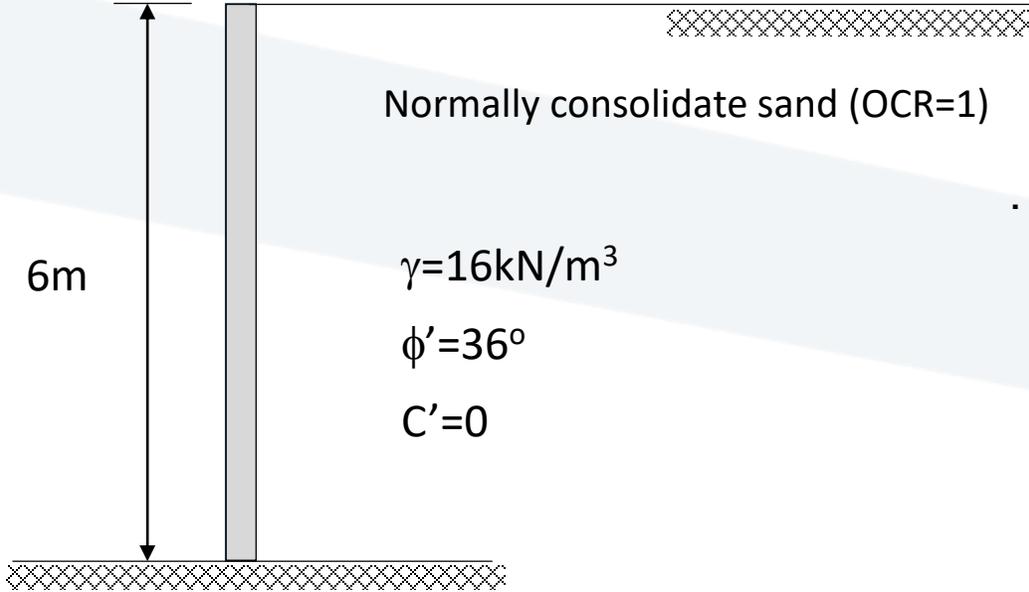


مثال 1

جدار بارتفاع 6m مبين بالشكل المرفق. احسب دفع رانكين الفعال و السلبي على واحدة طول الجدار .

الحل:



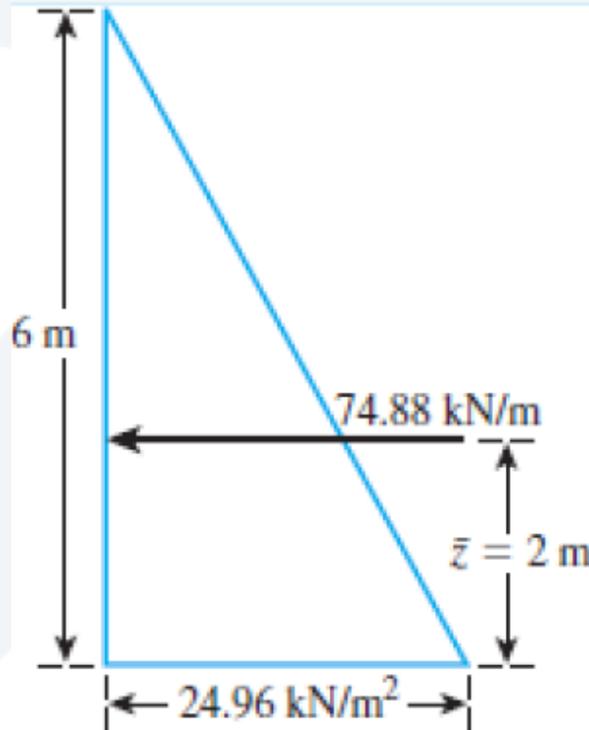
At $z = 0$: $\sigma'_z = 0$

$\sigma'_a = 0$

$\sigma'_p = 0$

At $z = 6\text{m}$: $\sigma'_a = 16 * 6 * 0.26 = 24.96 \text{ kN/m}^2$

$\sigma'_p = 16 * 6 * 3.85 = 369.6 \text{ kN/m}^2$

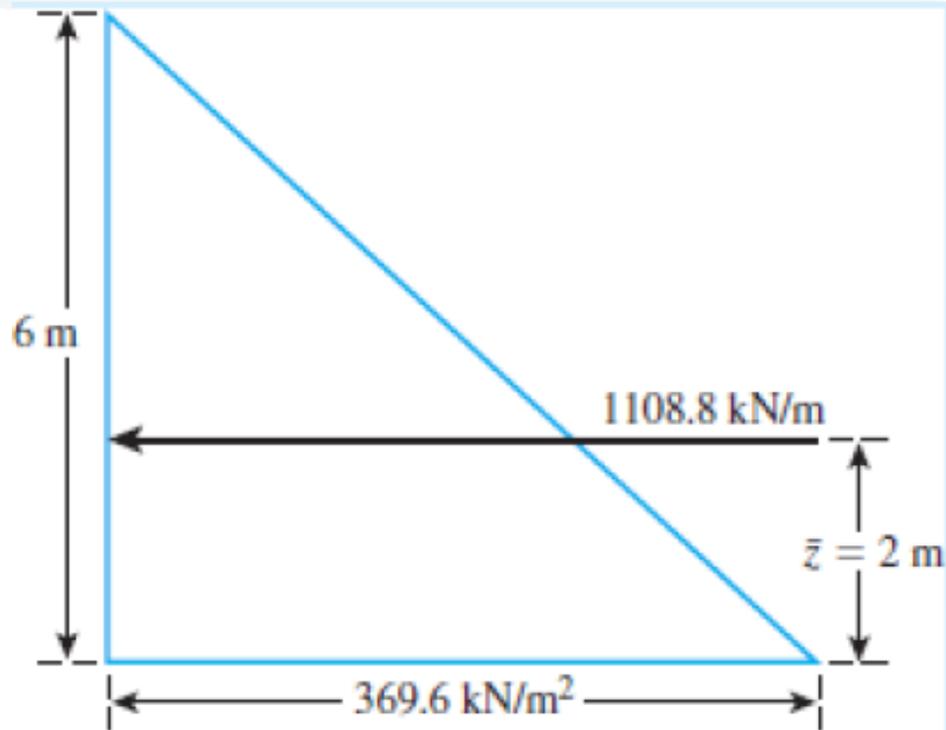


$$K_a = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi'}{2} \right) = \tan^2 \left(45 - \frac{36}{2} \right) = 0.26$$

$$K_p = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right) = \tan^2 \left(45 + \frac{36}{2} \right) = 3.85$$

