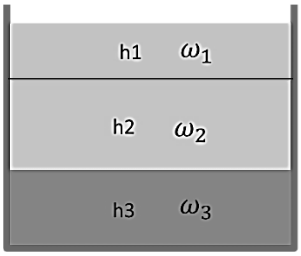
مسألة 1

لدينا خزان يحتوي على ثلاثة محاليل مختلفة الكثافة. ارسم مخطط الضغط المطبق على جدران الخزان وعلى قعره. ضمن المعطيات التالية:



$$h_1 = 0.8\,m, \qquad \omega_1 = 7600\ N/m^3$$
$$h_2 = 1.8\,m, \qquad \omega_2 = 9810\ N/m^3$$
$$h_3 = 1.2\,m, \qquad \omega_3 = 12300\ N/m^3$$

(بفرض $g = 9.81\ m/s^2$)

الحل

الضغط عند السطح الفاصل بين السائل 1 والسائل 2 (على عمق h_1 من السطح الحر:

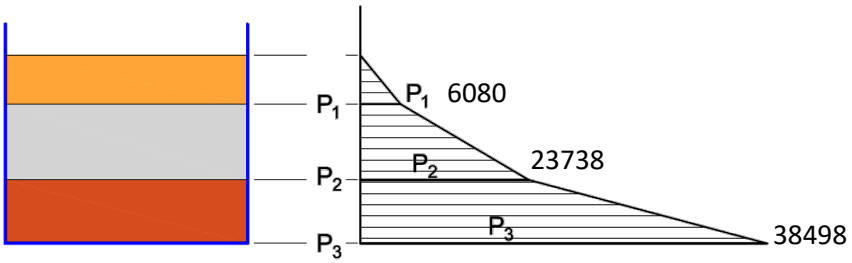
$P1 = 0.8 \times 7600 = 6080\ N/m^2$

الضغط عند السطح الفاصل بين السائل 2 والسائل 3 (على عمق $h_1 + h_2$ من السطح الحر:

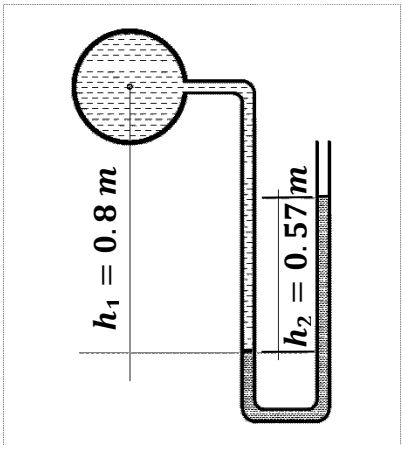
$P2 = P1 + (1.8 \times 9810) = 23738\ N/m^2$

الضغط عند السطح الفاصل بين السائل 3 وقعر الخزان (على عمق $h_1 + h_2 + h_3$ من السطح الحر:

$P3 = P1 + P2 + (1.2 \times 12300) = 38498\ N/m^2$



مسألة 2

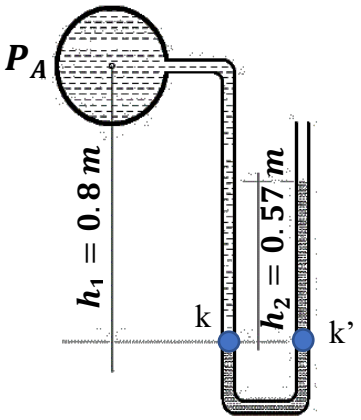


احسب الضغط المطلق المطبق في النقطة A محور الأنبوب إذا علمت أن السائل في الأنبوب هو الماء والسائل في المانومتر هو الزئبق.ا

الوزن النوعي للماء $\omega_w = 9810\ N/m^3$

الوزن النوعي للزئبق (في المانومتر) $\omega_{hg} = 133700\ N/m^3$

ارتفاع السائل ضمن المانومتر $\boldsymbol{h_2 = 0.57\ m}$



المطلوب حساب الضغط المطلق وبالتالي يجب الانطلاق من الضغط المطبق على السطح الحر للزئبق في المانومتر هو الضغط الجوي

$$P_{at} = 101300\ N/m^2 = 101300\ pascal$$

نأخذ النقطتين k & k' الواقعتين على مستوي أفقي واحد على طرفي المانومتر.

