جَـامعة
المَـنارة
MANARA UNIVERSITY

محاضرة رقم
3
الفصل الاول
للعام
2025-2024

كلية الصيدلة

مقرر الإحصاء الحيوي

Biostatistics

الأستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب

Frequency Distributions and Graphs

طرق عرض البيانات الاحصائية

إنَّ البيانات التي نحصل عليها قد تكون على أشكال مختلفة، فمنها على شكل قيم عددية مُفْردة، وبعضها الآخر قد يَعْرِض تَغيُّرَ ظاهرةٍ ما مع مرور الزمن أو مع مسمَّيات كـالبلدان، أو المدن، أو مع كليهما معاً، وبعضها الآخر قد يكون مجمَّعاً في جداول. لذلك سنبحث في تنظيم البيانات وفق اتجاهين:

الأول: يهتمّ بتنظيم البيانات المُفْرَدة التي تنتج مباشرة عن الدراسة الإحصائية (كميَّةً كانت أم نوعيّة) في جداول تُدعى الجداول التكرارية، ومن ثمَّ تمثيل هذه البيانات في عروض بيانية مناسبة.

الثاني: يهتمّ بتجميع البيانات المُفْرَدة الكميَّةً فقط في جداول من نوع خاص تُدعى جداول التوزيع التكرارية، حيث يُقال عن البيانات المقدَّمة بهذه الجداول إنَّها بيانات مجمَّعة (أو مبوَّبة، أو مجدولة)، ومن ثمَّ تمثيل بيانات هذه الجداول في عروض بيانية مناسبة.

وصولاً إلى الهدف المنشود ولذلك يجب ترتيبها أو تبويبها في مجالات بأسلوب معين يضمن معه المحافظة على البيانات دون حذف مخل بجوهرها

وفيما يلي أهم أنواع التبويب:

1- التبويب حسب مؤشر نوعي واحد: مثال تبويب السكان بحسب المهن أو الحالة التعليمية.

2- التبويب حسب مؤشر كمي واحد : مثال تبويب الطلاب بحسب معدلات النجاح أو بحسب الأطوال أو الأوزان.

3- التبويب حسب مؤشرين كميين: مثال توزع الطلاب في كلية بحسب الطول والوزن.

4- التبويب حسب مؤشرين نوعيين مثال توزع الطلاب حسب لون العيون والشعر.

5- التبويب حسب مؤشرين واحد كمي والآخر نوعي مثال توزع الطلاب حسب الطول والجنس.

6- التبويب التحليلي: وهو تبويب كمي يطبق على أحد مؤشرين مرتّبطين يمثل أحدهما المؤشر المتحول والآخر المؤشر التابع ويستخدم هذا النوع من التبويب ولإظهار العلاقات الإرتباطية بين المؤشرين

7- التبويب الجغرافي وهو عبارة عن تبويب أو ترتيب البيانات الإحصائية حسب مكان حدوثها أو المتعلّقة بموقع مكاني جغرافي محدّد خلال فترة زمنية معينة.

8- التبويب الأبجدي عبارة عن ترتيب وتبويب البيانات الإحصائية المتعلّقة بظاهرة ما حسب الأحرف الأبجدية

البيانات الخام :

لدى تنفيذ دراسة إحصائية معيّنة حول ظاهرة ما وجمع البيانات حول هذه الظاهرة تنتج لدينا بيانات مُفْرَدة تُدعى بيانات خام.

إذا كان عدد البيانات صغيراً فإنَّه يمكن التعامل مع هذه البيانات بشكل مباشر (مع كل قيمة على انفراد) لدراستها، وأمّا إذا كان عدد البيانات كبيراً نسبياً، فإنَّه قد يكون من الصعب التعامل معها بشكل مباشر، ولذلك لا بدَّ من تقديم طرائق تسهل التعامل مع هذه البيانات كي يتمّ الاستفادة منها بأقصى

طرق العرض الجدولي للبيانات الاحصائية

الجدول الإحصائي عبارة عن ترتيب منظم للبيانات الإحصائية في صورة صفوف وأعمدة بقصد إبراز أهمية تلك البيانات ولتسهيل المقارنة فيما بينها كهذا يعدّ إعداد الجدول الإحصائي من أهم مراحل تحليل البيانات الإحصائية لأنه مرتّبط ارتباطاً وثيقاً بطبيعة البيانات –الهدف المنشود- طبيعة الظاهرة –والتقنيات المستخدمة في التحليل الرياضي.

المتغير X_i	التكرار المطلق n_i
x_1	n_1
x_2	n_2
.	.
.	.
.	.
x_k	n_k
المجموع $\sum$	$N = \sum n_i$

في حالة متغير كيفي نضع في هذه الخانات صفة المتغير.
في حالة متغير كمي منفصل نكتب قيم المتغير ويجب أن ترتب تصاعديا أو تنازليا.
في حالة متغير كمي متصل تكتب قيم المتغير على

نضع في هذه الخانات عدد المفردات المقابلة لكل صفة أو قيمة أو فئة للمتغير الإحصائي

أنواع الجداول الإحصائية:

1- **الجداول الإحصائية العامة:**

وتشمل تلك الجداول التي تكتفي برصد البيانات فيها فقط دون الرغبة بتحليلها وتعدّ مرجعاً سهلاً للباحثين مثال ذلك المجموعات الإحصائية الرسمية أو المجموعات الإحصائية الخاصة (جداول التعداد جداول المواليد والوفيات والتقارير الإحصائية تقارير منظمة الصحة العالمية- نقابة الصيادلة شركات تصنيع الادوية

2-**الجداول الإحصائية الخاصة:**

وتشمل الجداول التي يشكلها الباحث، انطلاقاً من الجداول العامة السابقة الذكر بقصد إجراء بحث معين يبرز أهمية ظاهرة معينة في صورة مبسطة

3- **الجداول البسيطة:** وهي عبارة عن جداول تستخدم الترتيب أو التبويب لظاهرة معينة واحدة زماناً أو مكانا

جدول1 :توزع الطلاب في جامعة ما حسب الزمة الدموية خلال فترة زمنية معينة:

الزمرة الدموية	عدد الطلاب
O+	650
B	280
A	190
A-	175

- **الجداول المزدوجة:** عبارة عن جداول بسيطة تستخدم الترتيب أو تبويب البيانات لظاهرة معينة والتي يمكن تقسيمها إلى مجموعتين أو جزأين مع الزمان أو المكان.

جدول 2 : توزع الطلاب الجامعة حسب الكليات والجنس مع الزمن:

الأعوام	كليات الصيدلة		كليات الطب البشري	
النوع	ذكور	إناث	ذكور	إناث
2021-2020	250	200	1020	580
2023-2022	400	300	1200	720
2024-2023	600	400	1300	850

5- **الجداول المركبة** :عبارة عن جداول تستخدم لتبويب البيانات أو لتبويب مؤشر كمي واحد أو أكثر متفرع إلى مؤشرات جزئية أخرى

جدول3 : يبين عدد الطلاب في الجامعات السورية فرضي

عدد الطلاب / ألف طالب						
الجامعات	مستجدون		طلاب قد		متخرجون	
	ذكور	إناث	ذكور	إناث	ذكور	إناث
دمشق	8115	8657	48853	43136	4584	4041
حلب	6573	4735	31138	178876	2765	1587
تشرين	3641	4737	14267	20581	1410	2014

6.-**الجداول التفضيلية**: عبارة عن جداول ترتب فيها المتغيّرات المدروسة وتعطى ترتيباً معيناً أو يقوم الباحث بإعطاء ترتيب معين.

