جَـامعة
المَـنارة
MANARA UNIVERSITY

محاضرة
رقم
4
2025-2024

كلية الصيدلة

الاحصاء الحيوي

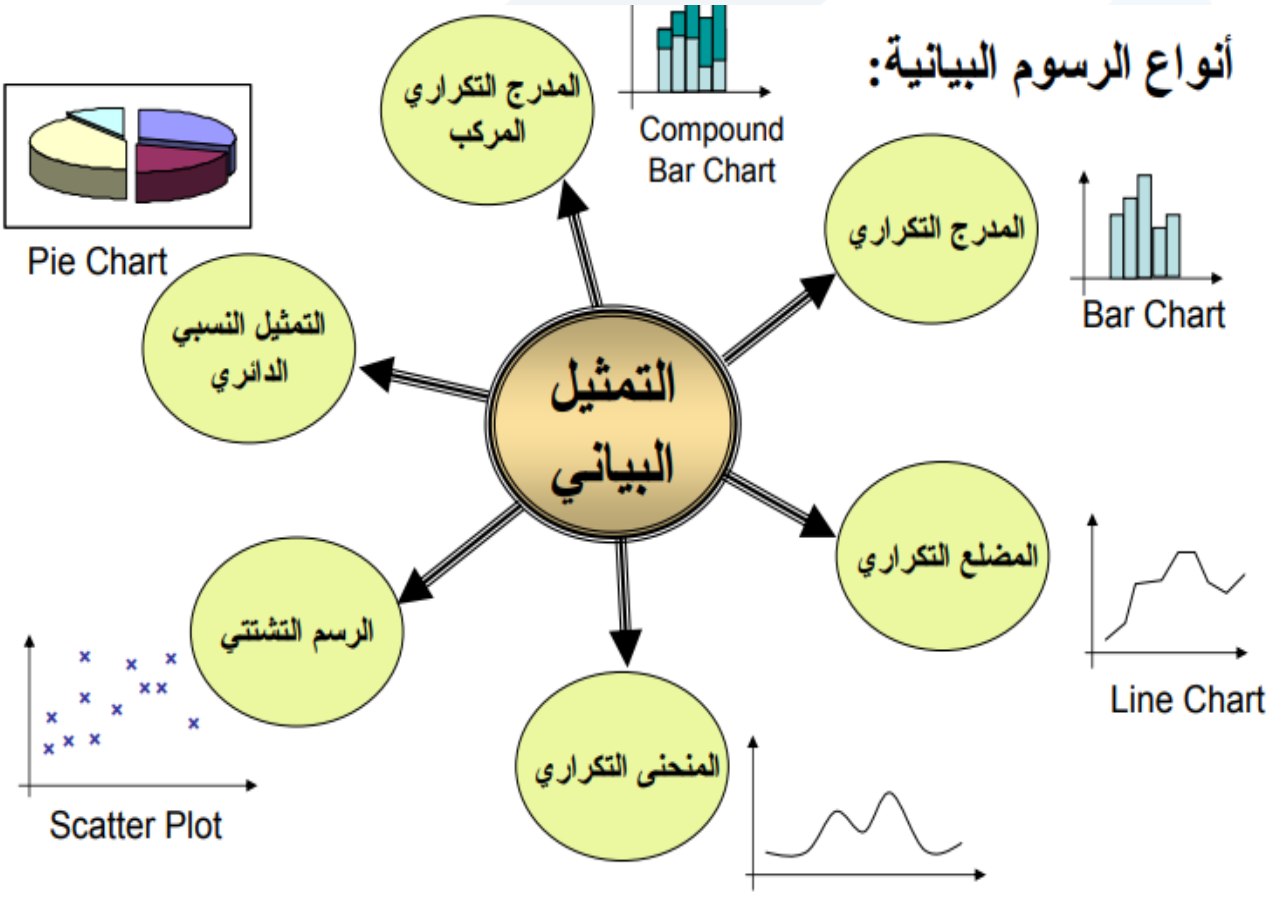
Biostatistics

الأستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب

الفصل الاول للعام 2024-2025

طرق العرض البياني للبيانات الإحصائية

Graphic Presentation



مقدّمة:

العرض البياني Graphic Presentation) عبارة عن تمثيل للقياسات أو البيانات المتعلّقة بظاهرة معينة / نوعية – كمية/ بأشكال هندسية مرسومة حسب مقاييس معينة، لتوضيح سلوك هذه الظاهرة أو الصفة بالنسبة إلى عاملين مختلفين، **بهدف إبراز بعض خصائص هذه الظاهرة أو لمقارنة قيم ظاهرة ما حسب المكان أو تطورها بحسب الزمن.**

وأهم الشروط الواجب مراعاتها حتى تكون الأشكال الهندسية ذات فائدة أهمها:

a. **أن يكون لكل شكل بياني مهما كانت طبيعته عنو اناً واضحاً ومختصراً.**
b. **أن يعطى لكل شكل بياني رقم محدّد وفق طريقة ترقيم الأشكال المعتمدة.**
c. **تحميل الظواهر أو رموزها على محاور الإحداثيات.**
d. **يجب أن يحدّد وحدة القياس المستخدمة وكذلك توضيح المقياس المستخدم.**

2-3 : طرق العرض البياني للبيانات الإحصائية:

a- الأعمدة البيانية البسيطة : Bar Charts :

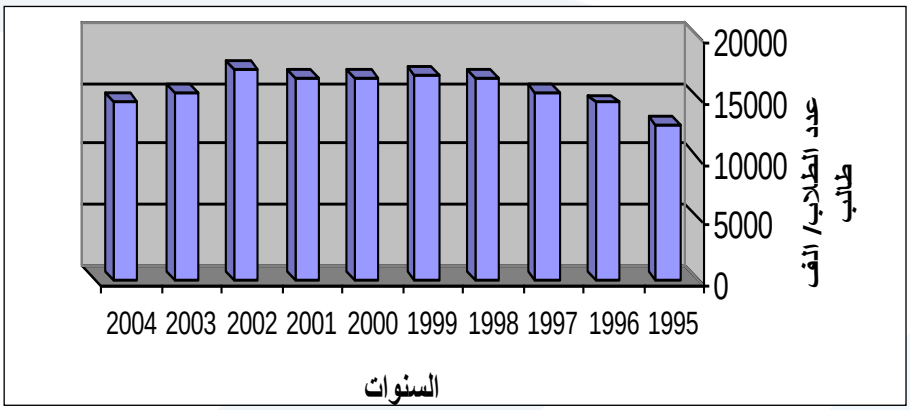
عبارة عن مستطيلات ترسم بعرض واحد وبأطوال مختلفة، حيث يدل الارتفاع على كمية البيانات المراد دراستها، وعادة يترك فواصل فيما بينها بحيث لا يتجاوز عرض الفاصل بين كل مستطيلين عرض قاعدة المستطيل الواحد تستخدم هذه الأعمدة في الحالات التالية:

- **المقارنة بين قيم ظاهرة واحدة حسب المكان أو تطوره حسب الزمن.**
- **المقارنة بين صفين أو أكثر.**
- **مقارنة مكونات الظاهرة في مكانين مختلفين أو فترتين مختلفتين.**

جدول يبين أعداد الطلاب خريجي الجامعات السورية من 1995 ولغاية 2004

العام	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
عدد الطلاب	12800	14600	15400	16700	17000	16650	16755	17462	15500	14800

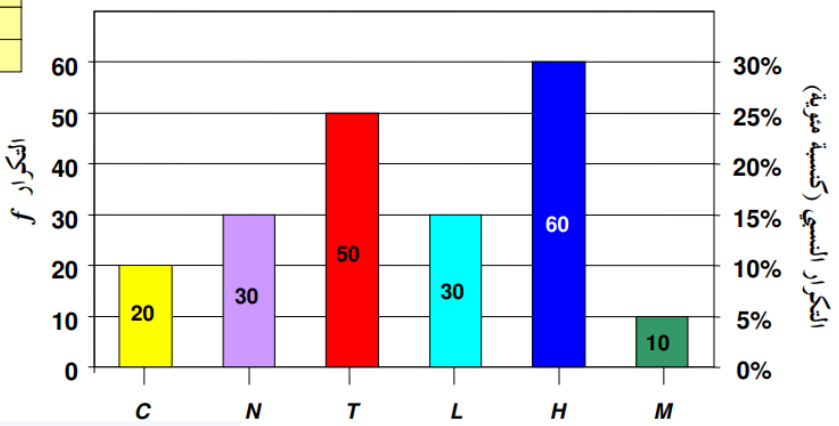
المطلوب : تمثيل هذه البيانات بواسطة الأعمدة البسيطة.



شكل2: تمثيل البيانات بواسطة الاعمدة البيانية البسيطة

طريقة الأعمدة البسيطة

x	التكرار	التكرار النسبي
C	20	10%
N	30	15%
T	50	25%
L	30	15%
H	60	30%
M	10	5%



b- الأعمدة البيانية المزدوجة:

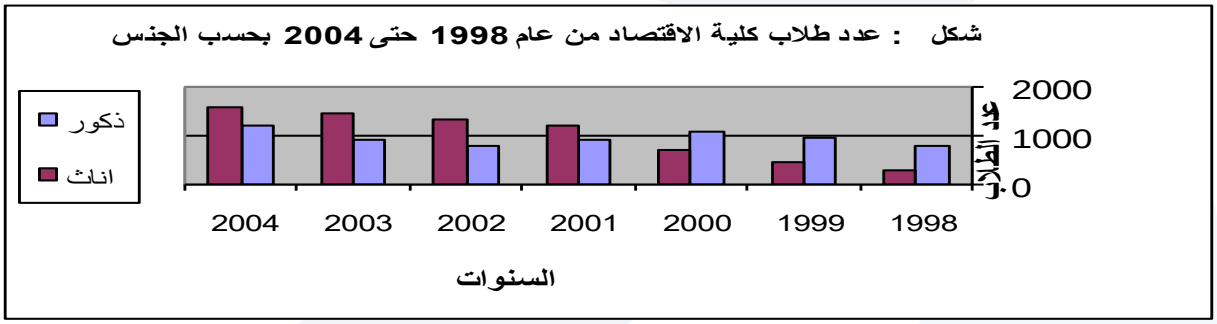
تستخدم إذا كان الهدف من الرسم هو مقارنة بين ظاهرتين أو أكثر ولعدة سنوات، أو إذا كان لدينا بيانات مزدوجة بخواص مختلفة،

