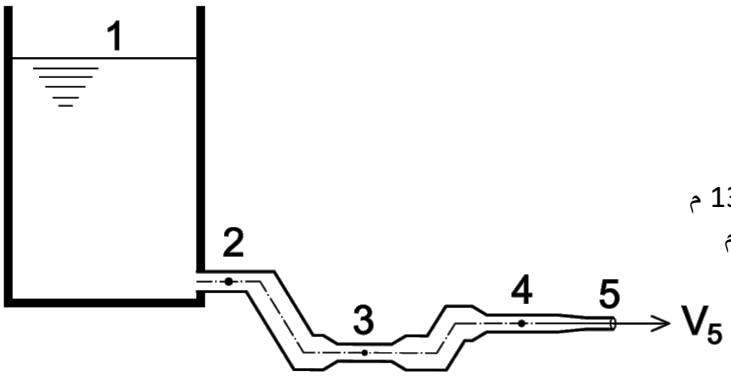
البحث الثالث – جريان المائع المثالي - مسائل محلولة

مسألة 1

السؤال الثالث (15 درجة)



لدينا الخزان المبين جانباً ويغذي الأنبوب المبين جانباً والمكون من عدة مقاطع بأقطار مختلفة ومناسيب مختلفة.
النقطة 1 هي سطح الماء في الخزان منسوبه الثابت +135 م
النقطة 2 عند خروج الماء من الخزان. منسوبها +115 م
وقطر الأنبوب عندها $D_2 = 300mm$

النقطة 3 (منتصف التضايق) منسوبها +85 م وقطر الأنبوب عندها $D_3 = 100\ mm$
النقطة 4 منسوبها +97 م وقطر الأنبوب عندها $D_4 = 200\ mm$
النقطة 5 (فتحة خروج الماء إلى الهواء: منسوبها +97 م وقطر فتحة الخروج $D_5 = 60\ mm$
بفرض أن لزوجة المائع معدومة (المائع مثالي) أحسب ما يلي:

1. الغزارة المارة في الأنبوب
2. سرعة الجريان في النقاط 2 و 3 و 4 و 5
3. الضغط المانومتري في النقاط 1 و 2 و 3 و 4 و 5

الطلب الأول: حساب الغزارة المارة في الأنبوب:
نوجد أولا قيمة سرعة الخروج من الفتحة (النقطة رقم 5)
نطبق علاقة تورتشيللي (باعتبار المائع مثالي)
ارتفاع الماء فوق فتحة الخروج (الفرق بين منسوب الماء في الخزان والنقطة رقم 5)
$135 - 97 = 38$ م

$$V_5 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 38} = 27.3\ m/s$$

الغزارة المارة في الأنبوب:
مقطع الخروج = مساحة مقطع الفوهة 5

$$A_5 = \pi \times \frac{D_5^2}{4} = \pi \times \frac{0.06^2}{4} = 0.002826\ m^2$$

$$Q = 27.3 \times 0.002826 = 0.077\ m^3/s = 77\ liter/sec$$

الطلب الثاني: سرعة الجريان في النقاط 2، 3، 4، 5

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.077}{\frac{\pi \times 0.3^2}{4}} = 1.1\ m/s$$

$$V_3 = \frac{Q}{A_3} = \frac{0.077}{\frac{\pi \times 0.1^2}{4}} = 9.8\ m/s$$

$$V_4 = \frac{Q}{A_4} = \frac{0.077}{\frac{\pi \times 0.2^2}{4}} = 2.45\ m/s$$

$V_5 = 27.3\ m/s$ (محسوبة في الطلب الأول)

الطلب الثالث: حساب الضغط المانومتري في النقاط 1 ~ 5
من تطبيق معادلة برنوللي عند كل نقطة (مقطع)

$$z_i + \frac{p_i}{\omega} + \frac{V_i^2}{2.g} = cte = 135$$

الضغط عند النقطة 1 (سطح الماء في الخزان) $p_1 = 0$ (الضغط المطبق هنا هو الضغط الجوي.