جدول 4 : ذلك تفضيل مجموعة من الكلية لأقسام كلية الاقتصاد كما يلي:

الأقسام / الطلاب	صيدلة	طب بشري	طب اسان	ادارة مشافي	تمريض
AA	1	2	3	4	5
BA	5	2	4	3	1
CC	4	5	1	4	2

(مثال فرضي)

7-**جداول التشابه**: عبارة عن جداول ترتب فيها الموضوعات أو المتغيّرات حسب درجة قرابتها أو تشابهها مع بعضها البعض والتي تتراوح قيمتها بين الصفر والواحد. كما في المثال الآتي:

مثال جدول يبين التشابة بين فعالية بعض الادوية من شركتين (فرضي)

الشركة M_1 / الشركة M_2	A	B	C	D	E
A	0.3	0.7	0.8	0.1	0.9
B	0.1	0.9	0.2	0.4	0.6
C	0.2	0.4	0.8	0.6	0.7
D	0.6	0.8	0.3	0.9	0.2
E	0.4	0.5	0.7	0.5	0.6

3- الشروط الواجب توفرها في الجدول الإحصائي:

1. رقم الجدول: يوضع لكل جدول رقم معين ويتم ترقيم الجداول إما بشكل.
2. عنوان الجدول: يجب أن تكون لكل جدول عنوان كامل ومختصر يفسر محتوياته
3. -عناوين الخانات: يجب أن تكون الخانات مرتّبة ومختصرة سواء للخانات الرأسية أو الأفقية
4. - خانة المجموع: يجب أن يتضمن الجدول خانة للمجموع الأفقي أو العمودي وللمجموع الإجمالي.
5. - الوحدات المستعملة يفضل تحديد الوحدات المستعملة في البيانات وتكتب عادة تحت عنوان الخانة
6. - مصدر البيانات إن تحديد مصدر البيانات أمر ضروري جداً يحدّد مدى الوثوق فيها
7. المذكرات التفسيرية توضع هذه المذكرات عادة تحت الجدول مباشرة وفوق المصدر على أن توضع برموز أو بحروف، وليس بأرقام منعاً للالتباس
8. ترتيب البيانات: يساعد ترتيب البيانات على سهولة فهم وتحليل بيانات الجدول وإمكانية المقارنة فيما بينها
9. البساطة يجب أن يتصف الجدول الإحصائي بالبساطة ويجب أن يكون الجدول الإحصائي مغلقاً
10. يفضل أن يكتب وترتب الجداول بنمط واحد في جميع أجزاء التقرير
11. تفضل الجداول الإحصائية المربعة الشكل قدر الإمكان.

طرق عرض البيانات الإحصائية النوعية:

1- عرض البيانات النوعية (الاسمية):

إن البيانات النوعية (données qualitives) والتي تشتمل على متغيّر واحد من المستوى الاسمي، يمكن تبويبها بسهولة ويسر، نظراً لأنها تكون مصنفة في أقسام متمايزة أثناء عملية جمعها

جدول (2) : تكرارات مجموعة من الأفراد بحسب متغيّر الحالة الاجتماعية

الحالة الاجتماعية	التكرارات
أعزب	30
متزوج	52
مطلق	7
أرمل	11
مجموع	100

إذا رغب الباحث المقارنة بين توزيعي مجموعتين مختلفتين في العدد الكلي لأفرادهما بالنسبة لمتغيّر اسمي معين، فعندئذ لا تجوز المقارنة باستخدام التكرارات وإنما ينبغي إيجاد النسب المئوية لتكرارات الأقسام لكل من المجموعتين ويحسب التكرار النسبي المئوي كما يلي:

$$\text{Relative Frequency of a class} = \frac{\text{Frequency of that class}}{\text{Total number of observations}}$$

$$\text{Percent Frequency of a class} = (\text{Relative Frequency}) \times 100\%$$

$$f\ \% = \frac{fi}{\sum f} * 100 = n\% = \frac{ni}{\sum n} * 100$$

مثال : جدول يبين تقديرات 60 طالب في الاحصاء 1

عدد مرات الإصابة	التعداد	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
0	𝍸 |||	8	$8/40 = 0.20$	$0.20\times100 = 20\ \%$
1	𝍸 𝍸 𝍸 |||	18	$18/40 = 0.45$	$0.45\times100 = 45\ \%$
2	𝍸 𝍸 ||	12	$12/40 = 0.30$	$0.30\times100 = 30\ \%$
3	||	2	$2/40 = 0.05$	$0.05\times100 = 5\ \%$
Total		**40**	**1**	**100 %**

نفترض لدينا مجموعتين من الأفراد إحداهما تشتمل على 100 فرد والأخرى تشتمل على 200 فرد وإذا أدرنا المقارنة بين تكرارات أقسام متغيّر الحالة الاجتماعية لكل من المجموعتين لا بد من حساب التكرارات النسبية المئوية

جدول 2: توزيع التكرارات المطلقة والعينة لبيانات نوعية

الحالة الاجتماعية	العيّنة الأولى N1=100		العيّنة الثانية N2=200	
	التكرار المطلق	التكرار النسبي %	التكرار المطلق	التكرار النسبي%
أعزب	30	30	72	36
متزوج	55	55	96	48
مطلق	4	4	24	12
أرمل	11	11	8	4
المجموع	100	%100	200	%100

ملاحظات :

١- إنَّ مجموع التكرارات النسبيّة يجب أن يساوي الواحد تماماً، ولكن عند تنفيذ بعض الحسابات نضطر إلى إجراء عمليّة تدوير للأرقام، وفي هذه الحالة قد لا نحصل على مجموعٍ يساوي الواحد تماماً، فيكون المجموع أكبر أو أصغر من الواحد بقليل.

٢- إنَّ مجموع التّكرارات المئويّة يجب أن يساوي المئة تماماً، ولكن إذا ما حصلت عمليّة تدوير للأرقام فإنَّ مجموع التكرارات المئوية قد لا يساوي المئة تماماً، فيكون لدينا مجموع أكبر أو أصغر من المئة بقليل.

٣- بعد الانتهاء من صبِّ البيانات يمكن الاستغناء عن عمود التعداد لأنَّ عمود التكرار يؤدي الغاية نفسها، وأمَّا في حال تقديم البيانات مجمَّعة في جدول تكراري فإنَّه (وفي معظم الحالات) لا يدرج عمود التعداد معه بسبب عدم وجود مبرر لظهوره، وبذلك يتبقى لدينا جدول بأربعة أعمدة فقط.

2- عرض البيانات الرتيبة:

يختلف هذا النوع من البيانات data ordinals عن البيانات النوعية أو التصنيفية، في أن هذه البيانات تراعي الترتيب أي تكون مرتّبة إما تصاعدياً أو تنازلياً من حيث درجة الخاصية أو المتغيّر الزمني المراد دراسته

مثال : نفترض أننا طلبنا من 400 طالب من طلاب كلية الصيدلة السنة الأولى تحديد مدى الاهتمام بالالتحاق بقسم المحاسبة، فإنه يمكن تنظيم التكرارات

جدول3: توزيع التكرارات العادية والنسبية المئوية لمجموعة من الطلاب وفق المتغيّر الترتيبي

مدى الاهتمام بالالتحاق بالقسم	التكرارات (ni)	التكرار النسبي %
سوف ألتحق بالتأكيد	200	%50
ربما ألتحق	131	32.75
ربما لا ألتحق	30	7.5
لن ألتحق قطعاً	39	9.75
المجموع	400	%100

ثانياً: الجدول التكراري النسبي والجدول التكراري المئوي للبيانات الوصفية:

نهتم كثيرًا بمعرفة التكرارات النسبية والتكرارات المئوية لكل فئة من فئات الجدول التكراري. فمعرفتنا بالتكرار النسبي للفئة أكثر فائدة من مجرد معرفة التكرار.

