محاضرات مادة الفيزياء /2/

لطلاب السنة الأولى

(ميكاترونيكس)

الأستاذ الدكتور جبُّور نوفل جبُّور

2024 - 2025

الفصل الثاني

التحريض المغناطيسي

The Induction Magnetic

1) مقدمة،
2) تحريض القوة المحرضة والتدفق المغناطيسي،
3) قانون فاراداي في التحريض وقانون لينز،
4) حركية القوة المحركة،
5) المولدات،
6) التحريض الذاتي،
7) دارات الـ RL،
8) الطاقة المخزنة في حقل مغناطيسي،

التحريض المغناطيسي

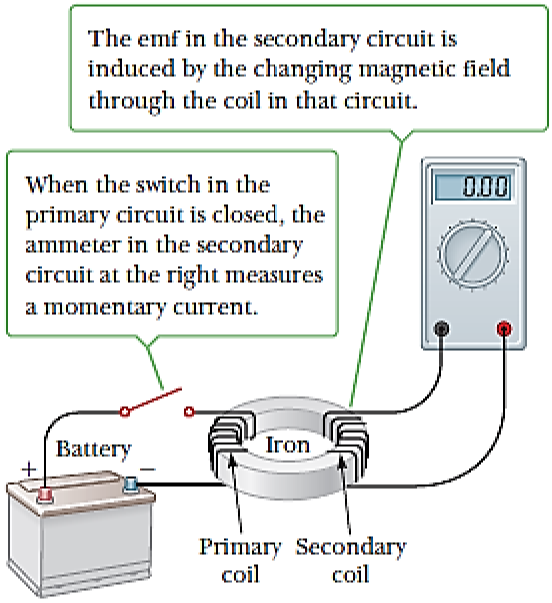
1- مقدمة:

في عام 1819 اكتشف الفيزيائي "هانز كريستيان اورستيد – Hans Christian Oersted" أن التيار الكهربائي يؤثر بقوة على بوصلة مغناطيسية. وبعد ذلك استثمر هذا الاكتشاف وتوقع وجود علاقة بينهما، وأورستيد هو أول من وجد أنه يوجد علاقة واضحة بين الكهرباء والمغناطيسية. وبسبب وجود في أغلب الأحيان التناظر في الطبيعة، فاكتشاف أن التيارات الكهربائية تولد حقول مغناطيسية قاد العلماء إلى توقع أن الحقول المغناطيسية يمكن أن تولد تيارات كهربائية. فعلاً، فالتجارب التي قام بها الفيزيائي "ميكائيل فارادي – Michael Faraday" في إنكلترا بشكل مستقل عن التجارب التي قام بها الفيزيائي "جوزيف هنري – Joseph Henry" في الولايات المتحدة عام 1831 بينت أن تغير الحقل المغناطيسي يمكن أن يؤدي أو يحرض تيار كهربائي في الدارة. نتيجة هذه التجارب قادت إلى قانون أساسي وهام يُعرف بـ "قانون فارادي – Faraday's law". وفي هذا الفصل سنتحدث عن **قانون فارادي** ومن ثم التطبيقات العملية المتعددة لهذا القانون، حيث إحدى هذه التطبيقات هو توليد الطاقة الكهربائية بواسطة المولدات على مستوى العالم أجمعه.

2- تحريض القوة المحرضة والتدفق المغناطيسي،

إن التجربة الأولى لـ "فارادي" برهنت أنه يمكن توليد تيار بواسطة أو عن طريق تغيير الحقل المغناطيسي. إن الأدوات المستخدمة في التجربة موضحة في الشكل المرفق تتألف من ملف موصول بقاطعة (مفتاح قطع وصل) وبطارية. نُطلق على ذلك الملف بـ **"الملف الأولي – Primary coil"** والدارة الموافقة تُدعى بالدارة الأولية. الملف ملفوف حول حلقة من حديد لزيادة شدة الحقل المغناطيسي المتولد بالتيار المار في الملف. وهناك ملف ثاني، يُسمى بـ **"الملف الثانوي – Secondary coil"**، على اليمين وهو ملفوف على الحلقة الحديدية وموصول بجهاز **"لقياس شدة التيار - Ammeter"**. الدارة الموافقة تُسمى بالدارة الثانوية. **ومن المهم هنا الإشارة إلى أنه لا يوجد بطارية في الدارة الثانوية.**

الأدوات أو الأجهزة المستخدمة في تجربة فاراداي



في النظرة الأولى، يجب أن نخمن أن ليس هناك من تيار يجب أن يمر في الدارة الثانوية. عند اغلاق القاطعة في الدارة الأولية، كما هو مبين في الشكل السابق، هناك شيء ما يحدث: مقايس التيار يقيس تيار في الدارة الثانوية ومن ثم يعود إلى القيمة صفر! وعند فتح القاطعة، مقياس التيار يقرأ تيار في الاتجاه المعاكس ومن ثم يعود إلى الصفر. بشكل نهائي، متى يكون هناك تيار مستقر وثابت في الدارة الأولية، مقياس التيار لا يقرأ شيء، التيار صفر.

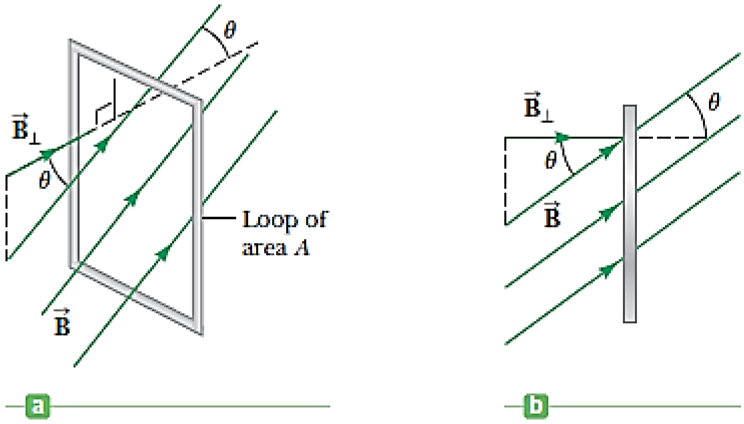
يستنتج فاراداي، من المراقبات والملاحظات السابقة، أن تغير الحقل المغناطيسي يولد تيار كهربائي. (الحقل المغناطيسي المستقر أو الثابت لا يولد تيار كهربائي إلا إذا تحرك الملف، كما هو مشروح سابقاً). إن التيار المتولد في الدارة الثانوية يحدث من أجل لحظة قصيرة (برهة قصيرة) حيث أن الحقل المغناطيسي يتغير أثناء عبوره الملف الثانوي. في الواقع، الدارة الثانوية تسلك سلوك منبع لقوة محركة كهربائية (emf) تم وصله بها من أجل زمن قصير. ومن المعتاد أو المألوف القول إن تحريض قوة محركة كهربائية (emf) ينتج في الدارة الثانوية بتغير الحقل المغناطيسي.

- **التدفق المغناطيسي:**

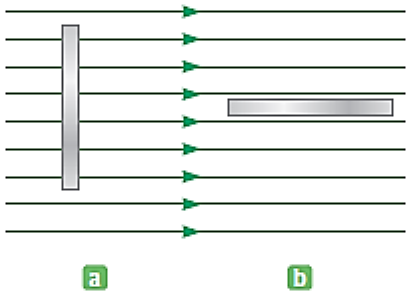
إن تدفق الحقل المغناطيسي Φ_B عبر حلقة مغلقة (سلك على شكل حلقة) يُعرف بالعلاقة:

$$\boldsymbol{\Phi_B = BA\cos\theta} \qquad (1)$$

حيث B شدة (قيمة) الحقل المغناطيسي المنتظم، A مساحة سطح مقطع الحلقة، و θ الزاوية بين الحقل $\vec{B}$ واتجاه العمود على مستوي الحلقة، انظر الشكل المرفق. ونشير إلى أن واحدة التدفق المغناطيسي في الجملة الدولية هي "الويبر – Weber (Wb)".



(a) حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ يصنع زاوية قدرها θ مع اتجاه الناظم على مستوي سلك الحلقة الذي سطحه A. (b) منظر لحافة أو لطرف الحلقة.



طرف أو ضلع من حلقة يمر بها حقل مغناطيسي منتظم. (a) عندما تكون خطوط الحقل عمودية على مستوي الحلقة، تدفق الحقل المغناطيسي عبر الحلقة يكون معدوم:

$$\Phi_B = BA\cos\theta = BA\cos 90^o = 0$$

(b) عندما تكون خطوط الحقل موازية لمستوي الحلقة، تدفق الحقل المغناطيسي عبر الحلقة يكون أعظمياً، أي يساوي:

$$\Phi_B = BA\cos\theta = BA\cos 0^o = BA$$

مثال: حساب تدفق مغناطيسي وتغير في التدفق:

حلقة دائرية نصف قطرها $0{,}250\ m$ موضوعة في المستوي xy حيث يطبق حقل مغناطيسي منتظم قيمته $0{,}360\ T$ وموجه وفق الاتجاه الموجب للمحور z، وهو نفس اتجاه الناظم على المستوي. (1) احسب تدفق الحقل المغناطيسي عبر الحلقة. (2) بفرض أن الحلقة تدور، باتجاه عقارب الساعة حول المحور x، والآن اتجاه الناظم بزاوية 45^o بالنسبة للمحور z. احسب ثانية تدفق الحقل المغناطيسي عبر الحلقة. (3) ما هو التغير في التدفق الذي سببه دوران الحلقة.

الحل:

بعد إيجاد مساحة الحلقة، نستبدل القيم في المعادلة التي تعطي التدفق. وبما أنه تم اختيار اتجاه الناظم نفس اتجاه الحقل المغناطيسي، فالزاوية بين الحقل المغناطيسي والناظم تساوي 0^o. بعد الدوران، تصبح الزاوية 45^o.

(1) حساب التدفق البدائي للحقل عبر الحلقة:

أولاً، نحسب سطح الحلقة:

$$A = \pi r^2 = \pi(0,250\,m)^2 = 0,196\,m^2$$

نستبدل قيم A، B، و θ في المعادلة (1) لإيجاد التدفق البدائي للحقل:

$$\Phi_B = BA\cos\theta$$
$$= (0,196\,m^2)(0,360\,T)\cos 0^o = 0,0706\,T.m^2 = 0,0706\,Wb$$

(2) حساب تدفق الحقل عبر الحلقة بعد الدوران حول المحور x بزاوية 45^o:

نقوم بالتبديل كما كان الحال في الطلب الأول، باستثناء أن الزاوية بين الحقل والناظم أصبحت هنا 45^o:

$$\Phi_B = BA\cos\theta$$
$$= (0,196\,m^2)(0,360\,T)\cos 45^o = 0,0499\,T.m^2 = 0,0499\,Wb$$

(3) إيجاد التغير في التدفق المغناطيسي الذي سببه دوران الحلقة:

بطرح النتيجتين السابقتين نجد أن:

$$\Delta\Phi_B = 0,0499\,Wb - 0,0706\,Wb = -0,0207\,Wb$$

ملاحظة:

نشير هنا إلى أن دوران الحلقة لا يغير في الحقل المغناطيسي، هو فقط مسؤول عن تغير في التدفق. إن تغير تدفق الحقل المغناطيسي هو بشكل أساسي من عمل المحركات والمولدات الكهربائية.

