الهيدروليك 1

1Hydraulic

Chapter 2 - Hydrostatic

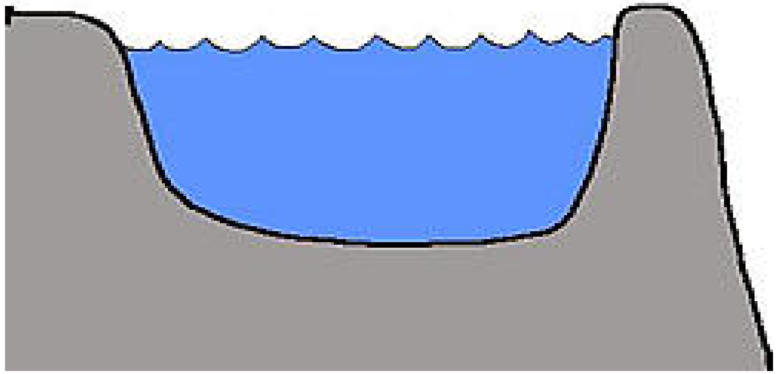
Dr. Eng. Abbas Abdulrahman

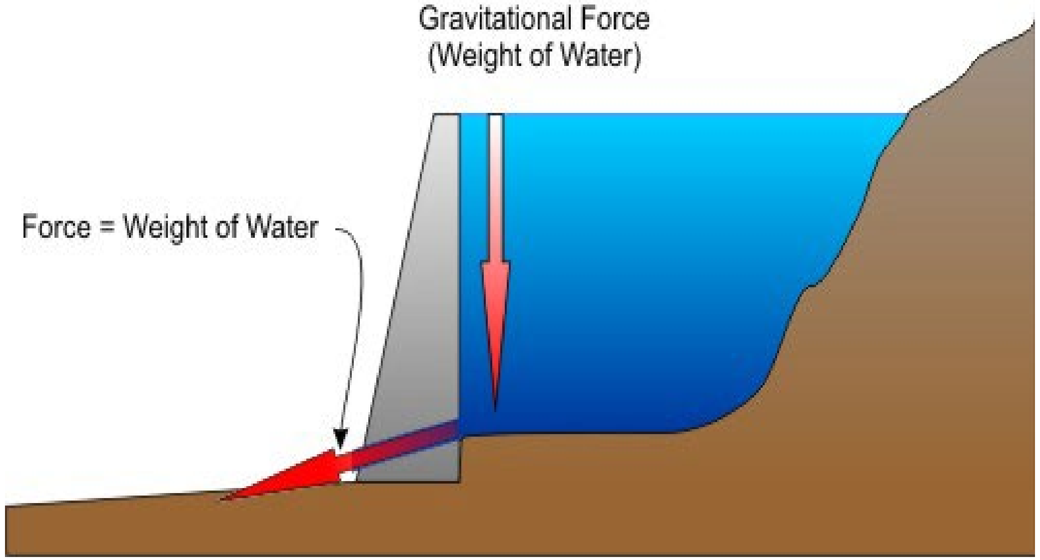
الموائع الساكنة

مقدمة

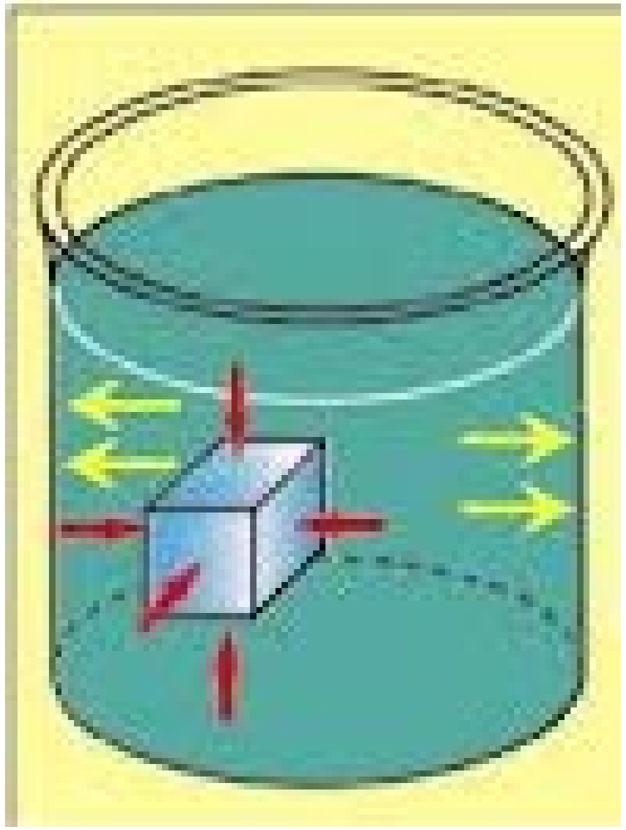
تنعدم اجهادات القص في الموائع الساكنة ،وكذلك فـــي الموائع المتحركة شريطة أن لاتكون هنالك سرعة نسبية بين طبقاتها وبانعدام قوى اللزوجة تكون القوى الوحيدة التي تدخل في دراسة التوازن هي قوى الضغط والثقالة .

Static Pressure
(a form of potential energy)

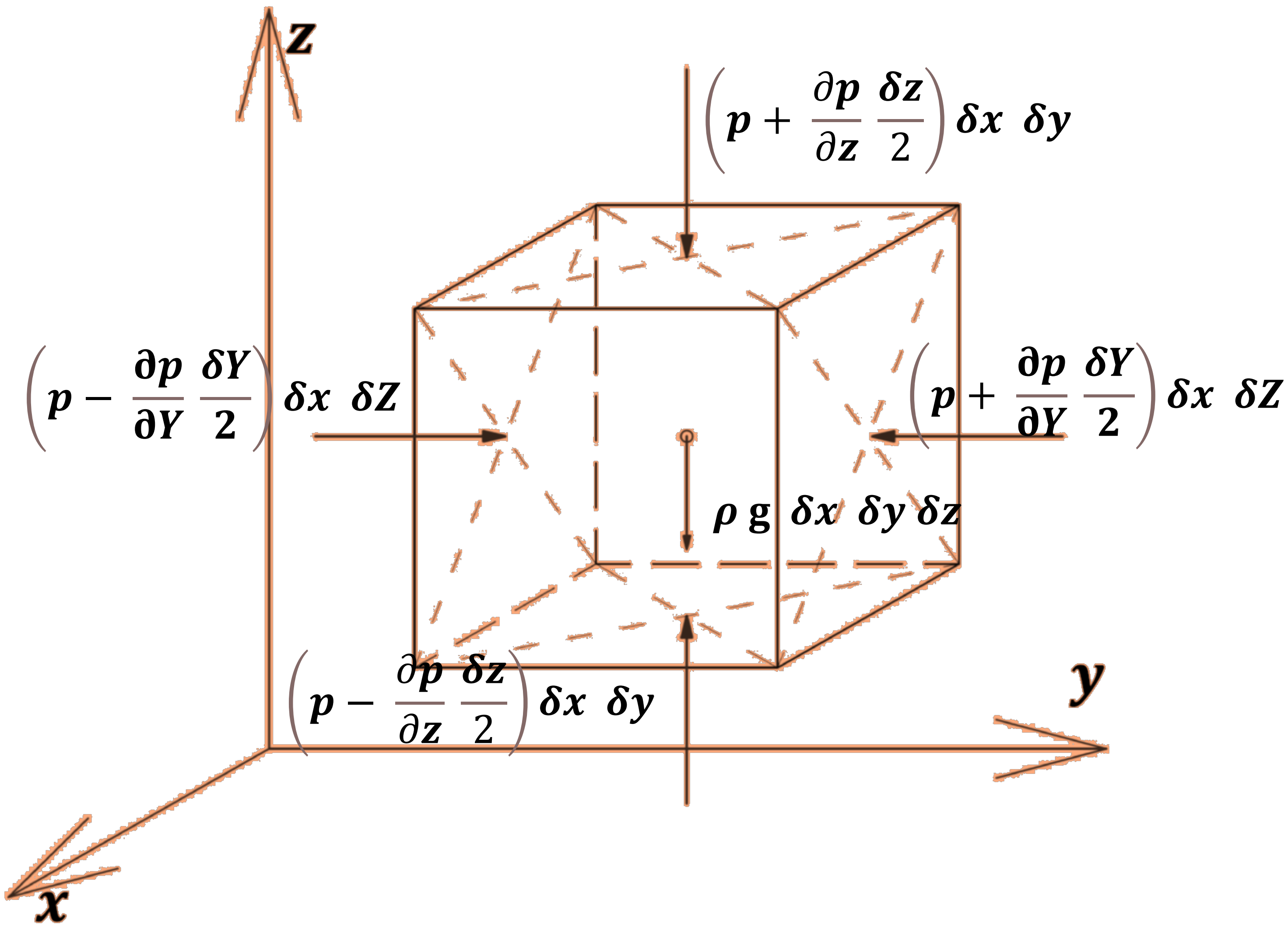




مقدمة



المعادلات الأساسية لتوازن الموائع الساكنة (شروط أولر)



المعادلات الأساسية لتوازن الموائع الساكنة (شروط أولر)

$$P = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F}{\delta A}$$

يتغير الضغط عند الانتقال من وجه العنصر إلى الوجه الآخر على المحاور الثلاثة X, Y, Z, ، وبالتالي فإن التغير يتبع لهذه المحاور وبذلك يمكننا أن نكتب:

$$\delta P = \frac{\partial P}{\partial x}\,\delta x + \frac{\partial P}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial P}{\partial z}\,\delta z$$

قوى الثقالة لكتلة المائع المفروضة هي

$$\boldsymbol{\rho\, g\ \delta x\ \delta y\, \delta z = \omega\ \delta x\ \delta y\, \delta z}$$

المعادلات الأساسية لتوازن الموائع الساكنة (شروط أولر)

لتكن $\vec{R}$ هي محصلة القوى الخارجية المؤثرة على المائع في الحجم $\delta V = \delta x \delta y \delta z$ مساقط المحصلة $\vec{R}$ على المحاور الاحداثية الثلاثة هي :

$$R_x = (-\frac{\partial P}{\partial x}\delta x)\delta y \delta z$$

$$R_y = (-\frac{\partial P}{\partial y}\delta y)\delta x \delta z$$

$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k}$$

$$R_z = (-\frac{\partial P}{\partial z}\delta z)\delta x \delta y - \omega \delta x \delta y \delta z$$

وعدم تغير الحالة الحركية للمائع يشترط انعدام محصلة القوى الخارجية عليه أي تحقيق الشرط $\vec{R} = 0$ أو :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\omega \quad , \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad , \quad \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

المعادلات الأساسية لتوازن الموائع الساكنة (شروط أولر)

نستنتج مما سبق ما يلي:

أن الضغط P مستقل عن المتحولين X, Y

أن الضغط في مائع ساكن له قيمة ثابتة في مستوٍ أفقي معين، وبتعبير آخر ، المستويات الافقية في الموائع الساكنة هي مستويات ذات ضغط ثابت ، استناداً الى ماتقدم يمكن تحويل العلاقة الاخيرة من اشتقاق جزئي بالنسبة للمتحول z الى اشتقاق كلي أي :

$$dP = -\omega dz = -\rho g dz$$

الضغط عند نقطتين واقعتين في مستوى أفقي واحد يكون متساوياً شريطة أن تكون هاتان النقطتان متصلتين مع بعضهما عبر مائع متجانس.

العلاقة بين الضغط والارتفاع في حقل الجاذبية الأرضية

أ- مائع متجانس غير قابل للانضغاط

$$dP = -\omega dz = -\rho g dz$$

$$P = -\omega z + c = -\rho g z + c$$

$$P = \omega h + c$$

إذا اعتبرنا مبدأ القياس من السطح الحر للماء وبالتالي نكتب: $h = -z$ في الخزان، تكون

$$P = \omega h + P_o$$

P_o الضغط الجوي

P الضغط عند أية نقطة من المائع تقع على عمق h من السطح الحر

بمكاملة العلاقة السابقة

العلاقة بين الضغط والارتفاع في حقل الجاذبية الأرضية

أ- مائع متجانس غير قابل للانضغاط

للضغوط عامةً مبدأ للقياس، ويعتمد الصفر المطلق كمبدأ في بعض الحالات، كما يعتمد الضغط الجوي مبدأ في حالات أخرى.

وحين يقاس ضغط مائع ما بالنسبة للصفر المطلق يدعى ذلك الضغط بالضغط المطلق، وحين يقاس بالنسبة للضغط الجوي يدعى بالضغط القياسي.

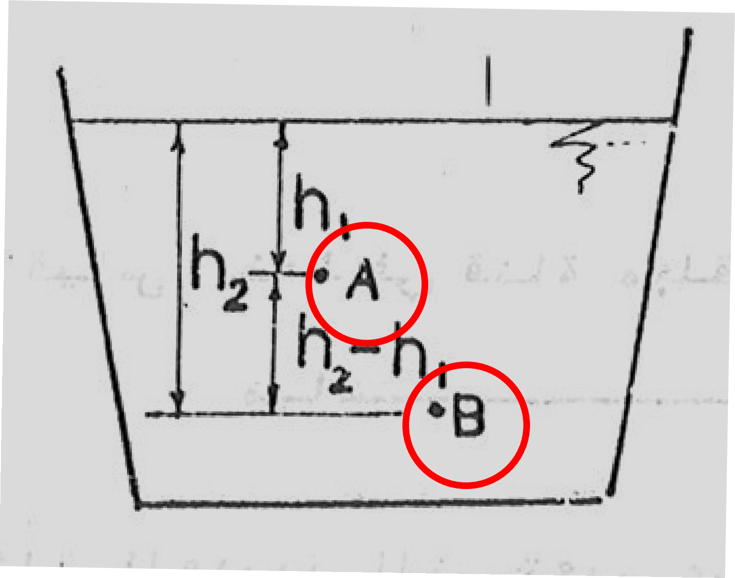
في الحالة الأخيرة يكون الضغط الجوي المحلي هو الصفر كمبدأ لقياس الضغوط وتصبح العلاقة الأخيرة بالشكل:

$$P = \omega h = \rho g h$$

إن الضغط في مائع متجانس غير قابل للانضغاط يزداد بمعدل ثابت مع زيادة العمق عن السطح الحر، وثابت التناسب بين الضغط والعمق هو الوزن النوعي للسائل.

العلاقة بين الضغط والارتفاع في حقل الجاذبية الأرضية

أ- مائع متجانس غير قابل للانضغاط



يمكننا التعبير عن فرق الضغط بين نقطتين واقعتين على عمقين مختلفين من مائع متجانس غير قابل للانضغاط بطول عمود من السائل هو فرق الارتفاع بينهما

$$P_A = \omega h_1$$

$$P_B = \omega h_2$$

$$P_B - P_A = \omega(h_2 - h_1)$$

من الأمثلة العديدة التي تعبر عن ضغط الموائع بارتفاع عمود من السائل نذكر الضغط الجوي النظامي المعتمد دولياً ويساوي:

$$1,013b\ abs = 760\ mmHg = 10,33m\ H_2O$$

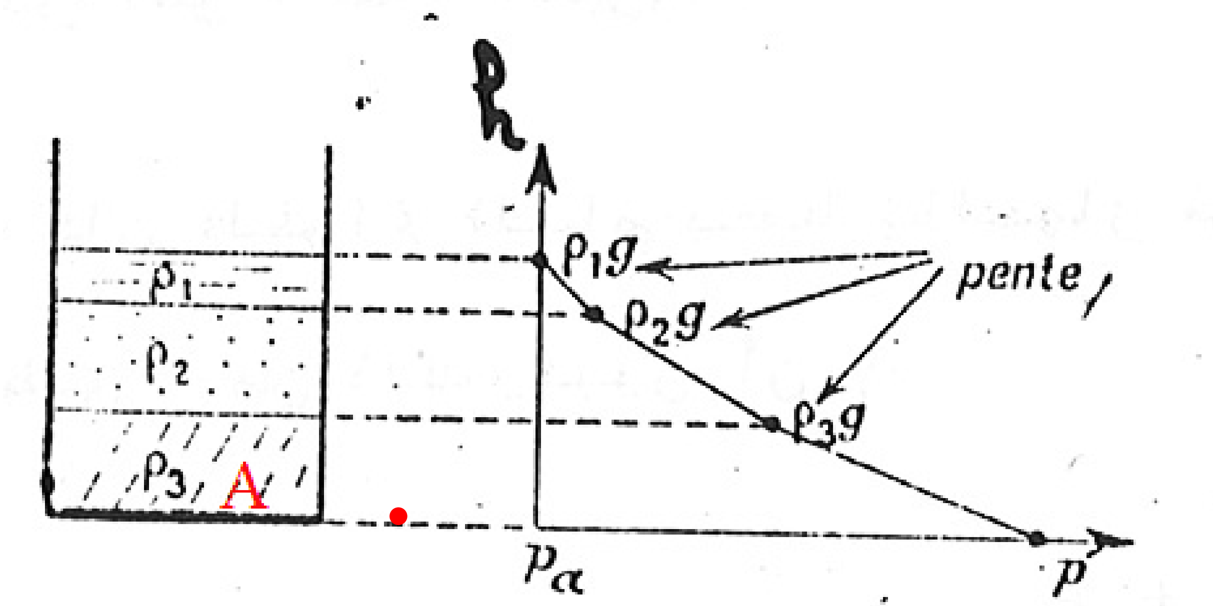
العلاقة بين الضغط والارتفاع في حقل الجاذبية الأرضية

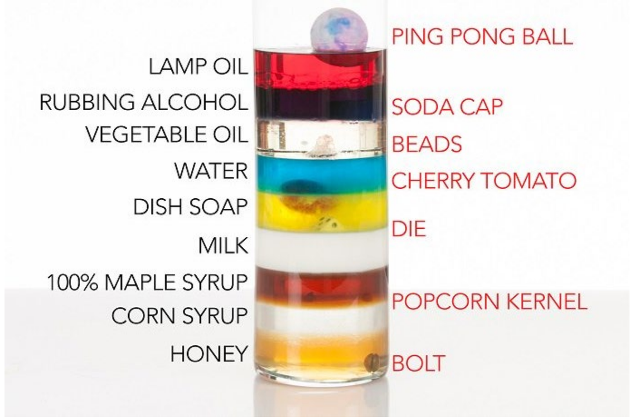
ب- عدة موائع متجانسة غير قابلة للانضغاط

بعض السوائل غير قابلة للمزج وحين مزجها تعود للانفصال متوضعة بحيث يكون أكبرها كثافة في قاع الإناء، يليه الثاني في الكثافة وهكذا