$$\sigma'_a = \gamma' z K_a$$

$$\sigma'_p = \gamma' z K_p$$



$$P'_a = \sigma_a \cdot \frac{H}{2} = 24.96 * \frac{6}{2} = 74.88 \text{ kN/m}$$

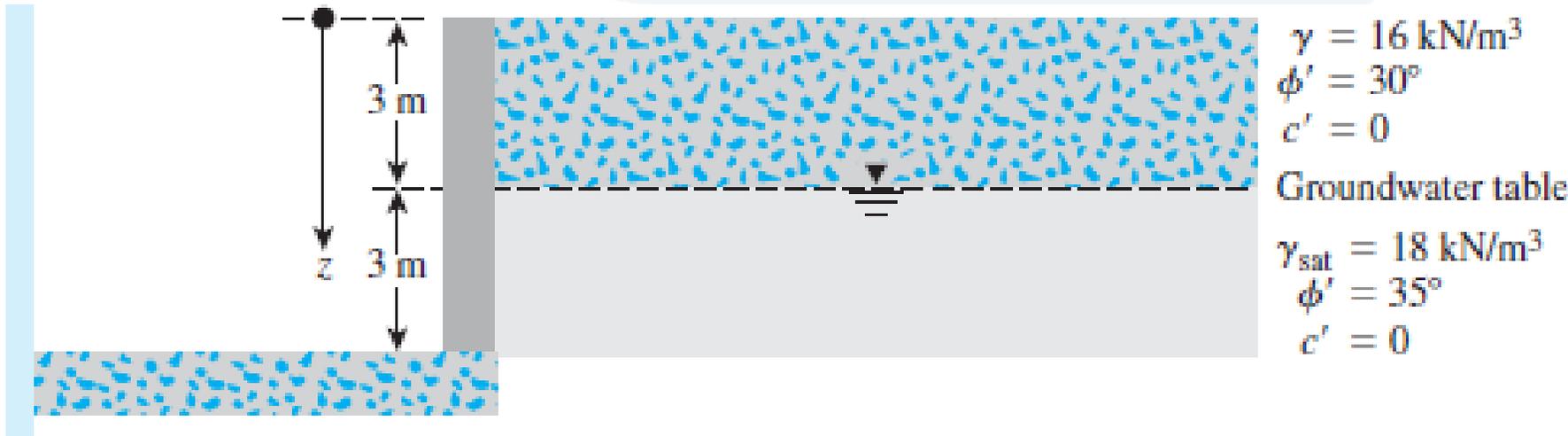
$$\bar{Z} = 2 \text{ m}$$

$$P'_p = \sigma_p \cdot \frac{H}{2} = 369.6 * \frac{6}{2} = 1108.8 \text{ kN/m}$$

$$\bar{Z} = 2 \text{ m}$$

مثال 2

جدار بارتفاع 6m يحجز خلفه تربة مكونة من طبقتين بارتفاع 3m لكل طبقة، مواصفات الطبقتين مبينة بالشكل المرفق. احسب دفع رانكين الفعال وموقع المحصلة على الجدار .

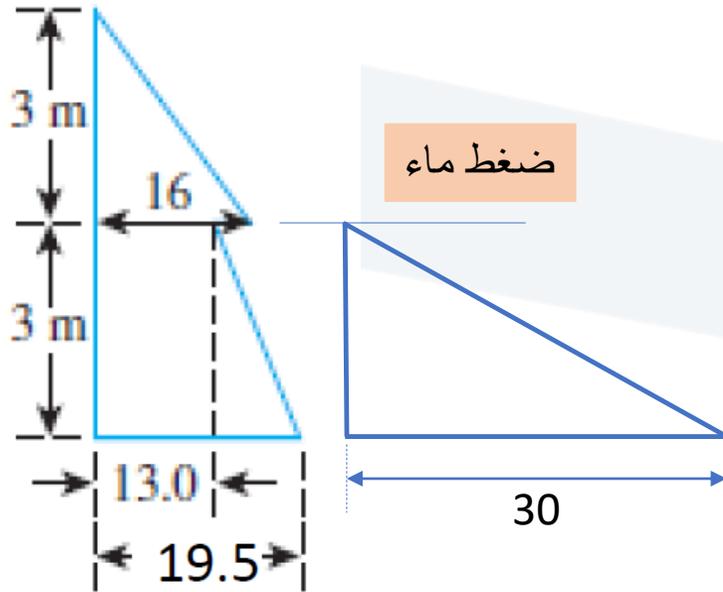


الحل:

$$K_{a1} = \tan^2 \left(45 - \frac{30}{2} \right) = 0.333$$

$$K_{a2} = \tan^2 \left(45 - \frac{35}{2} \right) = 0.271$$

ضغط فعال



ضغط ماء

$$\text{At } z = 0: \sigma'_a = 0$$

$$\text{At } z = 3\text{m}: \sigma'_{a\text{-up}} = 16 * 3 * 0.333 = 16\text{kN/m}^2$$

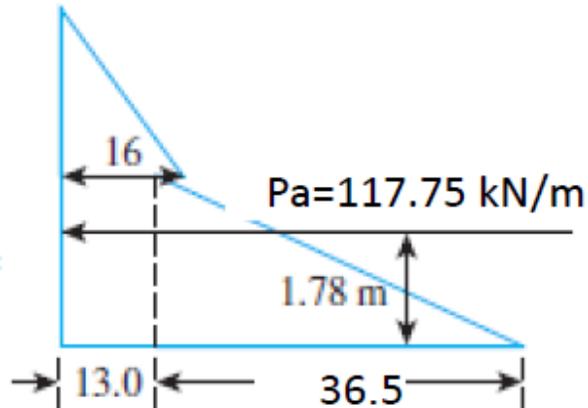
$$\sigma'_{a\text{-down}} = 16 * 3 * 0.271 = 13\text{kN/m}^2$$

