4\ \text{kg} \qquad$ *Ans.*

الحالة الثانية : القيمة الصغرى للكتلة تمنع الصندوق من الحركة نحو الأسفل ، ويكون اتجاه قوة الاحتكاك نحو الأعلى وفق مخطط الجسم الحر .

$[\Sigma F_x = 0] \qquad m_0(9.81) + 277 - 981 \sin 20^\circ = 0 \qquad m_0 = 6.01 \text{ kg} \qquad \textit{Ans.}$

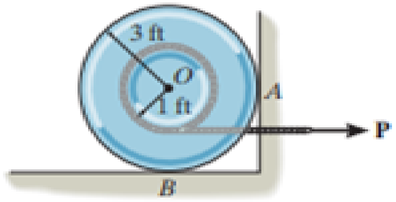
Thus, m_0 may have any value from 6.01 to 62.4 kg, and the block will remain at rest.

In both cases equilibrium requires that the resultant of F_{max} and N be concurrent with the 981-N weight and the tension T.

تتراوح قيم الكتلة m_0 بين 6.01 Kg و 62.4 Kg من أجل أن يبقى الصندوق في وضعية السكون.

مسألة(9) : بكرة أسلاك ذات كتلة 300 lb تستند عل الأرض عند B وعلى الحائط عند A. احسب القوة اللازمة لبداية تحرك البكرة ،إذا كان معامل الاحتكاك السكوني

بين البكرة وكافة نقاط الاستناد =0.3 .



SOLUTION

Equations of Equilibrium. Referring to the *FBD* of the spool shown in Fig. *a*,

$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;\quad P - N_A - F_B = 0$ **(1)**

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad N_B - F_A - 300 = 0$ **(2)**

$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0;\quad P(1) - F_B(3) - F_A(3) = 0$ **(3)**

Frictions. It is required that slipping occurs at *A* and *B*. Thus,

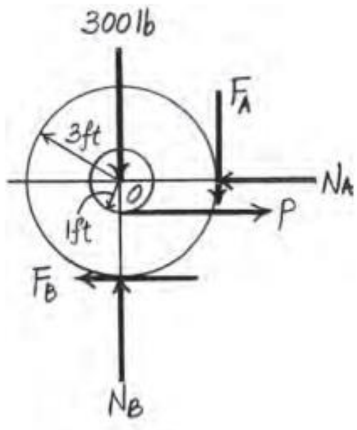
$$F_A = \mu N_A = 0.25\, N_A \quad \textbf{(4)}$$

$$F_B = \mu N_B = 0.25\, N_B \quad \textbf{(5)}$$

Solving Eqs. (1) to (5),

$$P = 1350 \text{ lb} \quad \textbf{Ans.}$$

$N_A = 1200$ lb $\quad N_B = 600$ lb $\quad F_A = 300$ lb $\quad F_B = 150$ lb



(a)