الضغط عند النقطة 2

$$z_2 + \frac{p_2}{\omega} + \frac{V_2^2}{2.g} = 115 + \frac{p_2}{\omega} + \frac{1.1^2}{2 \times 9.81} = 135$$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{\omega} = 135 - 115 - 0.11 = 19.89$$
$$\Rightarrow p_2 = 19.89 \times 9810 = 195121\ N/m^2 = 195.1\ KN/m^2$$

الضغط عند النقطة *3*

$$z_3 + \frac{p_3}{\omega} + \frac{V_3^2}{2.g} = 85 + \frac{p_3}{\omega} + \frac{9.8^2}{2 \times 9.81} = 135$$

$$\Rightarrow \frac{p_3}{\omega} = 135 - 85 - 4.9 = 45.1$$
$$\Rightarrow p_3 = 45.1 \times 9810 = 442431\ N/m^2 = 442.4\ KN/m^2$$

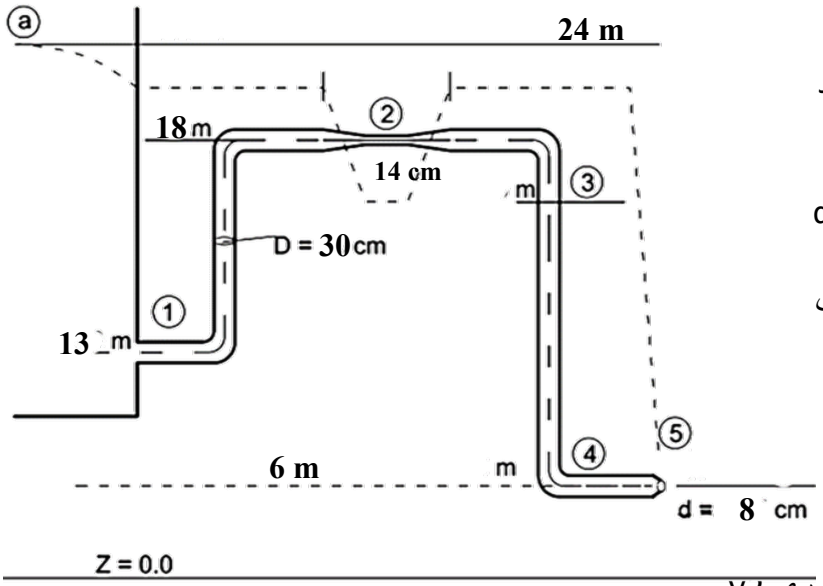
الضغط عند النقطة *4*

$$z_4 + \frac{p_4}{\omega} + \frac{V_4^2}{2.g} = 97 + \frac{p_4}{\omega} + \frac{2.45^2}{2 \times 9.81} = 135$$

$$\Rightarrow \frac{p_4}{\omega} = 135 - 97 - 0.31 = 37.65$$
$$\Rightarrow p_4 = 37.65 \times 9810 = 369347\ N/m^2 = 369.3\ KN/m^2$$

الضغط عند النقطة 5 (مقع خروج الماء من الفتحة) $p_5 = 0$ (الضغط المطبق هنا هو الضغط الجوي.

مسألة 2



لدينا خزان يغذي الأنبوب المبين في الرسم والمزود بجهاز فينتوري قطره عند التضايق d2 = 14 cm في حين قطر الأنبوب في كامل مقاطعه D = 30 cm. ينتهي الأنبوب بفتحة أفقية خروج قطرها d = 8 cm

مناسيب المقاطع مبينة بالأمتار بجانب كل منها على الرسم منسوبة إلى المستوي الاعتباري Z=0.0

أوجد كلاً مما يلي:

1. سرعة خروج الماء من الفتحة V5
2. الغزارة المارة في الأنبوب Q
3. الضغط عند فتحة الخروج تماماً p5
4. الضغط عند النقطة 4 ضمن الأنبوب p4
5. سرعة الماء في التضايق ضمن أنبوب فنتوري V2
6. الضغط عند مدخل الأنبوب (النقطة 1) p1
7. ما هي المسافة التي تصلها السيالة المائية الخارجة من الفتحة عند اصطدامها بالأرض

الحل

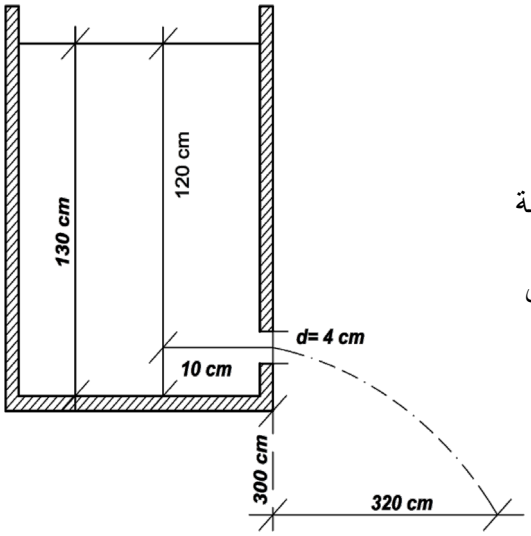
1	سرعة خروج الماء من الفتحة النهائية: نطبق معادلة تورتشيللي باعتبار المائع مثالي $V_5 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 9.81 \times (24-6)} = 18.8\ m/s$
2	الغزارة الخارجة من الأنبوب = سرعة الخروج V_5 × مساحة مقطع فتحة الخروج $Q = V_5 \times A_5$ $A_5 = \frac{\pi D_5^2}{4} = \frac{\pi \times (0.08)^2}{4} = 0.005024\ m^2$ $Q = V_5 \times A_5 = 18.8 \times 0.005024 = 0.0944\ m^3/sec$
3	بما أن الخروج يتم إلى الهواء مباشرة يكون الضغط مساوياً للضغط الجوي $p_5 = 0$