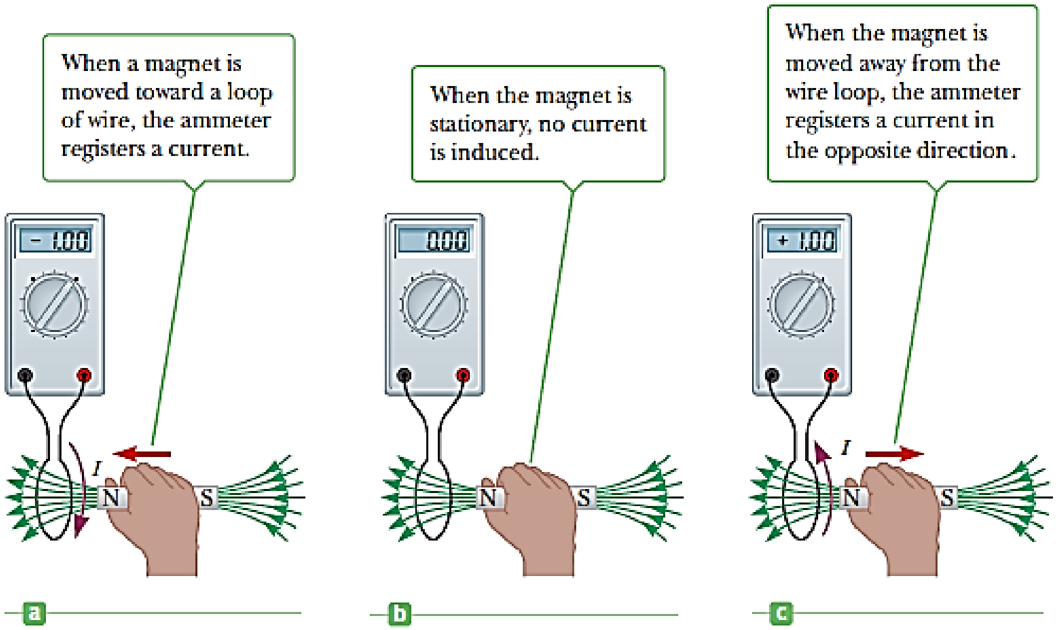
سؤال: صح أم خطأ:

إذا دارت الحلقة السابقة باتجاه معاكس ولكن بنفس القيمة، إن تغير التدفق المغناطيسي سيكون له نفس القيمة لكن بإشارة سالبة. (صح)

3- قانون فاراداي في التحريض وقانون لينز:

لنعتبر سلك على شكل حلقة موصول بمقياس تيار كما هو مبين في الشكل المرفق. إذا تحرك المغناطيس باتجاه الحلقة، فالمقياس يقرأ تيار في اتجاه أول كما هو في الحالة (a). إذا كان المغناطيس ساكن لا يتحرك فالمقياس يقرأ تيار يساوي الصفر، الحالة (b). إذا تحرك المغناطيس مبتعداً عن الحلقة، يقرأ المقياس تيار في الاتجاه المعاكس، الحالة (c). وإذا كان المغناطيس ساكن ولكن الحلقة تتحرك مقتربة أو مبتعدة عن المغناطيس فالمقياس يقرأ أيضاً تيار.

من هذه المراقبات نستنتج أن يمكن توليد تيار في الدارة إذا كان هناك حركة نسبية بين المغناطيس والحلقة. إن نفس النتائج التجريبية يمكن الحصول عليها إذا حركنا المغناطيس أو الحلقة. ونُطلق على ذلك التيار بالتيار المتحرض متولد عن قوة محركة تحريضية emf.



تجربة بسيطة تبين أنه يتم توليد تيار في حلقة عند تحريك المغناطيس، إبعاد أو تقريبه من الحلقة.

إن قانون فاراداي في التحريض يقود إلى أن القوة المحركة المحرضة اللحظية في دارة تساوي نسبة تغير تدفق الحقل المغناطيسي عبر الدارة بإشارة سالبة:

$$\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \qquad (2)$$

حيث N عدد الحلقات في الدارة. تدفق الحقل المغناطيسي Φ_B يمكن أن يتغير مع الزمن عندما يتغير الحقل المغناطيسي $\vec{B}$، السطح A، أو الزاوية θ تتغير مع الزمن. **وينص قانون فاراداي على أن التيار المتولد عن القوة المحركة المحرضة يولد حقل مغناطيسي.**

ونشير هنا إلى أن وجود تدفق حقل مغناطيسي عبر سطح ليس كافي لخلق أو توليد قوة محركة كهربائية emf. إن تغير التدفق المغناطيسي خلال مجال زمني Δt يجب أن يحدث لتوليد أو تحريض emf.

إذا كان لدينا دارة تحتوي N حلقة والتدفق المغناطيسي عبر كل حلقة يتغير بالمقدار $\Delta\Phi_B$ خلال المجال الزمني Δt، فإن وسطي القوة المحركة المحرضة emf في الدارة خلال الزمن Δt يساوي:

$$\mathcal{E} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \qquad (2)$$

أو إن قانون فاراداي في التحريض يقود إلى أن القوة المحركة المحرضة اللحظية في دارة تساوي نسبة تغير تدفق الحقل المغناطيسي عبر الدارة مضروباً بعدد الحلقات N بإشارة سالبة.

وبما أن $\Phi_B = AB\cos\theta$، فتغير أحد المقادير A، B، أو θ مع الزمن يولد قوة محركة emf.

والإشارة السالبة في العلاقة (2) تشير إلى قطبية (اتجاه) القوة المحركة emf. وهذه القطبية تحدد أي من

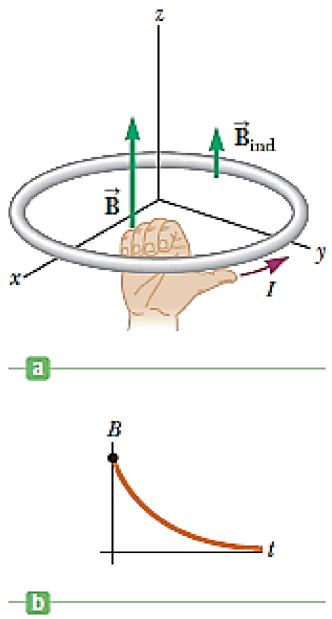
الاتجاهين يجري التيار في الحلقة، والاتجاه يُحدد بـــــ "قانون لينز – Lenz's law". **وباختصـار، فإن قانون فاراداي ينص على أن التيار المتولد عن القوة المحركة المحرضة يولد حقل مغناطيسي.**

إن التيار المتولد أو المحرض بالقوة المحركة emf يجري بالاتجاه الذي يخلق حقل مغناطيســي بتدفق معاكس للتغير في التدفق الأصلي عبر الدارة.

إن التيار المتولد بسبب أو عن القوة الكهربائية المحرضة يسير بالاتجاه حيث يولد حقل مغناطيسي معاكس لتغير التدفق المغناطيسي الأصلي عبر الدارة، انظر الشكل المرفق.

ينص "قانون لينز" على أنه إذا التدفق المغناطيسي عبر حلقة يصبح أكثر إيجابياً، يقول، إذاً القوة المحركة المحرضة emf تولد تيار مرافق للحقل المغناطيسي الذي يولد تدفق مغناطيسي سالب. بعض الأشياء الخاطئة "كعداد الحقل المغناطيســي" المتولد بالتيار المحرض، المســمى $\vec{B}_{ind}$ ("ind" من أجل induced)، سيتجه باتجاه معاكس للحقل المغناطيسي المطبق $\vec{B}$، لكن هذا فقط صحيح في نصف الزمن! إن الحالة (a) من الشــكل المرفق، الذي يبين دخول الحقل للحلقة. إن الرســم البياني في الشــكل المرفق، الحالة (b)، يبين أن قيمة الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ تتناقص مع الزمن، وهذا يعني أن تدفق الحقل $\vec{B}$ يتناقص مع الزمن، وهكذا فإن الحقل الغناطيســي المحرض $\vec{B}_{ind}$ ســيكون بنفس اتجاه الحقل $\vec{B}$. في الواقع، الحقل $\vec{B}_{ind}$ يدعم الحقل $\vec{B}$، بإبطاء الخسارة في التدفق عبر الحلقة.

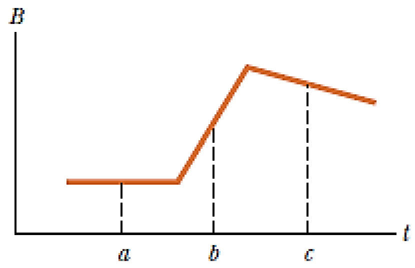
إن اتجاه التيار في الحالة (a) من الشكل المرفق يمكن أن تحدد بالقاعدة الثانية لليد اليمنى: نوجه الإبهام بالاتجاه الذي يوافق أن أصابع اليد تدور باتجاه الحقل المحرض $\vec{B}_{ind}$. في هذه الحالة، هذا الاتجاه هو موافق لاتجاه معاكس لعقارب الســـاعة: مع إبهام اليد اليمنى الموجه باتجاه التيار، وبقية الأصـــابع تدور نحو الأســـفل أي حول خارج الحلقة ويعبر بعد ذلك داخل الحلقة. ولنتذكر أنه داخل الحلقة حيث هناك شيء مهم من أجل الحقل المغناطيسي المحرض يجب أن يوجه نحو الأعلى.



(a) الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ يصبح أصغر مع الزمن، نقصان التدفق، وهكذا فإن اتجاه التيار المحرض يكون بحيث يولد حقل مغناطيسي $\vec{B}_{ind}$ معاكس لتغير التدفق المغناطيسي. (b) يبين الرسم البياني لقيمة الحقل المغناطيسي بتابعية الزمن.

سؤال سريع:

في الشكل المرفق رسم بياني لقيمة الحقل المغناطيسي بتابعية الزمن من أجل حقل يعبر حلقة وموجه بشكل عمودي على مستوي الحلقة. إن قيم القوة المحركة المتولدة في الحلقة، في ثلاث لحظات، تشير إلى قيم تتجه من الأكبر إلى الأصغر. اشرح ذلك.



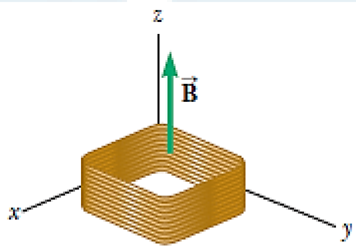
الشرح:

إن كل من a، b، و c في كل لحظة تشير إلى قيمة القوة المحركة المحرضة emf وهي تتناسب مع قيمة معدل تغير الحقل المغناطيسي (إذاً، تتناسب مع القيمة المطلقة لتغيرات المنحني الموضح على الرسم البياني).

مثال: قانون فارادي وقانون لينز:

إن **الهدف** من هذا المثال هو استنتاج القوة المحركة والتيار باستخدام قانون فارادي وقانون لينز عند تغير الحقل المغناطيسي مع الزمن.

ملف مؤلف من 25 لفة من سلك ملفوف على شكل مربع مقطعه $(1,80\ cm)$. كل لفة لها نفس المساحة أو السطح، كما هو موضح في الشكل المرفق، والمقاومة الكلية للملف تساوي $(0,350\ \Omega)$. نُطبق حقل مغناطيسي منتظم عمودي على مستوي الملف، انظر الشكل المرفق. المطلوب: (1) إذا كان الحقل يتغير بشكل منتظم من القيمة $(0,000\ \mathrm{T})$ إلى القيمة $(0,500\ \mathrm{T})$ في $(0,800\ \mathrm{s})$، ما هي القوة المحركة التحريضية emf في الملف عند تغير الحقل؟ (2) إيجاد قيمة واتجاه التيار المحرض في الملف عند تغير الحقل.