تعريف

نعرف التكرار النسبي والتكرار المئوي للفئة كما يلي:

أ- التكرار النسبي للفئة = تكرار الفئة ÷ عدد البيانات

= تكرار الفئة ÷ مجموع التكرارات

ب- التكرار المئوي للفترة = التكرار النسبي × 100%

مثال:

أوجد الجدول التكراري النسبي والجدول التكراري المئوي في مثال

الحل:

الفئة أو الصفة (التقدير)	التكرار (*f*)	التكرار النسبي= *f* /*n*	التكرار المئوي= (*f* /*n*) * 100%
A	6	6/60 = 0.100	10.0%
B	8	8/60 = 0.133	13.3%
C	16	16/60 = 0.267	26.7%
D	22	22/60 = 0.367	36.7%
E	8	8/60 = 0.133	13.3%
المجموع	***n* = 60**	**1.000**	**100%**

ملاحظة:

ينبغي ملاحظة ما يلي في الجداول التكرارية:

أ- مجموع التكرارات = عدد البيانات = n

ب- مجموع التكرارات النسبية = 1.00

مجموع التكرارات المئوية = **100%**

المتغير (اللون) x	العلامات	التكرار f	التكرار النسبي $\bar{f}$	التكرار النسبي $\bar{f}$ (كنسبة مئوية)
أحمر	||| |||	6	6/20 = 0.30	(6/20) x 100 = 30%
أزرق	||||	4	4/20 = 0.20	(4/20) x 100 = 20%
بنفسجي	|||	3	3/20 = 0.15	(3/20) x 100 = 15%
أبيض	||||	4	4/20 = 0.20	(4/20) x 100 = 20%
أخضر	|||	3	3/20 = 0.15	(3/20) x 100 = 15%
		$\sum f = 20$	$\sum \bar{f} = 1$	$\sum \bar{f} = 100\%$

التوزيعات التكرارية غير المبوبة

Ungrouped Data

التوزيع التكراري:

هو وسيلة لتنظيم وتجميع الدرجات أو القياسات أو البيانات بشكل منظم في مجموعات، ومن شأن هذا التنظيم أو التجميع تلخيص بيانات التوزيع في عدد محدود من هذه المجموعات لتسهيل معالجتها رياضياً. ولإنشاء جدول التوزيع التكراري غير المبوب ترتب الدرجات ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً ويسجل عدد مرات تكرار كل درجة منها.

مثال : التوزيع التكراري لدرجات مجموعة طالباً في الاختبار العملي الدرجة من 10

الطريقة (A)		الطريقة (B)	
الدرجة x	التكرارات n	الدرجة x	التكرارات n
5	1	4	1
6	1	8	2
7	4	9	2
8	1	10	1
9	4	11	4
10	3	12	4
المجموع			

- عرض البيانات عن طريق الجداول

التوزيع (الجدول) التكراري

التكرار f	العلامات	الدرجة x
2	||	92
2	||	93
3	|||	94
6	𝍸 |	95
1	|	96
1	|	97
1	|	98
3	|||	99
1	|	100
$\sum f = 20$	مجموع التكرارات (الطلاب)	

التوزيع (الجدول) التكراري النسبي

التكرار f	التكرار النسبي $\bar{f}$ $(f / \sum f =)$	الدرجة x
2	2/20 = 0.1 or 0.1 x 100 = 10%	92
2	2/20 = 0.1 or 0.1 x 100 = 10%	93
3	3/20 = 0.15 or 0.15 x 100 = 15%	94
6	6/20 = 0.3 or 0.3 x 100 = 30%	95
1	1/20 = 0.05 or 0.05 x 100 = 5%	96
1	1/20 = 0.05 or 0.05 x 100 = 5%	97
1	1/20 = 0.05 or 0.05 x 100 = 5%	98
3	3/20 = 0.15 or 0.15 x 100 = 15%	99
1	1/20 = 0.05 or 0.05 x 100 = 5%	100
$\sum f = 20$	$\sum \bar{f} = 1$ or $\sum \bar{f} = 100\%$	

جداول التوزيع التكراري لبيانات مبوّبة:

Grouped data

التبويب : عبارة عن مجموعات من المتغيّرات المتجانسة التي تتميز بحد أدنى وحد أعلى لمدى هذا التجانس أما التكرارات فهي عدد المفردات التي تندرج تحت فئة معينة من هذه الفئات

ـ خطوات إعداد جدول التوزيع التكراري:

1- ترتيب البيانات ترتيباً منتظماً تصاعدياً أو تنازلياً.

2- حساب المدى الكلي : وهو الفرق بين أكبروأصغرقيمة في قيم التوزيع أي:

المدى الكلي = أكبرقيمة – أصغرقيمة

R= X max – X mini

$$R = Lu - Ls + 1$$

١-٣-١- تعريف (المدى Range)

لتكن لدينا x_1، x_2، ... و x_n بيانات مُعطاة، ولنرمز لأصغر وأكبر قيمة في هذه البيانات بـ x_s و x_ℓ على الترتيب. عندئذٍ يُعرَّف المدى لهذه البيانات (وسنرمز له بـ R) على أنَّه الفرق بين أكبر وأصغر قيمة في هذه البيانات. أي أنَّه لدينا:

$$\mathbf{R} = x_\ell - x_s \qquad [1\text{-}2]$$

ملاحظة: نظراً لأن هذا المدى قد لا يشمل كل المفردات لذلك يفضل إضافة 1+ المدى وذلك لضمان شمول هذا المدى الجديد لجميع المفردات.

3- حساب عدد المجالات (الفئات) ويتم عادة باستخدام إحدى المعادلتين التاليتين:

أ- معادلة سترجس وتعطى بالعلاقة التالية:

$$K=1+3.322 \log (n)$$

ولقد استخلص سترجس هذه القاعدة من التوزيع التكراري لتوزيع ذات الحدين ويعيبها أنها تعطي عدداً كبيراً من الأقسام حينما يكون عدد الأفراد قليلاً، وعدد قليلاً من الأقسام عندما يكون عدد الأفراد كبيراً لذلك فهي لا تعطي نتائج مرضية إذا كان عدد الأفراد أقل من /10/ أو أكبر من /1000/ فرد.

ب- معادلة يول وتعطى بالعلاقة التالية:

$$k = 2.5 * \sqrt[4]{n}$$

ولتسهيل الحسابات نأخذ لوغارتيم الطرفين للمعادلة السابقة على لوغاريتم عدد الأقسام وباستخدام الحاسبات الالكترونية نحصل على عدد الأقسام باعتماد التعليمة التالية: اضغط على مفتاح

Shift ← ثم مفتاح INV ← ثم لوغاريتم (log) فنحصل على عدد الفئات أو الأقسام.

مثال

احسب عدد الأقسام اللازمة لتبويب 150 قياساً باستخدام معادلة يول.

الحل :

$$k=2.5\sqrt[4]{150}$$

$$\log k = \log 2.5 + 0.25 * \log n$$

$$0.3979 \frac{1}{4} + (2.17609125)=0.9419228$$

ومنه حساب Intilog (0.9419228) = 8.75 ≈ 9 أقسام.