$$\text{At } z = 6\text{m}: \sigma'_a = (48 + 8 * 3) * 0.271 = 19.5\text{kN/m}^2$$

$$u = 10 * 3 = 30\text{kN/m}^2 \quad \sigma_a = 19.5 + 30 = 49.5\text{kN/m}^2$$

$$P_a = 16 * \frac{3}{2} + 13 * 3 + 36.5 * \frac{3}{2} = 24 + 39 + 54.75 = 117.75\text{ kN/m}$$

$$\bar{Z} = \frac{24 * 4 + 39 * 1.5 + 54.75 * 1}{117.75} = 1.78\text{m}$$



مثال 3:

لدينا الجدار المبين على الشكل التالي. يحجز خلفه وأمامه تربة مفككة مواصفاتها كما يلي:

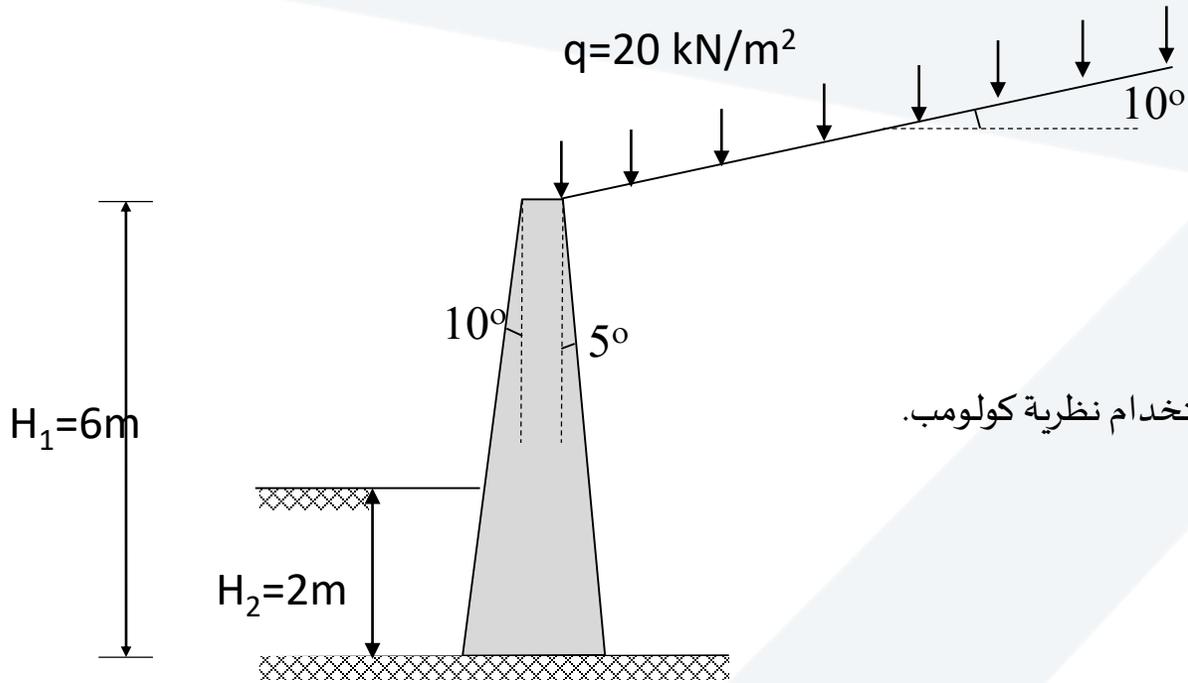
$$\gamma' = 18 \text{ kN} / \text{m}^3, \phi' = 30^\circ, \delta' = 15^\circ$$

بالإضافة إلى حمولة شاقولية موزعة بانتظام وممتدة على مساحة كبيرة $q=20\text{kN/m}^2$

يطلب ما يلي:

1- حساب قوى الدفع الستاتيكية المؤثرة على الجدار وميل مستوي الانهيار للضغط الفعال باستخدام نظرية كولومب.

2- أعد الحساب السابق من أجل سطح التربة أفقي وواجه الجدار شاقولية وقارن نتائج الحالتين.