الحل:

(1) إيجاد القوة المحركة المحرضة emf في الملف:

يجب أن نحسب التدفق، وسطح الملف:

السطح:

$$A = L^2 = (0,0180\ m)^2 = 3,24 \times 10^{-4}\ m^2$$

التدفق:

إن التدفق المغناطيسي عبر الملف في اللحظة $(t=0)$ يكون معدوم لأن $(B=0)$. لنحسب إذاً التدفق في اللحظة (التدفق النهائي) $\Phi_{B,f}$:

$$\Phi_{B,f} = BA\cos\theta = (0{,}500\ \mathrm{T})(3{,}24\times10^{-4}\ m^2)\cos(0^o)$$
$$= 1{,}62\times10^{-4}\ Wb$$

ولنحسب تغير التدفق المغناطيسي عبر المقطع العرضي للملف من أجل المجال الزمني $(0{,}800\ \mathrm{s})$:

$$\Delta\Phi_B = \Phi_{B,f} - \Phi_{B,i} = 1{,}62\times10^{-4}\ Wb$$

حيث $\Phi_{B,i}$ التدفق البدائي المعدوم. وبالتبديل في قانون فاراداي بالتحريض نجد القوة المحركة الكهربائية المحرضة في الملف:

$$\mathcal{E} = N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -(25\ turns)\frac{(1{,}62\times10^{-4}\ Wb)}{0{,}800\ s} = -5{,}06\times10^{-3}\ V$$

وبتبديل فرق الكمون والمقاومة في قانون أوم، حيث $\Delta V = \mathcal{E}$ نجد:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{5{,}06\times10^{-3}\ V}{0{,}350\ \Omega} = 1{,}45\times10^{-2}\ A$$

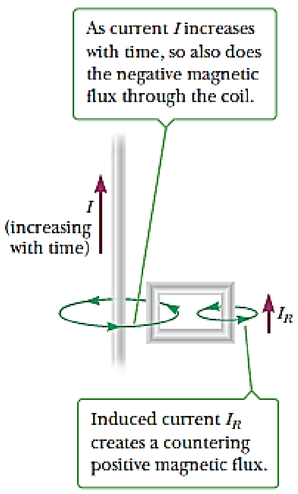
(1) إيجاد اتجاه التيار المحرض emf في الملف:

إن الحقل المغناطيسي يزداد عبر الحلقة، في نفس اتجاه الناظم (العمود) على السطح؛ إذاً، التدفق يكون موجب وهو في تزايد. والاتجاه السفلي (المعاكس) للحقل المغناطيسي المحرض سيخلق أو سيولد تدفق سالب، يعاكس التغير. إذا وجهنا إبهام اليد اليمنى باتجاه دوران الساعة على طول الحلقة كما هو مشاهد وموضح أعلاه، فإن دوران بقية الأصابع نحو الأسفل عبر الحلقة، سيكون الاتجاه الصحيح للحقل المغناطيسي. إذاً، التيار يجب أن يكون وفق اتجاه عقارب الساعة كما مشاهد أو ملاحظ أعلى الملف.

أمثلة توضيحية لإيجاد اتجاه التيار المحرض وفق قانون ليتز:

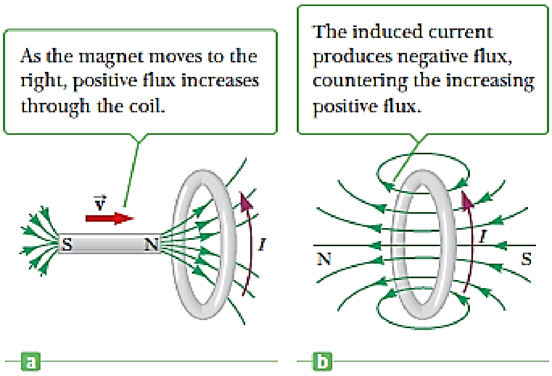
مثال (1):

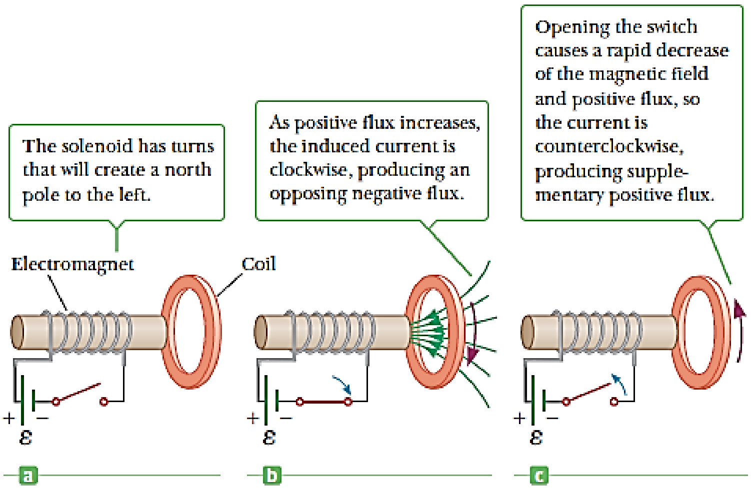
التيار يزداد بالقيمة مع الزمن، الحقل المغناطيسي يدور حول السلك.



مثال (2):

(a)القطب الشمالي للمغناطيس يقترب من الملف من اليسار، اتجاه الناظم (العمود على الملف) نحو اليمين. (b) يوضح اتجاه التيار في الملف.





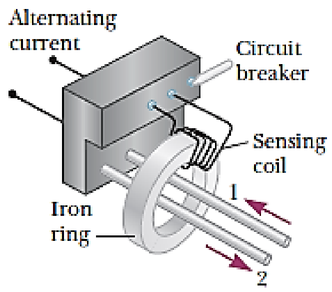
مثال (3):

(a) حلقات الملف الحلزوني تولد حقل مغناطيسي مع القطب الشمالي الموجه لليسار، والذي أخذنا اتجاهه كاتجاه الناظم (عمود). (b) عند اغلاق القاطعة، يتولد تدفق موجب يبدأ بالتزايد عبر الملف كخطوط الحقل المقتربة من القطب الجنوبي للملف. (c) عند فتح القاطعة فحقل الملف يتناقص بسرعة.

تطبيقات: (قاطع تهريب أرضي)

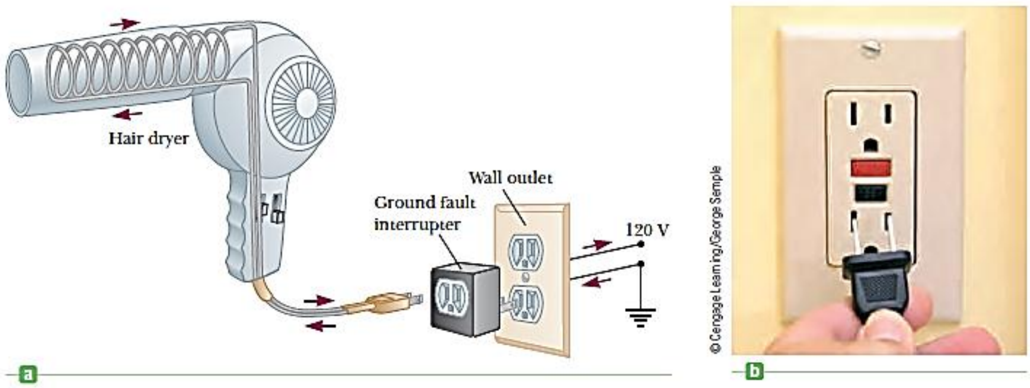
إن قاطع التهريب الأرضي **(Ground Fault Interrupter-GFI)** هو عبارة عن أداة مهمة للحماية تحمي الناس ضد الصدمة الكهربائية عند ملامستهم الأدوات الكهربائية عند الاستعمال. إن طريقة عمل تلك الأداة تعتمد على قانون فارادي. يوضح الشكل المرفق الأجزاء أو المكونات الأساسية لـ **GFI**. السلك رقم 1 الخارج من الحائط إلى الأداة (أو الجهاز) تكون محمية، والسلك رقم 2 الخارج من خلف الأداة إلى المخرج الجداري. يوجد حلقة من الحديد تحيط بالسلكين من أجل حصر وتقييد الحقل المغناطيسي المشكل أو

الناتج عن كل سـلك. وهناك ملف حسـاس يُفعل أو يُعطي الأمر لدارة قطع عند حدوث تغير في تدفق الحقل المغناطيسي، وهذا الملف ملفوف على جزء من الحلقة الحديدية.



المكونات الأساسية لقاطع التهريب الأرضي (Ground Fault Interrupter-GFI). في البيوت الحديثة إن مثل هذه الأدوات تكون مأخوذة بالحسبان في أو عند مخارج الجدران. المقترح هو ملف حساس ودارة قاطعة للتيار قبل حدوث الخطر.

وبسـبب أن التيارين في السـلكين باتجاهين متعاكسـين، فإن الحقل المغناطيسـي الصـافي عبر الملف الحساس يجب أن يساوي الصفر. إذا كان هناك دارة مقصورة تحدث في الجهاز فسوف لن يكون هناك تيار راجع، ومع ذلك، فإن الحقل المغناطيسـي الصـافي عبر الملف الحسـاس لا يكون أكبر من الصـفر. يمكن أن تحدث دارة مقصـورة إذا، على سـبيل المثال، سـلك من السـلكين يفقد عازليته، مؤدياً لطريق عبر الشخص إلى الأرض إذا حدث ولمسـت الجهاز ومن ثم إلى الأرض كما رأينا ذلك سـابقاً. وبما أن التيار متناوب، فتدفق الحقل عبر الملف الحسـاس يتغير مع الزمن، مؤدياً لتحريض جهد في الملف. إن هذا الجهد المتولد يُسـتخدم كقادح لدارة القطع، وموقفاً التيار بسـرعة (في زمن يُقدر بواحد ميلي ثانية $(1\ ms)$ قبل أن يصـل إلى مستوى يؤذي الشخص المستخدم للجهاز. وهذا الجهاز الـ GFI أكثر فعالية وأسرع من أي جهاز آخر رأيناه سـابقاً، ولهذا السـبب، يُسـتخدم بشـكل أسـاسـي في الحمامات، حيث أوضـاع أو مواقف يمكن أن تحدث للناس، انظر الشكل المرفق.

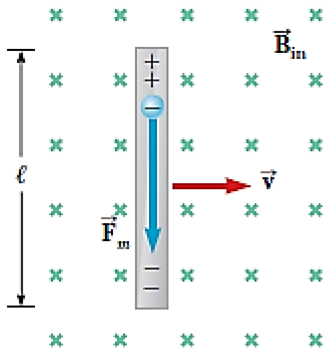


(a) هذا المجفف للشعر (السيشوار) يوصل بال GFI الذي بدوره يوصل بالمخرج في الجدار. (b) إن مثل هذا الأداة ال GFI موجودة في الفنادق، حيث يتم غالباً باستخدام مجفف الشعر أو آلة الحلاقة الكهربائية بعد الخروج من الحمام وهذا من أجل تلافي حدوث صدمة كهربائية.

4- حركية القوة المحركة emf:

رأينا ســابقاً أن القوة المحركة الكهربائية emf تولد أو تُحرض في دارة عند تغير الحقل المغناطيســي مع الزمن. في هذا المقطع نصف تطبيق خاص لقانون فاراداي والذي يُطلق عليه اسم "حركية القوة المحركة الكهربائية – Motional emf" المتولدة. أي أن الـ emf المحرضة في ناقل يتحرك في حقل مغناطيسي.

لنعتبر أولاً ناقل مســتقيم طوله ℓ يتحرك بســرعة ثابتة في حقل مغناطيســي منتظم موجه لداخل الورقة، كما هو موضح في الشكل المرفق.