4- حساب مدى القسم الواحد ويحسب بالعلاقة التالية:

١-٣-٢- تعريف (الفئة Class)

الفئة من أجل بيانات مُعطاة هي فترة من مجموعة الأعداد الحقيقية لها طول موجب تماماً وتحتوي على بعضٍ من البيانات المُعطاة، ويقال عن طرفها الأيسر إنَّه الحد الأدنى للفئة في حين يُقال عن طرفها الأيمن إنَّه الحد الأعلى للفئة.

المدى الكلي R

طول الفئة = ----------=----------=---------- C

عدد الفئات K

ويمكن تحديد طول الفئة بحساب الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين عندما يكون الجدول منتظم (أي أطوال الفئات متساوية)أو الفرق بين الحدين الأدنى لفئتين متتاليتين أو الفرق بين الحدين الأعلى لفئتين متتاليتين.

٢- تعيين سعة وحدود الفئات في جدول التوزيع التكراري:

بفرض أنَّه لدينا بيانات عددها n ولها مدى $\mathbf{R}$ وبعدد فئات k، فعندئذٍ نحصل على سعة الفئة الفعليّة (وسنرمز لها بـ $\mathbf{C}$) باستخدام العلاقة الآتية:

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{R} + one\ measuring\ unit}{k} \qquad [1\text{-}4]$$

وننوّه هنا إلى أنَّ سعة الفئة النّاتجة عن الحساب السّابق يمكن تقريبها بالزّيادة قليلاً إلى قيمة أكبر بحيث تسمح لنا القيمة الجديدة للسعة بصبّ أسهل للبيانات أو تنسيق أفضل للفئات، ولكن يجب عدم المبالغة في زيادة السعة للفئات، وذلك لأنَّ الزيادة المبالغ فيها قد تؤدي إلى توليد فئات تصبح معها الفئات الأخيرة خارج نطاق البيانات.

5- تحديد مركز الفئة : ويعطى بالصيغة التالية:

$$\text{Class Midpoint} = \frac{\text{Upper limit} + \text{Lower limit}}{2}$$

٤- تعيين مراكز الفئات Class Centers:

إنَّ مركز الفئة يساوي نصف مجموع حدّيها الأعلى والأدنى (أية فئة كانت العمليّة أو الفعليّة)، ويُنظر إلى هذه القيمة (أي إلى مركز الفئة) على أنَّها الممثِّل لكل البيانات التي ستنتمي إلى هذه الفئة، ولذلك سوف نلاحظ أنَّ لهذه القيمة دوراً مهمّاً جداً لدى حساب القيم العددية المميِّزة للبيانات المجمّعة في جداول توزيع تكرارية.

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى + الحد الادنى}}{2}$$

❑ The **class midpoint** X_m is found by adding the lower and upper class limit (or boundary) and dividing by 2 .

$$X_m = \frac{lower\ ilmit + upper\ limit}{2}$$

Or

$$X_m = \frac{lower\ boundary + upper\ boundary}{2}$$

For example : $\frac{24+30}{2} = 27$, $\frac{23.5 + 30.5}{2} = 27$

6- تعيين حدود الفئات:

وعموماً تقسم الفئات إلى نوعين هما:

أ- الفئات المتصلة (السيارة):

وهي الفئات التي يكون حدها الأعلى هو الحد الأدنى للفئة التي تليها .

25-20 وتصاغ من 20 إلى أقل من 25

30-25 وتصاغ 25 إلى اقل من 30

وفيها يكون الحد الأدنى للفئة المتصلة من ضمن الفئة على حين أن الحد الأعلى لا يكون من ضمنها.

أما طول الفئة = الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة

ويكون الحد الأعلى للفئة المتصلة هو الحد الأعلى الفعلي (الحقيقي) وكذلك الحد الأدنى الفعلي (الحقيقي) وهو ما يعرف عادة بالتبويب نصف المفتوح :

$[a-b[$

$[b-c[$

ب- الفئات المنفصلة (الوثابة):

وهي الفئات التي يكون الحد الأعلى لها لا يساوي الحد الأدنى للفئة التي تليها و إنما بينهما فاصل.

٣. قيم المتغير x هنا معطاة على صورة ٦ فترات أو ما يُسمى بـ **الفئات** حيث :

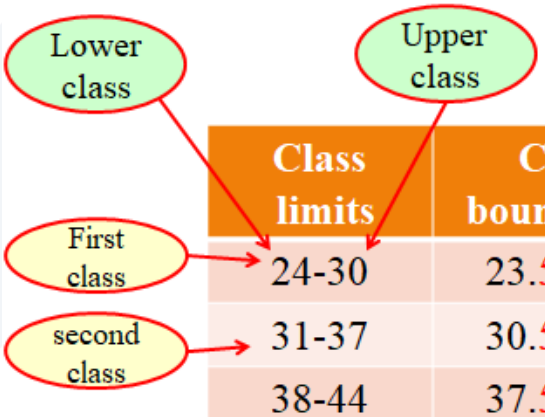
الفئة الأولى :	$0 \le x < 20$	يكون المتغير أكبر من أو يساوي 0 إلى ما قبل 20
الفئة الثانية :	$20 \le x < 30$	يكون المتغير أكبر من أو يساوي 20 إلى ما قبل 30
الفئة الثالثة :	$30 \le x < 35$	يكون المتغير أكبر من أو يساوي 30 إلى ما قبل 35
الفئة الرابعة :	$35 \le x < 40$	يكون المتغير أكبر من أو يساوي 35 إلى ما قبل 40
الفئة الخامسة :	$40 \le x < 50$	يكون المتغير أكبر من أو يساوي 40 إلى ما قبل 50
الفئة السادسة :	$50 \le x < 60$	يكون المتغير أكبر من أو يساوي 50 إلى ما قبل 60

الفئة	المتغير x (الطول)
الأولى	$0 \le x < 20$
الثانية	$20 \le x < 30$
الثالثة	$30 \le x < 35$
الرابعة	$35 \le x < 40$
الخامسة	$40 \le x < 50$
السادسة	$50 \le x < 60$

$x \geq 10$	$x > 10$	$x \leq 10$	$x < 10$	
x أكبر من أو تساوي 10	x أكبر من 10	x أقل من أو تساوي 10	x أقل من 10	القراءة
أي أن x تأخذ القيمة 10 وأيضاً تأخذ كل القيم الأكبر من 10	أي أن x لا تأخذ القيمة 10 ولكن تأخذ كل القيم الأكبر من 10	أي أن x تأخذ القيمة 10 وأيضاً تأخذ كل القيم الأصغر من 10	أي أن x لا تأخذ القيمة 10 ولكن تأخذ كل القيم الأصغر من 10	معناها

Grouped Frequency Distributions

- Class limits
- Lower class limit
- Upper class limit
- Class boundaries
- Upper class boundaries
- Lower class boundaries



Class limits	Class boundaries	Tally	Frequency
24-30	23.5-30.5	///	3
31-37	30.5-37.5	/	1
38-44	37.5-44.5	////	5
45-51	44.5-51.5	//// ////	9
52-58	51.5-58.5	//// /	6
59-65	58.5-65.5	/	1

ويحسب طول الفئة الوثابة = الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة +1

طول الفئة (المتصلة) = الحد الأعلى الفعلي – الحد الأدنى الفعلي.