1-الدفع الفعال

أ-دفع التربة

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi' - \theta_a)}{\cos^2 \theta_a \cos(\delta'_a + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta'_a + \phi') \sin(\phi' - \alpha_a)}{\cos(\delta'_a + \theta_a) \cos(\theta - \alpha_a)}} \right]^2}$$

$$K_a = \frac{\cos^2(30 - 5)}{\cos^2(5) \cos(15 + 5) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(15 + 30) \sin(30 - 10)}{\cos(15 + 5) \cos(5 - 10)}} \right]^2} = 0.387$$

$$P'_a = \frac{1}{2} \gamma' H^2 K_a = \frac{1}{2} * 18 * 6^2 * 0.387 = 125.4 \text{ kN/m}$$

$$P'_{a,h} = P'_a \cdot \cos(\delta'_a + \theta_a) = 125.4 * \cos(15 + 5) = 117.8 \text{ kN/m}$$

ب-دفع الحمولة الشاقولية

$$P_q = q \cdot H \cdot K_a \cdot \frac{\cos \theta_a \cdot \cos \alpha}{\cos(\theta_a - \alpha)} = 20 * 6 * 0.387 * \frac{\cos(5) * \cos(10)}{\cos(5 - 10)} = 45.7 \text{ kN/m}$$

$$P_{q,h} = P_q \cdot \cos(\delta'_a + \theta_a) = 45.7 * \cos(15 + 5) = 43 \text{ kN/m}$$

$$\psi_a = \phi' + \tan^{-1} \left[\frac{\cos(\phi' - \theta_a)}{\sin(\phi' - \theta_a) + \sqrt{\frac{\sin(\phi' + \delta'_a) \cos(\theta_a - \alpha_a)}{\sin(\phi' - \alpha_a) \cos(\theta_a + \delta'_a)}}} \right]$$

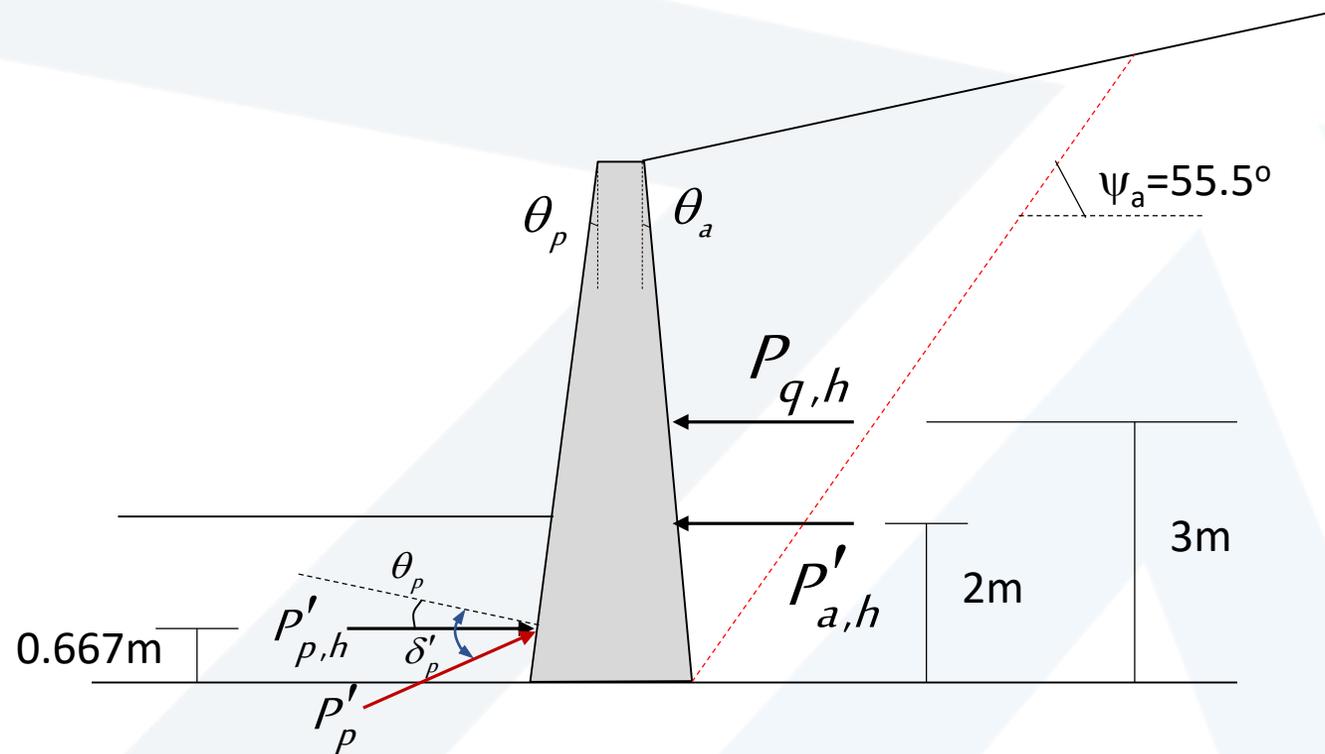
$$\psi_a = 30 + \tan^{-1} \left[\frac{\cos(30 - 5)}{\sin(30 - 5) + \sqrt{\frac{\sin(30 + 15) \cos(5 - 10)}{\sin(30 - 10) \cos(5 + 15)}}} \right] = 55.5^\circ$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi' + \theta_p)}{\cos^2 \theta_p \cos(\delta'_p + \theta_p) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi' - \delta'_p) \sin(\phi' + \alpha_p)}{\cos(\theta_p + \delta'_p) \cos(\theta_p - \alpha_p)}} \right]^2}$$