ناقل مستقيم طوله ℓ يتحرك بسرعة $\vec{v}$ في حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ عمودي على السرعة $\vec{v}$. إن الشعاع $\vec{F}_m$ يمثل القوة المغناطيسية المؤثرة على إلكترون في الناقل. هناك قوة محركة كهربائية محرضة بين طرفي أو نهايتي الناقل أو القضيب.

لتبسيط المسألة، نفترض أن الناقل يتحرك باتجاه عمودي على الحقل. إن قيمة القوة المغناطيسية تســاوي $F_m = qvB$، وموجهة نحو الأسـفل، تؤثر على إلكترونات الناقل. بسـبب هذه القوة المغناطيسـية، الإلكترونات الحرة تتحرك إلى النهاية الســفلية للناقل وتتجمع هناك، مؤدية إلى شــحنة موجبة في الطرف العلوي أو النهاية العلوية. إن نتيجة فصل الشحنات، يتولد حقل كهربائي في الناقل. إن الشحنة في النهايات تتجمع حتى القوة المغناطيسـية qvB المتجهة نحو الأسـفل توازن القوة الكهربائية المتجهة نحو الأعلى qE. في هذه النقطة، تدفق الشحنة يتوقف وشرط التوازن يُكتب على الشكل:

$$qE = qvB \qquad or \qquad E = vB$$

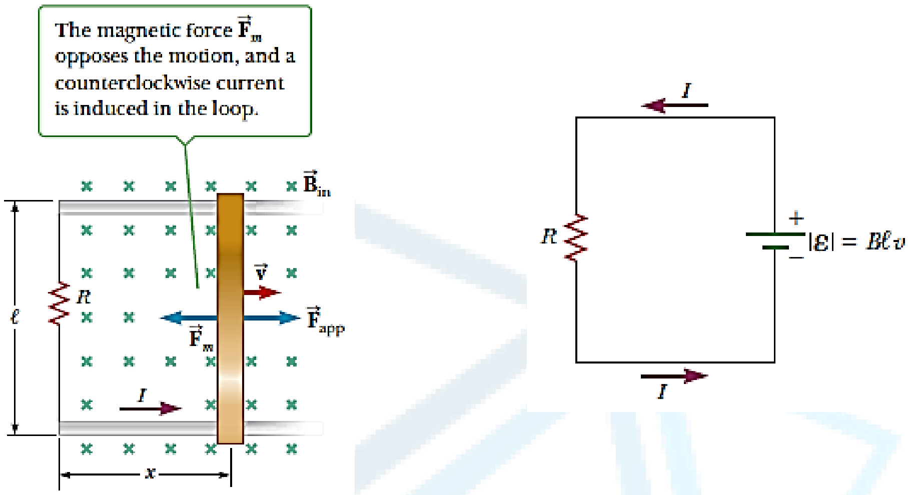
وبسبب أن الحقل الكهربائي هو حقل منتظم، الحقل المتولد في الناقل يتعلق بفرق الكمون المار عبر النهايتين أي بـ $\Delta V = E\ell$، وهذا يعطي:

$$\boldsymbol{\Delta V = E\ell = B\ell v} \qquad \textbf{(3)}$$

وبما أنه يوجد فائض من الشحنة الموجبة عند النهاية العلوية للناقل وفائض من الشحنة السالبة عند النهاية الســفلية، فكمون النهاية العلوية يكون أعلى من كمون النهاية الســفلية. إذاً يوجد فرق الكمون يعبر الناقل على طوله كما يتحرك عبر الحقل. إذا عُكست هذه الحركة، فقطبية فرق الكمون ستُعكس.

وهناك أوضاع كثيرة مهمة تحدث إذا كانت حركة الناقل في طريق مغلق. هذا الوضع بشكل خاص مفيد لشرح وتفسير تغير مساحة أو سطح الحلقة المحرض بتيار في دارة مغلقة توصف بقانون فاراداي.

لنعتبر دارة مكونة من قضــيب ناقل طوله ℓ، ينزلق على طول ســكتين ناقلتين متوازيتين وثابتتين كما هو موضح في الشكل المرفق.



(a) (b)

(a) قضيب ناقل ينزلق بسرعة $\vec{v}$ على طول سكتين ناقليتين تحت تأثير قوة مطبقة.

(b) الدارة المكافئة للشكل (a).

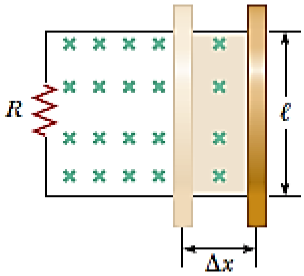
للتبسيط، نفرض أن مقاومة القضيب المتحرك تساوي الصفر والجزء الثابت من الدارة مقاومته ثابتة تساوي R. نأخذ اتجاه الناظم وفق المحور z، يخرج من الصفحة. ونطبق حقل مغناطيسي منتظم وثابت $\vec{B}$ بشكل عمودي على مستوى الدارة. بما أن القضيب يُدفع نحو اليمين بالاتجاه الموجب للمحور x بسرعة $\vec{v}$ تحت تأثير القوة المطبقة $\vec{F}_{app}$، قوة مغناطيسية تؤثر على طول القضيب على الشحنات الحرة في القضيب. هذه القوة الدوارة تولد تيار محرض بسبب الشحنات الحرة المتحركة في المسلك أو الطريق الناقل المغلق. في هذه الحالة، تدفق الحقل المغناطيسي يتغير عبر الحلقة وهذا بدوره يؤدي أو يوافق تحريض قوة محركة كهربائية emf تعبر القضيب المتحرك مؤدية **لتغير في مساحة الحلقة** طالما القضيب يتحرك كحركة ضمن الحقل المغناطيسي. وبما أن التدفق الداخل للصفحة يتزايد، فبواسطة قانون لينز نجد أن التيار المحرض يسير باتجاه عكس عقارب الساعة، مولداً تدفق خارج الصفحة والذي يعاكس هذا التغير.

لنفرض الآن أن القضيب يتحرك مسافة قدرها Δx بزمن قدره Δt، كما هو مبين في الشكل المرفق، إن التدفق يزداد بالمقدار $\Delta\Phi_B$ عبر الحلقة، في تلك الزمن تكون قيمة التدفق المارة عبر الجزء من الدارة التي مساحتها $\ell\Delta x$ يساوي:

$$\Delta\Phi_B = BA = B\ell\Delta x$$

وباستخدام قانون فاراداي وبالإشارة إلى أنه يوجد حلقة واحدة $(N = 1)$، نجد أن قيمة القوة المحركة الكهربائية المحرضة تساوي:

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = B\ell\frac{\Delta x}{\Delta t} = B\ell\, v \qquad (4)$$



القضيب يتحرك نحو اليمين، مساحة الحلقة يزداد بالمقدار $\ell\Delta x$، وتدفق الحقل المغناطيسي عبر الحلقة يزداد بالمقدار $B\ell\Delta x$.

هذه القوة الكهربائية المحرضة تُسمى غالباً "القوة الكهربائية الحركية" لأنها تنشأ أو تتولد أو تنتج عن حركة الناقل عبر حقل مغناطيسي. وإضافة لذلك، إذا كانت مقاومة الدارة هي R، فقيمة تيار المتحرض في الدارة يساوي:

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{B\ell\, v}{R} \qquad (5)$$

والحالة (b) من الشكل السابق توضح مخطط الدارة المكافئة لهذا المثال.

<u>مثال (1): (فرق كمون مُحرض عبر أجنحة طائرة)</u>

إن الهدف من هذا المثال هو إيجاد القوة المحركة الكهربائية المُحرضة عبر حركة في حقل مغناطيسي.

المسافة بين جناحي طائرة $(30{,}0\ m)$ تطير باتجاه الشمال في منطقة حيث أن مركبة الحقل المغناطيسي الأرضي المتجهة نحو الأسفل تساوي $0{,}600 \times 10^{-4}\ T$. يوجد أيضاً مركبة متجهة نحو الشمال قيمتها تساوي $0{,}470 \times 10^{-4}\ T$. المطلوب: (1) إيجاد فرق الكمون بين طرفي (نهايتي) الجناحين عندما تكون سرعة الطائرة تساوي $2{,}50 \times 10^{2}\ m/s$. (2) أي من الجناحين يكون موجب؟

<u>الحل:</u>

(1) حساب فرق الكمون بين طرفي الجناحين:

بما أن الطائرة تطير باتجاه الشمال، فإن المركبة الشمالية للحقل المغناطيسي لا يكون لها أي تأثير على القوة المحركة الكهربائية emf. إن الـــ emf المحرضة ببطء عبر الجناح سببها المركبة السفلية للحقل المغناطيسي الأرضي. نستبدل القيم المعطاة في العلاقة (4)، ومن ثم نستخدم القاعدة الأولى لليد اليمنى لإيجاد اتجاه الشحنات الموجبة التي يجب أن تُدفع بالقوة المغناطيسية.

بكتابة المعادلة التي تعطي الـ emf الحركية ومن ثم استبدال القيم المعطاة نجد:

$$\varepsilon = B\ell\, v = (0{,}600 \times 10^{-4}\ T)(30{,}0\ m)\left(2{,}50 \times 10^{2}\frac{m}{s}\right) = 0{,}450\ V$$

(2) ما هو الجناح الموجب؟

نوجه أصابع اليد اليمنى باتجاه الشمال، أي باتجاه السرعة، ومن ثم ندورها للأسفل، باتجاه الحقل المغناطيسي. فيكون اتجاه الإبهام نحو الغرب. وعندئذ، فإن الجناح الغربي هو الموجب.

<u>مثال (2): (استخدام حركية الـ emf لإيجاد القوة المحركة المحرضة emf والتيار)</u>

(1) قضيب طوله ℓ ينزلق كما هو موضح في الحالة (a) من الشكل المرفق، ويتحرك بسرعة $2{,}00\ m/s$ في حقل مغناطيسي قيمته $0{,}250\ T$. باستخدام مفهوم حركية الـ emf أوجد الجهد المحرض الناتج عن حركة القضيب. (2) إذا كانت مقاومة الدارة تساوي $0{,}500\ \Omega$، أوجد قيمة التيار في الدارة والاستطاعة المقدمة للمقاومة (ملاحظة: إن جهة التيار في هذه الحالة هو بعكس عقارب الساعة حول الحلقة). (3) استخدم مفهوم العمل والاستطاعة لحساب القوة المطبقة.

<u>الحل:</u>

(1) حساب الـ emf المحرضة باستخدام مفهوم حركية الـ emf:

نستبدل في المعادلة (4) من أجل حركية الـ emf فنجد القوة الحركية emf المحرضة:

$$\varepsilon = B\ell\, v = (0{,}250\ T)(0{,}500\ m)\left(2{,}00\frac{m}{s}\right) = 0{,}250\ V$$

(2) إيجاد التيار المحرض في الدارة والاستطاعة المستهلكة في المقاومة:

باستبدال قيمة ε والمقاومة في قانون أوم نجد التيار المحرض:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0{,}250\ V}{0{,}500\ \Omega} = 0{,}500\ A$$

وباستبدال التيار بالقيمة $0{,}500\ A$ والقوة المحركة بالقيمة $0{,}250\ V$ في المعادلة التي تسمح بحساب الاستطاعة $P = I\ \Delta V$ المصروفة في المقاومة $0{,}500\ \Omega$ نجد:

$$P = I\ \Delta V = (0{,}500\ A)(0{,}250\ V) = 0{,}125\ W$$

(3) حساب قيمة واتجاه القوة المؤثرة على القضيب:

باستبدال قيم كل من I، B، و ℓ في المعادلة $F_m = IB\ell$، مع $\sin\theta = \sin(90^o) = 1$.