كما يحسب الحد الحقيقي الأعلى أو الأدنى بالعلاقات التالية:

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = مركز تلك الفئة -0.5 (طول الفئة)

الحد الأعلى الحقيقي لأي فئة = مركز تلك الفئة + 0.5 (طول الفئة).

الحد الأعلى الفعلي (الحقيقي) لأي فئة وثابة = الحد الأعلى للفئة + 0.5

الحد الأدنى الفعلي (الحقيقي) لأي فئة وثابة = الحد الأدنى للفئة – 0.5

❑ **The class width** is found by subtracting the lower (or upper) class limit of one class from the lower (or upper) class limit of the next class .

➢Class width=lower of second class limit-lower of first class limit
➢Class width=upper of first class boundary -lower of first class boundary

For example:

Class limits	Class boundaries
24-30	23.5-30.5
31-37	30.5-37.5

class width (between 24-30 and 31-37)

class width (between 23.5-30.5 and 30.5-37.5)

class width : 31-24 = 7

الفئة	المتغير x (الطول)	طول الفئة c	مركز الفئة x_0
الأولى	$0 \leq x < 20$	20 – 0 = 20	(0 + 20) ÷ 2 = 10
الثانية	$20 \leq x < 30$	30 – 20 = 10	(20 + 30) ÷ 2 = 25
الثالثة	$30 \leq x < 35$	35 – 30 = 5	(30 + 35) ÷ 2 = 32.5
الرابعة	$35 \leq x < 40$	40 – 35 = 5	(35 + 40) ÷ 2 = 37.5
الخامسة	$40 \leq x < 50$	50 – 40 = 10	(40 + 50) ÷ 2 = 45
السادسة	$50 \leq x < 60$	60 – 50 = 10	(50 + 60) ÷ 2 = 55

وبشكل عام يفضل أن يكون الحد الأدنى للفئة الأولى أصغر أو يساوي لأصغر قيمة في التوزيع وفي حالة وجود بعض القياسات خارج حدود الفئات الأخيرة عموماً ينصح باعتماد تصحيح لمدى الفئات وذلك بإضافة ثابت (1) إلى مدى كل فئة ويعاد كتابة حدود الفئات

عموماً يتوقف تعين حدود الفئات على طبيعة الظاهرة والقياسات والصفة الإحصائية ومن أهم طرق تعين أو كتابة حدود الفئات.

- $[a-b]$ عبارة عن مجال مغلق تنتمي إليه جميع القيم الواقعة بين a, b كما يتقيم قيمتي a,b نفسيهما $a \le x \le b$

- $[b-c[$ عبارة عن مجال نصف مفتوح يحتوي على جميع القيم المساوية للحد الأدنى والقيم الواقعة بين a و b والتي هي أصغر من قيمة الحد الأعلى للفئة $a \le x < b$

- $]a,b[$ عبارة عن مجال مفتوح من حديه تنتمي إليه جميع القيم بين a,b فقط ودون قيمتي b,a نفسيهما أي a<x<b .

7- تفريغ البيانات لكل فئة . (التوزيع الشكلي للمفردات):

٥- تدوين التّعدادات للفئات Class Tallies:

لقد قمنا سابقاً بشرح تدوين التعدادات من أجل الجداول التكرارية، وهنا يستخدم ذلك الشرح بآليّة مماثلة، ولكن هنا يرسم خط من أجل كل قيمة بيان تنتمي إلى الفئة الفعليّة (وليس إلى الفئة العمليّة)، وأخيراً نشير إلى أنَّ هذا العمود يستخدم عندما يكون لدينا عمليّة صبّ لبيانات خام (بيانات كميّة) في جدول توزيع تكراري، وفيما عدا ذلك لا ضرورة لهذا العمود ضمن جدول التوزيع التكراري حيث يمكن حذفه (أو الاستغناء عنه).

٦- تعيين قيم التكرارات للفئات Frequencies of Classes:

لقد قمنا سابقاً بشرح تعيين قيم التكرارات للفئات من أجل الجداول التكرارية، ويستخدم ذلك الشرح من أجل جداول التوزيع التكرارية وفقاً للآلية نفسها.

٧- تعيين قيم التكرارات النسبيّة للفئات Relative Frequencies of Classes:

لقد قمنا سابقاً بشرح طريقة تعيين قيم التكرارات النسبيّة للفئات من أجل الجداول التكرارية، وتستخدم تلك الطريقة نفسها من أجل جداول التوزيع التكرارية أيضاً.

٨- تعيين قيم التكرارات المئوية للفئات Percentile Frequencies of Classes:

لقد قمنا سابقاً بشرح طريقة تعيين قيم التكرارات المئوية للفئات من أجل الجداول التكرارية، وتستخدم تلك الطريقة نفسها من أجل جداول التوزيع التكرارية أيضاً.

٩- تعيين قيم التكرارات المتجمّعة الصاعدة للفئات:

Ascending Cumulative Frequencies of Classes

العمود التالي والأخير من جدول التوزيع التكراري هو عمود التكرارات المتجمّعة الصاعدة، وتدوّن القيم في هذا العمود على النّحو الآتي:

مقابل الفئة الأولى يدوّن تكرار الفئة الأولى نفسه (ويُدعى التكرار المتجمّع الصاعد للفئة الأولى) لأنّه يمثّل كل التكرارات التي أقل من حدّها الأعلى. أمّا مقابل الفئة الثانية فيتمّ تدوين حاصل مجموع التكرارين للفئتين الأولى والثانية (ويُدعى التكرار المتجمّع الصاعد للفئة الثانية) وهو يمثّل كلّ التكرارات التي أقلّ من حدّها الأعلى. يدوّن مقابل الفئة الثّالثة حاصل مجموع التكرارات للفئات الأولى والثانية والثالثة (ويُدعى التكرار المتجمّع الصاعد للفئة الثالثة) وهو يمثّل كلّ التكرارات التي أقلّ من حدّها الأعلى، وهكذا دواليك حتى الانتهاء من جميع الفئات. إنّ القيم المدوّنة في هذا العمود تُدعى التكرارات المتجمّعة الصّاعدة.

ويتم ذلك بتحديد القيم الأصلية واحدة، واحدة في الفئة الخاصة أو المنتمية إليها المفردة ويتم تفريغ البيانات (المفردات) بطرق عدة منها:

- الحزم الخماسية: حيث يرمز لكل مفردة بشحطة 1 وكل أربع مفردات تحزم بمفردة خامسة وهكذا.

لتكن لدينا القياسات التالية:

$$\left[35, 30, 29, 27, 25\right] \left[24, 23, 22, 21, 20\right]$$

1111 = 5 مفردات 1111 = 5 مفردات

- طريقة المغلف : ويعبر المغلف عن 10 مفردات تمثل بـ

4 زوايا + 4 أضلاع + قطران = 10 قياسات

ويفضل دائماً البدء بالزوايا ثم الأضلاع ثم القطرين وبنهاية التفريغ تحصر المفردات المقابلة لكل فئة من الفئات وتعطي ما يعرف بالتكرارات (Fréquences) .