يبين عدد الطلاب في قسم الاقتصاد، بحسب الجنس من عام 1998 ولغاية 2004

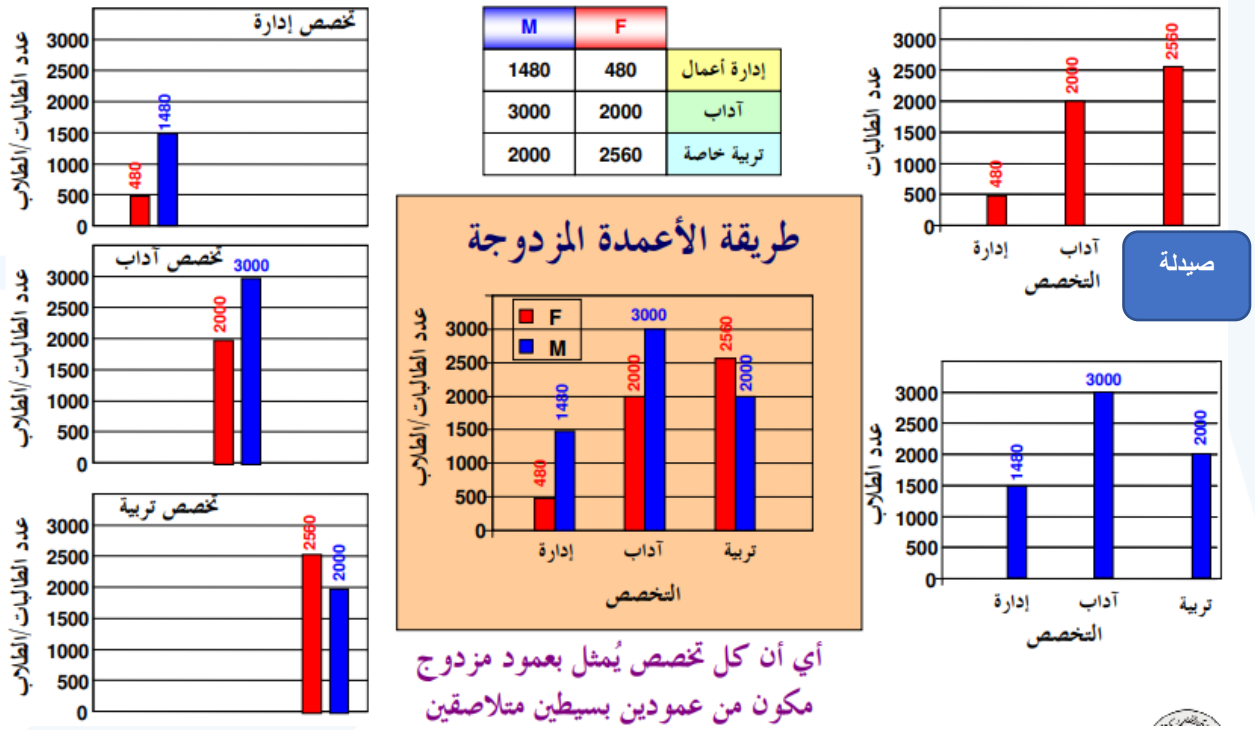
السنة	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	مجموع
ذكور	800	950	1100	900	800	920	1200	
إناث	300	460	700	1200	1350	1450	1600	

المصدر :فرضي

المطلوب : تمثيل هذه البيانات بطريقة الأعمدة البيانية المزدوجة.



شكل 3: تمثيل البيانات بواسطة الأعمدة البيانية المزدوجة

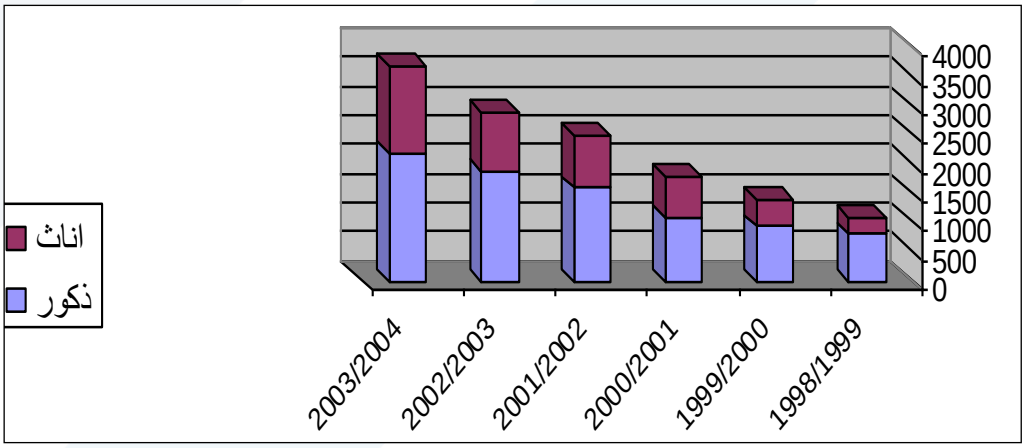


ـ الأعمدة البيانية المقسمة (المجزأة):

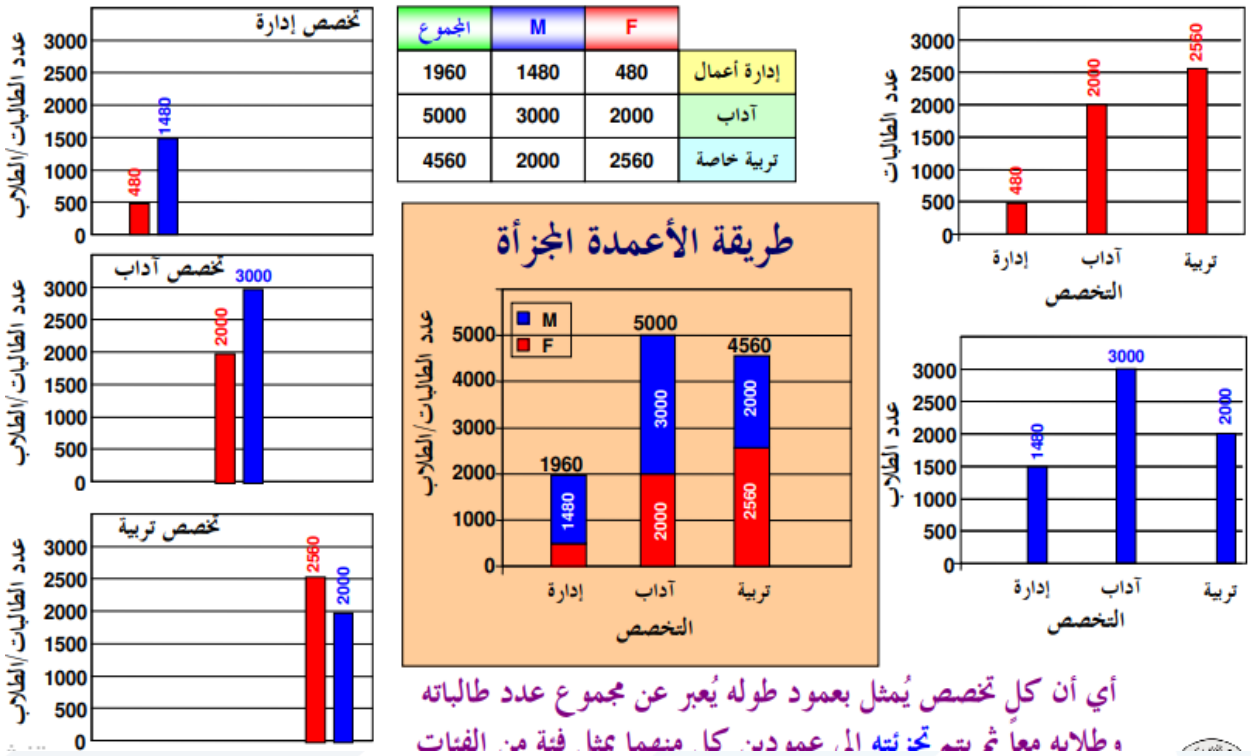
تستخدم في نفس الحالات التي تستخدم فيها الأعمدة البيانية المزدوجة، ويتم الحصول عليها برسم عمود واحد يمثل جملة الظواهر محل الدراسة في كل سنة، كما في حالة الأعمدة البسيطة ثم نقسم كل عمود إلى مكوناته حيث يقاس كل جزء مع العدد الذي يمثله ونميز بين الأجزاء بالتظليل أو الألوان.

مثال لنعود إلى معطيات الأعمدة البيانية المزدوجة، والمطلوب تمثيلها سابقاً.

السنوات	1999/1998	2000/1999	2001/2000	2002/2001	2003/2002	2004/2003
ذكور	800	950	1100	1600	1900	**2200**
إناث	**300**	**460**	**700**	**900**	**1000**	**1500**



شكل 4: تمثيل عدد الطلاب بواسطة الأعمدة البيانية المقسمة. بحسب النوع.



	F	M	المجموع
إدارة أعمال	480	1480	1960
آداب	2000	3000	5000
تربية خاصة	2560	2000	4560

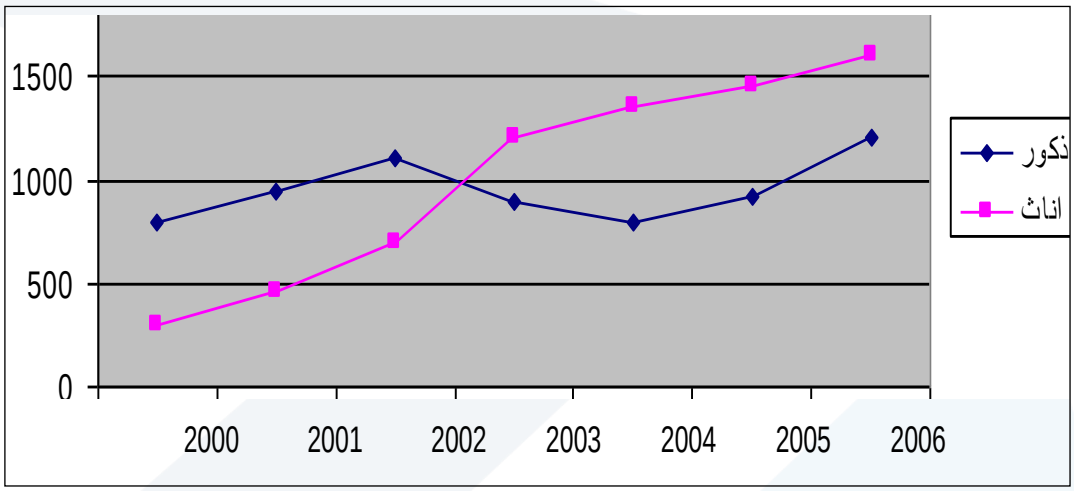
2- الرسوم البيانية (الخطوط البيانية):

رسم هندسي يستخدم لتوضيح الاتجاه العام لتطور الظاهرة خلال فترة من الزمن ويتم الحصول عليه بتوزيع مجموعة من النقاط على مستوى المحاور، حيث يمثل المحور الأفقي الزمن، والمحور العمودي قيم الظاهرة ثم نوصل هذه النقاط بعضها بمنحنٍ متصل فنحصل على المنحني المطلوب.