في الشكل التالي توجد عدة سوائل غير قابلة للمزج، كثافتها مختلفة من الأعلى للأسفل S1, S2, S3، والسطح الحر للسائل العلوي معرض للضغط الجوي مباشرة ، قيمة الضغط عند النقطة A هي:

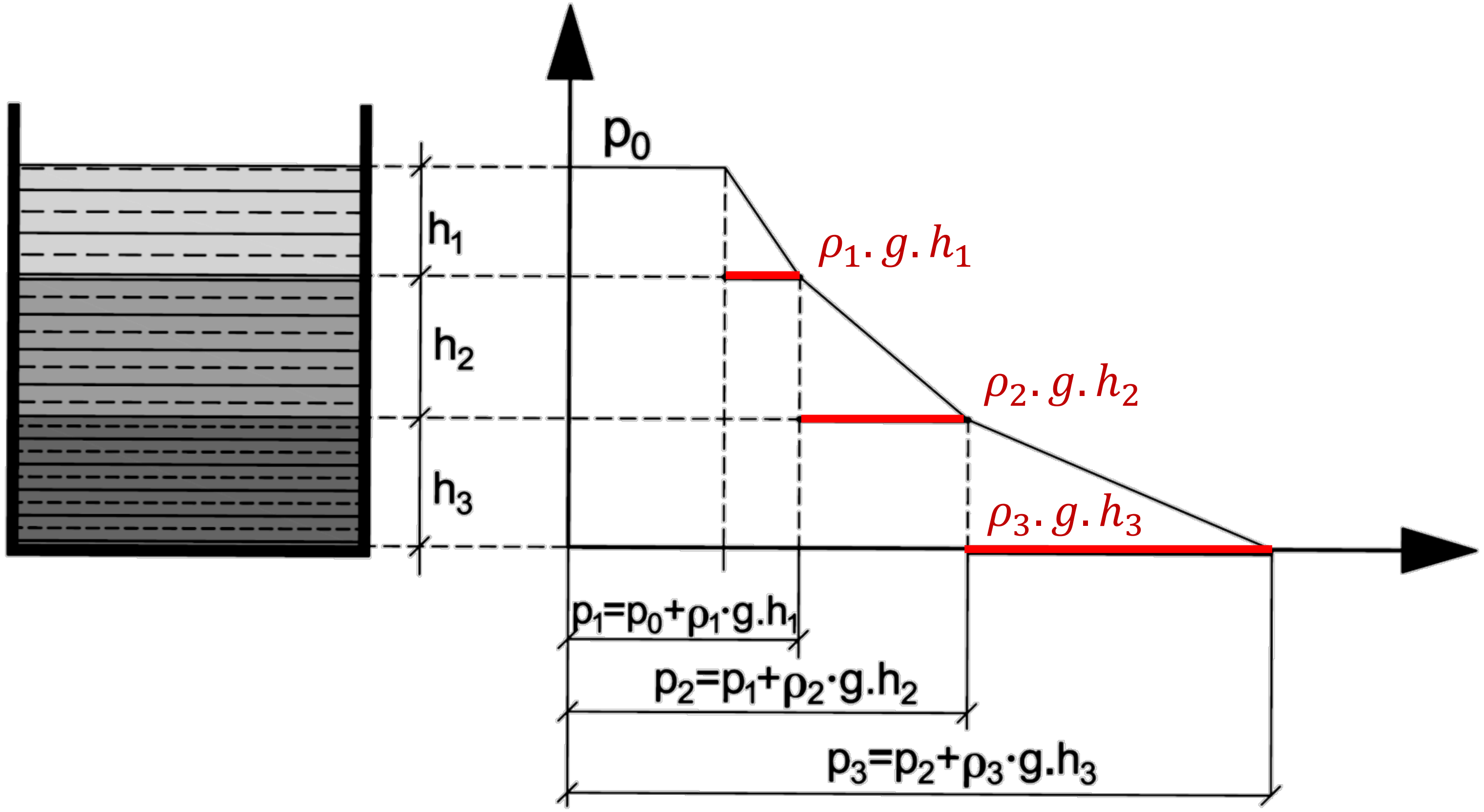
$$P_A = \omega_1 h_1 + \omega_2 h_2 + \omega_3 h_3$$





العلاقة بين الضغط والارتفاع في حقل الجاذبية الأرضية

ب- عدة موائع متجانسة غير قابلة للانضغاط



مخطط توزيع الضغط مع العمق المقيس بدءاً من السطح الحر

أجهزة قياس الضغط

عندما نقيس ضغط مائع بالنسبة للضغط الجوي يدعى الضغط المقاس بالضغط القياسي،
وعندما نقيس ضغط مائع بالنسبة للفراغ يدعى الضغط المقاس بالضغط المطلق

$$\boxed{P_{abs} = P_g + P_{atm}}$$

مطلق قياسي جوي

يتبين من تعريف الضغطين المطلق والقياسي أن الاول موجب دوماً أما الثاني فهو موجب اذا كان أكبر من الضغط الجوي المحلي وسالب اذا كان أقل منه .

إن أغلب خواص السوائل تعتمد على ضغطها القياسي وبذلك يكون الضغط الجوي هو مبدأ القياس أي الصفر

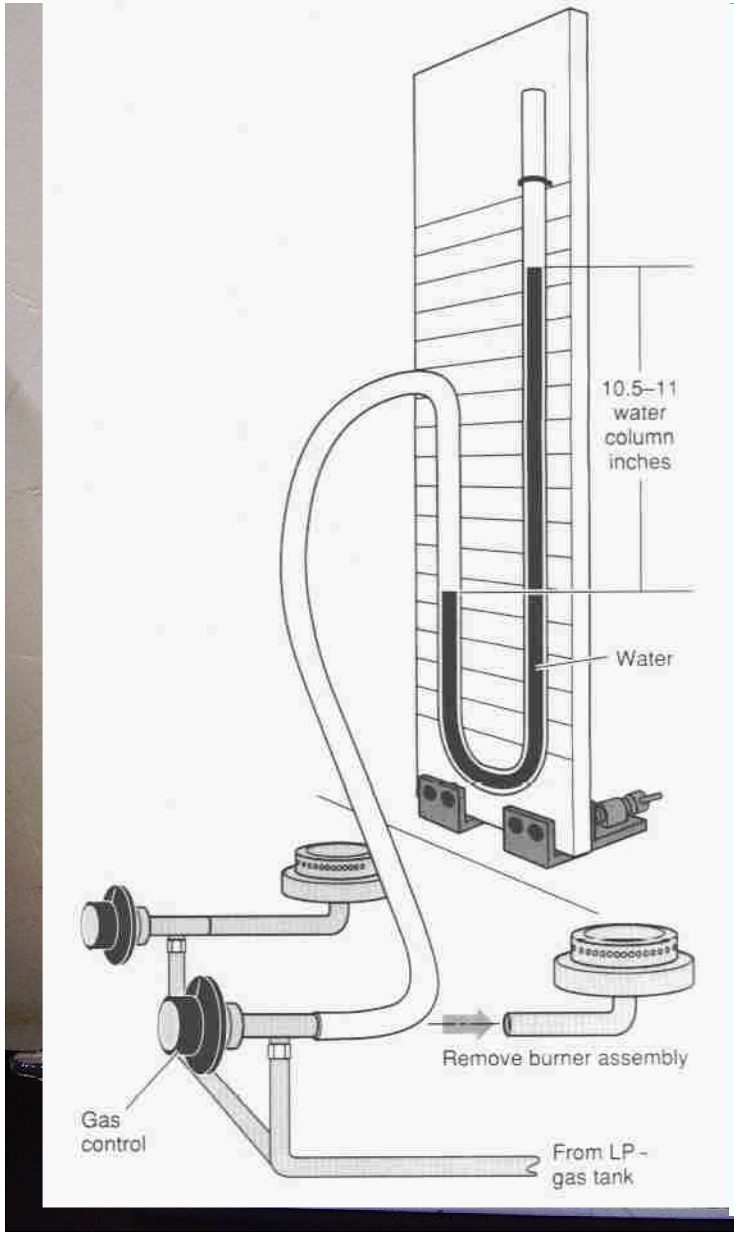
أجهزة قياس الضغط

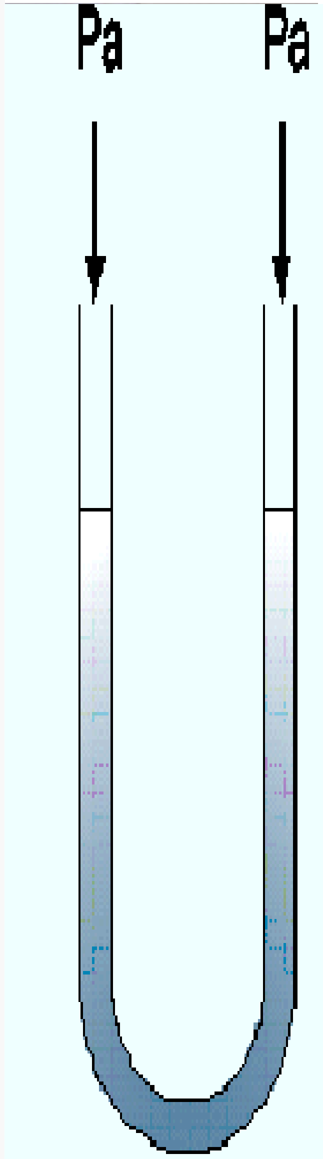
أ- مقاييس بوردون

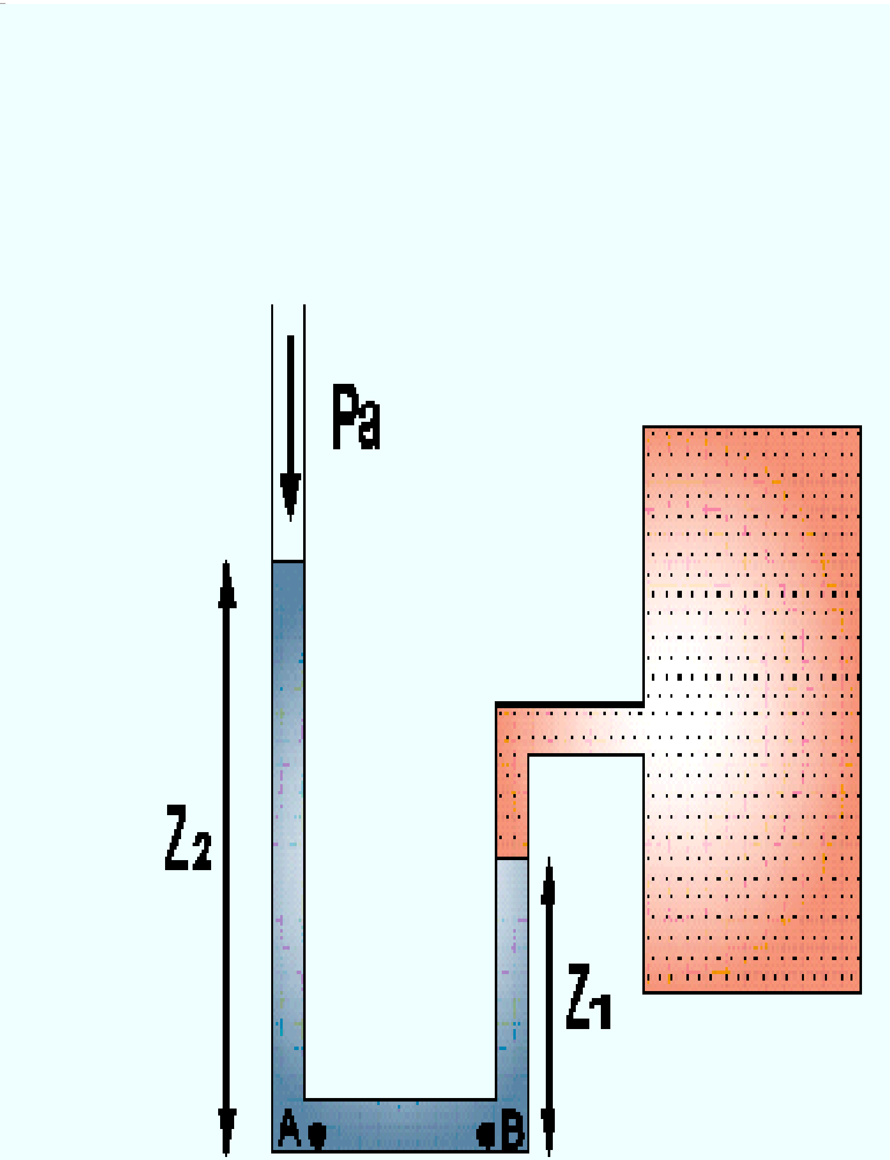
- هي أكثر الأجهزة المستعملة في الحياة العملية لقياس ضغط الموائع
- يقيس مقياس بوردون الضغط القياسي للمائع

Bourdon tube pressure gauge model 111.12

أجهزة قياس الضغط



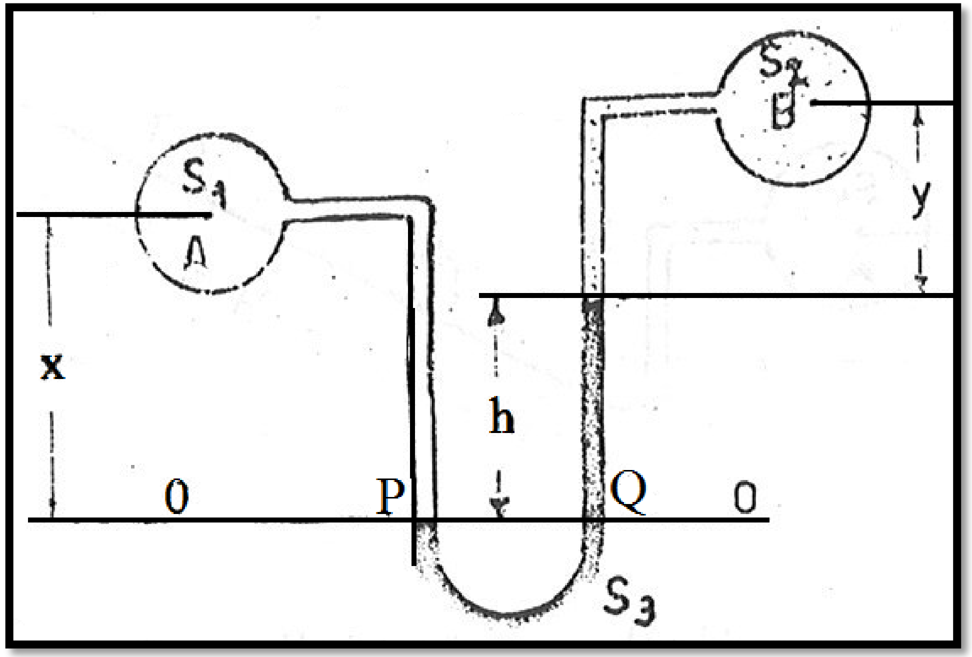




أجهزة قياس الضغط

ب - المانومترات

يتألف من أنبوب على شكل حرف U يحتوي على سائل معين، يوصل كل طرف من طرفي الأنبوب المانومتري إلى أحد الوسطين المائعين المطلوب قياس فرق الضغط بينهما



المستوى 0-0 أفقي وهو ذو ضغط ثابت شريطة أن يكون المائع تحت هذا المستوى متصلاً ومتجانساً بمساواة الضغط فوق المستوى P مع ذلك فوق المستوى Q ونحصل على:

$$\omega_1 x + P_A = \omega_3 h + \omega_2 y + P_B$$

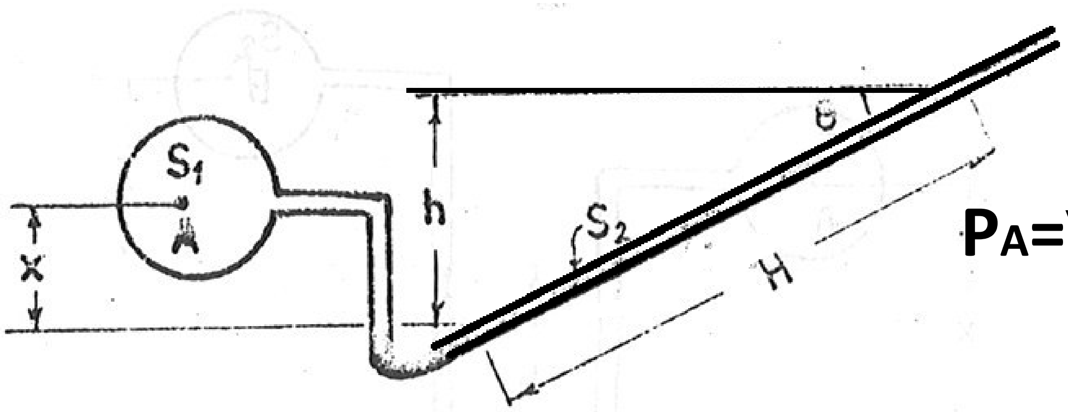
$$P_A - P_B = \omega_3 h + \omega_2 y - \omega_1 x$$

حيث ω_1 و ω_2 و ω_3 الاوزان النوعية للموائع الثلاثة في الاوعية A و B . والانبوب المانومتري .