$$P_k = P_{k'}$$

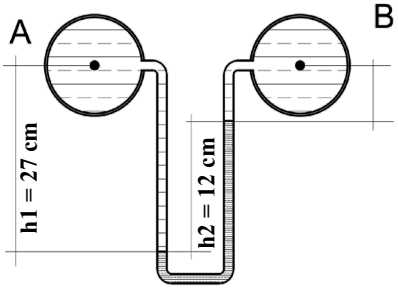
$$P_k = P_{k'} = P_{at} + \omega_{hg} \times 0.57 = 101300 + 133700 \times 0.57$$

$$P_k = P_{k'} = 177509\ N/m^2$$

$$P_k = P_A + \omega_w \times 0.8 = 177509\ N/m^2$$

$$P_A = P_k - 9810 \times 0.8 = 177509 - 7848 = 169661\ N/m^2$$

مسألة 3



احسب الضغط المانومتري المطبق في النقطة A محور الأنبوب إذا علمت أن:

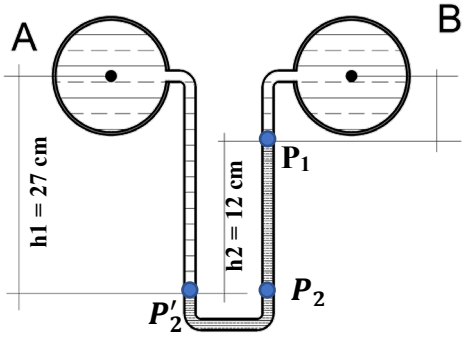
الضغط المانومتري المسجل في الأنبوب B هو $p_B = 5600\ N/m^2$

السائل في كلا الأنبوبين A & B هو الماء والسائل في المانومتر هو الزئبق.

محوري الأنبوبين يقعان على مستوي واحد.

الوزن النوعي للماء $\omega_w = 9810\ N/m^3$

الوزن النوعي للزئبق (في المانومتر) $\omega_{hg} = 133700\ N/m^3$



الحل:

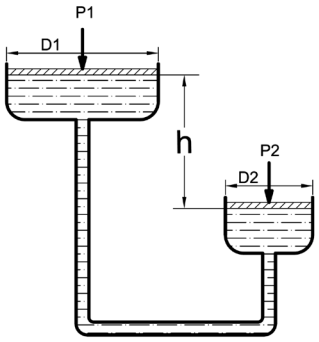
نوجد الضغط في النقاط $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_2' \rightarrow P_A$ بشكل متتالي

$$P_1 = P_B + \omega_w \times (h_1 - h_2) = 5600 + 9810 \times 0.15$$
$$= 7071.5\ N/m^2$$

$$P_2 = P_1 + \omega_{hg} \times h_2 = 7071.5 + 133700 \times 0.12$$
$$= 23114.5\ N/m^2$$

$$P_2' = P_2 = 23114.5\ N/m^2$$

$$P_A = P_2' - \omega_w \times h_1 = 23114.5 - 9810 \times 0.27 = 20645.8\ N/m^2$$



مسألة 4

لدينا المكبس الهيدروليكي المبين في الشكل. الأسطوانة الكبيرة قطرها D1 = 400 mm
الأسطوانة الصغيرة قطرها D2 = 60 mm، وتؤثر عليها قوة ضغط كلية P2 = 245 N
المائع المستخدم في المكبس هو الماء.
ما هي قيمة القوة الكلية P1 الضاغطة على الأسطوانة الكبيرة بحيث نحافظ على فرق ارتفاع بين المستويين المائيين (سطحي الماء) في الأسطوانتين بمقدار h = 1.6 m ؟

الحل:

1- **إيجاد قيمة إجهاد الضغط على السطح 2**

$$p_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{245}{0.002826} = 86695\ N/m^2$$

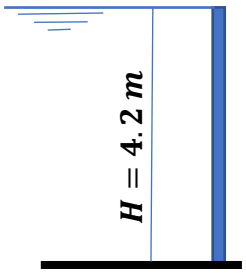
2- **إيجاد قيمة إجهاد الضغط على السطح 1**

$$p_1 = p_2 - (9810 \times 1.6) = 70999\ N/m^2$$

3- **إيجاد قيمة قوة الضغط الكلية على السطح 1**

$$P_2 = p_1 \times A_1 = 70999 \times 0.1256 = 8917\ N$$

مسألة 5



أوجد قوة الدفع الكلية المطبقة على البوابة الجانبية المبينة في الشكل وحدد نقطة تأثير هذه القوة إذا علمت أن عرض البوابة b=3.0 m وارتفاعها H = 4.2 m
الوزن النوعي للماء $\omega_w = 9810\ N/m^3$