مثال

لنعود إلى معطيات عدد الطلاب والطالبات من 2006/2000 والمطلوب تمثيلها بواسطة المنحني:

السنوات	2000	2001	2002	2003	2004	2005
عدد الطلاب	800	950	1100	1600	1900	2200
عدد الطالبات	300	460	700	900	1000	1500

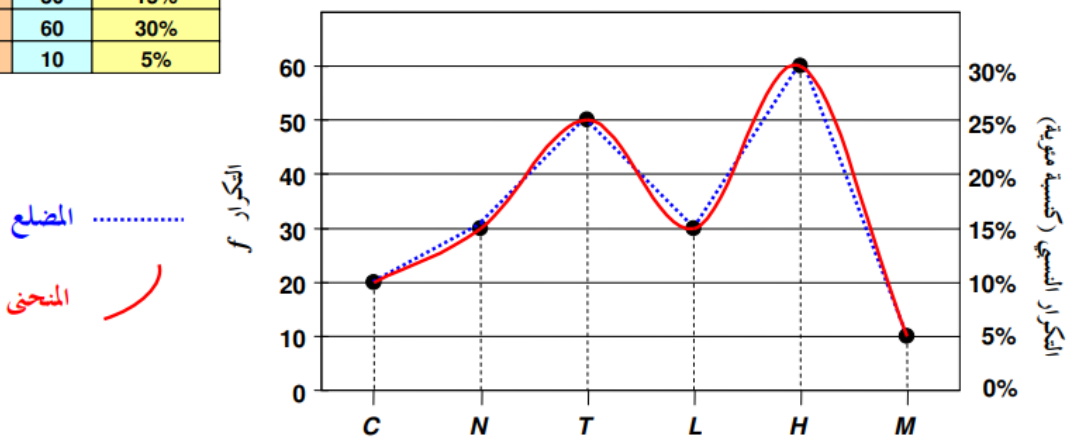


شكل 6 : تطورعدد الطلاب والطالبات في الجامعة من عام 200-2006

وتجدر الإشارة إلى أنه علينا رسم الأعمدة البيانية المقسمة بمقياس نسبي أي النسبة المئوية لكل جزء من أجزاء الظاهرة. ومن ثم نحدّد النسبة المئوية التجميعية لتسهل عملية الرسم.

x	التكرار	التكرار النسبي
C	20	10%
N	30	15%
T	50	25%
L	30	15%
H	60	30%
M	10	5%

طريقة المضلع أو المنحنى التكراري (التكراري النسبي)



3-2- المجسمات البيانية (الأشكال المساحية):

a- الدوائر البيانية:

تستخدم الدوائر أو أنصافها في كثير من الحالات في التمثيل البياني للبيانات الإحصائية، ويتم عرض البيانات بهذا الأسلوب إما بواسطة دوائر مستقلة أو تمثل البيانات على سطح دائرة واحدة، حيث يعزز الأسلوب الأخير تقسيم الدائرة أو نصف الدائرة وحتى ربع الدائرة إلى عدة أجزاء

-عندما يراد تمثيل البيانات على سطح دائرة واحدة فقط، يتم وفق الآتي: إن مساحة الدائرة تساوي 360 وهي تقابل النسبة المئوية 100% أي أن مساحة القطاع المخصص للفئة أ تقابل زاوية مقدارها 1/1 درجة ونسبتها المئوية p% وبذلك يمكننا حساب الزاوية المقابلة للنسب المختلفة من العلاقة التالية:

$$yi = \frac{360° \times pi\ \%}{100} = \frac{360° \times 32.98}{100} = 118.7°$$

أو الزاوية = $\frac{\text{عدد طلاب كل كلية}}{\text{الطلاب الإجمالي لكل يات}} \times 360°$

أو على سطح نصف دائرة:

$$yi = \frac{180° \times pi\ \%}{100} = \frac{180° \times 32.98}{100} = 59.36°$$

أو الزاوية = X° 180

$$\frac{\text{عدد طلاب كل كلية}}{\text{عدد الطلاب الإجمالي للكليات}}$$

أو على سطح ربع دائرة

$$yi = \frac{90° \times pi\ \%}{100} = \frac{90° \times 32.98}{100} = 29.68°$$

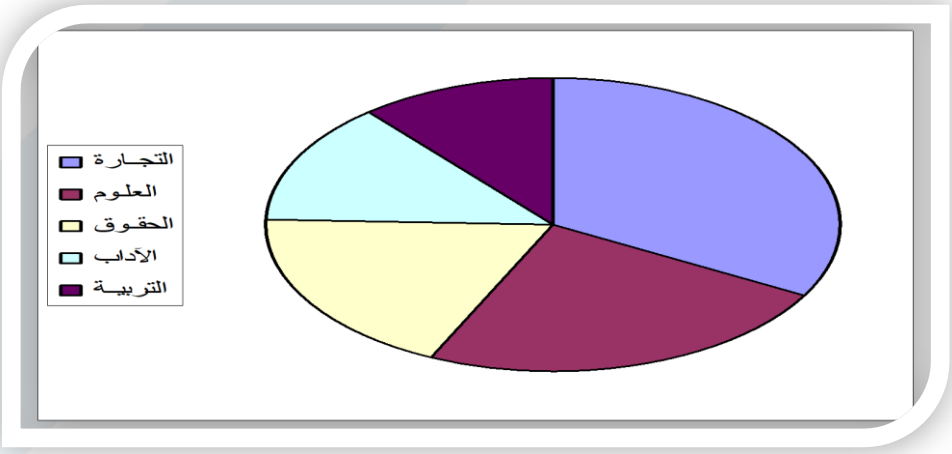
$$\text{الزاوية} = \frac{\text{عدد طلاب كل كلية}}{\text{الطلاب الإجمالي لكل يات}}$$

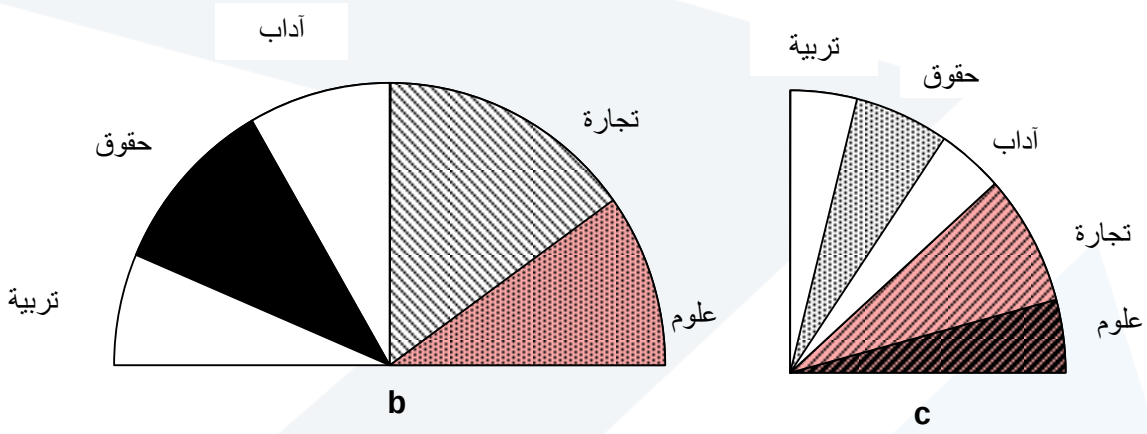
مثال عدد طلاب بعض الكليات لعام2000 والمطلوب تمثيلها بواسطة دائرة بيانية واحدة.

الكليات	العدد	Pi%	$Y^\circ = 360$	$Y^\circ = 180$	$Y^\circ = 90$
التجارة	12500	23.98	118.7	59.56	29.66
العلوم	9100	24	86.4	43.2	21.6
الحقوق	7000	18.70	64	33.66	16.83
الآداب	5100	13.6	48.45	24.22	12.11
التربية	4200	11	39.6	19.8	9.9
المجموع	37900	%100	360°	180°	90°

المصدر : فرضي

ويمكن رسمها بيانياً وفق الأشكال التالية





شكل7: يوضح تمثيل البيانات على سطح دائرة (a) ، أوعلى سطح نصف دائرة (b)، أوعلى سطح ربع دائرة (c) (مثال فرضي للإيضاح)

Example :

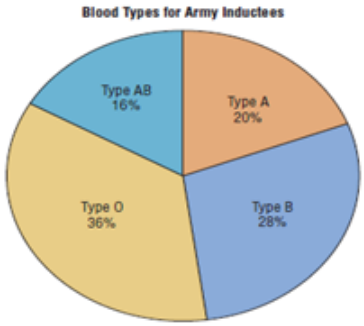
Construct a pie graph showing the blood types of the army inductees described in example 2-1 .

Class	Frequency	percent
A	5	20%
B	7	28%
O	9	36%
AB	4	16%
Total	25	100%

$$Degree(A) = \frac{5}{25} \times 360^\circ = 72 \quad , Degree(B) = \frac{7}{25} \times 360^\circ = 100.8^\circ$$

$$\%(A) = \frac{5}{25} \times 100 = 20\% \quad , \%(B) = \frac{7}{25} \times 100 = 28\%$$

Class	Frequency	Relative Frequency R.f	Degree R.f × 360	Percent R.f × 100
A	5	5/25 = 0.2	72	20%
B	7	7/25 = 0.28	100.8	28%
O	9	9/25 = 0.36	129.6	36%
AB	4	4/25 = 0.16	57.6	16%
Total	25	1	360	100%



تمثيل البيانات بواسطة دوائر مستقلة منفصلة

يجب أن تكون في هذه الحالة مساحات الدوائر متناسبة مع عدد المرادفات أو القياسات المطلقة أو التكرارات، ويمكن في هذه الحالة تكبير أو تصغير أنصاف أقطار الدوائر بشكل متناسب باستخدام معامل تناسب k واحد لكل القياسات علماً بأن معامل التناسب k يجب أن يكون مقداراً ثابتاً أي كل الدوائر. ونأخذ قيماً 10، 100، 1000.... الخ. فإذا كان معامل التناسب $k \neq 0$ فإن نصف قطر الدائرة ri والتي مساحتها تمثل عدد القياسات ويحسب نصف القطر بالعلاقة التالية:

$$ri = \sqrt{\frac{ni}{\pi . k}}$$

حيث إن :

r: نصف قطر الدائرة.

n: عدد المفردات – القياسات – التكرارات – عدد السكان ... الخ.

π : تساوي $\pi = 3.14$

k: معامل التناسب وقيمة 10، 100، 1000 .... الخ.

مثال لنعود إلى معطيات المثال السابق (عدد طلاب الكليات لعام 2000)

والمطلوب تمثيلها بيانياً بواسطة دوائر مستقلة علماً بأن معامل التناسب k=100

الحل:

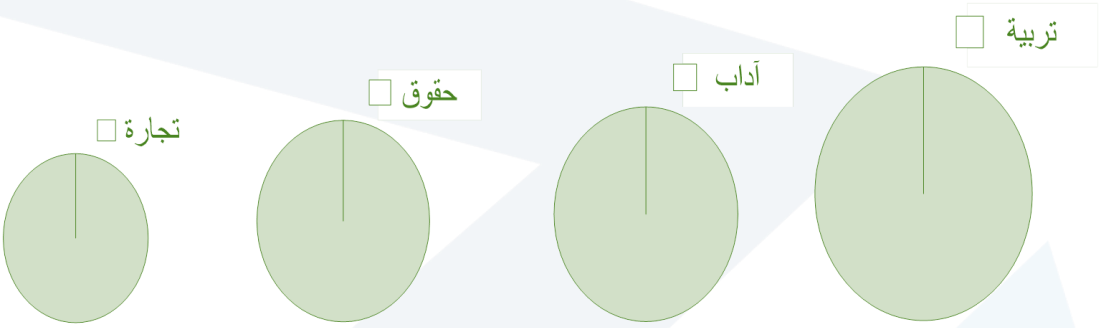
- نحسب نصف قطر الدائرة بالعلاقة السابقة:

$$ri = \sqrt{\frac{12500}{3.1416 \times 100}} = \sqrt{\frac{12500}{3.141593}} = \sqrt{39.788} = 6.3$$

وهكذا بالنسبة لباقي الكليات فنجد أن:

الكلية	نصف القطر ri
التجارة	6.308
العلوم	5.4
الحقوق	4.7
الآداب	4.03
التربية	3.7

وعادة تستخدم هذه الطريقة في تمثيل البيانات الإحصائية لتوضيح تغيرات أو مقارنة مكونات ظاهرة معينة في مواقع جغرافية متعددة (بالخرائط البيانية) . حيث أن التفاوت في مساحات الدوائر تظهر تفاوت مكونات الظاهرة أو الظاهرة نفسها من منطقة لأخرى.