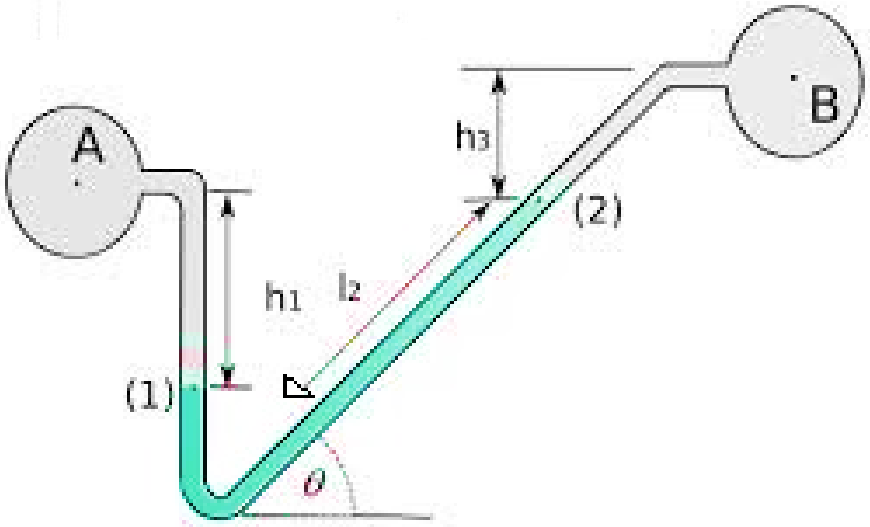
أجهزة قياس الضغط

ب - المانومترات

في قياس فروق الضغط المنخفضة للحصول على دقة أكبر في قياس فرق الضغط يستعمل الأنبوب المانومتري المائل المبين بالأشكال التالية



$P_A = V_2 . H.\sin\Theta - x. V_1$

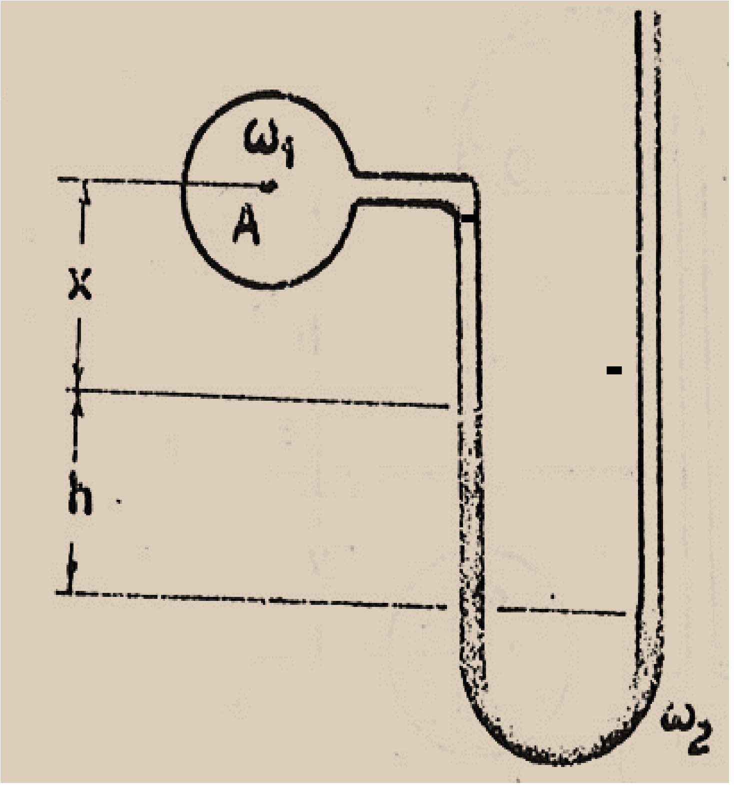


$P_A - P_B = (h_3. V_3 + l_2. V_2.\sin\Theta) - h_1. V_1$

أجهزة قياس الضغط

ب - المانومترات

يمكن استعمال المانومترات أيضاً لقياس **ضغوط أقل من الضغط الجوي** ، من الشكل التالي وحسب المعادلة التالية:

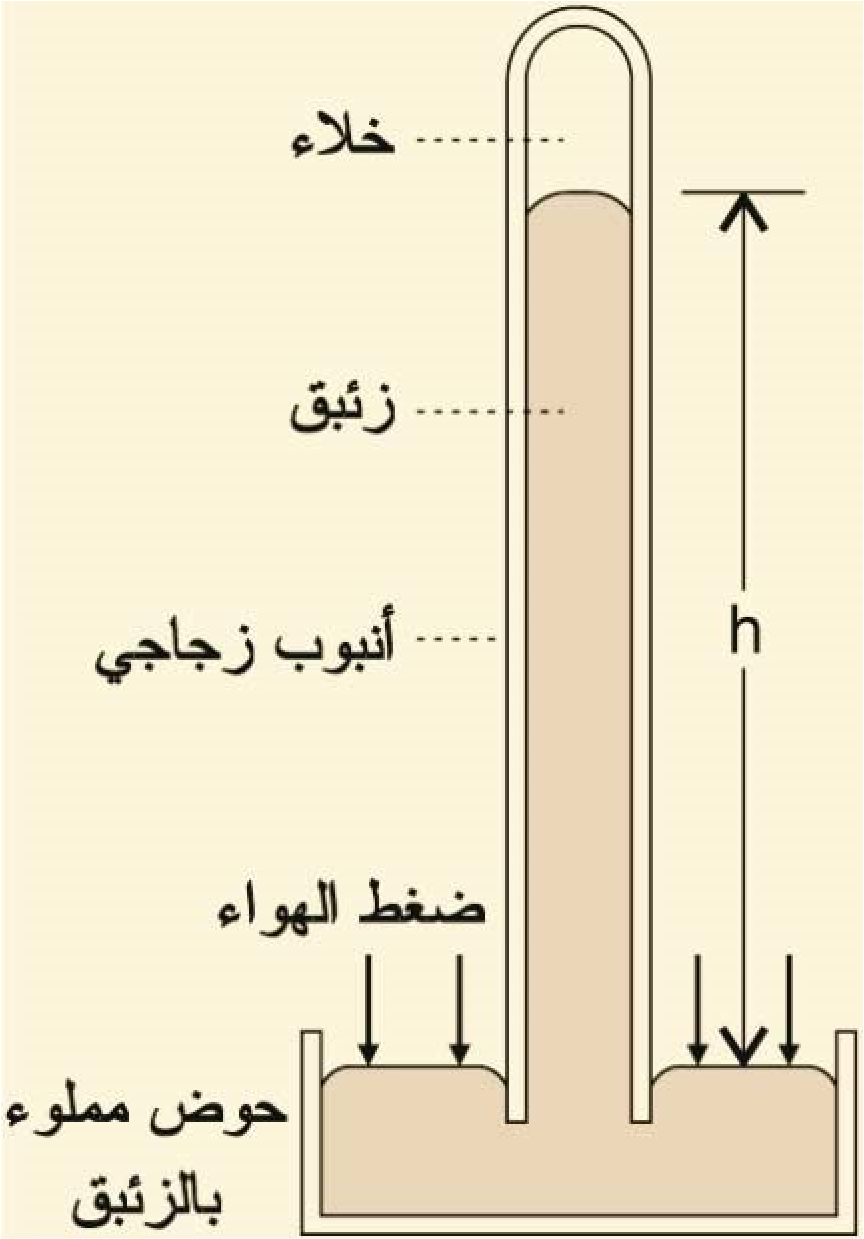


$$\omega_2 h + \omega_1 x + P_A = 0$$

يمثل الطرف الأيمن في هذه العلاقة الضغط الجوي وقد اعتبرناه هنا مبدأ لقياس الضغوط وواضح أن قيمة الضغط PA سالبة وحالة الوعاء A هي ضغط متخلخل.

أجهزة قياس الضغط

ج- البارومتر(مقياس الضغط الجوي المحلي)

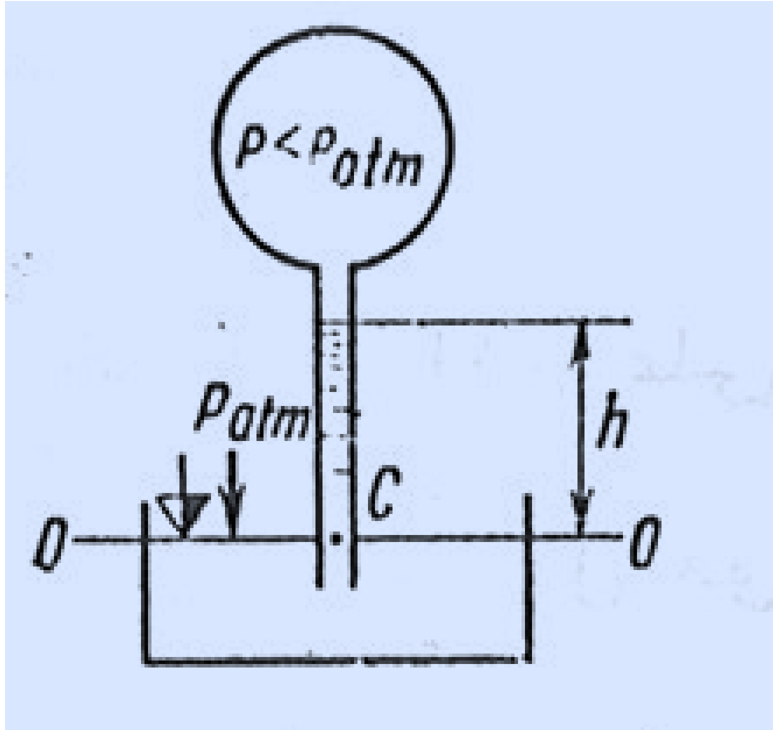


يقيس البارومتر الضغط الجوي بالنسبة للفراغ المطلق. وبصورة أكثر دقة يقيس الفرق بين الضغط الجوي المحلي وضغط بخار السائل المستعمل فيه.

أجهزة قياس الضغط

ج - البارومتر(مقياس الضغط الجوي المحلي)

يعطى توازن الضغط بين النقطتين A,B في مستوى أفقي واحد وفق المعادلة التالية:



$$P_{atm} = P_v + \omega_{Hg} . h$$

حيث P_v ضغط بخار الزئبق المحصور في الفراغ العلوي .

يتغير الضغط الجوي عامةً مع اختلاف الارتفاع عن سطح البحر، كما أنه يعتمد كثيراً على الأحوال الجوية عند موقع معين.

يراعى في أنابيب البارومترات أن تكون ذات قطر كبير نسبياً بحدود 12mm كي تخفف من تأثير قوى الشد السطحي.

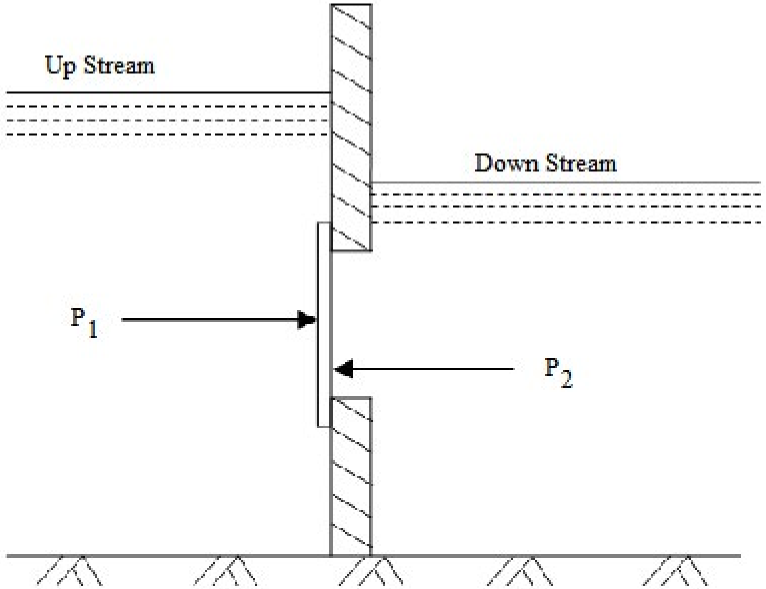


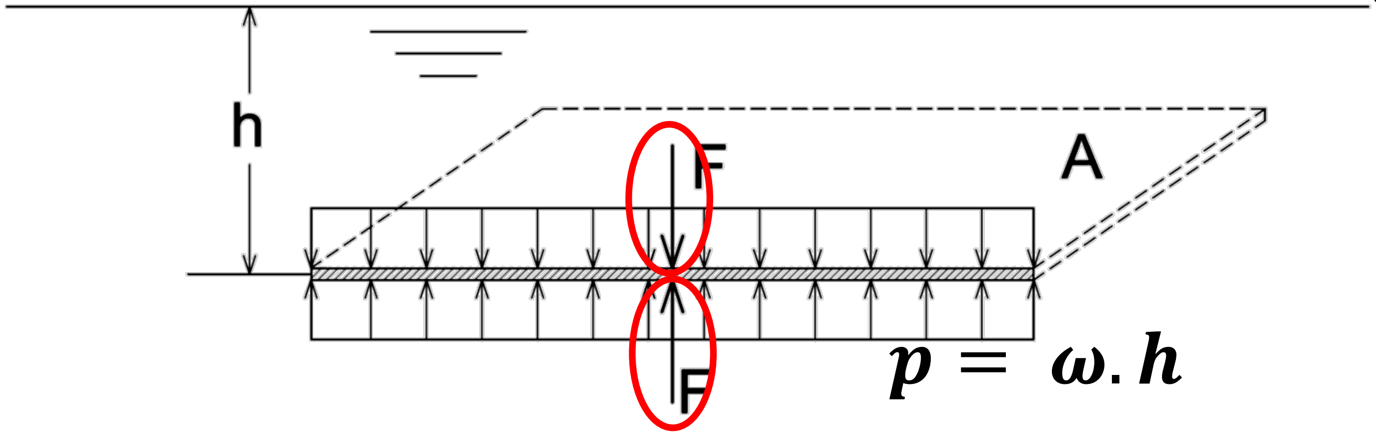
Fig : Sluice Gate

دفع الموائع على السطوح المغمورة

قوى الدفع على السطوح المستوية الأفقية

عندما تكون السطوح المغمورة مستوية أفقية فإن ضغط المائع الملامس لها يكون منتظماً نظراً لثبات الضغط في المستويات الأفقية كما في الشكل الآتي.

إن قوة الدفع على أحد وجهي الصفيحة هي:



$$p = \omega . h$$

$$F = p . A = \omega . h . A$$

وفي نفس الوقت تؤثر قوة مساوية لـ F ومعاكسة بالاتجاه مباشرة على الوجه الآخر للصفيحة.
اتجاه قوى الدفع F يكون شاقولياً، أما نقطة تأثير كل من القوتين F فتقع على مركز ثقل السطوح الأفقية

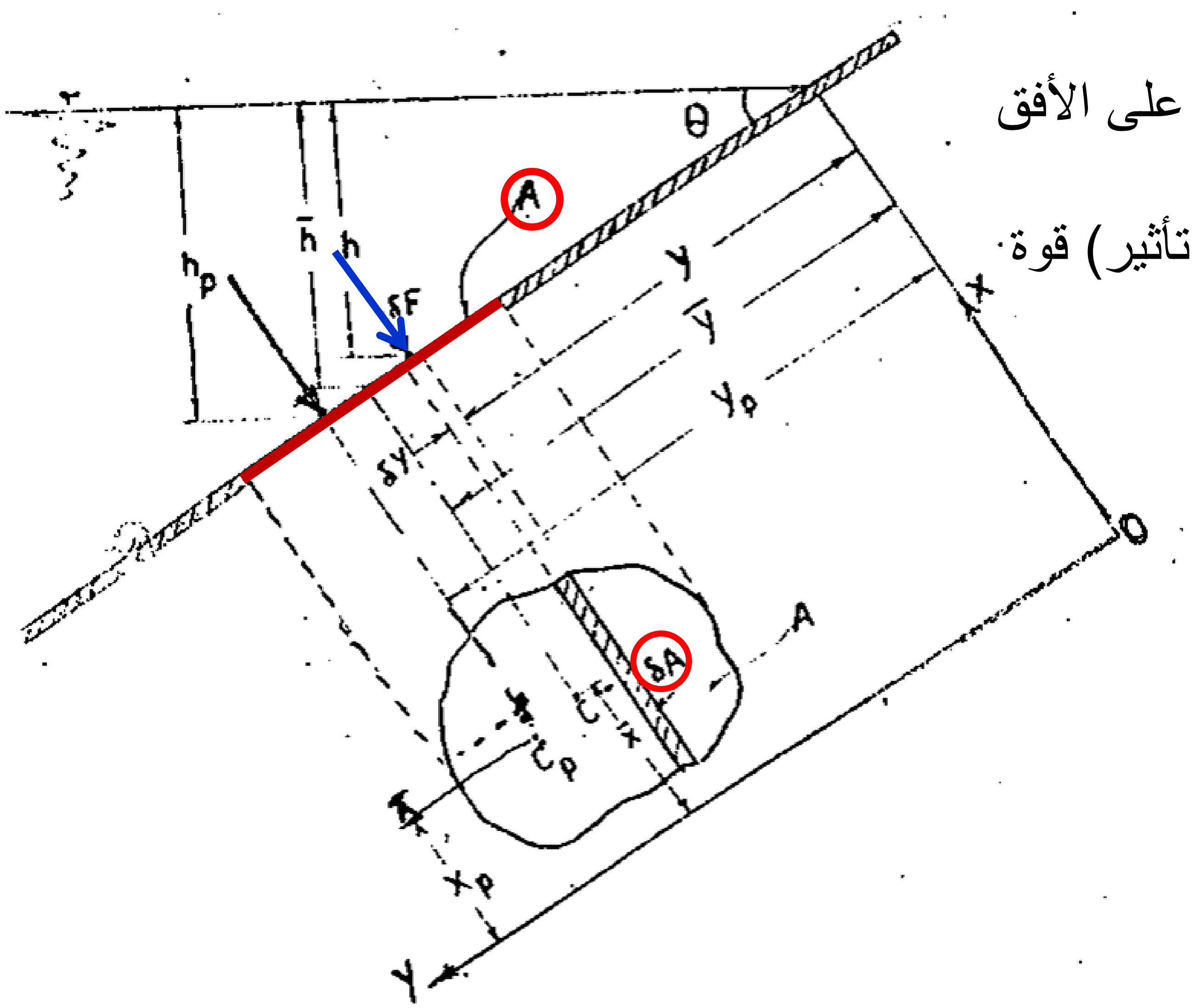
دفع الموائع على السطوح المغمورة

قوى الدفع على السطوح المستوية غير الأفقية

عندما لا تكون السطوح المستوية المغمورة أفقية فإن شدة الضغط عند مختلف نقاط السطح لن تكون (قيمتها) منتظمة التوزيع وإنما تعتمد على عمق كل نقطة عن السطح الحر للسائل وتزداد شدة الضغط كلما زاد العمق وفقاً للعلاقة:

$$p = \omega . h = \rho . g . h$$

دفع الموائع على السطوح المغمورة

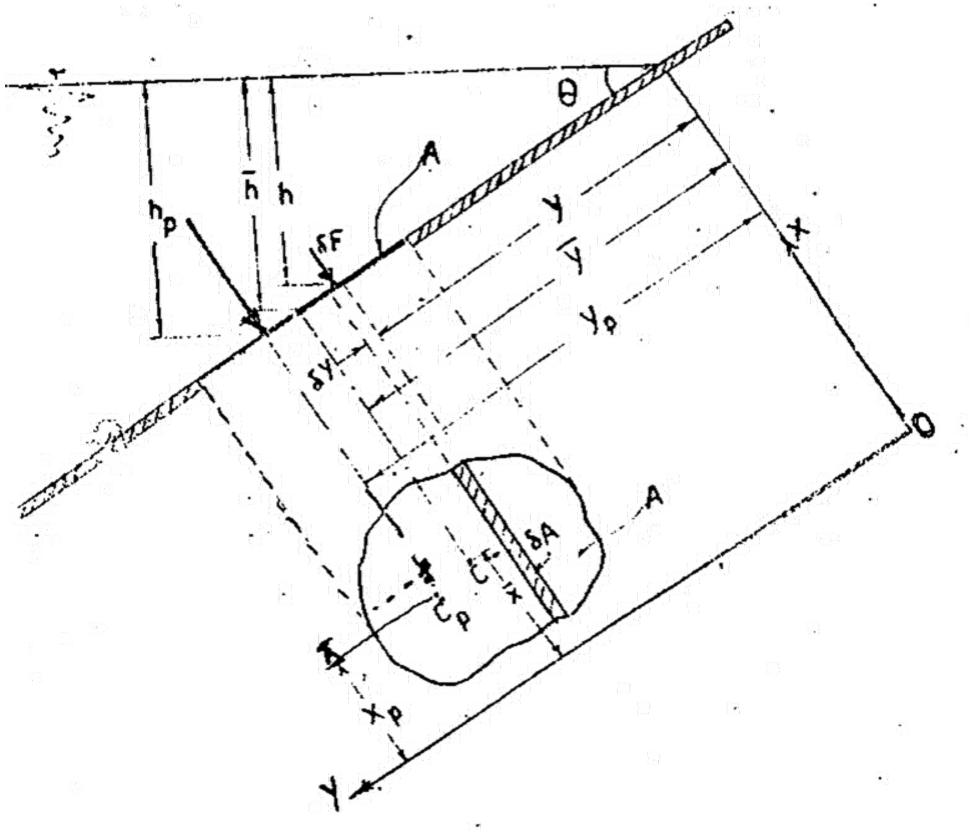


يبين الشكل سطحاً مستوياً كيفياً مساحته A ويميل على الأفق بزاوية θ

ليكن المطلوب تعيين قيمة واتجاه وموضع (نقطة تأثير) قوة دفع السائل على هذا السطح

دفع الموائع على السطوح المغمورة

قوى الدفع على السطوح المستوية غير الأفقية



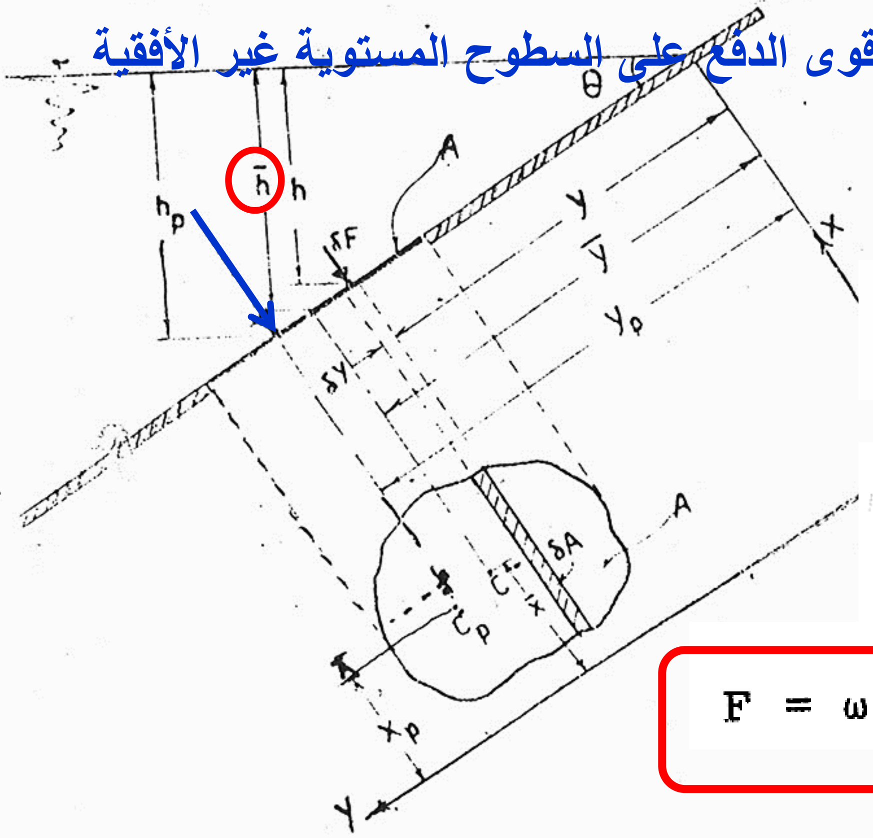
تختلف شدة الضغط على السطح من نقطة لأخرى نظراً لتفاوت أعماق هذه النقاط عن السطح الحر للسائل. إلا أن النقاط الواقعة على عمق واحد (في مستوي أفقي واحد) تكون قيمة الضغط فيها متساوية (ضغط منتظم)، لذلك يمكن تجزئة السطح ذي المساحة الكلية A إلى عدد كبير جداً من السطوح العنصرية المتناهية في الصغر (سطوح تفاضلية) dA بشكل شرائح أفقية مجموعها يساوي مساحة السطح الكلية A.

إن قوة الدفع (ضغط السائل) على كل سطح تفاضلي يقع على عمق h من سطح السائل تعطى بالعلاقة:

$$\boxed{\delta F = \omega . h . \delta A = \omega . Y . sin\theta . \delta A}$$

دفع الموائع على السطوح المغمورة

قوى الدفع على السطوح المستوية غير الأفقية



بمكاملة العلاقة السابقة نحصل على قيمة قوة الدفع الكلية:

$$F = \int_A dF = \int_A \omega y \sin\theta \, dA = \omega \sin\theta \int_A y dA$$

لكن من تعريف احداثيات مركز السطح لدينا :

$$\bar{y}A = \int_A y dA$$

بالتبديل نحصل :

$$\boxed{F = \omega \sin\theta \, \bar{y}.A = \omega.\bar{h}.A}$$

$\bar{h}$: عمق مركز السطح C. عن السطح الحر للسائل

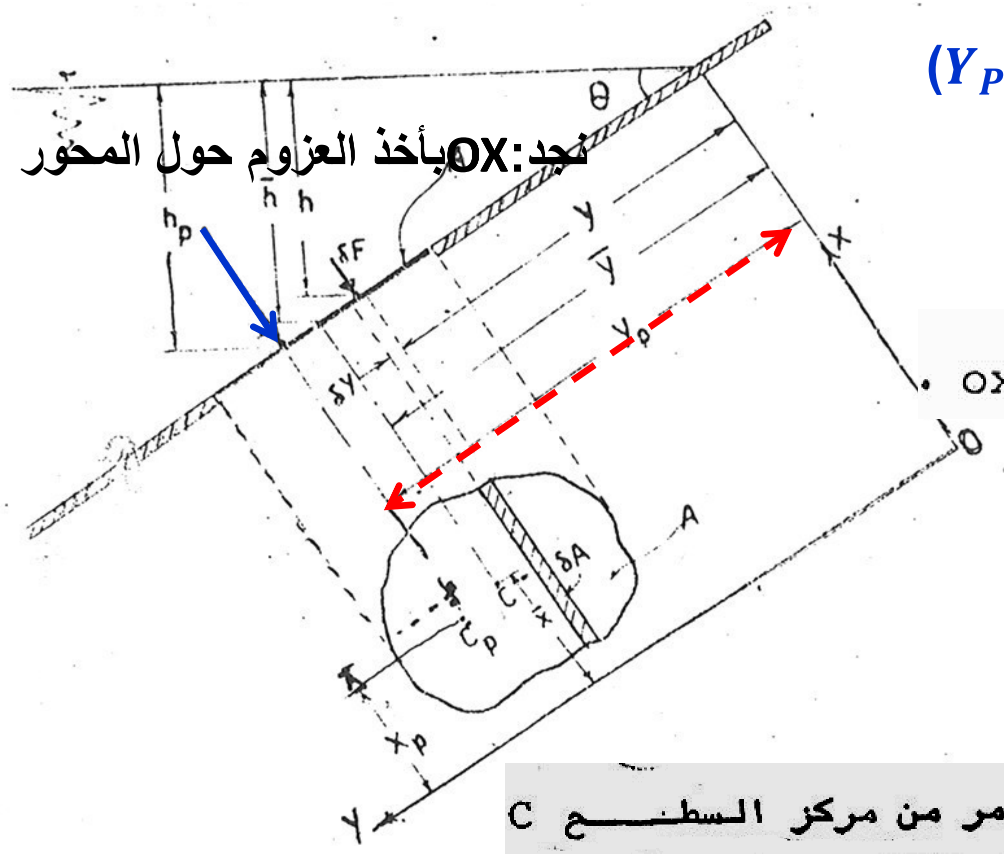
$\omega\bar{h}$ قيمة الضغط عند مركز السطح.

لذلك فإن قيمة قوة الدفع تساوي جداء الضغط عند مركز السطح في المساحة واتجاه القوة عمودي على السطح.

دفع الموائع على السطوح المغمورة

تحديد إحداثيات نقطة تأثير قوة الدفع F (Y_P,X_P)

بأخذ العزوم حول المحور OX: نجد



$$Y_pF = \int_A YdF$$

I_x عزم عطالة السطح A حول المحور ox .

$$\boxed{I_x = I_c + \bar{Y}^2A}$$

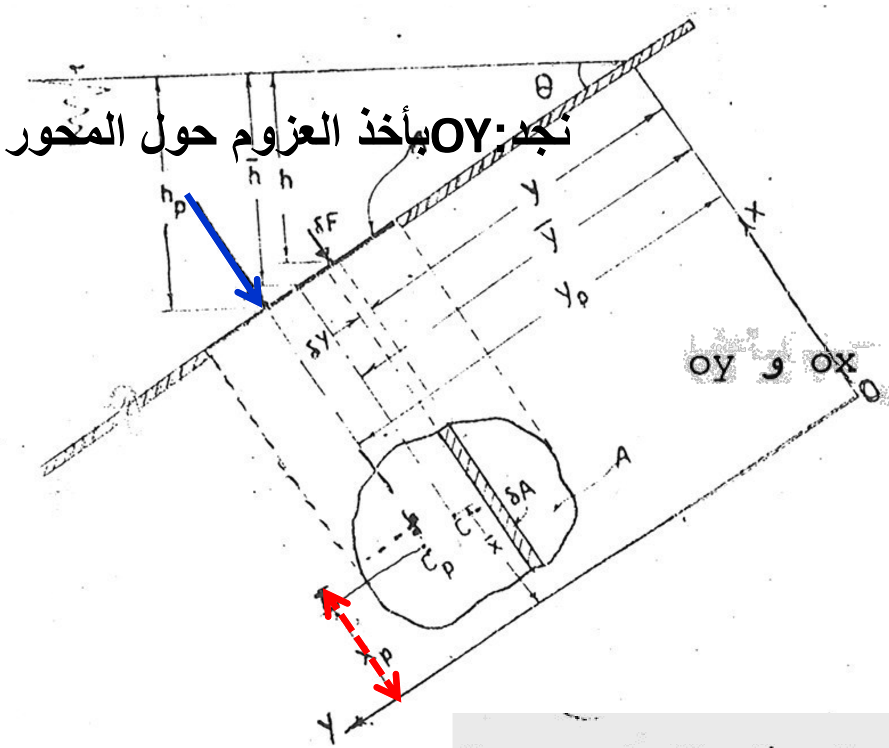
$$\boxed{Y_p = \bar{Y} + \frac{I_c}{A\bar{Y}}}$$

حيث I_c عزم عطالة السطح A حول محور يمر من مركز السطح C ويوازي المحور ox .

إنّ نقطة **تأثير** قوة الدفع التي تدعى مركز الدفع تكون دائماً أعمق من مركز السطح وتبعد عنها بالمسافة $\frac{I_c}{A\bar{Y}}$

دفع الموائع على السطوح المغمورة

تحديد إحداثيات نقطة تأثير قوة الدفع F (Y_P, X_P)



$$X_p F = \int_A X dF$$

I_{xy} هو جداء عطالة السطح A بالنسبة للمحورين ox و oy

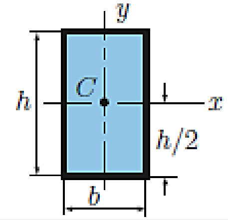
$$I_{xy} = \bar{I}_{xy} + \bar{X}\bar{Y}.A$$

$$X_p = \bar{X} + \frac{\bar{I}_{xy}}{A\bar{Y}}$$

خيث I_c عزم عطالة السطح A حول محور يمر من مركز السطح C ويوازي المحور ox .

$\bar{I}_{xy}$ هو جداء عطالة السطح A بالنسبة لمحورين يمران من مركز السطح ويوازيان المحورين ox و oy ولاينطبق مركز الدفع على مركز السطح الا في السطوح الافقية

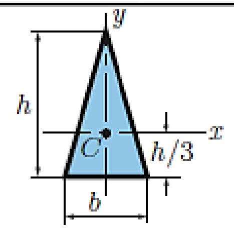
دفع الموائع على السطوح المغمورة



$$A = bh$$

$$I_{xx} = \frac{bh^3}{12} \qquad I_C = \frac{bh}{12}(b^2 + h^2)$$

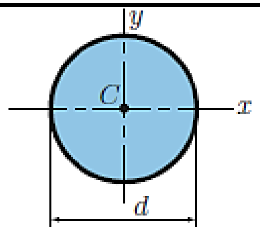
$$I_{yy} = \frac{b^3 h}{12}$$



$$A = \frac{bh}{2}$$

$$I_{xx} = \frac{bh^3}{36} \qquad I_C = \frac{bh}{36}(b^2 + h^2)$$

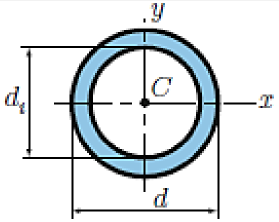
$$I_{yy} = \frac{b^3 h}{36}$$



$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{\pi d^4}{64}$$

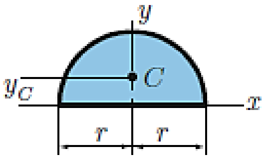
$$I_C = \frac{\pi d^4}{32}$$



$$A = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_i^2)$$

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{\pi}{64}(d^4 - d_i^4)$$

$$I_C = \frac{\pi}{32}(d^4 - d_i^4)$$



$$A = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{\pi r^4}{8}$$

$$y_C = \frac{4r}{3\pi}$$

توازن الكتل السائلة في حالة السكون النسبي

في الموائع الحقيقية الساكنة تنعدم إجهادات القص لانعدام الحركة النسبية بين طبقاتها، وفي المائع المثالي تنعدم إجهادات القص لانعدام اللزوجة.

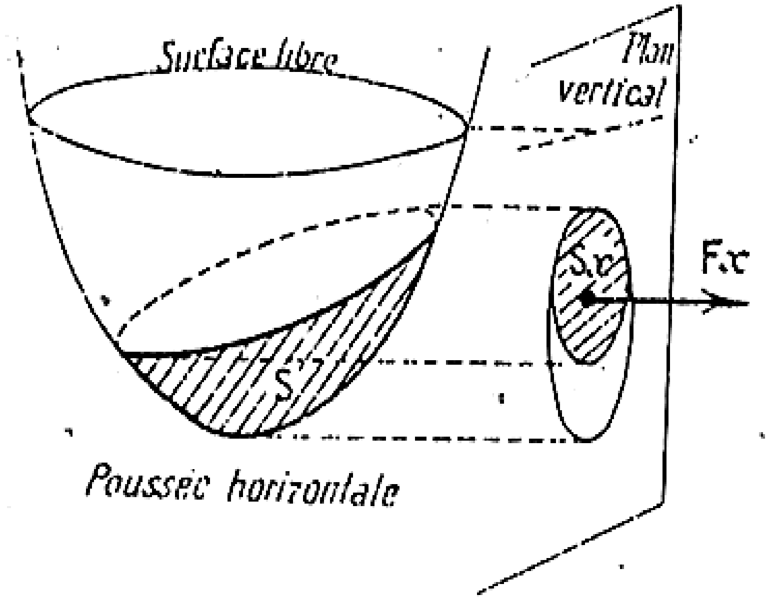
الحالة الأولى: عندما تتحرك كتلة سائلة حركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

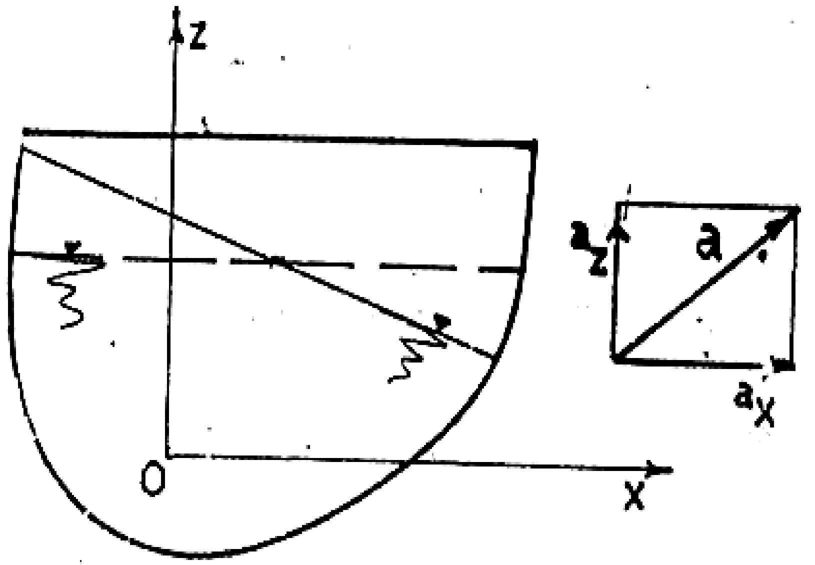
الحالة الثانية: عندما تدور كتلة سائلة حول محور شاقولي حركة دورانية منتظمة أي بسرعة دورانية ثابتة.

توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

لنفرض وجود وعاء يحتوي على سائل ويتحرك حركة مستقيمة متسارعة بانتظام.
قبل بدء الحركة (أي عندما كان الوعاء بحالة السكون)، يكون السطح الحر للسائل الساكن أفقياً، وبالتالي جميع السطوح ذات الضغط الثابت ضمن السائل ستكون أفقية أيضاً وفقاً لشروط التوازن، وبعد فترة معينة من بدء الحركة سيأخذ السطح الحر للسائل ميلاً ثابتاً وفقاً لما هو مبين في الشكل.

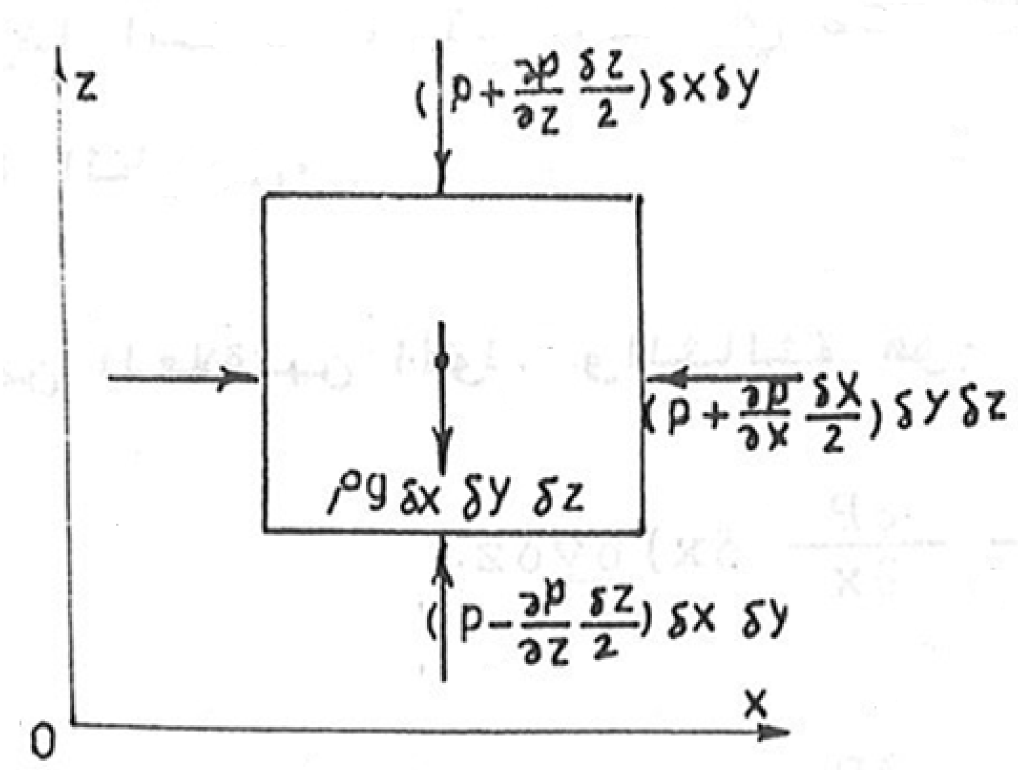




توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

نختار وضع هذه المحاور بحيث يقع متجه التسارع a في المستوى الشاقولي ZoX وهذا ممكن دائماً، ومن ثم نبحث في مختلف القوى المؤثرة على السائل والموجودة ضمن هذا الحجم.



مخطط الجسم الحر لهذا الجزء من السائل أبعاده δz , δy, δx

توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

تطبيق قانون نيوتن الثاني على الكتلة السائلة المتحركة الموجودة في الحجم اللامتناهي في الصغر يعطي:

$$m\vec{a} = \Sigma\vec{F}$$

تكتب العلاقة الأخيرة أيضاً بدلالة مساقط المتجهات على المحاور الثلاثة كما يلي

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_z = ma_z$$

قوى القص هنا معدومة لذلك تتضمن القوى الوحيدة المؤثرة على الحركة قوى الضغط والثقالة فقط.

توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

وحيث أن الحركة مستقيمة وهي بالفرض تحدث باتجاه الشعاعين $\overrightarrow{a_x}$ و $\overrightarrow{a_z}$ في المستوي xoz فإن مركبات الحركة باتجاه الشعاع $\overrightarrow{a_y}$ تنعدم تماما، ويبقى فقط شكل المعادلة في المستوي xoz

$$\sum F_x = \left(-\frac{\partial p}{\partial x}\,\delta x\right)\delta y\,.\,\delta z = m.\,a_x = (\,\rho.\,\delta x\,.\,\delta y\,.\,\delta z)\,.\,a_x$$

$$\sum F_z = \left(-\frac{\partial p}{\partial z}\,\delta z\right)\delta x\,.\,\delta y\ -\ \omega.\,\delta x\,.\,\delta y\,.\,\delta z\ = m.\,a_z = (\,\rho.\,\delta x\,.\,\delta y\,.\,\delta z)\,.\,a_z$$

للحصول على معدل تغير الضغط وفق الاتجاهين $\overrightarrow{ox}$ و $\overrightarrow{oz}$ من المعادلتين:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\,\rho a_x = -\,\omega\,.\,\frac{a_x}{g}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho.\,g -\ \rho a_z = -\,\rho.\,g\,(1 + \frac{a_z}{g})$$

توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

بما أن الضغط ضمن السائل المتحرك حركة متسارعة منتظمة سيتبع كل من x و z لذا يكون:

$$\delta P = \frac{\partial P}{\partial x}\,\delta x + \frac{\partial P}{\partial z}\,\delta z$$

وبالتعويض عن $\frac{\partial P}{\partial x}$ و $\frac{\partial P}{\partial z}$ من العلاقتين (14 - 2) و (15 - 2)

نجد أن:

$$\delta P = -\omega\frac{a_x}{g}\,\delta x - \omega\left(1 + \frac{a_z}{g}\right) z \qquad (2-16)$$

وبالتكامل نجد:

$$P = -\omega\frac{a_x}{g}\,x - \omega\left(1 + \frac{a_z}{g}\right) z + C$$

حيث C ثابت التكامل ويمكن تحديد قيمته اذا علم الضغط عند نقطة مرجعية . فاذا فرضنا الشروط الحدية التالية:

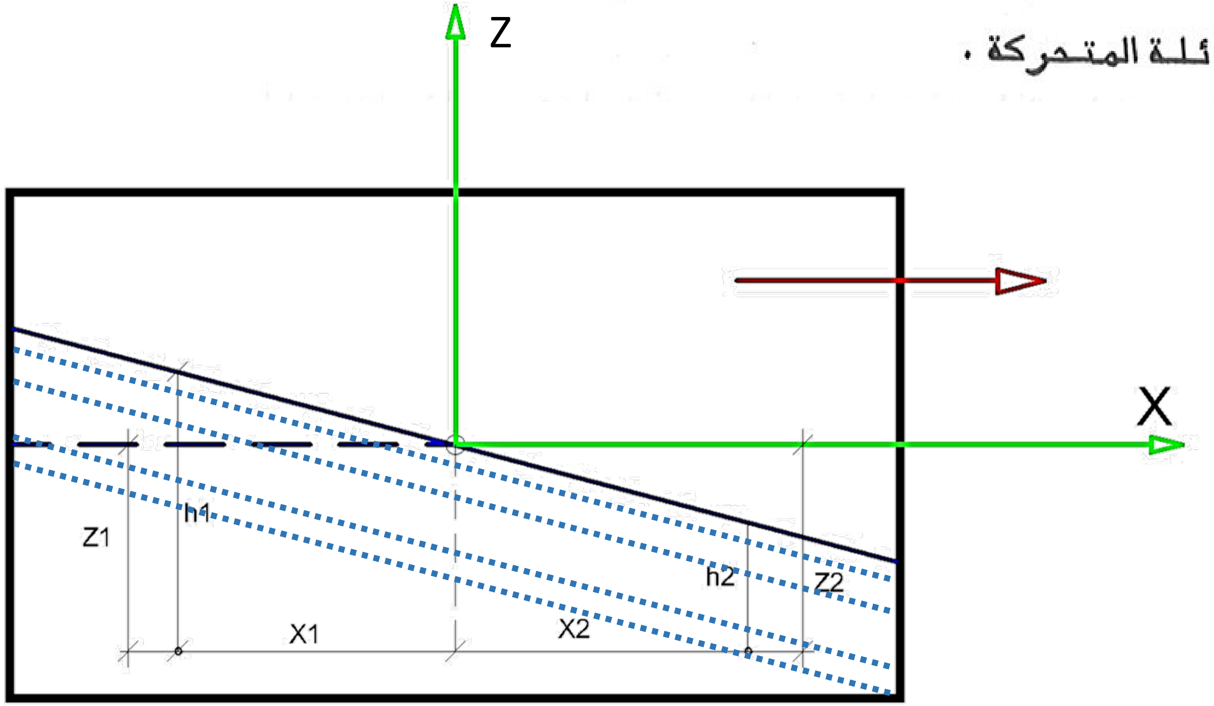
توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

عندما $P = P_o$ فان $z = x = 0$:

$$\boxed{P = P_o - \omega \frac{a_x}{g} x - \omega\left(1 + \frac{a_z}{g}\right) z}$$

يمكن بواسطة هذه المعادلة معرفة قيمة الضغط عند أية نقطة ضمن الكتلة السائلة المتحركة .



توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

إن الفارق بين توزع الضغط في الموائع الساكنة وتوزعه في الكتل السائلة المتحركة بتسارع منتظم (ضمن وعاء أو خزان) يكمن في أن الضغط في السوائل الساكنة يبقى ثابتاً في مستويات أفقية ويتغير خطياً مع تغير العمق، أما في السوائل المتحركة بتسارع منتظم فإن الضغط يتغير أفقياً وشاقولياً في نفس الوقت، وبالتالي فإن مستويات الضغط الثابت في هذه الحالة ليست أفقية وإنما مائلة على الأفق بميل يساوي النسبة بين التسارعين الأفقي $\overrightarrow{a_x}$ والشاقولي $\overrightarrow{a_z}$

توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

يمكننا تعيين السطوح ذات الضغط الثابت وذلك بالعودة للعلاقة (16 - 2) في سطح ذي ضغط ثابت يكون $\delta P = 0$ بين أي نقطتين من هذا المستوي .

لذا فمعادلة السطوح ذات الضغط الثابت هي :

$$\frac{\omega}{g} a_x dx + \omega\left(1 + \frac{a_z}{g}\right) dz = 0$$

وتكامل هذه العلاقة مفترضين السائل غير قابل للانضغاط يعطي :

$$\omega \frac{a_x}{g} x + \omega\left(1 + \frac{a_z}{g}\right) z = C$$

توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

حيث C مقدار ثابت.

يعاد ترتيب هذه العلاقة كمايلي :

$$z = \frac{-a_x}{a_z + g} x + \frac{C}{\omega\left(1 + \frac{a_z}{g}\right)}$$

هذه المعادلة هي في الواقع العلاقة بين (x)و(z) التي تحقق ضغطاً ثابتاً وهي معادلة خط مستقيم . ووفقاً لتغيرات قيمة الثابت C نحصل على جملة خطوط مستقيمة متوازية . ويعتمد ميل هذه المستقيمات على كل من a_x و a_z .

في الواقع أن المستقيمات المذكورة هي خطوط تقاطع مستويات متساوية الضغط مع المستوي الشاقولي xoz وتعطى زاوية ميل أي مستوي كمايلي :

توازن الكتل السائلة المتحركة

1- الحركة المستقيمة المتسارعة بانتظام للكتل السائلة

$$\tan \Theta = \frac{-a_x}{a_z + g}$$

اذا كانت الحركة المتسارعة بانتظام أفقية فان:

$$a_z = 0$$

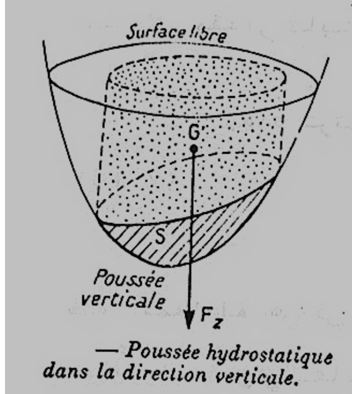
$$\tan \Theta = \frac{-a_x}{g}$$

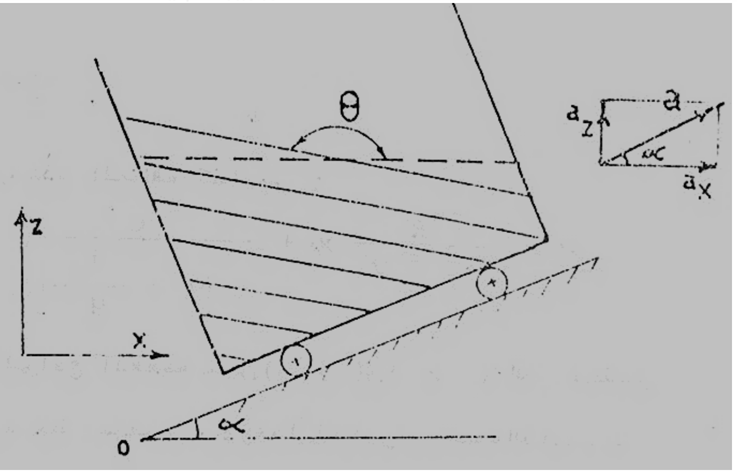
واذا كانت هذه الحركة شاقولية فان:

$$a_x = 0$$

$$\tan \Theta = 0$$

والسطوح ذات الضغط الثابت تكون في هذه الحالة أفقية.

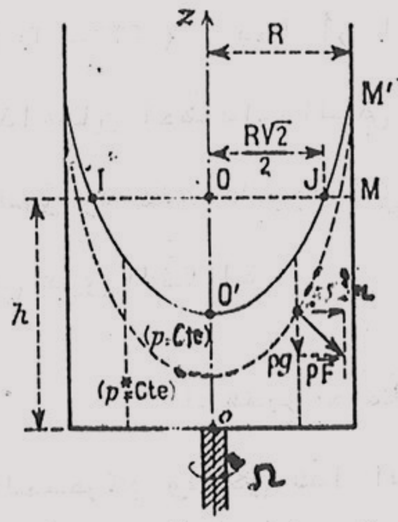




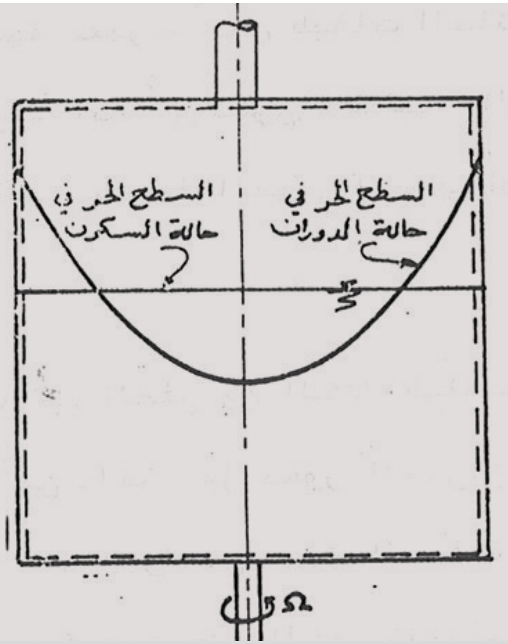
توازن الكتل السائلة المتحركة

2- الحركة الدورانية المنتظمة للكتل السائلة

تعرف الحركة الدورانية للموائع عامة " بالدوام " ويوجد نوعان من هذه الحركة يدعى الاول بالدوام القسري والثاني بالدوام الحر .



— *Hydrostatique d'un liquide pesant soumis à une rotation uniforme autour d'un axe vertical*



من أجل سرعة دورانية معينة تكون السطوح ذات الضغط الثابت قطوع مكافئية ثابتة ولا يتغير الشكل الهندسي لهذه القطوع إلا بتغيير قيمة السرعة الدورانية.