الحل

قوة الضغط على البوابة = الإجهاد الوسطي × مساحة البوابة
افجهاد الوسطي:

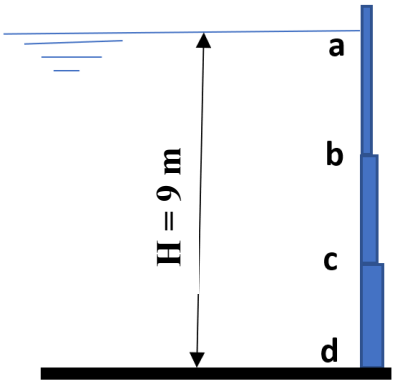
$$P_{mean} = \omega_w \times \frac{H}{2} = \ 20601\ N/m^2$$

قوة الضغط المؤثرة على البوابة:

$$F = \ 20601 \times 4.2 \times 3 = 259572.6\ N/m^2$$

نقطة تأثير القوة: بما أن البوابة شاقولية مقطعها مستطيل، ومخطط توزع اجهادات الضغط مثلث منتظم، بالتالي نقطة تطبيق القوة تقع على مسافة ثلث ارتفاع الماء من أي:

$$Y_c = \frac{H}{3} = 1.4\ m$$



مسألة 6

حوض مائي مغلق ببوابة رأسية مؤلفة من ثلاث عوارض مستوية وغير متساوية الارتفاع، متوضّعة فوق بعضها البعض. يحوي الحوض ماء بارتفاع H = 9 m المطلوب
احسب ارتفاع كل عارضة من العوارض الثلاث بحيث تكون القوة الكلية المطبقة على كلٍ منها متساوية (عرض البوابة 3متر)

(بفرض $g = 9.81\ m/s^2$)

الحل:

أولاً: نوجد القوة الكلية المطبقة على البوابة:

$$P = \omega_w \times \bar{\bar{H}} \times A = 9810 \times 4.5 \times (9 \times 3) = 1191915\ N = 1191.915\ KN$$

القوة المؤثرة على كل عارضة:

$$P_{(1)} = \frac{P}{3} = \frac{1191.915}{3} = 397.305\ KN$$

ارتفاع العارضة الأولى من الأعلى، باعتبار مخطط الضغوط المطبق على العارضة مثلث الشكل،

$$P_{(1)} = \omega_w \times \bar{\bar{H}} \times A = \omega_w \times \frac{\boldsymbol{h_{(1)}}}{\mathbf{2}} \times \left(\boldsymbol{h_{(1)}} \times \mathbf{3}\right) = \mathbf{9810} \times \mathbf{0.5} \times \mathbf{3} \times (\boldsymbol{h_{(1)}})^{\mathbf{2}}$$
$$= \mathbf{14715}\ (\boldsymbol{h_{(1)}})^{\mathbf{2}} = \mathbf{397305} \Rightarrow \boldsymbol{h_{(1)}} = \mathbf{5.2}\ \boldsymbol{m}$$

يمكن حساب ارتفاع العارضة الثانية بعدة طرق.

نعتبر العارضتين 1 و2 كعارضة واحدة تؤثر عليها القوة الإجمالية $\mathbf{397305 \times 2 = 794610}\ \boldsymbol{N}$ وباعتبار مخطط الضغوط مثلثي الشكل نحسب الطول الموافق والذي هو مجموع طولي العارضتين 1 و2

$$\boldsymbol{P_{(1,2)}} = \boldsymbol{\omega_w} \times \bar{\bar{\boldsymbol{H}}} \times \boldsymbol{A} = \boldsymbol{\omega_w} \times \frac{\boldsymbol{h_{(1,2)}}}{\mathbf{2}} \times \left(\boldsymbol{h_{(1,2)}} \times \mathbf{3}\right) = \mathbf{9810} \times \mathbf{0.5} \times \mathbf{3} \times (\boldsymbol{h_{(1,2)}})^{\mathbf{2}}$$
$$= \mathbf{14715}\ (\boldsymbol{h_{(1)}})^{\mathbf{2}} = \mathbf{794610} \Rightarrow \boldsymbol{h_{(1,2)}} = \mathbf{7.35}\ \boldsymbol{m}$$