فإذا كان معلوماً نصف قطر الدائرة ri ومعامل التناسب k يمكننا إيجاد مقدار المفردات أو تعداد السكان أو الطلاب . وذلك بالعلاقة التالية:

$$ni = k\left(\pi.ri^{2}\right)$$

مثال

إذا علمت أن معامل التناسب k=100 ونصف قطر الدائرة المعبرة عن عدد طلاب كلية التربية ri =6.308 ما هو عدد الطلاب في هذه الكلية .

الحل:

بالاعتماد على الصيغة التالية نجد أن:

$$Ni = 100(3.141593 \times 6.308^{2}) = 12500 \text{ طالب}$$

قيمة الثابت

$$\pi = 3.141592654 \approx 3.1416$$

الدرجة x	92	93	94	95	96	97	98	99	100
التكرار f	2	2	3	6	1	1	1	3	1

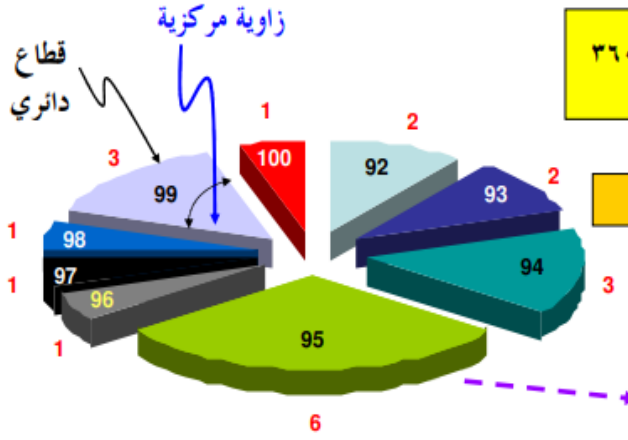
والآن نتناول طريقة أخرى لتمثيل البيانات بيانياً وهي طريقة **الدائرة** حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بقطاع من دائرة

تحدد زاويته المركزية بالعلاقة :

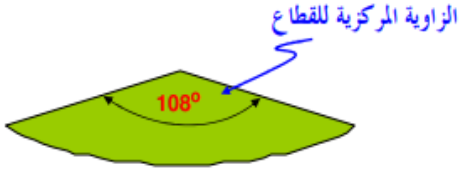
الزاوية المركزية لقيمة ما = $\frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times ٣٦٠$

أو

الزاوية المركزية لقيمة ما = التكرار النسبي للقيمة × ٣٦٠



القيم داخل القطاعات تمثل الدرجة (المتغير) x والقيم المكتوبة خارج القطاعات باللون الأحمر تمثل التكرار f



القطاع الخاص بالدرجة "95" ذات التكرار 6

قياس زاويته المركزية تساوي :

$$\frac{6}{20} \times 360 = 108^{\circ}$$

Solution: Constructing a Pie Chart

- Find the relative frequency (percent) of each category.

Type of degree	Frequency, f	Relative frequency
Associate's	728	$\frac{728}{3007} \approx 0.24$
Bachelor's	1525	$\frac{1525}{3007} \approx 0.51$
Master's	604	$\frac{604}{3007} \approx 0.20$
First professional	90	$\frac{90}{3007} \approx 0.03$
Doctoral	60	$\frac{60}{3007} \approx 0.02$

$\Sigma f = 3007$

Example: Constructing a Pie Chart

The numbers of earned degrees conferred (in thousands) in 2007 are shown in the table. Use a pie chart to organize the data. ***(Source: U.S. National Center for Educational Statistics)***

Type of degree	Number (thousands)
Associate's	728
Bachelor's	1525
Master's	604
First professional	90
Doctoral	60

Solution: Constructing a Pie Chart

- Construct the pie chart using the central angle that corresponds to each category.
  - To find the central angle, multiply 360° by the category's relative frequency.
  - For example, the central angle for associate's degrees is

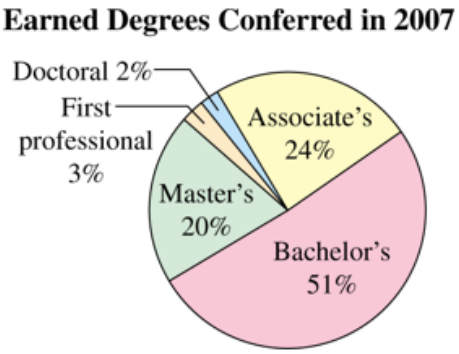
$$360°(0.24) \approx 86°$$

Solution: Constructing a Pie Chart

Type of degree	Frequency, f	Relative frequency	Central angle
Associate's	728	0.24	$360°(0.24) \approx 86°$
Bachelor's	1525	0.51	$360°(0.51) \approx 184°$
Master's	604	0.20	$360°(0.20) \approx 72°$
First professional	90	0.03	$360°(0.03) \approx 11°$
Doctoral	60	0.02	$360°(0.02) \approx 7°$

Solution: Constructing a Pie Chart

Type of degree	Relative frequency	Central angle
Associate's	0.24	86°
Bachelor's	0.51	184°
Master's	0.20	72°
First professional	0.03	11°
Doctoral	0.02	7°



From the pie chart, you can see that over one half of the degrees conferred in 2007 were bachelor's degrees.

- التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية:

- طرق عرض بيانات التوزيعات التكرارية:

1- المدرج التكراري.
2- المضلع التكراري.
3- المنحني التكراري.
4- المدرج التكراري التجميعي الصاعد والهابط.
5- المنحني التكراري التجميعي الصاعد والهابط.

1- المدرج التكراري The histogram

يستخدم المدرج التكراري في تمثيل توزيع الدرجات أو القيم وذلك برسم شكل بياني على هيئة مستطيلات متلاصقة لأن المتغيّر متصل ومن المستوى الفئوي أو النسبي وعدد المستطيلات يساوي عدد فئات التوزيع، وقاعدة كل منها هي الجزء الذي يمثل طول الفئة، وارتفاعه يمثل التكرار، والمساحة الكلية للمستطيلات تتناسب مع التكرار الكلي للتوزيع ولرسم المدرج التكراري، نرسم محورين متعامدين يمثل المحور الأفقي (السيني) فئات الدرجات، والخط أو المحور العمودي (الصادي) يمثل التكرارات (n_i).

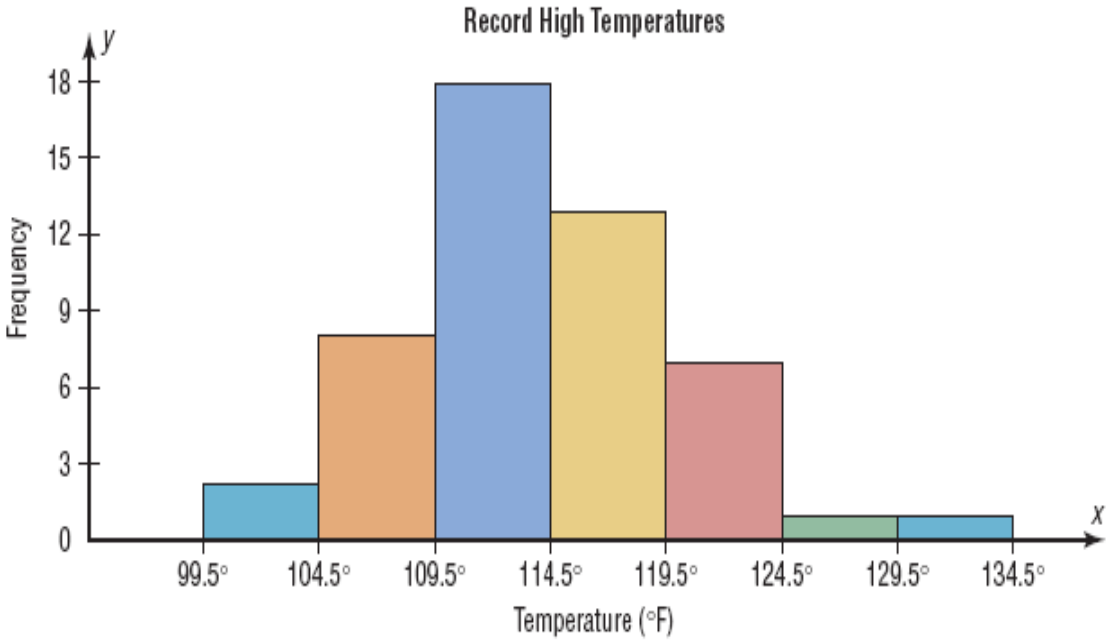
The histogram is a graph that displays the data by using contiguous vertical bars (unless the frequency of a class is 0) of various heights to represent the frequencies of the classes.

- The class boundaries are represented on the horizontal axis

(On x-axis ,put class boundaries .On y-axis ,put frequency).

Construct a histogram to represent the data for the record high temperatures for each of the 50 states (see Example 2–2 for the data).