توازن الكتل السائلة المتحركة

2- الحركة الدورانية المنتظمة للكتل السائلة

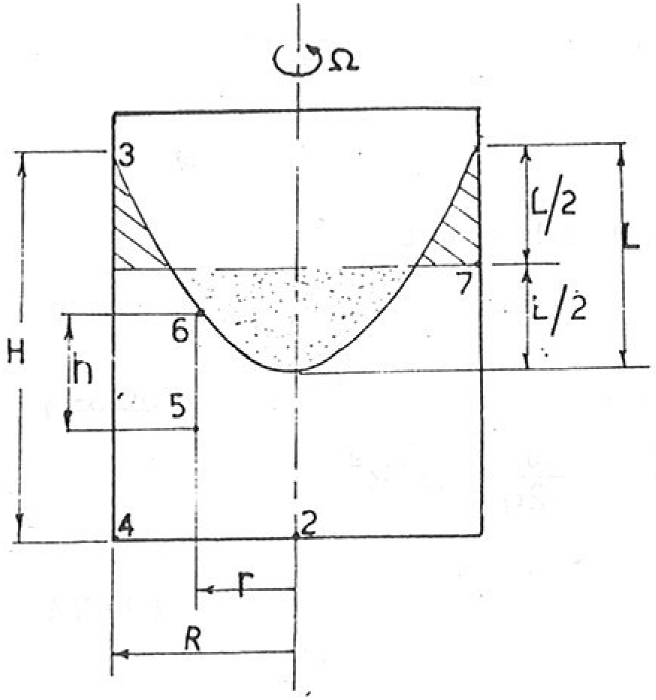
عند ثبات السرعة الدورانية تتحرك مختلف أجزاء السائل بسرعات خطية متفاوتة وفق العلاقة .

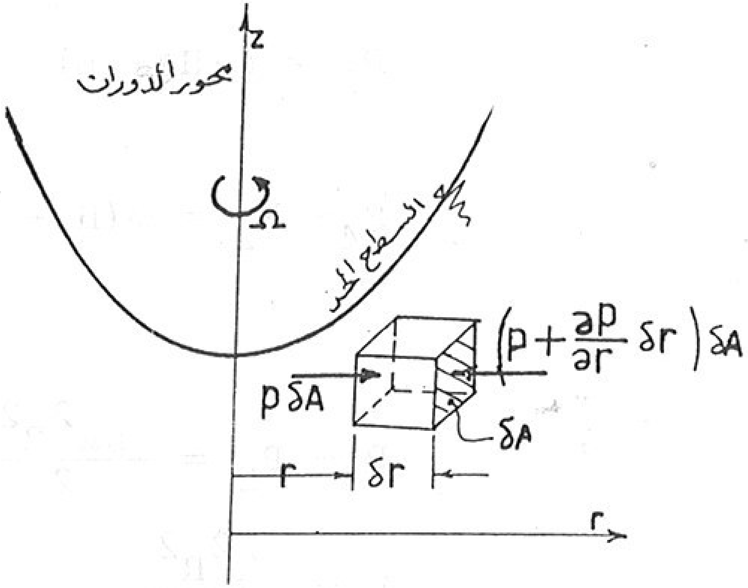
$$u = \Omega . r$$

حيث r نصف قطر الجزء المعتمد ، أي بعده عن محور الدوران و Ω السرعة الزاوية مقدرة بـ(rad/s).

توازن الكتل السائلة المتحركة

2- الحركة الدورانية المنتظمة للكتل السائلة

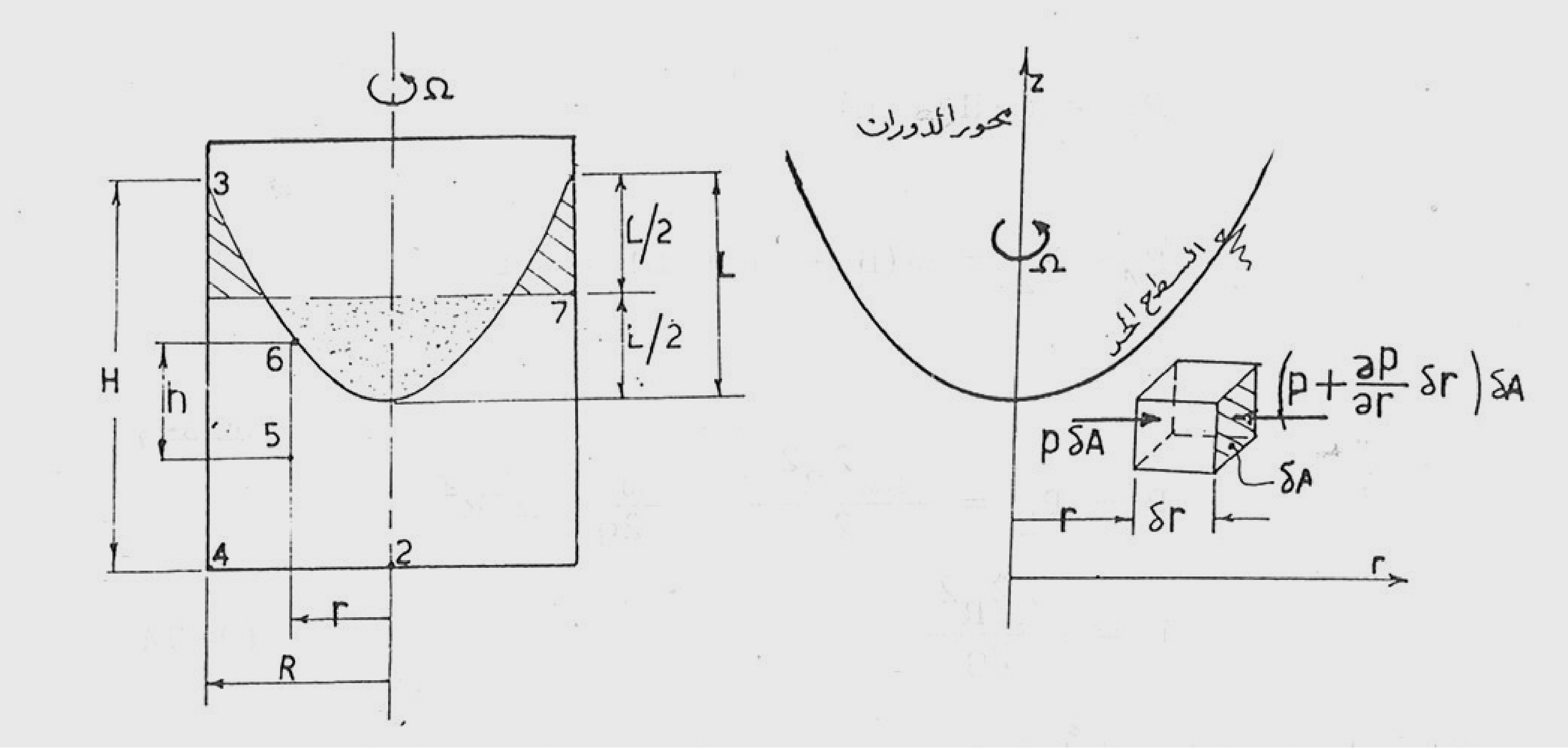




$P_1 = P_6 = P_3 = 0$. الضغط عند السطح الحر أثناء الدوران

توازن الكتل السائلة المتحركة

2- الحركة الدورانية المنتظمة للكتل السائلة



$$L = \frac{\Omega^2\, R^2}{2.\, g}$$

$$y = \frac{\Omega^2\, r^2}{2.\, g}$$

توازن الكتل السائلة المتحركة

2- الحركة الدورانية المنتظمة للكتل السائلة

$$P_5 = \omega h$$

$$P_2 = \omega (H - L)$$

$$P_4 - P_2 = \omega (H - H + L) = \omega L$$

وكذلك :

$$P_4 - P_2 = \frac{\rho \Omega^2 R^2}{2} = \frac{\omega}{2g} \Omega^2 R^2$$

$$\boxed{L = \frac{\Omega^2 R^2}{2g}}$$

$$y = \frac{\Omega^2 r^2}{2.g}$$

ولذلك فان قياس ارتفاع القطع L يعتبر مقياساً لسرعة الدوران Ω من أجل نصف قطر معين R .

الموائع الساكنة–الطفو

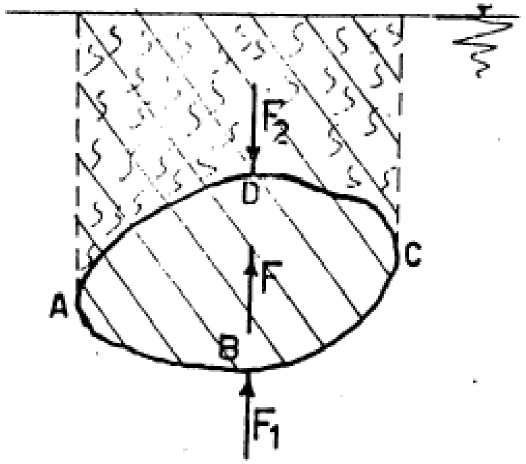
الطفو

تؤثر جميع الموائع على الاجسام المغمورة فيها بقـــــوة دفع شاقولية للاعلى قيمتها تساوي وزن المائع المزاح ،وتعــــرف هذه القوة باسم دافعة أرخميدس .

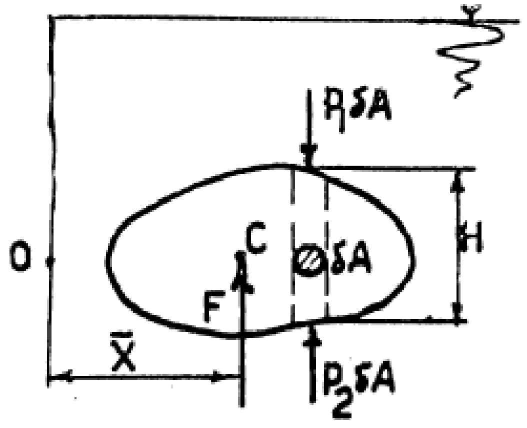
لنفرض أن V هو حجم الجسم وأن W وزنه ، ولنفــــرض أن ω_f الوزن النوعي للمائع و ω_b الوزن النوعي لجسم مفترضين أن الجسم متجانس في بنيته لذا يكون :

$$\boxed{F = \omega_f \cdot V}$$

$$\boxed{W = \omega_b \cdot V}$$



الطفو



$$\delta F = \delta A(P_2 - P_1) = \delta A \omega_f h = \omega_f \delta V$$

حيث δV حجم الموشور المفروض .

ان تكامل العلاقة الاخيرة بالنسبة لكامل حجم الجسم :

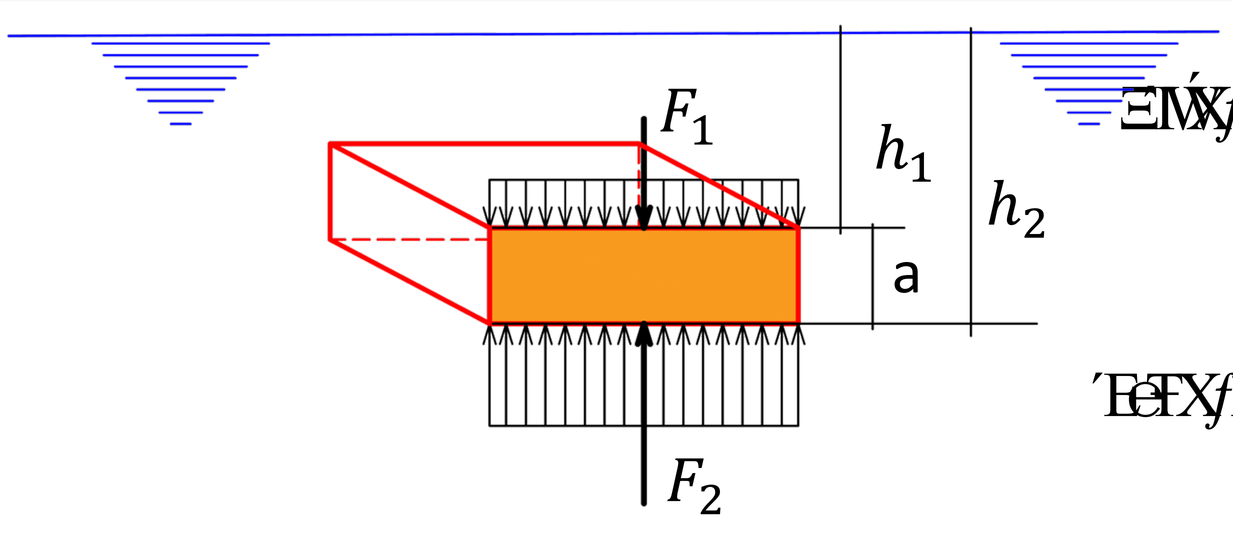
$$F = \omega_f \int_V dV = \omega_f . V$$

تؤثر قوة الدفع F في مركز ثقل الحجم المزاح C ، أي أن نقطة تأثير قوة الدفع تعتمد على الشكل الهندسي للجسم المغمور.

أما وزن الجسم W فانه يؤثر كما نعلم عند مركز ثقل الجسم G.

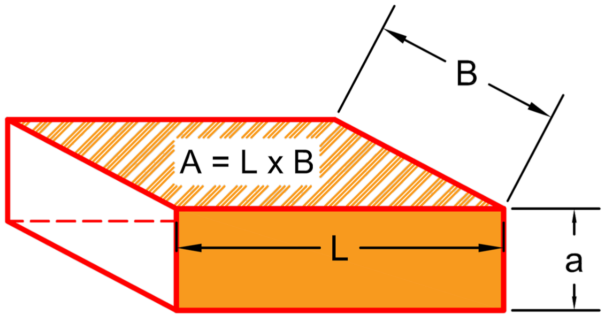
ينطبق مركز الثقل على مركز ثقل الحجم المزاح في حالة واحدة فقط عندما يكون الجسم متجانساً في بنيته ، تدعى C بمركز الدفع و G بمركز ثقل الجسم .

الطفو



$$p_1 = \omega_w h_1 \implies F_1 = p_1 \times A = \omega_w\, h_1 A$$

$$p_2 = \omega_f h_2 \implies F_2 = p_2 \times A = \omega_f\, h_2 A$$



$$F = F_2 - F_1 = \omega h_2 A - \omega_f \,.\, h_1 \,.\, A = \omega_f\,(h_2 - h_1)A = \omega_f \times V_s$$

$$\boldsymbol{F = \omega_f \times V_s}$$

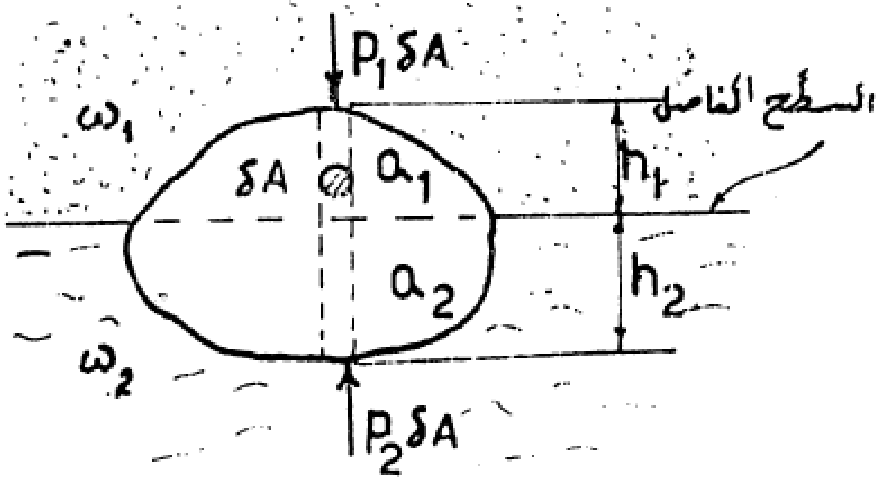
$$\boldsymbol{W = \omega_s\, V_s}$$

الطفو

عندما يطفو الجسم بين مائعين غير قابلين للمــزج مختلفي الكثافة كما في الشكل الآتي في هذه الحالة تكون قوة الدفع عائدة لكلا المائعين ويكون لدينا :

$$F = \omega_{f_2} V_2 + \omega_{f_1} V_1$$

حيث V_1 و V_2 هما الحجمان المزاحان من المائعين العلوي والسفلــي بالترتيب .



الطفو

حين يطفو جسم وزنه W على السطح الحر لسائل وزنه النوعي ω_f فان الجسم سيزيح حجماً من السائل قدره V_1 تربطه بالوزن W العلاقة :

$$W = \omega_b \cdot V = \omega_f \cdot V_1$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\omega_b}{\omega_f} = \frac{s_b}{s_f}$$

حيث V حجم الجسم و S_b و S_f كثافتا الجسم والسائل بالترتيب وقد أهملت قوة الدفع العائدة للحجم المزاح من الغاز وقدره $(V - V_1)$.

الطفو – توازن الأجسام الغاطسة

يدعى الجسم بالجسم الغاطس ، عندما يحيط به السائل كلياً فحين توازن جسم غاطس وزنه W في سائل وزنه النوعي ω_f يمكن تمييز الحالات الثلاث التالية :

أ ـ كثافة الجسم أكبر من كثافة السائل وبالتالي وزن الجسم أكبر من وزن السائل المزاح. في هذه الحالة يتحرك الجسم للاسفل بفعل القوة المحصلة لوزنه وقوة الدفع حتى يستقر في القاع.

ب ـ كثافة الجسم أصغر من كثافة السائل ، هنا سيتحرك إلجسم للاعلى ويطفو على السطح الحر للسائل ويتزن في وضع يغمر منه قسم يزيح وزناً من السائل مكافئاً لوزنه.

الطفو – توازن الأجسام الغاطسة

الطفو – أنواع توازن الأجسام الغاطسة

يكون توازن جسم غاطس في مائع ما أحد أنواع ثلاثة :

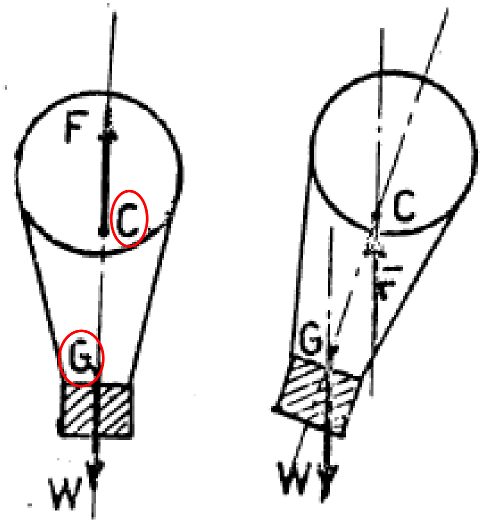
مستقر وقلق وحيادي حين يكون توازن الجسم الغاطس مستقراً فان

أي انحراف عن وضع التوازن بفعل عزم دوراني خارجي يتلاشى

حين زوال المؤثر الخارجي ويعود الجسم الى توازنه المستقر الاول.