نجد قيمة القوة:

$$F_m = IB\ell = (0{,}500\ A)(0{,}250\ T)(0{,}500\ m) = 6{,}25 \times 10^{-2}\ N$$

وبتطبيق قاعدة اليد اليمنى الثانية نجد اتجاه القوة: وذلك بتوجيه أصابع اليد اليمنى بالاتجاه الموجب للتيار، ومن ثم ندور الأصابع باتجاه الحقل المغناطيسي، فاتجاه الإبهام يكون بالاتجاه السالب للمحور x.

(4) إيجاد قيمة قوة المطبقة F_{app}:

بكتابة أن العمل W_{app} المبذول بالقوة المطبقة يساوي إلى الاستطاعة المصروفة بالزمن المنقضي نجد:

$$W_{app} = F_{app}d = P\ \Delta t$$

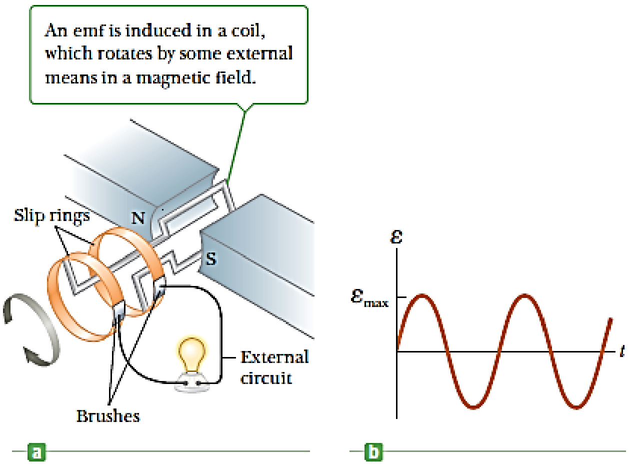
وبحل المعادلة من أجل إيجاد القوة نستبدل $d = v\,\Delta t$ (المسافة تساوي السرعة مضروباً بالزمن) نجد:

$$F_{app} = \frac{P\,\Delta t}{d} = \frac{P\,\Delta t}{v\,\Delta t} = \frac{P}{v} = \frac{0{,}125\;W}{2{,}00\;m/s} = 6{,}25 \times 10^{-2}\;N$$

5- المولدات:

المولـدات هي أجهزة أو أدوات ذات أهميـة عمليـة كبيرة حيـث مبـدأ عملها يعتمـد على التحريض الكهرطيسي.

لنعتبر أولاً مولد يعمل على التيار متناوب (alternating-current "AC" generator)، وهو أداة تحول الطاقة الميكانيكية لطاقة كهربائية. بهذا الشكل المبسط، المولد AC يتكون من سلك على شكل حلقة تدور في حقل مغناطيسي بواسطة بعض الوسائط أو الأدوات الخارجية، كما هو مبين في الشكل المرفق.

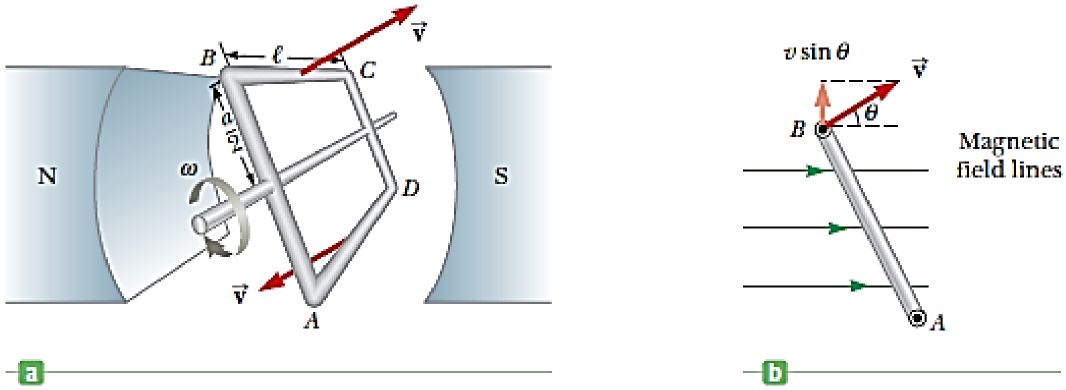


(a) مخطط لمولد يعمل على التيار المتناوب. قوة محركة كهربائية emf محرضة في الملف، تؤدي لدوران المولد في حقل مغناطيسي.

(b) رسم بياني يوضح تناوب الـ emf المحرضة في الحلقة بتابعية الزمن.

إن مخطط توليد الطاقة على المســتوى التجاري يتطلب تدوير حلقة يمكن أن يتم أو ينتج عن أشكال متنوعة للمنابع. إن توليد الطاقة عن طريق القوة المائية، على سبيل المثال، إن سقوط الماء مباشرة على شــفرات عنفة الذي يولد حركة دورانية؛ عند احتراق الفحم الحجري، الحرارة النـاتجة عن احتراق الفحم تستخدم لتحويل الماء إلى بخار، وهذا البخار بدوره يوجه على شـفرات العنفة. وبما أن الحلقة تدور، فتدفق الحقل عبر الحلقة يتغير مع الزمن مولداً بذلك قوة emf وتيار في الدارة الخارجية. وتوصــل نهايتي (طرفي) بحلقات قابلة للانزلاق والتي تدور مع الحلقة. الاتصالات بالدارة الخارجية يتم بفراشي ثابتة وبتماس مع الحلقات القابلة للانزلاق.

يمكن اشتقاق أو استنتاج معادلة الـ emf المتولدة أو الناتجة عن دوران الحلقة باستخدام معادلة الـــ emf الحركية، $\varepsilon = B\ell\,v$. إن الحالة (a) من الشكل المرفق تبين حلقة مصنوعة من سلك تدور مع عقارب الســاعة في حقل مغناطيســي منتظم موجه لليمين. إن القوة المغناطيســية (qvB) المؤثرة على الشحنات في السلك (AB) والسلك (CD) ليست على طول السلكين.



(a) حلقة تدور بسرعة زاوية ثابتة في حقل مغناطيسي خارجي. الـ emf المحرضة في الحلقة تتغير بشكل جيبي مع الزمن. (b) يبين منظر جانبي للحلقة الدوارة، تدفق الحقل يتغير بشكل مستمر، مولداً بذلك تيار متناوب في الحلقة.

إن القوة المؤثرة على الإلكترونات في هذه الأسلاك عمودية على الأسلاك). إذاً، قوة emf تولد فقط في السلكين BC و AD. في أي لحظة، السلك BC له سرعة $\vec{v}$ تصنع زاوية θ مع الحقل المغناطيسي، كما هو مبين في الحالة (b) من الشكل السابق. (نشير هنا إلى أن مركبة السرعة الموازية للحقل ليس لها تأثير على الشحنات في السلك، بالمقابل فمركبة السرعة العمودية على الحقل تولد قوة مغناطيسية على الشحنات والتي تحرك الإلكترونات من C إلى B). إن الـ emf المتولدة في السلك BC تساوي $B\ell v_\perp$، حيث ℓ طول السلك و $v_\perp$ مركبة السرعة العمودية على الحقل. وقوة emf تساوي $B\ell v_\perp$ هي أيضاً متولدة في السلك AD، واتجاه هذه القوة المحركة emf هو نفس اتجاه القوة المحركة في السلك BC. وبما أن $v_\perp = v\sin\theta$، فالقوة المحركة الكلية المحرضة emf تساوي:

$$\boldsymbol{\varepsilon = 2B\ell v_\perp = 2B\ell v\sin\theta} \qquad (6)$$

إذا دارت الحلقة بسرعة زاوية ثابتة ω، يمكننا استخدام العلاقة $\theta = \omega t$ في العلاقة (6). إضافة لذلك، بما أن كل نقطة على السلكين BC و AD تدور في دائرة حول محور الدوران بنفس السرعة الزاوية ω، يكون لدينا $v = r\omega = (a/2)\omega$، حيث a طول الجهتين AB و CD. والمعادلة (6) تصبح على الشكل الآتي:

$$\varepsilon = 2B\ell\left(\frac{a}{2}\right)\omega\ \sin\omega t = B\ell\, a\omega\ \sin\omega t$$

وإذا كان الملف يحتوي N لفة، القوة emf تكون أكبر بـ N مرة بسبب أن كل حلقة لها نفس قيمة الـ emf محرضة فيها. إضافة لذلك، وبما أن سطح كل حلقة يساوي $A = \ell a$، فالقوة الكلي المحركة المحرضة emf تساوي:

$$\boldsymbol{\varepsilon = NBA\omega\sin\omega t} \qquad (7)$$

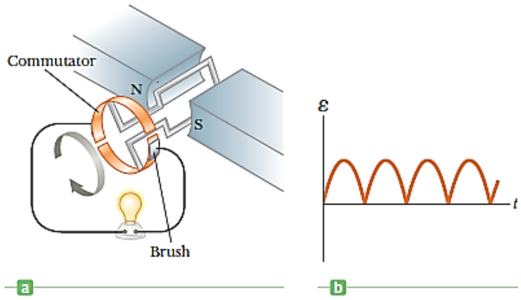
وهذه النتيجة تبين أن القوة emf تتغير بشكل جيبي مع الزمن، كما هو موضح في الحالة (b) من الشكل المرفق. والقيمة العظمى لـ emf تأخذ القيمة:

$$\varepsilon_{max} = NBA\omega \qquad (8)$$

مثل هذا النوع من المولدات تولد بشكل طبيعي تيار متناوب (AC)، والذي يغير اتجاهه مع التردد (أو التواتر) $(\omega = 2\pi f \rightarrow f = \omega/2\pi)$. ويمكن تحويل التيار المتناوب (AC) إلى تيار مستمر.

في الولايات المتحدة وفي كندا التردد المستخدم هو $(60\ Hz)$، بينما في بعض الدول الأوربية التردد المستخدم هو $(50\ Hz)$.

الشكل التالي يوضح مولد للتيار المستمر (direct-current "DC" generator). والمركبات أو المكونات الأساسية لكلا النوعين من المولدات متشابهة، باستثناء أن الاتصالات بالحلقة الدوارة يتم بواسطة حلقة قابلة للانزلاق، أو بواسطة منوبة (أداة تعكس التيار). في هذا التصميم فإن جهد الخرج له دوماً نفس القطبية والتيار مستمر نبضي، كما هو مبين في الحالة (b) من الشكل المرفق. ونشير إلى أن الاتصالات بالحلقة القابلة للانزلاق تعكس دورهم كل نصف دورة. وفي نفس الوقت، قطبية الـ emf المحرضة تنعكس. ومنه، فإن قطبية الحلقة القابلة للانزلاق تبقى نفسها.



(a) مخطط توضيحي لمولد تيار مستمر. (b) القوة emf تتغير في القيمة، لكن لها دوماً نفس القطبية.

<u>مثال: (قوة محركة emf في مولد للتيار المتناوب)</u>

الهدف من المثال هو فهم المظاهر الفيزيائية لمولد التيار المتناوب.

مولد للتيار المتناوب AC يتألف من ملف يحتوي 8 لفات سلكية، حيث كل لفة سطحها $A = 0{,}0900\ m^2$، مع مقاومة كلية تساوي $12{,}0\ \Omega$. يدور الملف في حقل مغناطيسي قيمته $0{,}500\ T$ بتردد ثابت يساوي $60{,}0\ Hz$، مع محور دوران عمودي على اتجاه الحقل المغناطيسي.