4	الضغط عند النقطة 4 ضمن الأنبوب نطبق معادلة برنوللي $$z_4 + \frac{p_4}{\omega} + \frac{V_4^2}{2g} = H = 24$$ $$V_4 = \frac{Q}{A_4}$$ $$A_4 = \frac{\pi D_4^2}{4} = \frac{\pi \times (0.3)^2}{4} = 0.07065\, m^2$$ $$V_4 = \frac{Q}{A_4} = \frac{0.0944}{0.07065} = 1.34\ m/s$$ $$z_4 + \frac{p_4}{\omega} + \frac{V_4^2}{2g} = 6 + \frac{p_4}{\omega} + \frac{(1.34)^2}{2 \times 9.81} = 24$$ $$\frac{p_4}{\omega} = 24 - 6 - \frac{(1.34)^2}{2 \times 9.81} = 17.91\, m \Rightarrow$$ $$p_4 = 17.91 \times 9810 = 175682.2\ N/m^2$$
5	سرعة الماء ضمن أنبوب فنتوري (ضمن التضايق) $$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi \times (0.14)^2}{4} = 0.015386\, m^2$$ $$V_4 = \frac{Q}{A_4} = \frac{0.0944}{0.015386} = 6.14\ m/s$$
6	الضغط عند مدخل الأنبوب p_1 نطبق معادلة برنوللي $$z_1 + \frac{p_1}{\omega} + \frac{V_1^2}{2g} = H = 24$$ باعتبار أن مقطع الأنبوب واحد في النقاط 1 و 4 فإن: $$V_1 = \frac{Q}{A_1} = V_4 = 1.34\ m/s$$ $$\frac{p_1}{\omega} = 24 - 13 - \frac{(1.34)^2}{2 \times 9.81} = 10.91\, m \Rightarrow$$ $$p_4 = 10.91 \times 9810 = 107027\ N/m^2$$
7	المسافة التي تصلها السيالة المائية عند اصطدامها بالأرض $$Y = \frac{g \times x^2}{2 \times V_x^2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2 \times V_x^2 \times Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times (18.8)^2 \times 6}{g}} = 20.8\, m$$

مسألة 3

لدينا الخزان المبين في الشكل. ارتفاعه الكلي 130 سم مزود بفتحة جانبية ترتفع عن القعر بمقدار 10 سم. ويرتفع الماء فوق محور الفتحة 120 سم. قطر الفتحة d=4 cm،

1- أوجد الغزارة الخارجة من القتحة وسرعة الخروج على اعتبار أن المائع مثالي (غزارة وسرعة نظرية).
2- حسب شكل سقوط السيالة المبين، أوجد قيمة عامل السرعة Cv



الحل

الطلب الأول:

مساحة مقطع الخروج (مقطع فتحة الخروج)

$$A = \pi \times r^2 = 0.001256\ m^2$$

سرعة خروج الماء من الفتحة:

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \times 1.2} = 4.85\ m/sec$$

الغزارة الخارجة من الفتحة:

$$Q = A \times \sqrt{2gh} = 0.001256 \times 4.85 = 0.00609\ m^3/sec = 6.09\ litre/sec$$

الطلب الثاني

لحساب عامل السرعة من العلاقة

$$V_a = C_v \times V_t$$

حيث V_a هي السرعة الفعلية
و V_t هي السرعة النظرية

نطبق علاقة مسار السيالة المائية لحساب السرعة الفعلية لخروج الماء من الفتحة:

$$Y = \frac{g}{2\,V_x^2} \times X^2$$

$$V_a = V_x = \sqrt{\frac{g}{2 \times Y} \times X^2} = \sqrt{\frac{g}{2 \times 3.1} \times 3.2^2} = 4.025\ m/sec$$

وبالتالي يكون عامل السرعة

$$C_v = \frac{V_a}{V_t} = \frac{4.02}{4.85} = 0.83$$