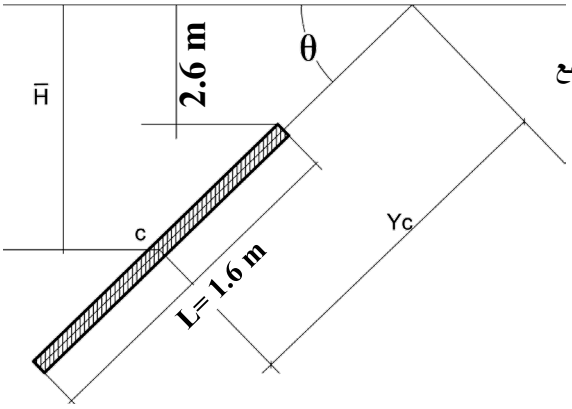
وبالتالي يكون ارتفاع العارضة الثانية

$$\boldsymbol{h_{(2)}} = \boldsymbol{h_{(1,2)}} - \boldsymbol{h_{(1)}} = \mathbf{7}.35 - 5.2 = 2.15\ \boldsymbol{m}$$

ارتفاع العارضة الثالثة:

$$\boldsymbol{h_{(3)}} = \mathbf{9} - \mathbf{7.35} = \mathbf{1.65}\ \boldsymbol{m}$$

مسألة 7



لدينا صفيحة مغمورة كليا في الماء. طولها L = 1.6 m وعرضها B = 1.2 m، يرتفع الماء عن حافتها العلوية بمقدار 2.6 متر. وتميل عن الأفق بزاوية $\theta = 60^{\circ}$
أوجد مقدار قوة الضغط الهيدروستاتيكي الإجمالية المؤثرة على الصفيحة وأوجد نقطة تأثير هذه القوة.

عزم عطالة الصفيحة حول المحور x هو $I_{xx.c} = \frac{B.L^3}{12}$

الحل:

1- **الارتفاع الوسطي**

$$\bar{h} = 2.6 + \frac{L}{2} \sin\theta = 3.29\ m$$

2- **قوة الضغط المؤثرة على الصفيحة**

$$F = \rho . g . \bar{h} . A = 9810 \times 3.29 \times (1.2 \times 1.6) = 61968\ N = 62\ KN$$

3- **نقطة تأثير القوة**

بما أن شكل الصفيحة متناظر (مستطيل) فإن $X_p = X_c = 0$

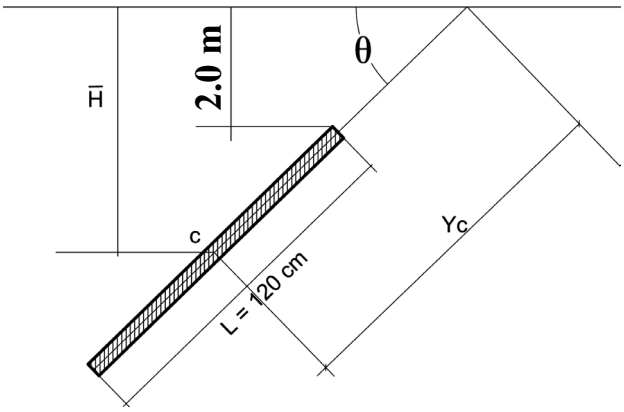
a. X_p

b. Y_p

$$I_{xx.c} = \frac{B.L^3}{12} = 0.41\ m^4$$

$$Y_p = \bar{Y} + \frac{I_{xx.c}}{A \times \bar{Y}} = 3.86\ m$$

مسألة 8



لدينا صفيحة مغمورة كليا في الماء. طولها L = 1.20 m وعرضها B = 0.9 m، يرتفع الماء عن حافتها العلوية بمقدار 2.0 متر. وتميل عن الأفق بزاوية $\theta = 60^{\circ}$
أوجد مقدار قوة الضغط الهيدروستاتيكي الإجمالية المؤثرة على الصفيحة وأوجد نقطة تأثير هذه القوة.