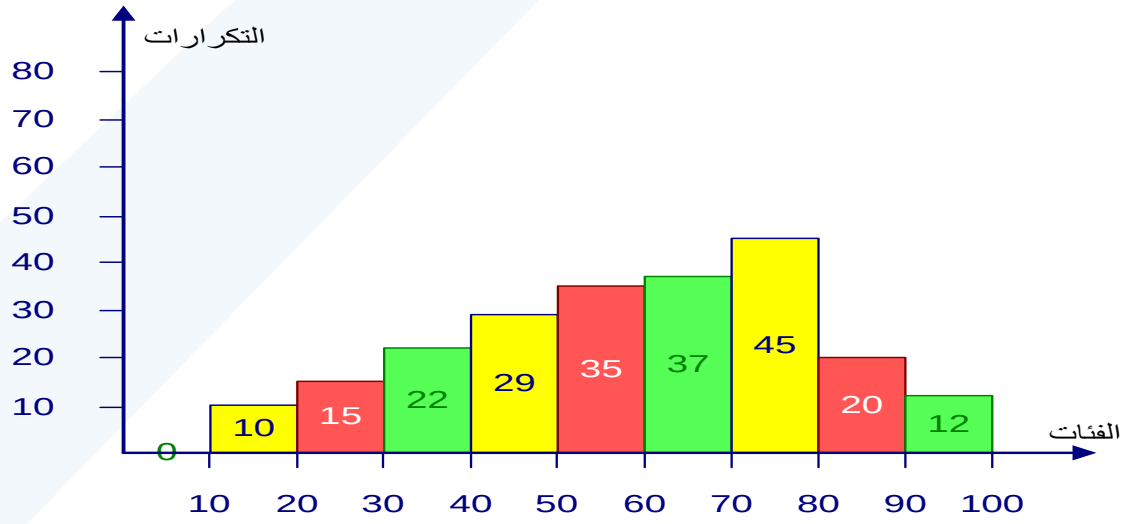
Class Limits	Class Boundaries	Frequency
100 - 104	99.5 - 104.5	2
105 - 109	104.5 - 109.5	8
110 - 114	109.5 - 114.5	18
115 - 119	114.5 - 119.5	13
120 - 124	119.5 - 124.5	7
125 - 129	124.5 - 129.5	1
130 - 134	129.5 - 134.5	1



يبين الجدول التوزيع التكراري لدرجات225 طالباً في الإحصاء الحيوي

الفئات	التكرارات n_i
20-10	10
30-20	15
40-30	22
50-40	29
60-50	35
70-60	37
80-70	45
90-80	20
100-90	12
مجموع التكرارات	225

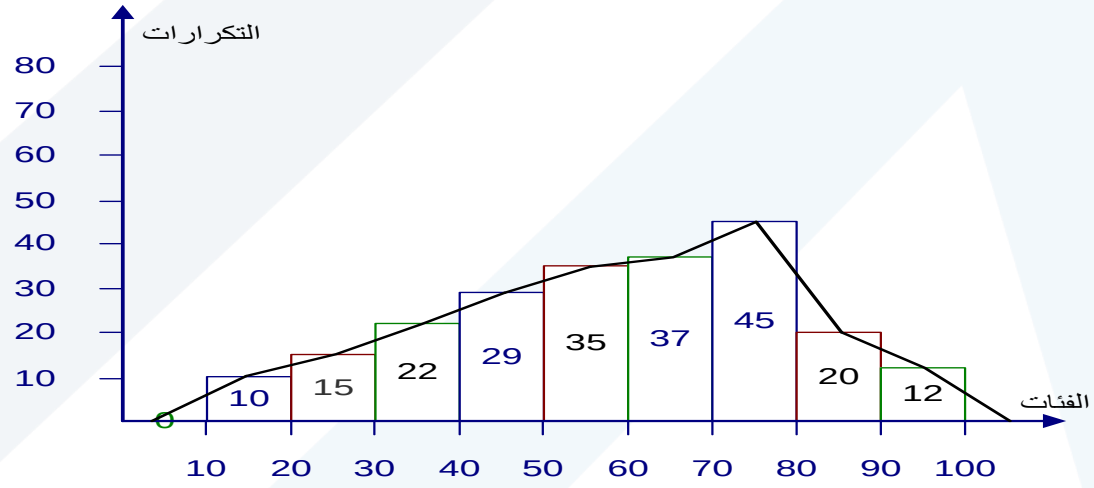
المطلوب: رسم المدرج التكراري لهذه الدرجات.



شكل 8: المدرج التكراري لدرجات 225 طالباً في الإحصاء

ـ المضلع التكراري: Polygon de frequene :

نجد أن تكرار كل فئة مركز في منتصف الفئة وهذا هو الفرق بين المدرج التكراري والمضلع التكراري. ولرسم المضلع التكراري نقوم برسم محورين متعامدين كما سبق في حالة المدرج التكراري ولكن يجب هنا أن نضيف فئتين إحداهما تسبق الفئة الدنيا والأخرى تعقب الفئة العليا. وتعدّ تكرار كل منها صفر، ثم نعين نقاط تناظر تكرار كل فئة (بما في ذلك الفئتان اللتان تكرار كل منها صفر) فوق منتصف كل فئة، وبعدها نصل بين هذه النقاط بخط منكسر، المضلع التكراري هو الخط المنكسر الواصل بين منتصفات القواعد العليا للمدرج التكراري والممتد من إحدى ناحيته إلى منتصف الفئة السابقة للتوزيع .ومن الناحية الأخرى إلى منتصف الفئة التي تعقب فئات التوزيع. وبذلك يكون المضلع التكراري مقفلاً وتكون مساحته مساوية بالضبط لمساحة المدرج التكراري. مثال:



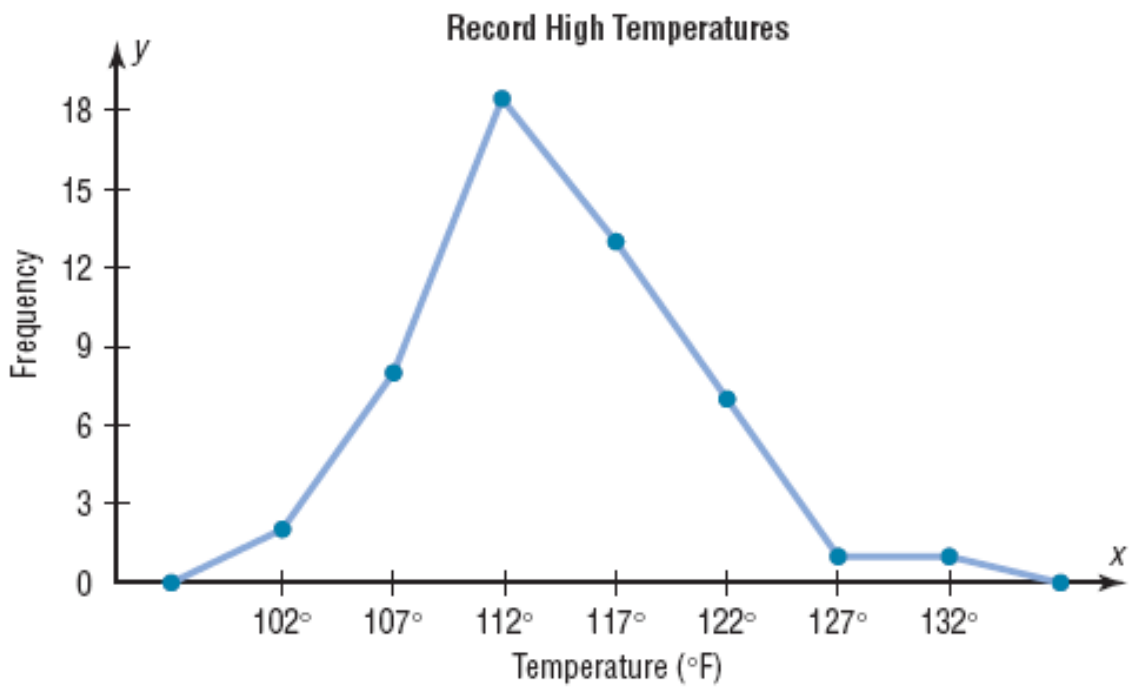
شكل 9: المضلع التكراري لدرجات الطلاب في اختبار الإحصاء

The frequency polygon is a graph that displays the data by using lines that connect points plotted for the frequencies at the midpoints of the classes. The frequencies are represented by the heights of the points.

- The class midpoints are represented on the horizontal axis.

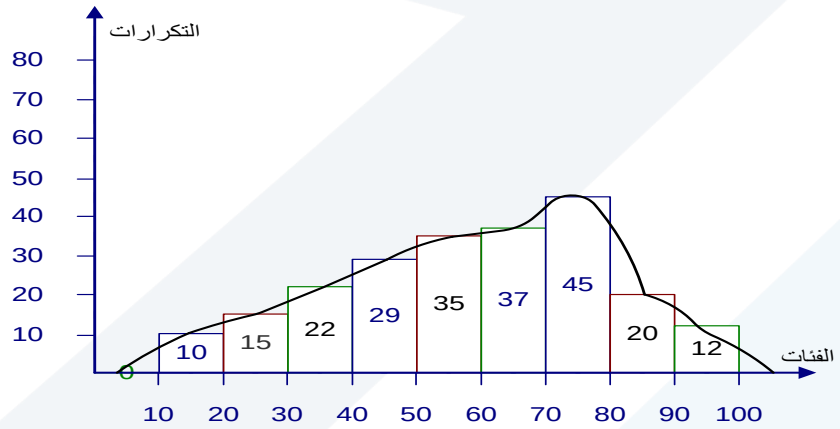
(On x-axis ,put class midpoints .On y-axis ,put frequency

Class Limits	Class Midpoints	Frequency
100 - 104	102	2
105 - 109	107	8
110 - 114	112	18
115 - 119	117	13
120 - 124	122	7
125 - 129	127	1
130 - 134	132	1



المنحني التكراري:

هو المضلع التكراري نفسه بعد تهذيبه إذ يبدو على شكل منحني ممهد .

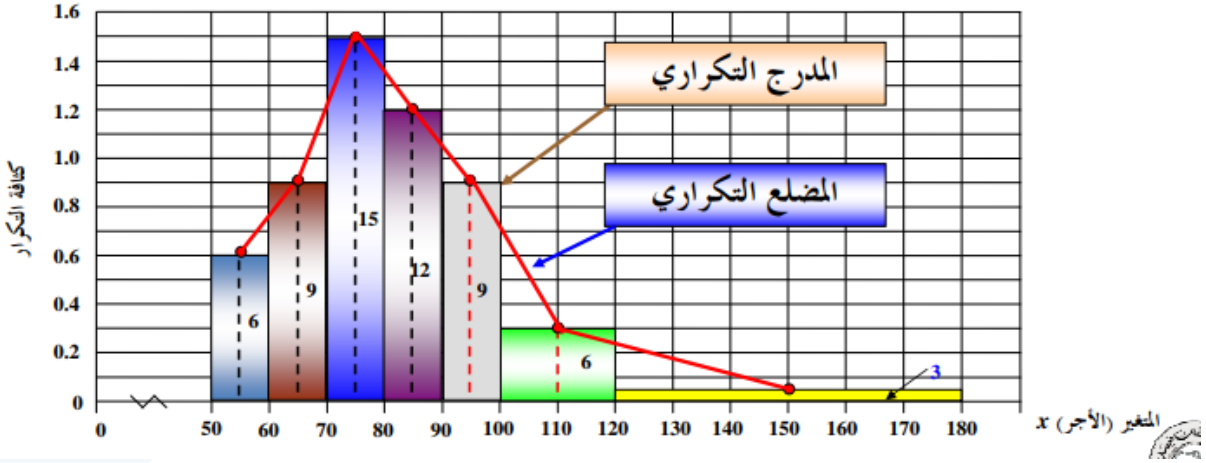


شكل 10: المنحني التكراري لدرجات الطلاب في اختبار الإحصاء

المدرج التكراري والمضلع التكراري

الجدول التكراري

الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	طول الفئة c	مركز الفئة	كثافة التكرار	النقطة
الأولى	$50 \le x < 60$	6	10	55	0.6	(55 , 0.6)
الثانية	$60 \le x < 70$	9	10	65	0.9	(65 , 0.9)
الثالثة	$70 \le x < 80$	15	10	75	1.5	(75 , 1.5)
الرابعة	$80 \le x < 90$	12	10	85	1.2	(85 , 1.2)
الخامسة	$90 \le x < 100$	9	10	95	0.9	(95 , 0.9)
السادسة	$100 \le x < 120$	6	20	110	0.3	(110 , 0.3)
السابعة	$120 \le x < 180$	3	60	150	0.05	(150 , 0.05)
		$\sum f = 60$				