المطلوب: (1) إيجاد القيمة العظمى لـ emf المحرضة. (2) ما هي قيمة التيار الأعظمي المحرض؟ (3) حدد الـ emf المحرضة والتيار بتابعية الزمن. (4) ما هي القيمة العظمى للعزم الذي يجب أن يُطبق للحفاظ على دوران الملف؟

<u>الحل:</u>

(1) إيجاد القيمة العظمى لـ emf المحرضة:

نحسب أولاً التردد الزاوي لحركة الدورانية:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(60\ Hz) = 377\ rad/s$$

وبتعويض قيم كل من N، A، B، و ω في المعادلة (8)، نحصل على القيمة العظمى لـ emf:

$$\varepsilon_{max} = NBA\omega = 8(0{,}0900\ m^2)(0{,}500\ T)\left(377\frac{rad}{s}\right) = 136\ V$$

(2) ما هي قيمة التيار الأعظمي المحرض؟

باستبدال القيمة العظمى لـلقوة المحركة الكهربائية ε_{max} والمقاومة R في قانون أوم نجد القيمة العظمى للتيار الأعظمي المحرض:

$$I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R} = \frac{136\ V}{12{,}0\ \Omega} = 11{,}3\ A$$

(3) تحديد الـ emf المحرضة والتيار بتابعية الزمن.

باستبدال القيمة العظمى لـلقوة المحركة الكهربائية ε_{max} والتردد الزاوي ω في المعادلة (7) نجد تغير ε مع الزمن مقدراً بالثانية:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \sin \omega t = (136\ V) sin\ 377t$$

وباستثناء القيمة العظمى، تغير التيار بتابعية الزمن يساوي:

$$I = (11{,}3\ A) sin\ 377t$$

(4) حساب القيمة العظمى للعزم الضروري المطبق للحفاظ على دوران الملف:

بكتابة معادلة العزم المغناطيسي:

$$\tau = \mu B \sin \theta$$

نحسب العزم المغناطيسي للملف، μ:

$$\mu = I_{max}AN = (11{,}3\ A)(0{,}0900\ m^2)(8) = 8{,}14\ A.m^2$$

وباستبدال في معادلة العزم الدوراني المغناطيسي مع $\theta = 90^o$ نجد العزم الضروري المطبق للحفاظ على دوران الملف:

$$\tau_{max} = (8{,}14\ A.m^2)(0{,}500\ T) \sin 90^o = 4{,}07\ N.m$$

ملاحظة: إن عدد اللفات N لا يمكن أن يكون بشـكل عشـوائي لأنه يجب أن يكون هناك قوة قوية كافية لتدوير الملف.

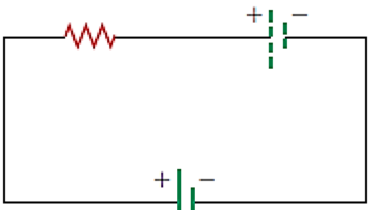
سؤال: ما هو تأثير مضاعفة التردد الزاوي على القيمة العظمى لـ emf المحرضة؟

*** محركات وقوة محركة كهربائية ردية أو خلفية:**

المحركات هي عبارة عن أجهزة أو أدوات تحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة ميكانيكية. بشـكل أساسي، **المحرك هو مولد يسير بشكل معاكس**: بدلاً من توليد تيار بدوران حلقة، هناك تيار يُضاف للحلقة (تزود به الحلقة) بمنبع لـ emf، والعزم الدوراني المغناطيسي الناتج عن التيار المار بالحلقة يُسبب بدورانها.

ونشـــير هنا إلى أن عبارة "**قوة كهربائية حركية ردية أو خلفية – back emf**" تُســتخدم كقوة من أجل أن emf تميل لتخفيض التيار المطبق. وإن قيمة الـــ **back emf** تزداد بزيادة ســرعة الدوران الملف. ونوضح هذه الصورة أو الدارة المكافئة في الشكل المرفق.

ولتوضـــيح ذلك نفترض أن هناك منبع للجهد خارجي يُقدم تيار إضـــافي في ملف محرك يُعطي جهد قيمته 120 فولط. مقاومة الملف تساوي 10 أوم، وقيمة الـــ **back emf** في الملف في تلك اللحظة تساوي 70 فولط. فالجهد المتوفر لإضـافته للتيار يسـاوي إلى الفرق بين الجهد المطبق والـــ **back emf**، أو 50 فولط في هذه الحالة. يتناقص التيار أيضاً بسبب الـ **back emf**.



دارة تمثل مخطط محرك ممثل بمقاومة إضافة لقوة محركة كهربائية ردية أو خلفية.

<u>مثال: (تيار محرض في محرك):</u>

الهدف من المثال هو تطبيق فكرة الـ **back emf** في حساب التيار المحرض في محرك.

محرك يحتوي ملف مقاومته $10{,}0\ \Omega$ ومزود بجهد قدره $\Delta V = 1{,}20 \times 10^2 V$. عنـدما يعمل المحرك بســرعته العظمى، فيتولد قوة محركة ردية أو رجعية **back emf** قدرها $70{,}0\ V$. المطلوب إيجاد التيار في الملف: (1) عند بداية عمل المحرك، و (2) عندما يصل معدل دورانه إلى قيمته العظمى.

<u>الحل:</u>

(1) حساب التيار البدائي عند بداية عمل المحرك:

إذا الملف لا يدور، فالـ **back emf** يكون صفر وقيمة التيار تكون أعظمية. حساب فرق الكمون بين الـ **emf** والـ **back emf** وقسمته على المقاومة نحصل على التيار البدائي:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{back}}{R} = \frac{1{,}20 \times 10^2 V - 0}{10{,}0\ \Omega} = 12\ A$$

(2) حساب التيار عندما يصل معدل دوران المحرك إلى قيمته العظمى:

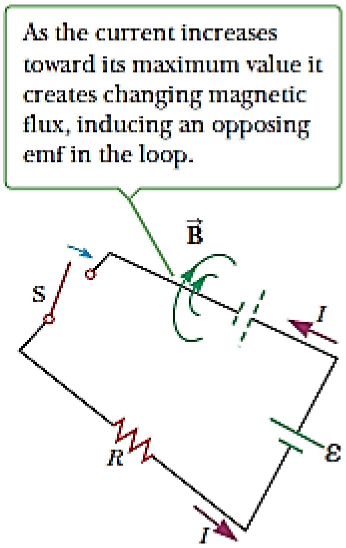
نعيد الحسابات السابقة باستخدام القيمة العظمى لـ back emf:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{back}}{R} = \frac{1{,}20 \times 10^2 V - 70{,}0 V}{10{,}0\ \Omega} = \frac{50{,}0\ V}{10{,}0\ \Omega} = 5{,}00\ A$$

<u>ملاحظة:</u> إن ظاهرة الـ back emf هي باتجاه واحد حيث أن معدل الدوران للمحركات الكهربائية محدودة.

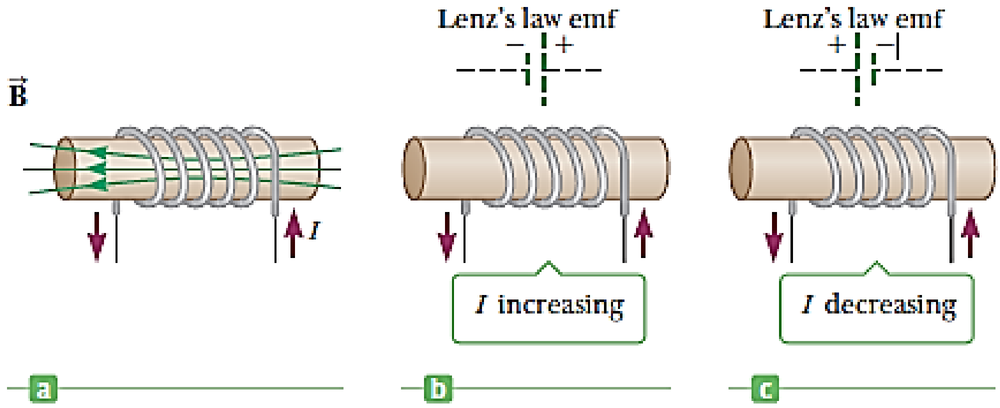
6- التحريض الذاتي:

لنعتبر دارة مكونة من قاطعة، مقاومة، ومنبع قوة محركة emf، كما موضح في الشكل المرفق. عند اغلاق القاطعة، التيار لا يتغير مباشرة من الصفر إلى قيمته العظمى التي تساوي ε/R. إن قانون التحريض الكهرطيسي، أي قانون فاراداي، يتوقع هذا التغير. إن هذا الذي يحدث عوضاً عن ذلك التالي: بما أن التيار يزداد مع الزمن، فتدفق الحقل المغناطيسي عبر الحلقة يزداد أيضاً بسبب هذا التزايد للتيار. تزايد التدفق يولد (يُحرض) قوة محركة emf في الدارة تعاكس التغير في التدفق المغناطيسي. بواسطة قانون لينز، القوة emf المُحرضة تُعين كما هو مبين (بطارية مرسومة بخط متقطع) في الشكل المرفق. إن فرق الكمون الصافي الذي يعبر المقاومة يكون عبارة عن الفرق بين القوة المحركة emf للبطارية والقوة المحركة المُحرضة المعاكسة emf. بما أن قيمة التيار تزداد، فإن معدل التزايد ينخفض وبالتالي فإن القوة المُحرضة emf تتناقص. تنتج القوة المحركة المعاكسة emf بالتدريج مع تزايد التيار. من أجل نفس السبب، عند فتح القاطعة، التيار لا يهبط بشكل مباشر إلى الصفر. وهذا المفعول (الظاهرة) يُطلق عليه اسم "التحريض الذاتي – **self- induction**" لأن تغير التدفق عبر الدارة ينتج أو يتولد أو يظهر من الدارة نفسها. فالقوة المحركة المتولدة emf في الدارة يُطلق عليها "اسم القوة المحركة المحرضة ذاتياً – **self-inducted emf**".



بعد اغلاق القاطعة في الدارة، التيار المتولد هو خاص بالتدفق المغناطيسي عبر الحلقة. يتولد قوة محركة معاكسة emf، وهذا يعني أن التيار النسبي يتزايد ببطء باتجاه قيمته العظمى ولا يقفز لتلك القيمة. إن البطارية الممثلة بالخطوط المتقطعة ترمز للقوة الكهربائية المحرضة الذاتية.

كمثل آخر عن التحريض الذاتي، لنعتبر الشكل التالي حيث يبين ملف أسطواني قلبه (نواته) من الحديد (مثل هذه الأدوات هي أدوات عملية نستخدم فيها مئات اللفات). لنفرض أن التيار يتغير مع الزمن. عندما يكون التيار في الاتجاه المبين في الشكل، يتولد حقل مغناطيسي داخل الملف، موجه من اليمين إلى اليسار. كنتيجة لذلك، بعض خطوط تدفق الحقل المغناطيسي تمر عبر سطح مقطع الملف. وبما أن التيار يتغير مع الزمن، التدفق عبر الملف يتغير ويحرض قوة محركة في الملف emf. إن قانون لينز يُعين اتجاه القوة المُحرضة emf المعاكس للتغير في التيار. إذا ازداد التيار، فالقوة المحركة المُحرضة emf، موضحة في الحالة (b) من الشكل المرفق، وإذا تناقص التيار، القوة المحركة المُحرضة emf، موضحة في الحالة (c) من الشكل المرفق.



(*a*) إن التيار في الحلقة يولد حقل مغناطيسي موجه لليسار. (*b*) إذا ازداد التيار، فالملف يعمل كمنبع لقوة كهربائية محركة ممثلة ببطارية مرسومة بخط متقطع. (*c*) إن القوة emf المحرضة في الملف تغير قطبيتها إذا تناقص التيار. البطارية المرسومة بخط متقطع تمثل قوة محرضة emf في الملف.