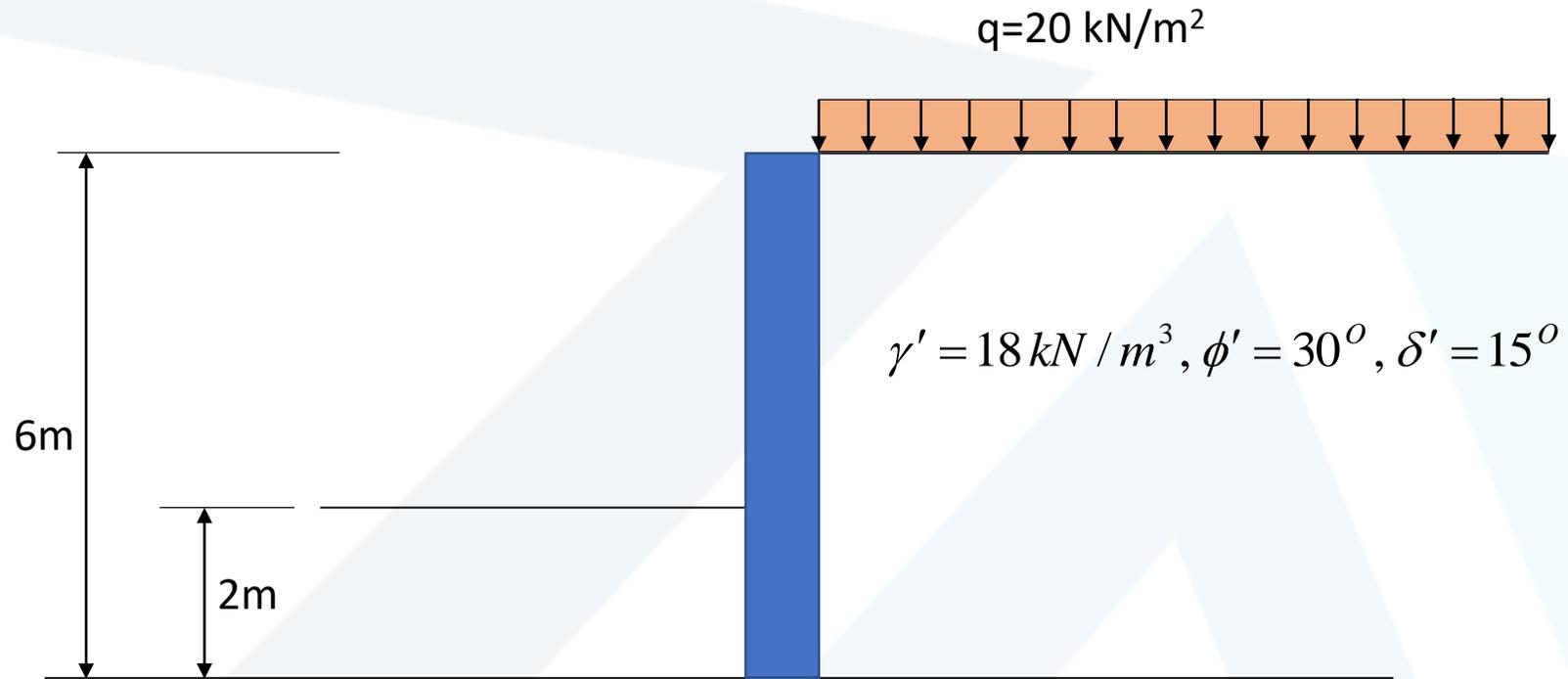
$$K_p = \frac{\cos^2(30 + 10)}{\cos^2(10) \cos(-15 + 10) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(30 + 15) \sin(30 + 0)}{\cos(10 - 15) \cos(10 - 0)}} \right]^2} = 5.77$$