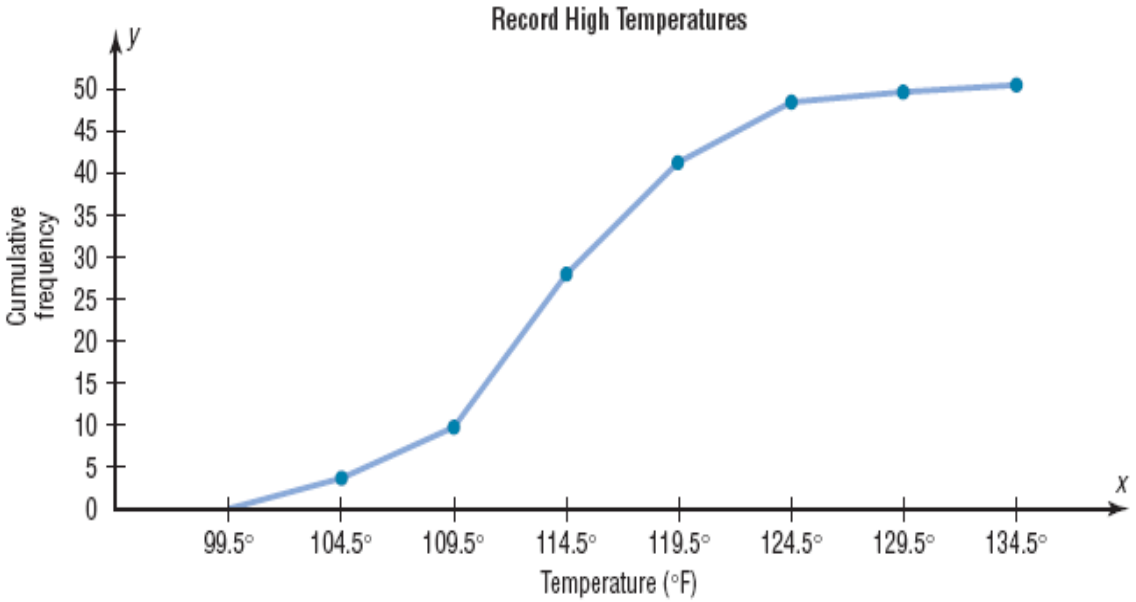
2-3- التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية المتجمعة: :

يمكن تمثيل التوزيعات التكرارية المتجمعة الصاعدة أو النازلة تمثيلاً بيانياً لتوضيح النزعات في علاقة التكرارات بفئات الدرجات. **مثال**

Class Limits	Class Boundaries	Frequency
100 - 104	99.5 - 104.5	2
105 - 109	104.5 - 109.5	8
110 - 114	109.5 - 114.5	18
115 - 119	114.5 - 119.5	13
120 - 124	119.5 - 124.5	7
125 - 129	124.5 - 129.5	1
130 - 134	129.5 - 134.5	1

Class Boundaries	Cumulative Frequency
Less than 99.5	0
Less than 104.5	2
Less than 109.5	10
Less than 114.5	28
Less than 119.5	41
Less than 124.5	48
Less than 129.5	49
Less than 134.5	50

- **Cumulative frequency is** the sum of the frequencies accumulated up to the upper boundary of a class in the distortion .



يبين جدول التوزيع التكراري درجات 130 طالباً في الإحصاء .الحيوي

الفئات	التكرارات	التكرار الصاعد	التكرار النازل	الحدود الحقيقية الدنيا	الحدود الحقيقية العليا
19-10	4	4	130	9.5	19.5
29-20	13	17	126	19.5	29.5
39-30	19	36	113	29.5	39.5
49-40	22	58	94	39.5	49.5
59-50	23	81	72	49.5	59.5
69-60	17	98	49	59.5	69.5
79-70	16	114	32	69.5	79.5
89-80	9	123	16	79.5	89.5
99-90	7	130	7	89.5	99.5
المجموع	130	-	-	-	-

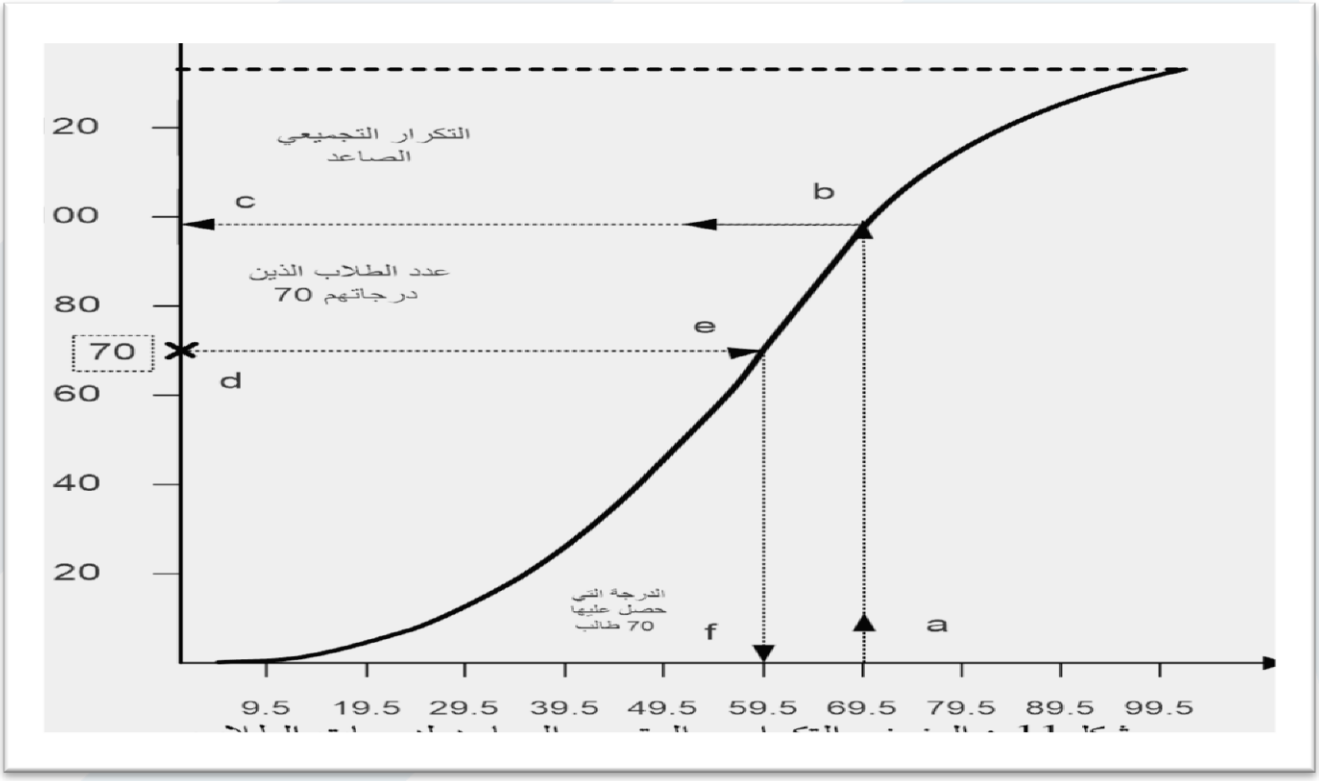
المطلوب : رسم المنحني التكراري التجميعي الصاعد والنازل.

- المنحني التكراري التجميعي الصاعد:

الحدود الحقيقية العليا للفئات	التكرار المجتمع الصاعد
أقل من 9.5	0
أقل من 19.5	4
أقل من 29.5	17
أقل من 39.5	36
أقل من 49.5	58
أقل من 59.5	81
أقل من 69.5	98

أقل من 79.5	114
أقل من 89.5	123
أقل من 99.5	130

من الشكل يمكننا الحصول على بعض المعلومات، فمثلاً لمعرفة عدد الطلاب الذين درجاتهم 70 درجة نرسم عمود من الدرجة 70 على المحور الأفقي في النقطة (a) باتجاه المنحني الصاعد وتقابله في النقطة (b) ومنها هذه النقطة نرسم خطاً مستقيماً باتجاه المحور العمودي للتكرار التجميعي الصاعد فيتقاطع معه في (c) فنحصل بذلك على عدد الطلاب الذين درجاتهم 70 فقط.



أما إذا أردنا معرفة الدرجة التي حصل عليها 70 طالباً من المجموعة فنحدّد على المحور العمودي عدد الطلاب (70) في النقطة (d) ونرسم منها مستقيماً باتجاه المنحني الصاعد وعند نقطة التلاقي (e) نسقط خطاً عمودياً باتجاه المحور الأفقي لفئات الدرجات وعند نقطة التقاطع (f) معه نحصل على الدرجة التي حصل عليها 70 طالباً انظر الشكل.

(ج) الجدول التكراري المتجمع الصاعد والجدول التكراري المتجمع الهابط

الجدول التكراري		
الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f
الأولى	$50 \le x < 60$	6
الثانية	$60 \le x < 70$	9
الثالثة	$70 \le x < 80$	15
الرابعة	$80 \le x < 90$	12
الخامسة	$90 \le x < 100$	9
السادسة	$100 \le x < 120$	6
السابعة	$120 \le x < 180$	3
		$\sum f = 60$

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع
< 50	0	0%
< 60	6	10%
< 70	15	25%
< 80	30	50%
< 90	42	70%
< 100	51	85%
< 120	57	95%
< 180	60	100%

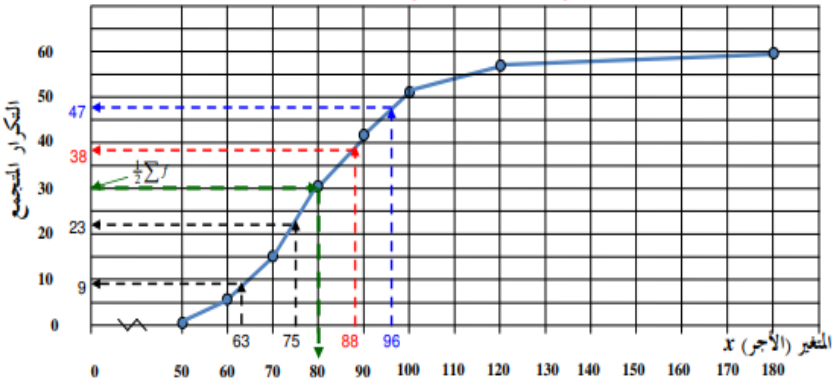
التوزيع التكراري المتجمع الهابط

المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع
≥ 50	60	100%
≥ 60	54	90%
≥ 70	45	75%
≥ 80	30	50%
≥ 90	18	30%
≥ 100	9	15%
≥ 120	3	5%
≥ 180	0	0%

مجموعها $= \sum f = 60$

(د) المضلع التكراري المتجمع الصاعد

المضلع التكراري المتجمع الصاعد [منحنى الـ "أقل من"]



التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة
< 50	0	(50 , 0)
< 60	6	(60 , 6)
< 70	15	(70 , 15)
< 80	30	(80 , 30)
< 90	42	(90 , 42)
< 100	51	(100 , 51)
< 120	57	(120 , 57)
< 180	60	(180 , 60)