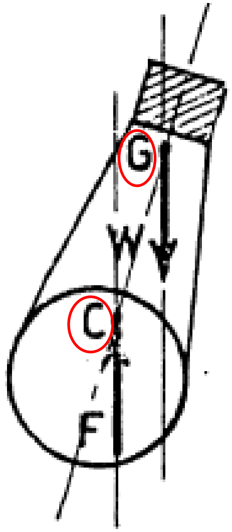
حتى يكون توازن جسم غاطس مستقراً يجب أن يقع

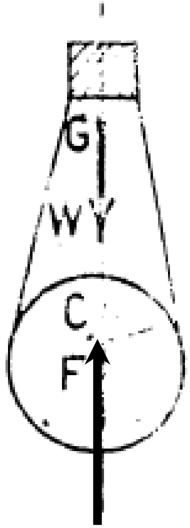
مركز ثقل الجسم G أسفل مركز الدفع C .



الطفو – أنواع توازن الأجسام الغاطسة

أما في التوازن القلق فان الانحراف يزداد حتى بعد زوال المؤثر ويستمر الجسم في انحرافه عن وضع توازنه القلق حتى يصل الى وضع جديد يكون فيه التوازن مستقراً . أما في التوازن الحيادي فان الجسم يحافظ على وضعه حين زوال المؤثر الخارجي عنه ويحيد عن هذا الوضع إلاّ بوجود عزم دوراني جديد وقد بينت الحالات الثلاث السابقة لتوازن الاجسام الغاطسة .





حين انطباق مركز الثقل على مركز الدفع تقع القوتان W و F على خط عمل واحد ويكون التوازن حيادياً.

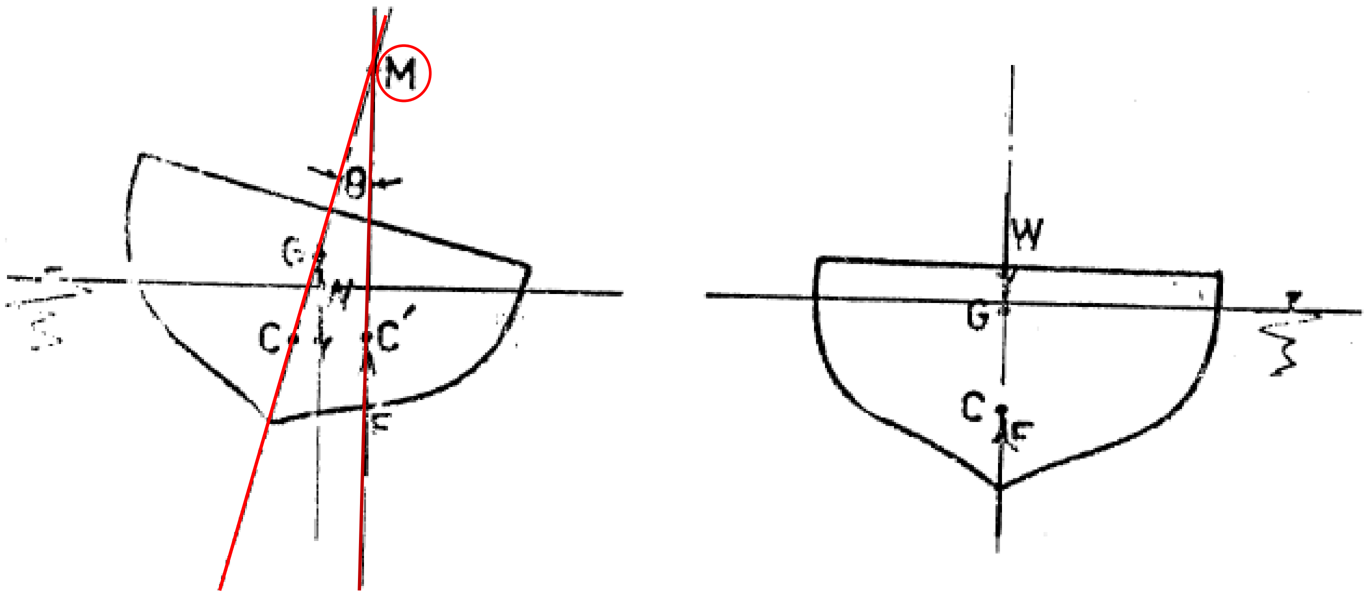
الطفو – توازن الأجسام الطافية

للاجسام الطافية أيضاً ثلاثة أنواع من التوازن هي المستقر والقلق والحيادي إلاّ أن شرط تحقيق التوازن المستقر في الاجسام الطافية يختلف عن الشرط اللازم توفره في الاجسام الغاطسة . وسنرى في هذه الفقرة أن الاجسام الطافية يكون توازنها مستقراً حتى ولو كان مركز ثقلها G يقع أعلى مركز الدفع C .

على أن هنالك مركزاً ثالثاً يعرف في توازن الاجسام الطافية باسم ماوراء المركز(Meta Centre)M ويشترط هنا لتحقيق التوازن المستقر أن يقع ماوراء المركز M دائماً أعلى مركز ثقل الجسم G .

الطفو – توازن الأجسام الطافية

يعرف مكان ما وراء المركز M بأنه نقطةتقاطع الخط الشاقولي الاصلي للجسم (المحور الذي يحتوي على C و G)مع الخط الشاقولي الجديد (بعد الانحراف الزاوي) الذي يمر بمركز الدفع الجديد $\acute{C}$.



الطفو – توازن الأجسام الطافية

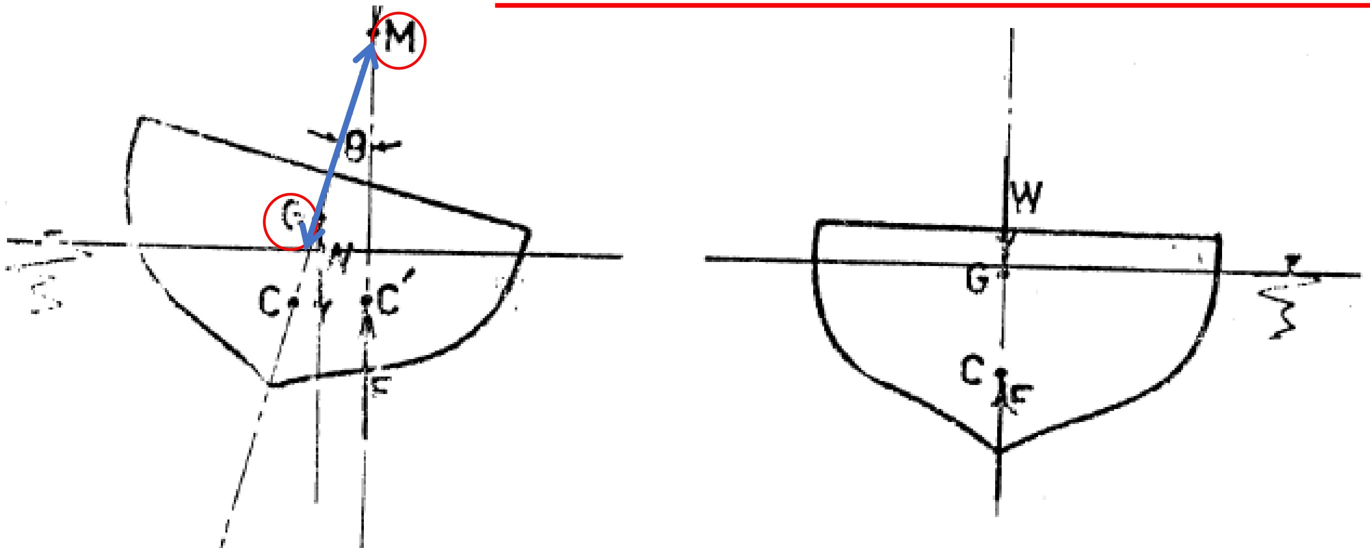
شروط التوازن في الطفو يتطلب تحقيق المساواة :

$$\boxed{F = W}$$

إذا أثر عزم دوراني على الجسم وأدى الى انحرافه زاوية θ فـــان المزدوجة التي تحاول إعادة التوازن لوضعه الاصلي لها العزم:

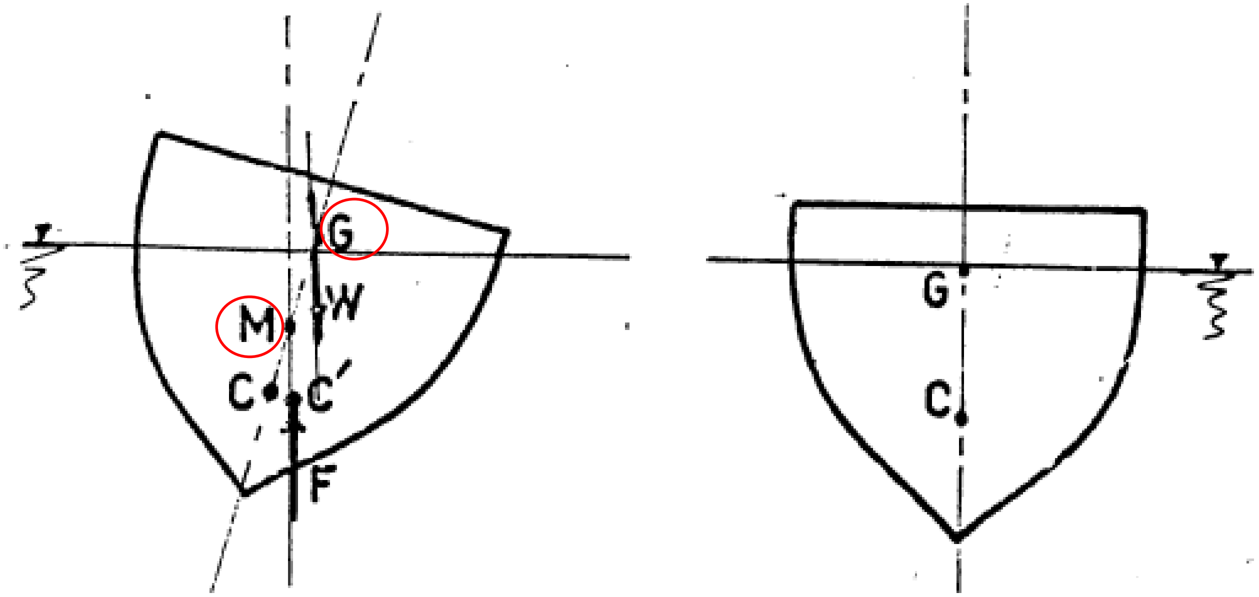
$$\boxed{W . \overline{MG} \sin \theta}$$

يعرف الارتفاع $\overline{MG}$ بارتفاع ما وراء المركز . وكي يكون التوازن مستقراً يجب أن تقع M فوق مركز الثقل G .



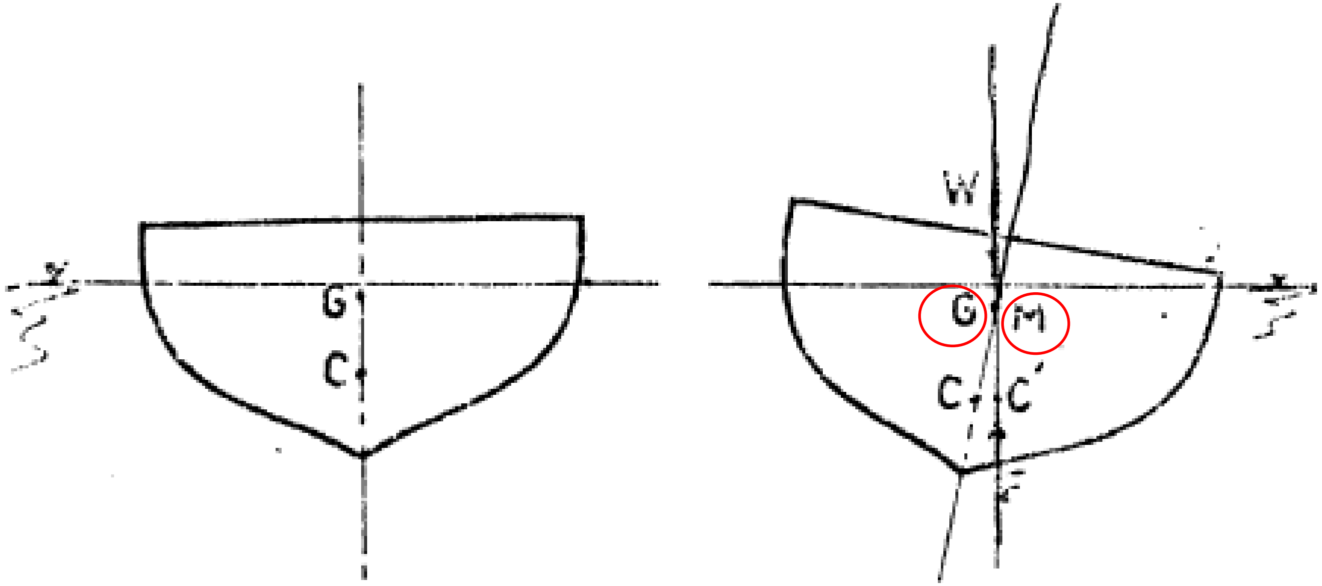
الطفو – أنواع توازن الأجسام الطافية

حين تقع M أسفل G يكون التوازن قلقــــاً



الطفو – أنواع توازن الأجسام الطافية

حين تقع M على G يكون التوازن حيادياً



الطفو – تعيين ما وراء المركز تجريبياً

بما أن مركز الثقل G انتقل المسافة $\overline{GG'}$ بفعل عمــــل الحمولة P مسافة قدرها X فان :

$$P.X = W.\overline{GG'}$$

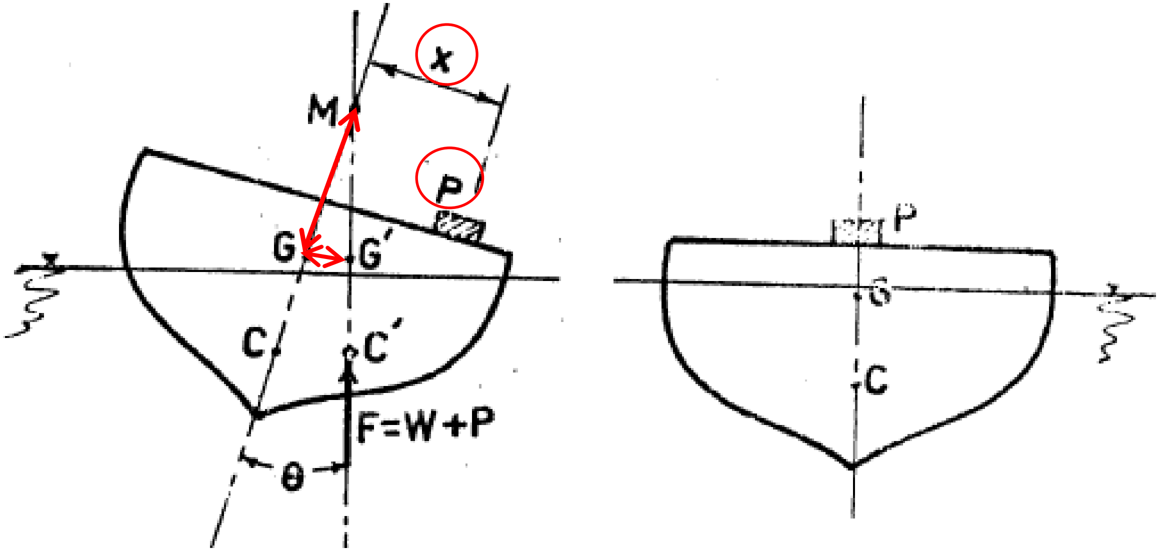
حيث W وزن الجسم الاجمالي متضمنا قيمه الحموله المتحركة p :

وبما أن:

$$\overline{GG'} = \overline{GM} \tan \theta$$

لذلك :

$$\boxed{\overline{GM} = \frac{P.X}{W \tan \theta}}$$



الطفو – تعيين ما وراء المركز تجريبياً

$$\overline{GM} = \frac{P.X}{W \tan \theta}$$

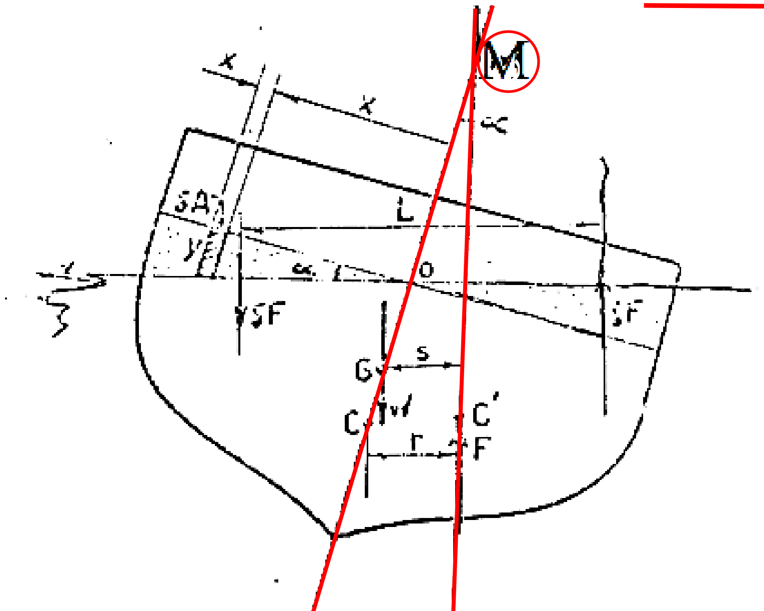
تسمح هذه العلاقة بحساب ارتفاع ماوراء المركز $\overline{GM}$ بعد قياس كل من الحمولة المتحركة P والمسافة X والوزن الاجمالي W وزاوية الانحراف θ. تقاس الزاوية θ عادة بواسطة نواس ينتهي بقلم راسم . فبقياس طول النواس والمسافة التي يتحركها الوزن المعلق يمكن تحديد الزاوية .