نموذج جول التوزيع التكراري

رقم الفئة	الحدود العمليّة للفئة	الحدود الفعليّة للفئة	مركز الفئة	تعداد الفئة	تكرار الفئة	التكرار النسبي للفئة	التكرار المئوي للفئة	التكرار المتجمّع الصاعد للفئة
1	...	...	...	...	...	...	...	...
2	...	...	...	...	...	...	...	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Total	--------	--------	-------	-------				المجموع

والآن باتّباع الخطوات التي قمنا بشرحها سابقاً فإنّنا سنميّز البيانات التي سيتمّ صبّها باستخدام لون خاص لكل فئة (وذلك على سبيل التّوضيح فقط) فيكون لدينا العرض الآتي للبيانات المُعدّة للصبّ:

12	16	15	12	19	17	20	16	14	13
12	20	12	15	20	14	16	15	12	18
20	18	16	14	12	20	18	16	14	12
16	17	16	15	16	18	15	16	15	16

وبصبّ هذه البيانات سنحصل على جدول التوزيع التكراري الآتي الذي يحتوي على الفئات الفعليّة، الفئات العمليّة، مراكز الفئات، التعدادات والتكرارات:

رقم الفئة	الحدود العمليّة للفئة	الحدود الفعليّة للفئة	مركز الفئة	تعداد الفئة	تكرار الفئة
1	12 – 13	11.5 → 13.5	12.5	𝍸 |	8
2	14 – 15	13.5 → 15.5	14.5	𝍸 𝍸	10
3	16 – 17	15.5 → 17.5	16.5	𝍸 𝍸 ||	12
4	18 – 19	17.5 → 19.5	18.5	𝍸	5
5	20 – 21	19.5 → 21.5	20.5	𝍸	5
Total	----------	----------	-----	------	40

وأمَّا من أجل جدول التوزيع التكراري الذي يحوي التكرار النسبي، المئوي والمتجمّع الصاعد فإنَّنا سنكون بحاجة إلى عمود الفئات الفعليّة والتكرارات، فيكون لدينا الجدول الآتي.

الجدول [1-9-b]

رقم الفئة	الحدود الفعليّة للفئة	تكرار الفئة	التكرار النسبي للفئة	التكرار المئوي للفئة	التكرار المتجمّع الصاعد الفئة
1	11.5 → 13.5	8	8/40 = 0.20	0.20×100 = 20%	8
2	13.5 → 15.5	10	10/40 = 0.25	0.25×100 = 25%	8+10=18
3	15.5 → 17.5	12	12/40 = 0.30	0.30×100 = 30%	8+10+12=30
4	17.5 → 19.5	5	5/40 = 0.125	0.125×100 = 12.5%	8+10+12+5=35
5	19.5 → 21.5	5	5/40 = 0.125	0.125×100 = 12.5%	8+10+12+5+5=40
Total	----------	**40**	**1**	**100 %**	المجموع

مثال :

في أحد البحوث التي **أجريت لدراسة مستوى الهيموجلوبين قام الباحث باختيار عينة مكونة من خمسين شخصا فحصل على البيانات التالية:**

17.0	17.7	15.9	16.2	16.2	17.1	15.7	17.3
14.6	15.8	15.3	16.4	13.7	16.2	16.4	16.1
14.0	16.2	16.4	14.9	17.8	16.1	15.5	18.3
15.9	15.3	13.9	16.8	15.9	16.3	17.4	15.0
14.2	16.1	15.7	15.1	17.4	16.5	14.4	16.3
16.3	15.9	16.7	15.1	15.8	13.5	17.0	15.8
17.5	17.3						

أوجد جدول التوزيع التكراري لبيانات مستوى الهيموجلوبين لهؤلاء الأشخاص باستخدام الفترات التالية:

12.95–13.95, 13.95–14.95, 14.95–15.95,
15.95–16.95, 16.95–17.95, 17.95–18.95.

الحل:

أ- المتغير = مستوى الهيموجلوبين (متغير كمي).

ب- حجم العينة = عدد البيانات = n = 50.

ج- البيانات عبارة عن قيم مستوى الهيموجلوبين وهي بيانات كمية.

د- أكبر قيمة= 18.3 وأصغر قيمة = 13.5.

نقوم بتلخيص البيانات السابقة في توزيع تكراري وفق الخطوات التالية:

1. جدول تفريغ البيانات:

مستوى الهيموجلوبين (فترة الفئة)	العلامات	التكرار (f) (عدد الأشخاص)
12.95 – 13.95	|||	3
13.9 5– 14.95	𝍸	5
14. 95– 15.95	𝍸 𝍸 𝍸	15
15. 95– 16.95	𝍸 𝍸 𝍸 |	16
16. 95– 17.95	𝍸 𝍸	10
17. 95– 18.95	|	1

2. جدول التكراري لمستوى الهيموجلوبين:

مستوى الهيموجلوبين (فترة الفئة)	التكرار (f) (عدد الأشخاص)
12.95 – 13.95	3
13.9 5– 14.95	5
14. 95– 15.95	15
15. 95– 16.95	16
16. 95– 17.95	10
17. 95– 18.95	1
المجموع	**$n = 50$**

مثال

لنفرض أن لدينا بيانات عددها n=45 ولنفرض أن هذه البيانات مسجلة إلى ثلاث خانات عشرية بحيث أن أصغر قيمة هي 2.517 وأكبر قيمة هي 2.548. والمطلوب هو تكوين الفترات التقريبية والفترات الفعلية بفرض أن الحد الأدنى للفترة التقريبية الأولى (الدنيا) هو $L_1 = 2.515$.

الحل:

من المعلومات المعطاة نستنتج ما يلي:

$$k = 1 + 3.322 \log(45) = 6.49 \approx 7$$

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 2.548 - 2.517 = 0.031$$

$$u = 0.001$$

$$w = \frac{R}{k} = \frac{0.031}{7} = 0.004443 \approx 0.005$$

باستخدام القيمة المعطاة للحد الأدنى للفترة التقريبية الأولى (الدنيا) $L_1 = 2.515$ **، وباستخدام القوانين التالية:**

$$U_i = L_i + 0.005 - 0.001 \; ; i = 1, 2, \ldots, 7$$

$$L_i = U_{i-1} + 0.001 \; ; \; i = 2, 3, \ldots, 7$$

$$L_i^* = L_i - \frac{0.001}{2} = L_i - 0.0005 ; \; i = 1, 2, \ldots, 7$$

$$U_i^* = U_i + \frac{0.001}{2} = U_i + 0.0005 ; \; i = 1, 2, \ldots, 7$$

نوجد الفترات التقريبية والفترات الفعلية كما في الجدول التالي:

الفترات التقريبية	
الحد الأعلى	الحد الأدنى
2.519	2.515
2.524	2.520
2.529	2.525
2.534	2.530
2.539	2.535
2.544	2.540
2.549	2.545

الفترات الفعلية	
الحد الأعلى	الحد الأدنى
2.5195	2.5145
2.5245	2.5195
2.5295	2.5245
2.5345	2.5295
2.5395	2.5345
2.5445	2.5395
2.5495	2.5445

نلاحظ أن أصغر قيمة 2.517 تقع في الفترة الأولى (الدنيا)، وأكبر قيمة 2.548 تقع في الفترة الأخيرة (العليا). كما نلاحظ أن الفترات التقريبية غير متلاصقة (الفرق بين كل فترة والتي تليها مقدار وحدة دقة 0.001)، وأما الفترات الفعلية فهي متلاصقة.

(2-1-4) الجدول التكراري النسبي والجدول التكراري المئوي للبيانات الكمية:

كما مر معنا سابقًا، فإننا نعرف التكرار النسبي والتكرار المئوي للفئة كما يلي:

أ- التكرار النسبي للفئة = تكرار الفئة ÷ عدد البيانات

= تكرار الفئة ÷ مجموع التكرارات

ب- التكرار المئوي للفترة = التكرار النسبي × 100%

مثال:

أوجد الجدول التكراري النسبي والجدول التكراري المئوي في مثال (.