عزم عطالة الصفيحة حول المحور x هو $I_{xx.c} = \frac{B.L^3}{12}$

الحل:

قوة الضغط الستاتيكي الكلية المؤثرة على الصفيحة:

$$P = \omega_w \times \bar{\bar{H}} \times A = \omega_w \times Y_c (\sin 60) \times A = 9810 \times 2.91 \times (\sin 60) \times (1.2 \times 0.9) = 26700.3\ N$$

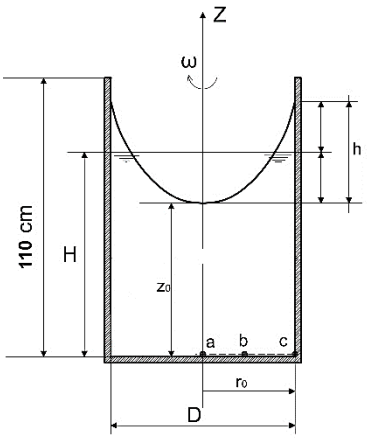
نوجد نقطة تاثير القوة: بما أن الصفيحة مستطيلة الشكل متناظرة يكون $X_p = 0$
ونوجد قيمة الإحداثي Y_p أو عمق مركز الدفع من العلاقة:

$$Y_p = Y_c + \frac{I_{xx,c}}{Y_c \times A}$$

$$I_{xx.c} = \frac{B.L^3}{12} = \frac{0.9 \times (1.2)^3}{12} = 0.13\ m^4$$

$$Y_p = Y_c + \frac{I_{xx,c}}{Y_c \times A} = 2.91 + \frac{0.13}{2.91 \times (1.2 \times 0.9)} = 2.95\ m$$

مسألة 9



لدينا الوعاء الاسطواني (قطره D = 80 cm) المبين جانباً حيث يبلغ ارتفاع الماء فيه (H = 80 cm) في حالة السكون. قمنا بتدوير الوعاء حول محوره بسرعة دوران Ω =70 r/min (دورة/دقيقة). ارتفاع جدران الوعاء الكلي 110 cm

الطلب الأول: أوجد الضغط المانومتري في النقاط a, b, c والتي تقع جميعها على قعر الوعاء وتقع على المسافات 0، 20، 40 سم (بالترتيب) بدءاً من محور الدوران.

الطلب الثاني: ما هي أكبر سرعة دوران ممكن إعطاؤها للوعاء بحيث لا تنسكب المياه من حوافه العلوية؟

الحل:

1- نستنتج فرق الارتفاع بين أخفض نقطة (في المركز) وأعلى نقطة (عند المحيط) من العلاقة:

$$h = L = \frac{\Omega^2 R^2}{2.g}$$

السرعة الزاوية مقاسة بـ rad/sec

$$\Omega = \frac{70 \times 2\pi}{60} = 7.33\ rad/sec$$

$$L = \frac{\Omega^2 R^2}{2.g} = \frac{(7.33)^2 \times (0.4)^2}{2\ \times 9.81} = 0.44\ m$$

وبالتالي تنخفض المياه في المركز بمقدار h/2 = 0.22 m في حين ترتفع في الأطراف (المحيط) بمقدار h/2 = 0.22 m

حساب الضغوط الستاتيكية عند النقاط a, b, c

الضغط عند النقطة a (مركز الوعاء) عند أخفض مستوى للماء:

ارتفاع عمود الماء فوق النقطة $h_a = 0.8 - 0.22 = 0.58\ m$

الضغط عند النقطة a

$$p_a = \omega.h_a = 9810\ \times 0.58 = 5689.8\ N/m^2$$

الضغط عند النقطة b (مركز الوعاء) عند أخفض مستوى للماء:

$$y = \frac{\Omega^2 r^2}{2.g} = \frac{(7.33)^2 \times (0.2)^2}{2\ \times 9.81} = 0.11\ m$$

ارتفاع عمود الماء فوق النقطة $h_a = 0.58 + 0.11 = 0.69\ m$

الضغط عند النقطة b

$$p_b = \omega.h_b = 9810\ \times 0.69 = 6768.9\ N/m^2$$

الضغط عند النقطة c (مركز الوعاء) عند أخفض مستوى للماء:

ارتفاع عمود الماء فوق النقطة $h_c = 0.8 + 0.22 = 1.02\ m$

الضغط عند النقطة c

$$p_c = \omega.h_c = 9810\ \times 1.02 = 10006.2\ N/m^2$$

2- الطلب الثاني:

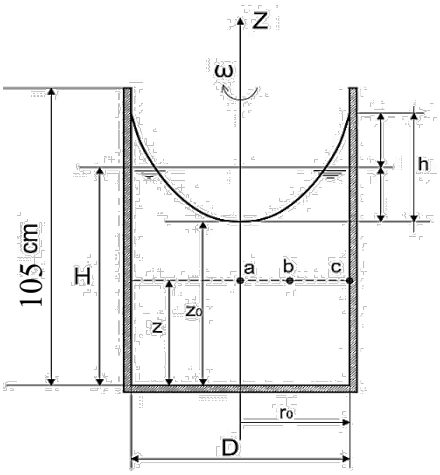
تنسكب المياه من الخزان عند تجاوز ارتفاع الماء للحافة الخارجية. وبالتالي عندما تكون قيمة h/2 = 1.1 – 0.8 = 0.30 m (الفرق بين ارتفاع الماء في الخزان في حالة السكون، وارتفاع الحافة الخارجية للخزان)

وبالتالي تكون قيمة $h = L = 0.3\ \times 2 = 0.6\ m$

$$L = 0.6 = \frac{\Omega^2 0.4^2}{2.g} \implies \Omega = \sqrt{\frac{L\ \times 2g}{(0.4)^2}} = 8.6\ rad/sec$$

$$\Omega = \frac{8.6\ \times 60}{2\pi} = 82\ r.p.m$$

مسألة 10



لدينا الوعاء الاسطواني (قطره D = 60 cm) المبين جانباً حيث يبلغ ارتفاع الماء فيه (H = 80 cm) في حالة السكون. قمنا بتدوير الوعاء حول محوره بسرعة دوران N = 70 r.p.m (دورة/دقيقة). ارتفاع جدران الوعاء الكلي 105 cm

- أوجد الضغط المانومتري في النقاط a, b, c والتي تقع جميعها على ارتفاع z=15 cm من قعر الوعاء وتقع على المسافات 0، 20، 30 سم (بالترتيب) من محور الدوران.

الحل:

يجب معرفة ارتفاع عمود الماء فوق كل نقطة:

نستنتج فرق الارتفاع بين أخفض نقطة (في المركز) وأعلى نقطة (عند المحيط) من العلاقة:

$$h = L = \frac{\Omega^2 R^2}{2.g}$$

السرعة الزاوية مقاسة بـ rad/sec

$$\Omega = \frac{70 \times 2\pi}{60} = 7.33\ rad/sec$$

$$L = \frac{\Omega^2 R^2}{2.g} = \frac{(7.33)^2 \times (0.3)^2}{2 \times 9.81} = 0.246\ m$$

وبالتالي تنخفض المياه في المركز بمقدار L/2 = 0.12 m في حين ترتفع في الأطراف (المحيط) بمقدار L/2 =0.12 m

ارتفاع الماء في مركز الوعاء عن القعر

$z_0 = 0.8 - 0.123 = 0.677\ cm = 0.68\ m$

حساب ارتفاع الماء فوق النقاط:

النقطة a

تقع على ارتفاع 15 سم من القعر

$$h_a = z_0 - z + y = 0.68 - 0.15 + 0 = 0.53\ m$$

$$p_a = \omega.h_a = 9810 \times 0.533 = 5199.3\ N/m^2$$

النقطة b

تقع على ارتفاع 15 سم من القعر في حين ارتفاع الماء فوق أخفض نقطة في المركز

$$y = \frac{\Omega^2 r^2}{2.g} = \frac{(7.33)^2 \times (0.2)^2}{2 \times 9.81} = 0.11\ m$$

ارتفاع الماء فوق النقطة b

$$h_b = 0.68 - 0.15 + 0.11 = 0.64\ m$$

الضغط المانومتري في النقطة b

$$p_b = \omega.h_b = 9810 \times 0.64 = 6278.4\ N/m^2$$

النقطة c

تقع على ارتفاع 15 سم من القعر في حين ارتفاع الماء فوق أخفض نقطة في المركز

$$y = \frac{\Omega^2 r^2}{2.g} = \frac{(7.33)^2 \times (0.3)^2}{2 \times 9.81} = 0.25\ m$$

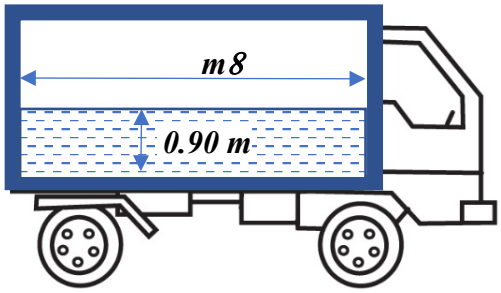
ارتفاع الماء فوق النقطة c

$$h_b = 0.68 - 0.15 + 0.25 = 0.78\ m$$

الضغط المانومتري في النقطة c

$$p_c = \omega.h_c = 9810 \times 0.78 = 7651.8\ N/m^2$$

مسألة 11



لدينا شاحنة مزودة بخزان معدني (صهريج) تنقل الماء. خزان الماء مستطيل كما هو مبين في الشكل طوله 8 m وارتفاعه 2.4 m