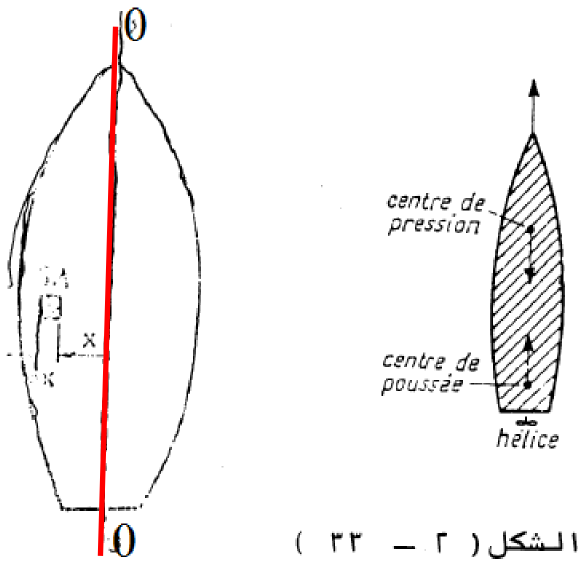
الطفو – تعيين ما وراء المركز حسابياً

من الامور الهامة التي يتضمنها تصميم الاجسـام الطافية كالبواخر مثلاً هو تحديد أفضل شكل هندسي للسطح الخارجي يعطي ارتفاعاً لما وراء المركز يحقق شروط التوازن المستقر. وتتضمن عملية التصميم تحديد سطح التقاطع بين جسم المركب ومستوى الماء والذي يعرف بسطح الطفو.

الطفو – تعيين ما وراء المركز حسابياً

يفترض أن المركب المبين في الشكل (٢ – ٣٣) أعطى انحرافاً زاوياً بدورانه حول محوره الطولي 0 – 0 بزاوية α . المقطع العرضي بعد الانحراف في الشكل (٢ – ٣٤) . لتعيين ماوراء المركز M نأخذ تقاطع المحور الشاقولي الاطلي للجسم ، وهو المحور الذي يمر بمركز الثقل G ومركز الدفع C ، ونوجد تقاطعه مع المحور الشاقولي الذي يمر بمركز الدفع الجديد C بعد الانحراف نقطة التقاطع هي بالتعريف موضع ماوراء المركز M .





الشكل (٢ – ٣٣)

الطفو – تعيين ما وراء المركز حسابياً

تكامل هذا المقدار بالنسبة لكامل سطح الطفو A يعطي عزم المزدوجة

المطلوب :

$$F'\times L = \omega\alpha\int_A x^2 dA$$

ويما أن :

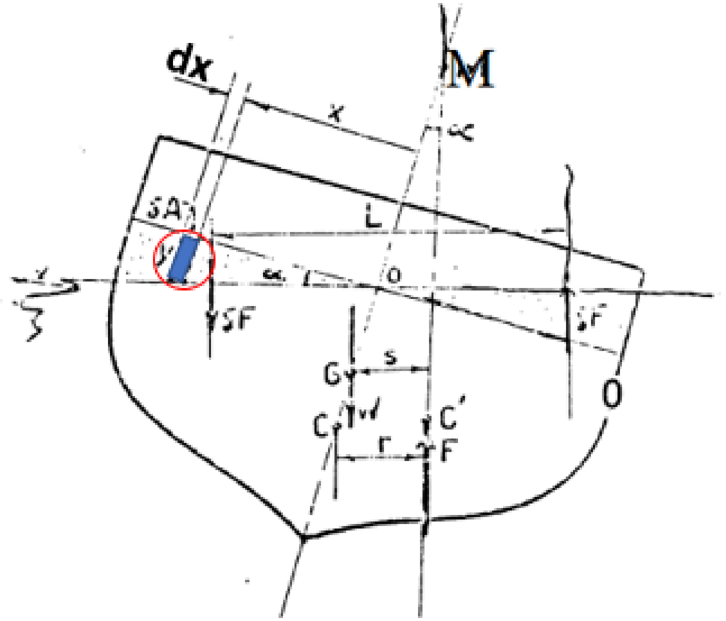
$$\int_A x^2 dA = I$$

حيث I هو عزم عطالة سطح الطفو حول المحور الطولي 0 – 0'

لذلك يكون :

$$\omega\alpha I = Wr = \omega V r$$

حيث V الحجم الغاطس .



من ناحية أخرى بما أن α بالفرض صغيرة لذلك فان:

$$\overline{CM}\sin\alpha = \overline{CM}\,\alpha = r$$

$$\overline{CM} = \frac{I}{V}$$

وارتفاع ماوراء المركز:

$$\overline{GM} = \overline{CM} - \overline{CG} = \frac{I}{V} - \overline{CG}$$

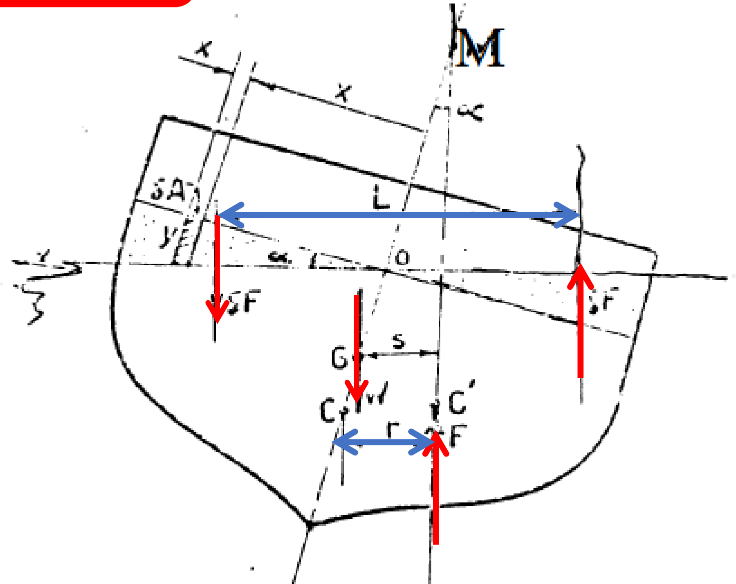
الطفو – تعيين ما وراء المركز حسابياً

بما أن وزن الجسم W بالفرض لم يتغير قبل وبعد الانحراف الزاوي لذلك فان جملة القوى المؤلفة من قوة الدفع F المؤثرة عند مركز الدفع الاصلي C والمزدوجة $F' \times L$ ستكافئ جملة القوى المؤلفة من قوة الدفع F المؤثرة عند مركز الدفع الجديد C' . تكافؤ جملتي القوى المذكورتين يتطلب تساوي عزميهما حول أية نقطة من الفراغ .

عزما الجملتين حول النقطة C' هو:

$$\boxed{F' \times L = F \times r = W \times r}$$

$W = F$ كأحد شروط الطفو.



الطفو – تعيين ما وراء المركز حسابياً

يتم تعيين عزم المزدوجة $F' \times L$ بحساب عزمي قوتيهـــا

حول نقطة O مثلاً مع ملاحظة أن عزم المزدوجة ثابت في الفـــــراغ

ويعتمد على قوة المزدوجة وذراعها فقط .

اذا فرضنا δA سطحاً لامتناهياً في الصغر من سطـــح

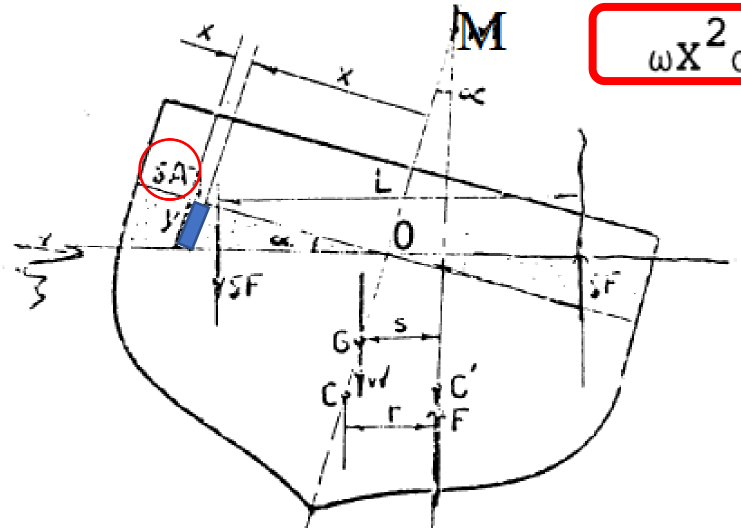
الطفو فان :
$$\boxed{\delta A . Y = X \alpha \delta A}$$

هو حجم لامتناه في الصغر طفا من طرف وغطس من الطرف المقابـــل

نتيجة للانحراف الزاوي الصغير α على أن تقدر الزاوية α بالراديان

نظر الشكل (٢ – ٣٤) وزن السائل في هذا الحجم هو : $\boxed{\omega X \alpha \delta A}$

وعزم هذا الوزن (كقوة) حول النقطة O هو: $\boxed{\omega X^2 \alpha \delta A}$



الطفو – تعيين ما وراء المركز حسابياً

تكامل هذا المقدار بالنسبة لكامل سطح الطفو A يعطي عزم المزدوجة

المطلوب :

$$F' \times L = \omega\alpha \int_A x^2\, dA$$

وبما أن :

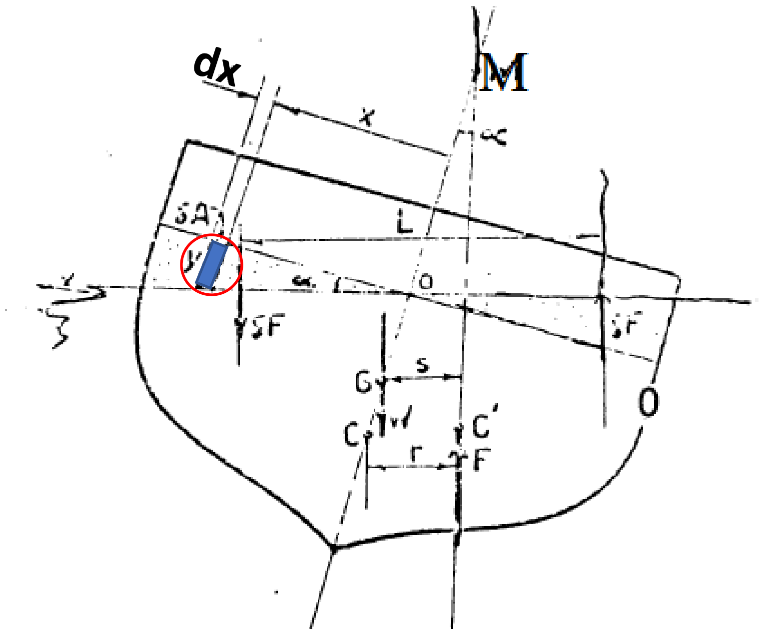
$$\int_A x^2\, dA = I$$

حيث I هو عزم عطالة سطح الطفو حول المحور الطولي 0 – 0

لذلك يكون :

$$\omega\alpha I = Wr = \omega V r$$

حيث V الحجم الغاطس .



من ناحية أخرى بما أن α بالفرض صغيرة لذلك فان:

$$\overline{CM}\sin\alpha = \overline{CM}\,\alpha = r$$

$$\overline{CM} = \frac{I}{V}$$

وارتفاع ماوراء المركز:

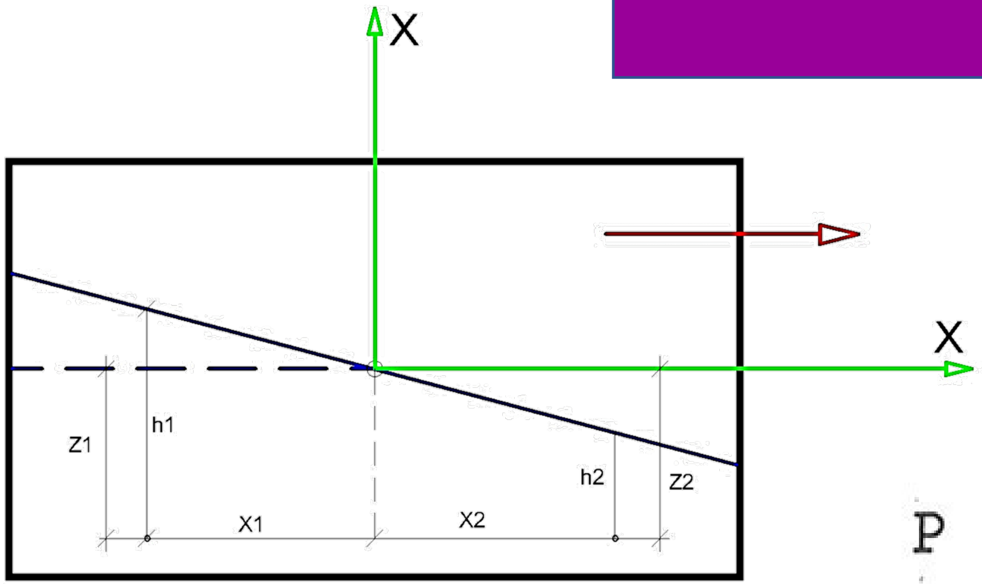
$$\overline{GM} = \overline{CM} - \overline{CG} = \frac{I}{V} - \overline{CG}$$

الطفو – تعيين ما وراء المركز حسابياً

اذا كانت اشارة $\overline{GM}$ موجبة فان M تقع أعلى G والتوازن مستقـــر.

واذا كانت اشارة $\overline{GM}$ سالبة فالتوازن قلق ، وعندما تقع M علــــى G فالتوازن حيادي وهي حالة حدية بين حالتي التوازن المستقــــر والقلـــــــق .

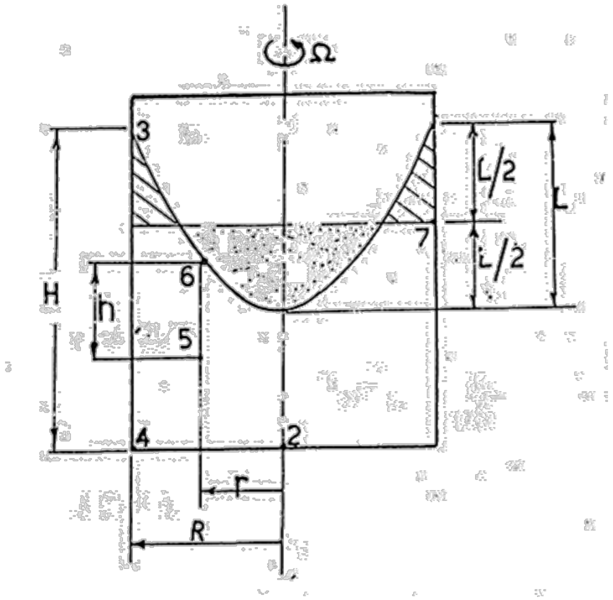
ملخص المحاضرة



توازن الكتلة السائلة في حالة السكون النسبي:

1- متسارعة بانتظام:

$$P = P_o - \omega \frac{a_x}{g} x - \omega \left(1 + \frac{a_z}{g}\right) z$$



2- حركة دورانية حول محور:

$$y = \frac{\Omega^2 r^2}{2.g}$$

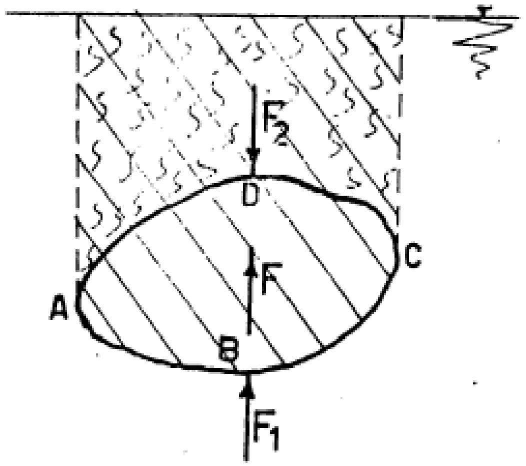
الطفو – توازن الأجسام الغاطسة

توازن الكتلة السائلة في حالة السكون النسبي:

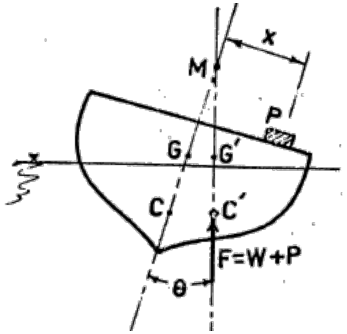
1- دافعة أرخميدس:

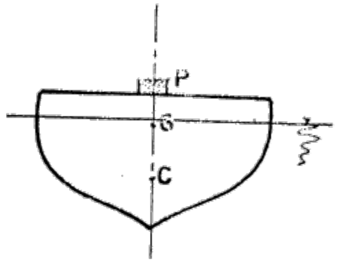
$$F = \omega_f \cdot V$$

$$W = \omega_b \cdot V$$



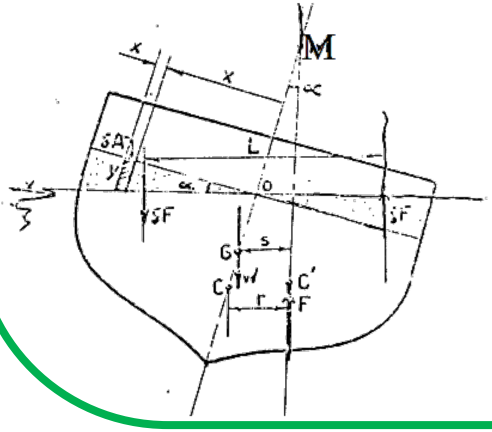
2- توازن الأجسام الطافية (تعيين نقطة ما وراء المركز – الميتاسنتر-





$$\overline{GM} = \frac{P.X}{W \tan \theta}$$

$$\overline{GM} = \overline{CM} - \overline{CG} = \frac{I}{V} - \overline{CG}$$



نهاية المحاضرة