الحل:

مستوى الهيموجلوبين (فترة الفئة)	التكرار (f)	التكرار النسبي= f/n	التكرار المئوي= $(f/n)*100\%$
12.95 – 13.95	3	3/50= 0.06	6%
13.9 5– 14.95	5	5/50= 0.10	10%
14. 95– 15.95	15	15/50= 0.30	30%
15. 95– 16.95	16	16/50= 0.32	32%
16. 95– 17.95	10	10/50= 0.20	20%
17. 95– 18.95	1	1/50= 0.02	2%
المجموع	$n=50$	1.00	100%

جداول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي:

وهي الجداول التي تعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الأعلى الحقيقي لفئة معينة ويتكون الجدول من ثلاثة أعمدة وهي الحدود العليا للفئات فأقل – التكرارات التجميعية الصاعدة والعادية وذلك كما يلي:

الجدول [1-10]

رقم الفئة	الحدود الفعليّة للفئة	مركز الفئة	تكرار الفئة	التكرار المتجمّع الصاعد للفئة
1	$a_0 \rightarrow a_1$	x_1	f_1	$F_1 = f_1$
2	$a_1 \rightarrow a_2$	x_2	f_2	$F_2 = f_1 + f_2$
⋮	⋮ ⋮ ⋮	⋮	⋮	⋮ ⋮ ⋮ ⋮
k	$a_{k-1} \rightarrow a_k$	x_k	f_k	$F_k = f_1 + f_2 + \ldots + f_k$
Total	----------	--------	$\sum f_i$	المجموع

فعلى سبيل التوضيح يُعرض جدول التوزيع التكراري لبيانات المثال السابق بشكله المختزل على النحو الآتي:

رقم الفئة	الحدود الفعليّة للفئة	مركز الفئة	تكرار الفئة	التكرار المتجمّع الصاعد للفئة
1	11.5 → 13.5	12.5	8	8
2	13.5 → 15.5	14.5	10	18
3	15.5 → 17.5	16.5	12	30
4	17.5 → 19.5	18.5	5	35
5	19.5 → 21.5	20.5	5	40
Total	----------	--------	40	المجموع

الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

نستطيع من خلال الجدول التكراري معرفة عدد البيانات الواقعة في كل فترة (تكرار الفترة). وأما أهمية الجدول التكراري المتجمع الصاعد فتكمن في استطاعتنا من خلاله معرفة عدد البيانات التي تقل عن أو تساوي قيمة معينة وكذلك معرفة عدد البيانات التي تقع بين قيمتين معيانتين.

تعريف:

التكرار المتجمع الصاعد للفئة يساوي عدد البيانات التي تقل عن أو تساوي الحد الأعلى للفئة. أي أن التكرار المتجمع الصاعد للفئة **ما هو إلا تكرار الفترة مضافًا إليه مجموع تكرارات الفترات السابقة لها.**

ويمكن وبشكل مشابه *تعريف التكرار النسبي المتجمع الصاعد والتكرار المئوي المتجمع الصاعد*. وكما ذكرنا سابقًا، إننا نستخدم الجدول التكراري النسبي المتجمع الصاعد **لإيجاد نسبة البيانات التي تكون**

قيمتها أصغر من أو يساوي قيمة معينة. كما يستخدم لإيجاد نسبة البيانات التي تكون قيمتها محصورة بين قيمتين معينتين.

مثال

على سبيل المثال في مثال:

عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يقل عن أو يساوي 12.95 يساوي 0.

عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يقل عن أو يساوي 13.95 يساوي 3.

عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يقل عن أو يساوي 14.95 يساوي 8.

عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يقل عن أو يساوي 15.95 يساوي 23.

عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يقل عن أو يساوي 16.95 يساوي 39.

عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يقل عن أو يساوي 17.95 يساوي 49.

عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يقل عن أو يساوي18.95 يساوي 50.

إذا وضعنا هذه المعلومات في جدول فإننا نحصل على الجدول التكراري المتجمع الصاعد كما يلي:

التكرار المتجمع الصاعد	مستوى الهيموجلوبين	
0	أقل من	12.95
3	أقل من	13.9 5
8	أقل من	14. 95
23	أقل من	15. 95
39	أقل من	16. 95
49	أقل من	17. 95
$n = 50$	أقل من	18.95

الحدود العليا للفئات

من هذا الجدول نستطيع استخراج كثير من المعلومات، فعلى سبيل المثال:

1. عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يقل عن أو يساوي 16.95 هو 39 شخصًا.
2. عدد الأشخاص الذين مستوى الهيموجلوبين لهم يتراوح بين 14.95 و 16.95 هو 31 شخصًا حيث يحسب كما يلي: 31 = 8 – 39.

العرض البياني للجداول التكرارية:

فيما سبق قدمنا طريقة لتنظيم وتلخيص وعرض البيانات في جداول تكرارية. وفي هذه الفقرة سوف نستعرض التمثيل أو العرض البياني للجداول التكرارية والجداول التكرارية المتجمعة الصاعدة.

جدول 8 : التوزيع التكراري المجتمع الصاعد العادي والنسبي المئوي

تسلسل	حدود الفئات العليا فأقل	التكرار n_i	التكرار التجميعي التصاعدي	التكرار المئوي%	التكرار المئوي التجميعي الصاعد
1	أقل من 41	1	1	1.25	1.25
2	أقل من 51	2	3	2.5	3.75
3	أقل من 61	5	8	6.25	10.0
4	أقل من 71	15	23	18.75	28.75
5	أقل من 81	25	48	31.25	60.0
6	أقل من 91	20	68	25	85.0
7	أقل من 101	12	80	15	100
	المجموع	80		100	-

2- جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي:

وهو الجدول الذي يعطينا عدد ونسبة المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى الحقيقي لفئة معينة ويتألف من عمودين الأول الحد الأدنى فأكثر الفئات ومحور التكرارات التجميعية وذلك جدول (9):

جدول 9: التوزيع التكراري التجميعي النازل العادي والنسبي المئوي:

	الحدود الدنيا فأكثر	التكرار n_i	التكرار التجميعي التنازلي	التكرار المئوي	التكرار المئوي التجميعي التنازلي
1	31 فأكثر	1	80	1.25	%100
2	41 فأكثر	2	97	2.50	99.75
3	51 فأكثر	5	77	6.25	96.75
4	61 فأكثر	15	72	18.75	90
5	71 فأكثر	25	57	11.25	71.25
6	81 فأكثر	20	32	25	40
7	91 فأكثر	12	12	15	15
8	101 فأكثر	0	0	0	0
	المجموع	80		100	

وبقراءة متأنية للجداول السابقة نجد أن :

- بقراءة جدول التوزيع التكراري العادي نجد 25 طالباً وطالبة كانت درجاتهم بين 71-80 درجة أي بنسبة تساوي 31.25% من الطلاب.
- بقراءة التكرارات التجميعية التصاعدية والنسبة التصاعدية نجد أنه لدينا 23 طالب كانت درجاتهم أقل من 70 درجة أي بنسبة 28.75%.
- بقراءة التكرارات التجميعية التنازلية والنسبية المئوية نجد أنه لدينا 72 طالباً وطالبة كانت درجاتهم أكثر من 61 درجة أي بنسبة مئوية تساوي 90% وكذلك 32 طالباً كانت درجاتهم أكثر من 81 درجة أي بنسبة 40%.