ارتفاع الماء في الخزان في حالة السكون 0.9 m

ابتدأت الشاحنة حركتها من السكون ووصلت سرعتها إلى 100 km/hour وذلك خلال 12 ثانية وذلك بشكل منتظم على طريق مستقيم. المطلوب:

1- ما هو فرق الارتفاع بين منسوبي الماء في بداية ونهاية الخزان؟

2- ما هو التسارع المناسب للسيارة كي لا ينسكب السائل من الخزان؟ [m/s^2]

الحل

1- حساب التسارع الأفقي ($a_z = 0$ باعتبار حركة السيارة على محور أفقي)

$$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{27.78\ [m/s]}{12\ [s]} = 2.31\ m/s^2$$

ارتفاع الماء فوق المستوى الابتدائي (حالة السكون):

$$z = \frac{-a_x}{a_z + g}.x = \frac{-2.31}{9.81} \times 4 = 0.94\ m$$

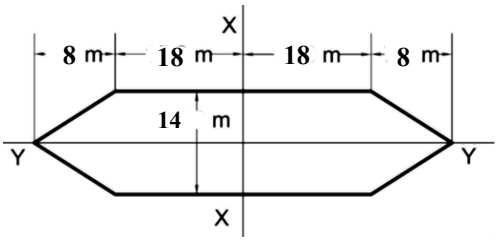
فرق ارتفاع الماء بين طرفي الخزان $0.94 \times 2 = 1.88\ m$

2- التسارع المناسب بحيث لا تنسكب المياه من الخزان: في هذه الحالة يسمح بوصول المياه إلى أقصى ارتفاع ممكن لها، وهذا يتحقق عندما يتحقق الشرطين المتلازمين: أن يكون ارتفاع الماء عن طرف الخزان هو ارتفاع الخزان 2.4 متر ومساحة المثلث المتشكل مساوية لمساحة مقطع الماء في حالة السكون 7.2 متر مربع

وبالتالي يكون الطول الأفقي الموافق لهذين الشرطين 6 متر. وبالتالي يصبح تطبيق العلاقة وفق التالي

$$2.4 = \frac{-a_x}{g}.6 \Longrightarrow a_x = \frac{2.4 \times g}{6} = 3.924\ m/s^2$$

مسألة 12



تزن سفينة 1000 ton ويمكن تقريب سطح طفوها بالشكل المبين جانباً. يقع مركز الدفع على عمق 2.4 m من السطح الحر للماء. ويقع مركز ثقلها على عمق 0.6 m من السطح الحر للماء.

أوجد:

1. ارتفاع ما وراء المركز GM في حالة دوران السفينة حول المحور yy
2. ارتفاع ما وراء المركز GM في حالة الدوران حول المحور x x

المسافة بين مركز الدفع ومركز ثقل السفينة

CG = 2.4 – 0.6 = 1.8 m

ارتفاع ما وراء المركز

$$\overline{GM} = \overline{CM} - \overline{CG} = \frac{I}{V} - \overline{CG}$$

نحسب حجم الجزء الغاطس من السفينة = حجم الماء المزاح

وزن السفينة = وزن الماء المزاح:

$$V = \frac{1000 \times 9810}{9810} = 1000\ m^3$$

عزم العطالة حول المحور yy

$$I_{yy} = \frac{36 \times 14^3}{12} + 2 \times \frac{8 \times 14^3}{36} = 8232 + 1220 = 9452\ m^4$$

$$GM = \frac{9452}{1000} - 1.8 = 7.652\ m$$

عزم العطالة حول المحور xx

$$I_{xx} = \frac{14 \times 36^3}{12} + 2 \times \frac{14 \times 8^3}{36} + 2 \times \left(\frac{8 \times 14}{2}\right) \times \left(18 + \frac{8}{3}\right) = 54432 + 398 + 2315 = 57145\ m^4$$

$$GM = \frac{57145}{1000} - 1.8 = 55.35\ m$$