(١) عدد العاملين الذين يحصلون على أقل من 88 ألف سنوياً حوالي : 38

(٢) عدد العاملين الذين يحصلون على 96 ألف سنوياً أو أكثر حوالي : $60 - 47 = 13$

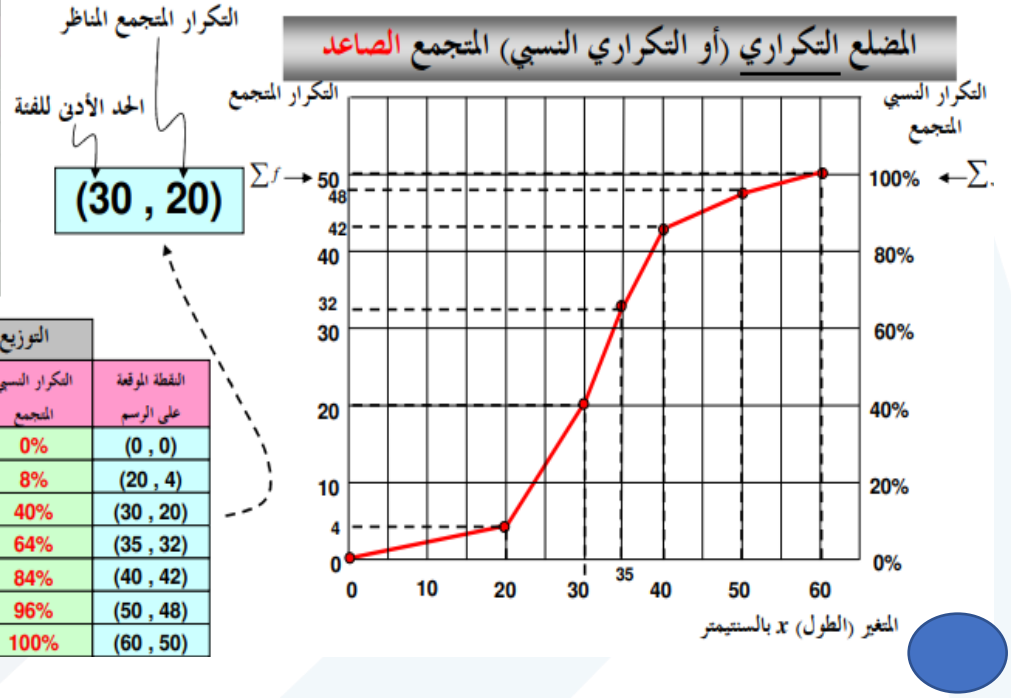
(٣) عدد العاملين الذين يحصلون على أجر لا يقل عن 63 ألف ولا يزيد عن 75 ألف سنوياً حوالي :

$23 - 9 = 14$

ذكرنا سابقاً عند عرضنا للبيانات عن طريق الجداول أنه يمكن عرض البيانات عن طريق التوزيع التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الصاعد ، ويمكن الاستفادة من هذه الجداول في رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد كالآتي :

التوزيع التكراري الأصلي	
المتغير x	التكرار f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	0%	(0 , 0)
< 20	4	8%	(20 , 4)
< 30	20	40%	(30 , 20)
< 35	32	64%	(35 , 32)
< 40	42	84%	(40 , 42)
< 50	48	96%	(50 , 48)
< 60	50	100%	(60 , 50)



- المنحني التكراري التجميعي النازل:

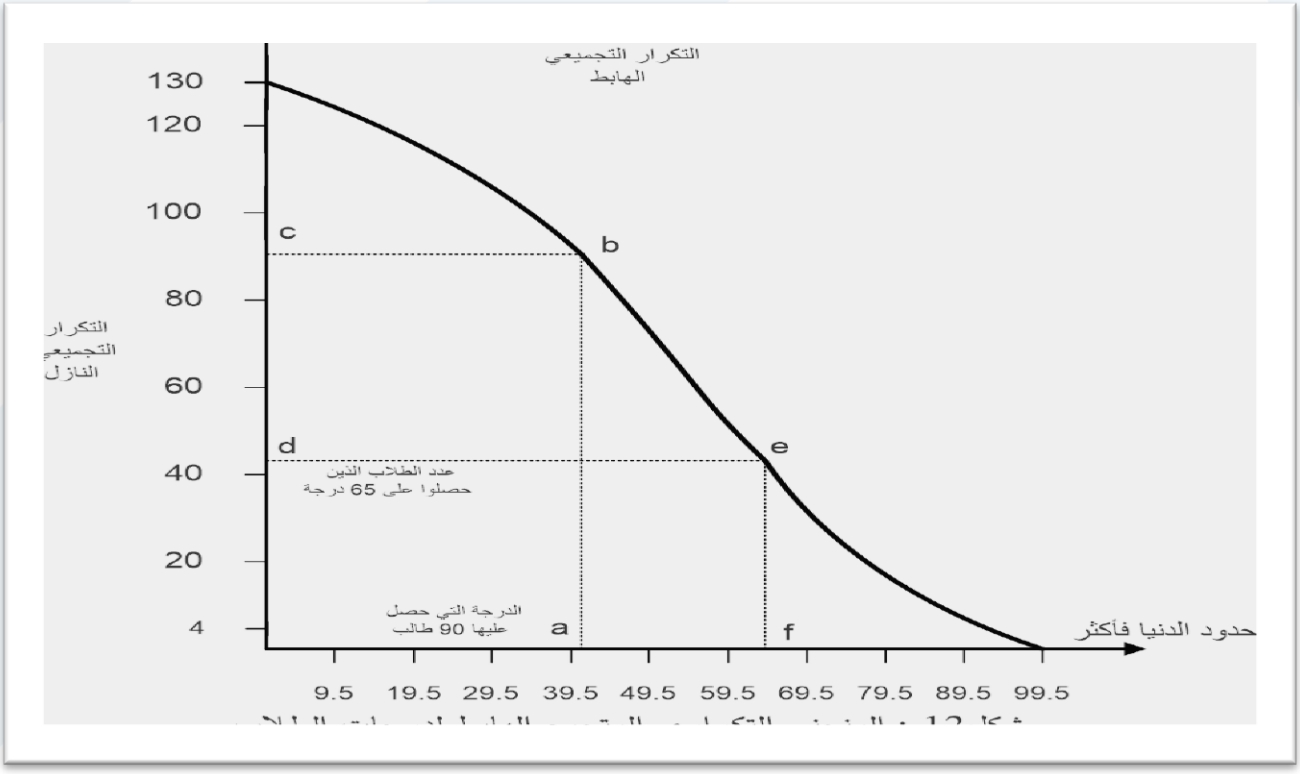
يرسم المنحني التكراري التجميعي النازل بنفس الأسلوب الذي رسم به المنحني التكراري التجميعي الصاعد ما عدا كون ارتفاع النقاط هنا، هو التكرار التجميعي التنازلي ولذلك فيبدأ المضلع التكراري التجميعي التنازلي من أعلى نقطة (مجموع التكرارات الكلي) وينتهي بالصفر، بعكس المنحني التكراري التجميعي الصاعد تماماً وذلك كما يلي:

الحدود الحقيقية الدنيا فأكثر	التكرار المجتمع النازل
9.5 فأكثر	130
19.5 فأكثر	126
29.5 فأكثر	113
39.5 فأكثر	94
49.5 فأكثر	72

59.5 فأكثر	49
69.5 فأكثر	32
79.5 فأكثر	16
89.5 فأكثر	7
99.5 فأكثر	صفر

جدول الحدود الحقيقية الدنيا للفئات فأكثر.

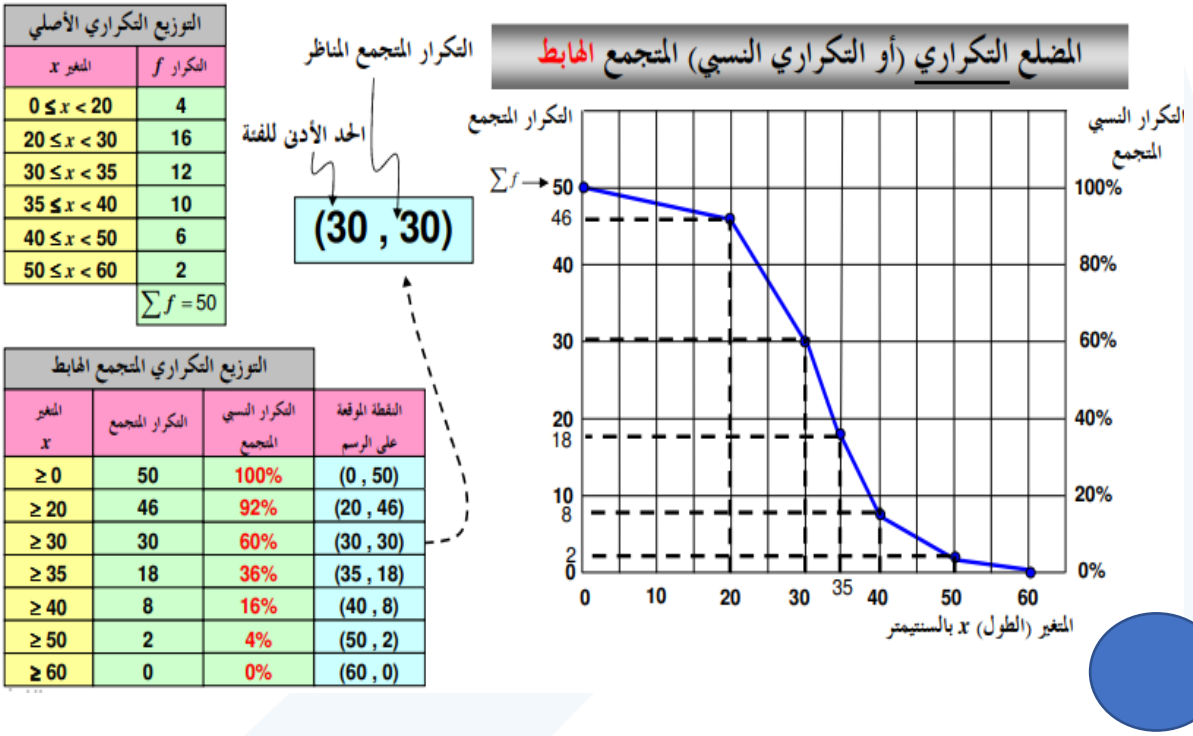
من الرسم يمكننا استنتاج عدد الطلاب الذين حصلوا على حد معين فأكثر من الدرجات فمثلاً إذا أردنا معرفة عدد الطلاب الذين حصلوا على 65 درجة. نحدّد النقطة أو الدرجة 65 على المحور الأفقي في النقطة (a) وتقيم منها عموداً باتجاه المنحني تتقاطع معه في النقطة (b) ومنها نرسم خطاً مستقيماً باتجاه محور التكرارات وعند نقطة التلاقي (c) نحصل على عدد الطلاب. أما إذا أردنا تحديد الدرجات أو الدرجة التي حصل عليها 90 طالباً نحدّد عدد الطلاب على المحور العمودي في النقطة(d) ومنها نرسم مستقيماً باتجاه المنحني يتقاطع في النقطة (e) ومنها نسقط خطاً عمودياً باتجاه المحور الأفقي للدرجات وعند نقطة التلاقي (f) نحصل على الحد الأدنى للدرجة التي حصل عليها90 طالباً انظر الشك