لتقدير مقدار التحريض الذاتي، يجب أن نشير أولاً إلى أنه وفق قانون فاراداي فالتحريض emf يُعطى بالعلاقة رقم (2):

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

التدفق المغناطيسي يتناسب مع الحقل المغناطيسي، الذي يتناسب مع التيار في الملف. إذاً، القوة المُحرضة الذاتية emf يجب أن تتناسب مع معدل تغير التيار مع الزمن، أي أن:

$$\boldsymbol{\varepsilon = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}} \qquad \textbf{(9)}$$

حيث L ثابت تناسب يُسمى بـــ "**تحريض الجهاز أو الأداة – Inductance of the device**'. تعني الإشارة السالبة أن تغير التيار يُحرض قوة محركة emf معاكسة للتغيير. بتعبير آخر، إذا تزايد التيار بالمقدار (ΔI موجب)، تكون القوة المحركة المُحرضة emf سالبة، أي معاكسة لتزايد التيار. وبالعكس، إذا تناقص التيار

بالمقدار (ΔI سالب)، فإشارة القوة المحركة المُحرضة emf تكون موجبة، أي أن القوة المحركة تعمل أو تؤثر بشكل معاكس للتناقص.

إن تحريض الملف يتعلق بسطح مقطع الملف وبكميات أخرى، التي يمكن أن تُجمع تحت اسم عام يُسمى العوامل الهندسية (بالشكل الهندسي للملف). يُقدر التحريض الذاتي في الجملة الدولية بواحدة **"الهنري – Henry (H)"**. ومن العلاقة (9) فالهنري يساوي واحد فولط في الثانية على الأمبير:

$$1\,H = 1\,V.s/A$$

وفق هذه الألية أو الطريقة لحساب التحريض-الذاتي، فغالباً ما يُصطلح بأن نساوي بين المعادلة (2) والمعادلة (9) لإيجاد عبارة L:

$$N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\boldsymbol{L = N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta I} = \frac{N\Phi_B}{I}} \qquad \textbf{(10)}$$

بشكل عام، لتحديد التحريض لعنصر من التيار يمكن أن يكون اختبار أو تحدي. نجد علاقة أو عبارة التحريض لملف لولبي عادي، إضافة لذلك، مستقيم. لنفرض أن الملف اللولبي يحتوي على N لفة وطوله ℓ. نفرض أن ℓ أكبر بالمقارنة مع نصف قطر قلب الملف اللولبي. نفرض أن الحقل المغناطيسي الداخلي منتظم ويُعطى بالعلاقة رقم (16) التي حصلنا عليها سابقاً في الفصل السابق:

$$B = \mu_0 nI = \mu_0\frac{N}{\ell}I$$

حيث $n = N/\ell$ عدد اللفات بواحدة الطول. إن تدفق الحقل المغناطيسي عبر كل لفة يساوي:

$$\Phi_B = BA = \mu_0\frac{N}{\ell}AI$$

حيث A سطح مقطع الملف اللولبي. من المعادلة السابقة والمعادلة رقم (10) نجد أن:

$$\boldsymbol{L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}} \qquad \textbf{(11a)}$$

تبين هذه المعادلة أن L تتعلق بالعوامل (أو المعاملات) الهندسية ℓ، A، و μ_0 وهي تتناسب مع مربع عدد اللفات. وبما أن $N = n\ell$، يمكننا أن نعبر عن النتيجة بالشكل الآتي:

$$\boldsymbol{L = \frac{\mu_0 (n\ell)^2 A}{\ell} = \mu_0 n^2 A\ell = \mu_0 n^2 V} \qquad \textbf{(11b)}$$

حيث يُمثل $V = A\ell$ حجم الملف اللولبي.

<u>مثال: حساب التحريض، الـ *emf* للتحريض الذاتي لملفات لولبية:</u>

(1) حساب التحريض لملف لولبي يتضمن 300 لفة بفرض أن طوله يساوي $25{,}0\ cm$، وسطح مقطعه يساوي $4{,}00\times 10^{-4}\ m^2$. **(2)** حساب الـ **emf** للتحريض الذاتي في الملف الموصوف في الطلب (1) إذا كان التيار في الملف يتناقص بمعدل $50{,}0\ A/s$. علماً أن: $\mu_0=(4\pi\times 10^{-7}T.m/A)$.

الحل:

(1) حساب التحريض في الملف اللولبي:

نستبدل قيم عدد اللفات N، والسطح A، والطول ℓ في المعادلة (11a) فنجد التحريض:

$$L=\frac{\mu_0 N^2 \mathrm{A}}{\ell}=(4\pi\times 10^{-7}T.m/A)\frac{(300)^2(4{,}00\times 10^{-4}\ m^2)}{25{,}0\times 10^{-2}\ m}$$

$$=1{,}81\times 10^{-4}T.\frac{m^2}{A}=0{,}181\ mH$$

(2) حساب الـ emf للتحريض الذاتي لملف لولبي:

باستبدال L بـ $\Delta I/\Delta t=-50{,}0\ A/s$ في المعادلة (9) نجد قيمة الـ emf التحريض الذاتي:

$$\varepsilon=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-(1{,}81\times 10^{-4}H)\left(-50{,}0\frac{A}{s}\right)=9{,}05\ mV$$

ملاحظة: نشير إلى أن قيمة $\Delta I/\Delta t$ سالبة لأن التيار يتناقص مع الزمن. العبارة التي تُعطي التحريض في الطلب (1) هي علاقة تقريبية تربط نصف قطر الملف الذي يُعتبر صغير بالمقارنة بطوله.

7- دارات الـ RL:

إن عنصر من دارة يمتلك تحريض كبير، كملف يتألف من عدة لفات، يُسمى بالـ **"مُحرض – iductor"** أو الوشيعة. يُرمز للمحرض بالرمز المرفق. سنفرض أن التحريض الذاتي لباقي الدارة مهمل بالمقارنة مع المحرض في الدارة.

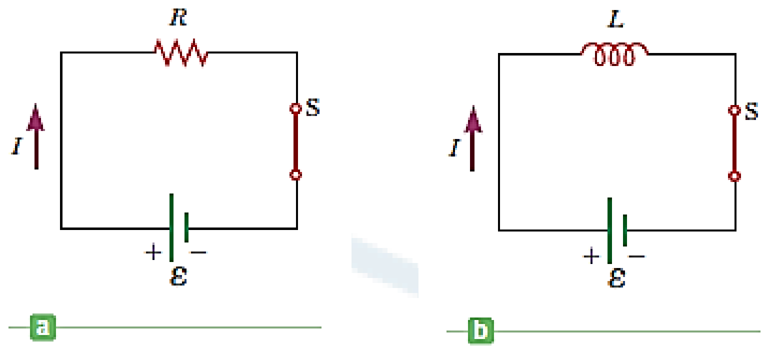
إن مفهوم الربح الناتج عن تأثير المحرض في دارة موضح في الشكل المرفق. حيث يبين مقاومة موصولة لنهايتي بطارية. من أجل هذه الدارة، وبحسب قانون الحلقات لكيرشوف يمكن أن نكتب $\varepsilon-IR=0$. الهبوط في الجهد أو فرق الكمون عبر المقاومة يساوي:

$$\Delta V_R=-IR \qquad (12)$$

في هذه الحالة، نفسر أو نشرح المقاومة كأداة لقياس معاكسة التيار. والآن لنعتبر الحالة (b) من الشكل المرفق، المكونة من محرض موصول بنهايتي أو طرفي بطارية. في اللحظة التي نغلق بها الدارة، يكون $IR=0$، والقوة المحركة للبطارية emf تساوي للقوة المحركة emf المرتدة المتولدة في الملف. ومنه يكون لدينا:

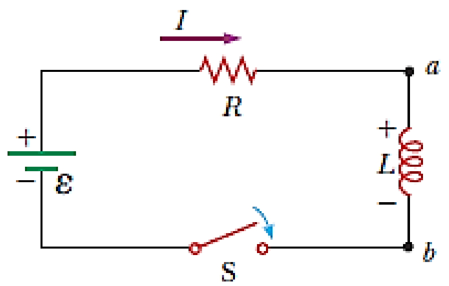
$$\varepsilon_R=-L\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad (13)$$

ومن هذه العلاقة، نستطيع شرح عمل أو تأثير كقياس لمعاكسة معدل تغير التيار.



شكل: يوضح مقارنة تأثير مقاومة مع تأثير مُحرض في دارة بسيطة.

يوضح الشكل المرفق دارة مكونة من مقاومة، محرض، وبطارية. نفرض أننا أغلقنا القاطعة في اللحظة $t = 0$. يبدأ التيار بالتزايد، لكن المحرض يولد قوة محركة تحريضية emf معاكسة لتزايد التيار. نتيجة لذلك، التيار لا يمكنه التغير من القيمة صفر إلى قيمته العظمى اللحظية التي تساوي ε/R. إن المعادلة رقم (13) تشير إلى أن القوة المحركة المحرضة emf تكون عظمى عندما يتغير التيار بشكل أسرع، وهذا يحدث عند اغلاق القاطعة. وعندما يصل التيار إلى قيمته المستقرة، فالقوة المحرضة الرجعية للملف تنخفض لأن تغير التيار يصبح أكثر بطءً. وأخيراً، عندما يصل التيار لقيمته الثابتة (المستقرة)، فمعدل التغير يكون معدوم أي يساوي الصفر والقوة المحركة المحرضة تصبح أيضاً مساوية للصفر.



دارة تسلسلية لمقاومة وملف RL (وشيعة). بما أن التيار يزداد باتجاه قيمته العظمى، المحرض يولد قوة emf تعاكس تزايد التيار.

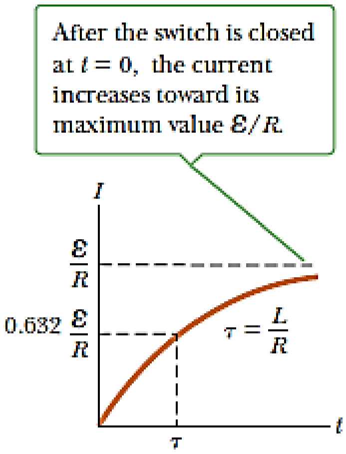
يُبين الشكل المرفق تغير التيار في دارة بتابعية الزمن. وهذا الرسم شبيه بالرسم الذي يُمثل شحن مكثفة بتابعية الزمن، التي تم التحدث عنها سابقاً، وذلك من أجل دارة مؤلفة من مقاومة ومكثفة RC. في هذه الحالة، وُجد أنه يجب علينا تعريف أو إدخال كمية يُطلق عليها اسم **"الثابت الزمني للدارة – the time constant of the circuit"**، والذي نعتبره بعض الأحيان الزمن اللازم لكي تقترب شحنة المكثفة من قيمتها الثابتة أو المستقرة. بنفس الطريقة، تُعرف ثوابت الزمن للدارات المحتوية على مقاومات ومحرضات (مقاومات ووشائع). إن الثابت الزمني τ لدارة RL هو الزمن اللازم لكي تصل قيمة التيار في دارة إلى (63,2%) من القيمة النهائية ε/R؛ إن الثابت الزمني لدارة RL يُعطى بالعلاقة:

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (14)$$

وباستخدام طرق الحساب من الممكن البرهان أن التيار في مثل تلك الدارة يُعطى بالعلاقة:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad (15)$$

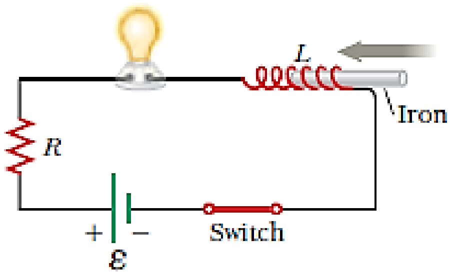
وهذه المعادلة تقتضي أنه عند اغلاق القاطعة في اللحظة $t = 0$، التيار البدائي يكون صفر، يزداد مع الزمن ليصل لقيمته العظمى. ونشير هنا إلى التشابه الرياضي بين العلاقة (15) والعلاقة التي تم الحصول عليها سابقاً حيث بدل المحرض (الوشيعة) لدينا مكثفة. في مثل هذه الحالة للمكثفة، فشكل المعادلة تقتضي قيمة غير منتهية للزمن يجب أن تكون مطلوبة ليصل التيار في المحرض لقيمته العظمى. وهذا عبارة عن عملية تقريبية للتيار الناتج عن حركة شحنات في غاية الصغر (متناهية في الصغر)، كما سنرى ذلك في المثال اللاحق.