تمارين محلولة

مثال : جدول يبين مقدار المبيعات في 80 محل تجاري الف وحدة

قيمة المبيعات	[60 40[	[80 60[	[100 80[	[120 100[	[140 120[	∑
عدد المحلات	24	18	12	16	10	80

المطلوب: -أحسب التكرارات النسبية والنسبية المئوية والتكرارات المتجمعة المطلقة والنسبية والنسبية المئوية الصاعدة والنازلة

-إشرح: f3%، $N_2^{\uparrow}$، $N_5^{\downarrow}$، $f_3^{\uparrow}$ %، $f_2^{\downarrow}$ % ؟

حل المثال رقم 04-07:

الجدول رقم 04-04: الجدول التكراري.

الفئات	n_i	fi	fi%	$Ni^{\uparrow}$	$Ni^{\downarrow}$	$fi^{\uparrow}$	$fi^{\uparrow}$%	$fi^{\downarrow}$	$fi^{\downarrow}$%
[60 40[	24	0.3	30	24	80	0.3	30	1	100
[80 60 [	18	0.225	22.5	42	56	0.525	52.5	0.7	70
[100 80[	12	0.15	15	54	38	0.675	67.5	0.475	47.5
[120 100[	16	0.2	20	70	26	0.875	87.5	0.325	32.5
[140 120[	10	0.125	12.5	80	10	1	100	0.125	12.5
المجموع	**80**	**1**	**100**	/	/	/	/	/	/

-f3% : هناك 15% من المحال التجارية للمواد الغذائية قيمة مبيعاتها تتراوح بين 80 إلى 100 ألف دينار في اليوم.

- $N_2^{\uparrow}$: هناك 42 محل تجاري للمواد الغذائية من بين 80 محل قيمة مبيعاته أقل تماما من 80 الف دينار في اليوم.

- $N_5^{\downarrow}$: هناك 10 محلات تجارية للمواد الغذائية من بين 80 محل قيمة مبيعاتها أكبر أو تساوي 120 الف دينار في اليوم .

-$f_3^{\uparrow}$ %: هناك 67.5% من المحلات التجارية للمواد الغذائية قيمة بيعتها أقل تماما من 100ألف دينار في اليوم.

-$f_2^{\downarrow}$ %: هناك 70% من المحلات التجارية للمواد الغذائية قيمة بيعتها أكبر أو تساوي60 ألف دينار في اليوم.

3.3.1.4.أنواع التوزيعات التكرارية المستمرة:

تقدم الجداول التكرارية المستمرة بعدة صيغ منها ما يلي:[1]

أ–التوزيع التكراري المغلق: وفيه يكون الحد الأدنى لأول فئة والحد الأعلى لآخر فئة محددين، وقد يكون فيه مدى الفئات متساويا، وفي هذه الحالة يسمى بالتوزيع التكراري المنتظم، وقد يكون مدى الفئات غير متساويا، وفي هذه الحالة يسمى بالتوزيع التكراري غير المنتظم، ويلجأ إليه الباحث عندما تكون البيانات الإحصائية كبيرة التشتت وكثيرة التمركز في بعض مستويات.

ب–التوزيع التكراري المفتوح: وفيه يكون إما الحد الأدنى لأول فئة غير محدد، أو الحد الأعلى لآخر فئة غير محدد، أو الحدين معا. ففي حالة الأولى يسمى بالتوزيع التكراري المفتوح من الأسفل، أما في لحالة الثانية، فيسمى بالتوزيع التكراري المفتوح من الأعلى، أما في الحالة الأخيرة فيسمى بالتوزيع التكراري المفتوح الطرفين.

مثال رقم 04–08: إليك شكل الجداول التوزيع التكراري المغلق والمفتوح:

الجدول رقم 04–05: التوزيع التكراري المغلق

الفئات	التكرار
[2 4[	5
[4 6[	4
[6 8[	2
[8 10]	6

الجدول رقم 04–06: التوزيع التكراري المفتوح من الأسفل

الفئات	التكرار
أقل من 4	5
[4 6[	4
[6 8[	2
[8 10]	6

الجدول رقم 04–07: التوزيع التكراري المفتوح من الأعلى

الفئات	التكرار
[2 4[	5
[4 6[	4
[6 8[	2
8 فأكثر	6

الجدول رقم 04–08: التوزيع التكراري المفتوح من الطرفين

الفئات	التكرار
أقل من 4	5
[4 6[	4
[6 8[	2
8 فأكثر	6

I–2–2– جداول التوزيع التكراري المزدوجة:

يستعمل جدول التوزيع التكراري المزدوج عند دراسة ظاهرتين (خاصيتين) في آن واحد لمجتمع ما، حيث توضع البيانات الإحصائية في مثل هذه الجداول على الشكل التالي:

- تخصص الأسطر لبيانات الخاصية الأولى، بينما تخصص الأعمدة لبيانات الخاصية الثانية.
- نرمز لقيم الخاصية الأولى بـ X_i حيث ($i=1,2,\ldots,n$) ونرمز لبيانات الخاصية الثانية بـ Y_j حيث ($j=1,2,\ldots,m$).

الجدول رقم (2–06): الشكل العام لجدول التوزيع التكراري المزدوج

$n_{i\bullet}$	y_m	.....	y_3	y_2	y_1	Y_j / X_i
$n_{1\bullet}$	n_{1m}	.....	n_{13}	n_{12}	n_{11}	X_1
$n_{2\bullet}$	n_{2m}	.....	n_{23}	n_{22}	n_{21}	X_2
$n_{3\bullet}$	n_{3m}	.....	n_{33}	n_{32}	n_{31}	X_3
.	.	.....	.	.	.	.
.	.	.....	.	.	.	.
.	.	.....	.	.	.	.
$n_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{n} n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{m} n_{\bullet j}$	$n_{\bullet m}$	.....	$n_{\bullet 3}$	$n_{\bullet 2}$	$n_{\bullet 1}$	$n_{\bullet j}$

مثال (2–04): سحبت عينة عشوائية من مجتمع ما تتكون من 100 أسرة قصد دراسة ظاهرتين هما، النفقات الاستهلاكية للأسرة (10^3 دج) والتركيبة الأسرية من حيث عدد الأطفال، فكانت النتائج المتحصل عليها مبينة في الجدول التالي:

الجدول رقم (2–07): توزيع الأسر حسب النفقات الاستهلاكية وعدد الأطفال

عدد الأطفال / النفقات	0	1	2	3	∑
]30 – 20]	3	8	6	3	20
]40 – 30]	8	15	12	13	48
]50 – 40]	4	7	11	10	32
∑	15	30	29	26	100

من خلال الجدول السابق يمكن أن نقرأ بعض الأرقام:

- من بين 100 عائلة، 48 عائلة تتراوح نفقاتها الاستهلاكية بين 30×10^3 دج و 40×10^3 دج.
- 30 عائلة لها طفل واحد، حيث أن 7 عائلات منها تتراوح نفقاتها الاستهلاكية بين 40×10^3 دج و 50×10^3 دج، و 8 عائلات تتراوح نفقاتها الاستهلاكية بين 20×10^3 دج و 30×10^3 دج، أما 15 عائلة الأخرى تتراوح نفقاتها الاستهلاكية بين 30×10^3 دج و 40×10^3 دج.

نهاية المحاضرة رقم 3

مع تمنياتي بالتوفيق للجميع