وبنفس طريقة المضلع التكراري المتجمع الصاعد يمكن رسم المضلع التكراري (أو التكـــراري النـــسبي) المتجمع الهابط كالآتي :

التوزيع التكراري الأصلي	
المتغير x	التكرار f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

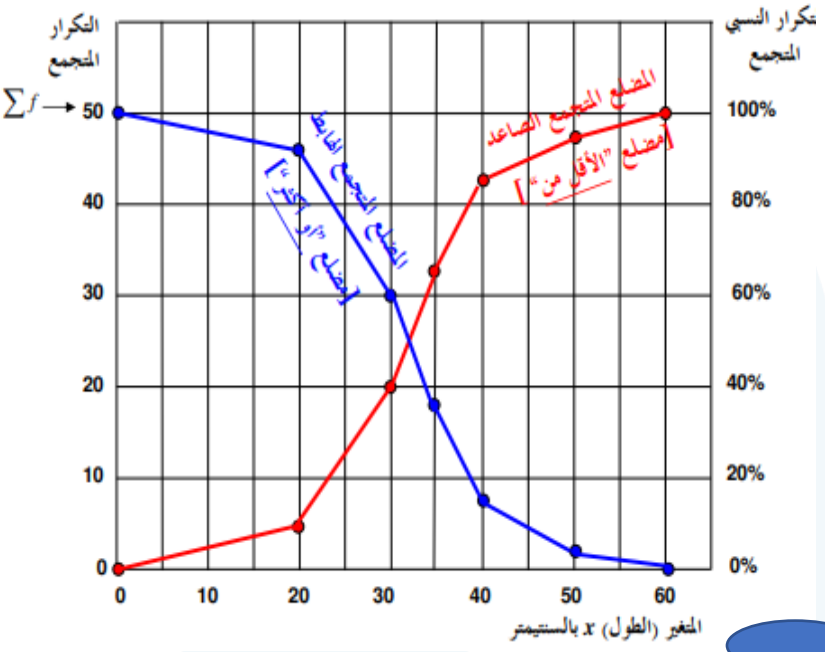
التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0 , 50)
≥ 20	46	92%	(20 , 46)
≥ 30	30	60%	(30 , 30)
≥ 35	18	36%	(35 , 18)
≥ 40	8	16%	(40 , 8)
≥ 50	2	4%	(50 , 2)
≥ 60	0	0%	(60 , 0)



ويمكن رسم المضلعين التكراريين المتجمعين : الصاعد والهابط على رسمة واحدة كما هو مبين :

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	0%	(0 , 0)
< 20	4	8%	(20 , 4)
< 30	20	40%	(30 , 20)
< 35	32	64%	(35 , 32)
< 40	42	84%	(40 , 42)
< 50	48	96%	(50 , 48)
< 60	50	100%	(60 , 50)

التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0 , 50)
≥ 20	46	92%	(20 , 46)
≥ 30	30	60%	(30 , 30)
≥ 35	18	36%	(35 , 18)
≥ 40	8	16%	(40 , 8)
≥ 50	2	4%	(50 , 2)
≥ 60	0	0%	(60 , 0)



طريقة الأغصان والأوراق لعرض البيانات الإحصائية:

شكل الأغصان والأوراق Stem – et – leaf Display يعد أحد الأساليب الكشفية المستحدثة التي توصل إ

ليها توكي Tukey في تحليل البيانات الإحصائية. ويتميز هذا الأسلوب بأنه يعالج بعض أوجه قصور الأساليب التقليدية المستخدمة في التمثيل البياني لتوزيعات البيانات. فهذا الأسلوب يجمع بين ترتيب الدرجات ترتيباً تصاعدياً وتمثيلها تمثيلاً بصرياً.

خطوات التمثيل بواسطة الأغصان والأوراق:

1- يقسم كلا من الدرجات إلى جز أين فإذا كانت الدرجة تتكون من رقمين فإنه يفصل رقم خانة العشرات عن رقم خانة الآحاد. فمثلاً الدرجة (40) تكون رقم خانة العشرات (4) الذي يمثل الغصن stem ورقم خانة الآحاد (0) الذي يمثل الورقة leaf .

2- أما إذا كانت الدرجة تتكون من ثلاثة أرقام فينبغي أن يفصل رقمي خانتي المئات والعشرات عن رقم خانة الآحاد. فمثلاً الدرجة (257) تتكون من رقم خانة المئات (2) ورقم خانة العشرات (5) ورقم خانة الآحاد (7).

لذلك يفصل الرقمين (2) و (5) عن الرقم (7) وبذلك يكون العدد (25) بمثابة الغصن والرقم (7) بمثابة الورقة التي تنتمي إلى هذا الغصن.

3- توضع جميع الأغصان في عمود رأسي إلى اليسار حيث تكون قيمتها مرتّبة ترتيباً تصاعدياً ونضع الأوراق التي تنتمي إلى كل غصن في صف أفقي بجوار هذه الأغصان إلى اليمين ويفصل بين الأغصان والأوراق بخط رأسي.

- **A stem and leaf plots** is a data plot that uses part of a data value as the stem and part of the data value as the leaf to form groups or classes.
- **The stem and leaf plot** is a method of organizing data and is a combination of sorting and graphing.
- It has the advantage over a grouped frequency distribution of retaining the actual data while showing them in graphical form.

	stem	leaves
- 24 is shown as →	2	4
-35 is shown as →	3	5

25	31	20	32	13
14	43	02	57	23
36	32	33	32	44
32	52	44	51	45

25	31	20	32	13
14	43	02	57	23
36	32	33	32	44
32	52	44	51	45

Unordered Stem Plot

0	2
1	3 4
2	5 0 3
3	1 2 6 2 3 2 2
4	3 4 4 5
5	7 2 1

Ordered Stem Plot

Range = ?

0	2
1	3 4
2	0 3 5
3	1 2 2 2 2 3 6
4	3 4 4 5
5	1 2 7

Example 1 :

Data in ordered array:

21, 24, 24, 26, 27, 27, 41

Min= max=

Range = ?

stem	leaves
2	1 4 4 6 7 7
3	
4	1

Example 2 :

Data in ordered array:

324 , 327 , 330 , 332 , 335 , 341 , 345

Range = ?

stem	leaves
32	4 7
33	0 2 5
34	1 5

مثال

لتكن لدينا الدرجات التالية لـ 60 طالباً بالإحصاء الحيوي

99	**90**	**77**	**60**	**55**	**50**	**40**	**31**	**25**
100	90	77	60	55	50	40	31	**25**
	91	80	60	55	50	40	35	**26**
	91	80	68	58	51	48	37	**27**
	98	80	69	58	51	49	39	**28**
	98	85	75	59	52	49	40	**30**
						76	**60**	**53**

المطلوب : عرض هذه الدرجات بواسطة الأغصان والأوراق.

الأغصان	الأوراق
2	55678
3	011579
4	0000899999
5	00001123555889
6	000011159
7	5677
8	0005
9	0011889
10	0

شكل 15: يوضح الأغصان والأوراق لدرجات 50 طالباً في الإحصاء.

أوراق المجموعة الأولى	الأغصان	أوراق المجموعة الثانية
15	4	
6713	5	32
820452	6	87
93240	7	
7312568	8	245
320554123	9	38
1273	10	7
45	11	8521097
	12	35384
2	13	4721

شكل يوضح الأغصان والأوراق لمجموعتين

Solution: Constructing a Stem-and-Leaf Plot

Number of Text Messages Sent

7	8	Key: 15|5 = 155
8		
9		
10	5 8 9 9 9	
11	6 4 2 2 8 8 9 3 7 8 9 9 2	
12	9 6 2 6 2 1 6 2 6 3 1 4 4 9 6	
13	0 9 9 3 4 2 3	
14	4 5 2 0 5 8 7	
15	5 9	

Unordered Stem-and-Leaf Plot

Number of Text Messages Sent

7	8	Key: 15|5 = 155
8		*Include a key to identify*
9		*the values of the data.*
10	5 8 9 9 9	
11	2 2 2 3 4 6 7 8 8 8 9 9 9	
12	1 1 2 2 2 3 4 4 6 6 6 6 6 9 9	
13	0 2 3 3 4 9 9	
14	0 2 4 5 5 7 8	
15	5 9	

Ordered Stem-and-Leaf Plot

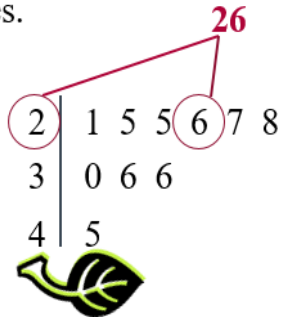
From the display, you can conclude that more than 50% of the cellular phone users sent between 110 and 130 text messages.

Graphing Quantitative Data Sets

Stem-and-leaf plot

- Each number is separated into a **stem** and a **leaf**.
- Similar to a histogram.
- Still contains original data values.

Data: 21, 25, 25, **26**, 27, 28, 30, 36, 36, 45



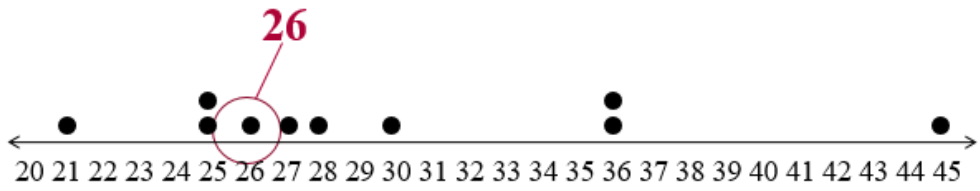
Graphing Quantitative Data Sets

We did a version of this on the 1st day of school

Dot plot

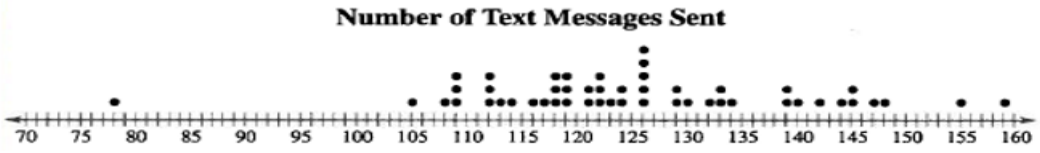
- Each data entry is plotted, using a point, above a horizontal axis.

Data: 21, 25, 25, **26**, 27, 28, 30, 36, 36, 45



Solution: Constructing a Dot Plot

155 159 144 129 105 145 126 116 130 114 122 112 112 142 126
118 118 108 122 121 109 140 126 119 113 117 118 109 109 119
139 139 122 78 133 126 123 145 121 134 124 119 132 133 124
129 112 126 148 147



From the dot plot, you can see that most values cluster between 105 and 148 and the value that occurs the most is 126. You can also see that 78 is an unusual data value. ←This is commonly called an "outlier"

نهاية المحاضرة 4