تمثيل بياني لتغير التيار بتابعية الزمن لدارة RL وفق الشكل المرافق. عند اغلاق القاطعة في اللحظة $t = 0$، التيار يتزايد حتى قيمته العظمى ε/R. فيُعرف الثابت الزمني τ بأنه الزمن الذي يأخذه التيار لكي تصل قيمته إلى (63,2%) من قيمته العظمى.

سؤال سريع:

لتكن الدارة الموضحة في الشكل المرفق. عند اغلاق القاطعة المصباح يتوهج بشكل مستمر. المحرض هو عبارة عن ملف لولبي ذات قلب أو نواة من الهواء (قلب فارغ). نُدخل قضيب من الحديد داخل الملف، فهذا يزيد من قيمة الحقل المغناطيسي في الملف. عند ادخال القضيب الحديدي، هل إضاءة المصباح: (1) تزداد، (2) **تتناقص**، أو (3) تبقى نفسها



الجواب:

الجواب هو (2). الشـرح: عند إدخال القضـيب في الملف، يزداد التحريض في الملف. نتيجة لذلك، يظهر فرق في الكمون يعبر الملف أصــغر من قبل. ومنه، فإن فرق الكمون الذي يظهر يمر في المصــباح وهذا بدوره يؤدي إلى تناقص إضاءة المصباح.

<u>مثال: (حساب ثابت الزمن لدارة مؤلفة من مقاومة ووشيعة "ملف"):</u>

بطارية تُعطي جهد قدره $12,0\ V$ في دارة مؤلفة من مُحرض قيمته $30,0\ mH$ ومقاومة قيمتها $0,150\ \Omega$. نُغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$. المطلوب: (1) إيجاد الثابت الزمني للدارة. (2) إيجاد التيار بعـد مرور ثـابـت زمني واحـد"one time constant" . (3) إيجـاد الجهـد المـار في المقـاومـة عنـد $t = 0$. و $t = one\ time\ constant$. (4) ما هو معدل تغير التيار بعد ثابت زمني واحد.

<u>الحل:</u>

(1) إيجاد الثابت الزمني للدارة:

من أجل ذلك نستبدل قيمة التحريض والمقاومة في المعادلة (14) فنجد الثابت الزمني للدارة:

$$\tau = \frac{L}{\mathrm{R}} = \frac{30,0 \times 10^{-3}\ H}{0,150\ \Omega} = 0,200\ s$$

(2) إيجاد التيار بعد مرور ثابت زمني واحد"one time constant":

من أجل ذلك نستخدم قانون أوم لحساب القيمة النهائية للتيار بعد مرور عدة قيم للثابت الزمني:

$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{\mathrm{R}} = \frac{12,0\ V}{0,150\ \Omega} = 84,0\ A$$

وبعد ثابت زمني واحد (أي بعد زمن يساوي 1τ) التيار يصل إلى (63,2%) من قيمته النهائية، أي أن:

$$I_{1\tau} = (0,632)I_{max} = (0,632)(84,0\ A) = 53,1\ A$$

(3) إيجاد الجهد المار في المقاومة عند $t = 0$. و $t = one\ time\ constant$:

في البداية، التيار في الدارة معدوم، أي يساوي الصفر، من قانون أوم نجد أن:

$$\Delta V_R = IR \rightarrow \Delta V_R(t = 0\ s) = (0\ A)(0,150\ \Omega) = 0\ V$$

ولاحقاً، نستخدم قانون أوم، فنجد أن قيمة الجهد المار في المقاومة بعد زمن قدره ثابت زمني واحد:

$$\Delta V_R(t = 0,200\ s) = (53,1\ A)(0,150\ \Omega) = 7,97\ V$$

(4) ما هو معدل تغير التيار بعد ثابت زمني واحد:

باستخدام قانون كيرشوف المتعلق بالجهد، نحسب الجهد المار في المُحرض (الوشيعة) مع الزمن:

$$\varepsilon + \Delta V_R + \Delta V_L = 0$$

وبحل تلك المعادلة نجد قيمة ΔV_L:

$$\Delta V_L = -\varepsilon - \Delta V_R = -12{,}6\ V - (-7{,}97\ V) = -4{,}6\ V$$

والآن نحل المعادلة رقم (13):

$$\boldsymbol{\varepsilon_R = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}} \qquad \textbf{(13)}$$

من أجل $\Delta I/\Delta t$، وبعد التبديل نجد:

$$\Delta V_L = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{\Delta V_L}{L} = -\frac{-4{,}6\ V}{30{,}0\times 10^{-3}\ H} = 150\ A/s$$

مثال: (تشكيل حقل مغناطيسي – فهم دور الزمن في توليد حقل مغناطيسي في مُحرض):

لنفرض أنه لدينا دارة مؤلفة من مقاومة ووشيعة كما في المثال السابق LR. المطلوب إيجاد الزمن اللازم لكي يصل التيار إلى (99,9%) من قيمته العظمى بعد اغلاق القاطعة.

الحل:

الحل يقتضي حل المعادلة رقم (15):

$$\boldsymbol{I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)} \qquad \textbf{(15)}$$

لحساب الزمن بعد التبديل. نشير هنا إلى أن القيمة العظمى للتيار تساوي: $I_{max} = \frac{\varepsilon}{R}$.

لنكتب المعادلة (15)، بعد التبديل، على الشكل التالي:

$$I_f = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = I_{max}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

وبقسمة الطرفين على I_{max} نجد:

$$\frac{I_f}{I_{max}} = \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

بطرح العدد (1) من الطرفين ومن ثم ضربهما بـ (-1) نجد:

$$1 - \frac{I_f}{I_{max}} = e^{-t/\tau}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين نجد:

$$ln\left(1 - \frac{I_f}{I_{max}}\right) = \ln\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

بحل المعادلة لإيجاد الزمن ومن ثم استبدال عبارة τ من المعادلة (14):

$$\boldsymbol{\tau = \frac{L}{R}} \qquad \textbf{(14)}$$

نجد:

$$\tau = -\frac{L}{R}\, ln\left(1 - \frac{I_f}{I_{max}}\right)$$

وباستبدال القيم نحصل على الزمن المطلوب:

$$\tau = -\frac{30,0 \times 10^{-3}\ H}{0,150\ \Omega} ln(1-0,999) = 1,38\ s$$

ملاحظة:

نجد من الحسابات أن تشكل الحقل المغناطيسي في المحرض (الوشيعة) وتقريب القيمة العظمى للتيار يحدث بشكل سريع نسبياً. بعكس ما هو متوقع من الشكل الرياضي للمعادلة (15)، حيث قيمة غير منتهية من الزمن لم تعد ضرورية.

سؤال:

إذا ضاعفنا قيمة التحريض أي قيمة L، بأي عامل يجب ضرب الزمن؟ (1)بـ 1 (أي ليس هناك من تغيير، (2) بـ 2، (3) بنصف (1/2).

8- الطاقة المخزنة في حقل مغناطيسي،

إن القوة المحرضة emf الناتجة عن محرض (أو بواسطة محرض) تمنع البطارية (منبع التغذية) من تشكيل تيار لحظي في الدارة. فعلى البطارية أن تعمل لتولد تيار. يمكننا أن نفكر أن هذا العمل الضروري هو كطاقة مخزنة في المُحرض في حقله المغناطيسي، أي في الحقل المغناطيسي المتولد عن المُحرض. بطريقة مشابهة للطريقة التي تُستخدم لإيجاد الطاقة المخزنة في مكثفة، نجد أن **الطاقة المخزنة في المُحرض** (هنا الوشيعة – الملف) تساوي:

$$PE_L = \frac{1}{2} L I^2 \qquad (16)$$

وهذه العلاقة تُعبر عن الطاقة المخزنة في الحقل المغناطيسي لمحرض (لوشيعة) يمر بها تيار I. وبما أن التيار في الدارة RL يقترب من قيمته العظمى، فالطاقة المخزنة هي أيضاً تقترب من قيمة عظمى.

ونشير هنا إلى أن النتيجة مشابهة للعبارة التي تسمح بحساب **الطاقة المخزنة في مكثفة مشحونة**، والتي تُعطى بالشكل الآتي:

$$PE_C = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

مثال: (العلاقة بين تخزين الطاقة المغناطيسية والتيارات في دارة RL):

بطارية تُعطي جهد قدره $12,0\ V$ في دارة مؤلفة من مُحرض قيمته $5,00\ H$ ومقاومة قيمتها $25,0\ \Omega$. المطلوب: (1) إيجاد التيار الأعظمي في الدارة. (2) الطاقة المخزنة بالوشيعة بتابعية الزمن. (3) ما هي قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة عندما يتغير التيار بمعدل $1,50\ A/s$.

الحل:

(1) إيجاد التيار الأعظمي في الدارة:

بتطبيق قانون الشبكات لكيرشوف (قانون الجهد) على الدارة فنجد:

$$\Delta V_{batt} + \Delta V_R + \Delta V_L = 0$$

$$\varepsilon - IR - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$$

وعندما يصـل التيار لقيمته العظمى، أي أن $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$، فالجهد المار في المحرض يكون معدوم (يساوي الصفر). وبحل تلك المعادلة نحصل على التيار الأعظمي I_{max}:

$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{12,0\ V}{25,0\ \Omega} = 0,480\ A$$

(2) إيجاد الطاقة المخزنة بالوشيعة بتابعية الزمن:

بالتبديل بالقيم المعلومة في المعادلة (16) نجد أن:

$$PE_L = \frac{1}{2}LI_{max}^2 = \frac{1}{2}(5,00\ H)(0,480\ A)^2 = 0,576\ J$$

(3) ما هي الطاقة المخزنة بالوشيعة عندما يتغير التيار بمعدل $1,50\ A/s$:

بتطبيق قانون كيرشوف في الشبكات مرة أخرى على الدارة نجد:

$$\Delta V_{batt} + \Delta V_R + \Delta V_L = 0$$

$$\varepsilon - IR - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$$

وبحل المعادلة بالنسبة للتيار والتبديل نجد أن:

$$I = \frac{1}{R}\left(\varepsilon - L\frac{\Delta I}{\Delta t}\right) = \frac{1}{25,0\ \Omega}\left[12,0\ V - (5,00\ H)\left(1,50\frac{A}{s}\right)\right] = 0,180\ A$$

وأخيراً بتبديل قيمة التيار في المعادلة (15) نجد أن الطاقة المخزنة في الوشيعة تساوي:

$$PE_L = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}(5,00\ H)(0,180\ A)^2 = 0,0810\ J$$

ملاحظة:

نلاحظ هنا أهمية قانون كيرشوف المتعلق بالشبكات أو الحلقات والذي يُعتبر أساسي لحل المسألة.

📖 📖 📖
📖 📖
📖