$$P'_p = \frac{1}{2} \gamma' H^2 K_p = \frac{1}{2} * 18 * 2^2 * 5.77 = 207.7 \text{ kN/m}$$

$$P'_{p,h} = P'_p \cdot \cos(\delta'_p + \theta_p) = 207.7 * \cos(-15 + 10) = 206.9 \text{ kN/m}$$



حالة خاصة $\theta_a = \theta_b = \alpha_a = 0$



$$K_a = \frac{\cos^2(\phi' - \theta_a)}{\cos^2 \theta_a \cos(\delta'_a + \theta_a) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta'_a + \phi') \sin(\phi' - \alpha_a)}{\cos(\delta'_a + \theta_a) \cos(\theta - \alpha_a)}} \right]^2}$$

1-الدفع الفعال

أ-دفع التربة

$$K_a = \frac{\cos^2(30 - 0)}{\cos^2(0) \cos(15 + 0) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(15 + 30) \sin(30 - 0)}{\cos(15 + 0) \cos(0 - 0)}} \right]^2} = 0.301$$

$$P'_a = \frac{1}{2} \gamma' H^2 K_a = \frac{1}{2} * 18 * 6^2 * 0.301 = 97.5 \text{ kN/m}$$

$$P'_{a,h} = P'_a \cdot \cos(\delta'_a + \theta_a) = 97.5 * \cos(15 + 0) = 94.2 \text{ kN/m}$$

ب-دفع الحمولة الشاقولية

$$P_q = q \cdot H \cdot K_a \cdot \frac{\cos \theta \cdot \cos \alpha}{\cos(\theta - \alpha)} = 20 * 6 * 0.301 * 1 = 36.1 \text{ kN/m}$$

$$P_{q,h} = P_q \cdot \cos(\delta'_a + \theta_a) = 36.1 * \cos(15 + 0) = 34.9 \text{ kN/m}$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi' + \theta_p)}{\cos^2 \theta_p \cos(\delta'_p + \theta_p) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi' - \delta'_p) \sin(\phi' + \alpha_p)}{\cos(\theta_p + \delta'_p) \cos(\theta_p - \alpha_p)}} \right]^2}$$

$$K_p = \frac{\cos^2(30 + 0)}{\cos^2(0) \cos(-15 + 0) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(30 + 15) \sin(30 + 0)}{\cos(0 - 15) \cos(0 - 0)}} \right]^2} = 4.98$$

$$P'_p = \frac{1}{2} \gamma' H^2 K_p = \frac{1}{2} * 18 * 2^2 * 4.98 = 179.3 \text{ kN/m}$$

$$P'_{p,h} = P'_p \cdot \cos(\delta'_p + \theta_p) = 179.3 * \cos(-15 + 0) = 173.2 \text{ kN/m}$$

$\theta_a = \theta_b = \alpha = 0$	$\theta_a = 5, \theta_b = 10, \alpha = 10$	
97.5	125.4 kN	P'a
36.1	45.7 kN	Pq
179.3	136.8	P'p

مثال 4

لدينا الجدار الميّن بالشكل.

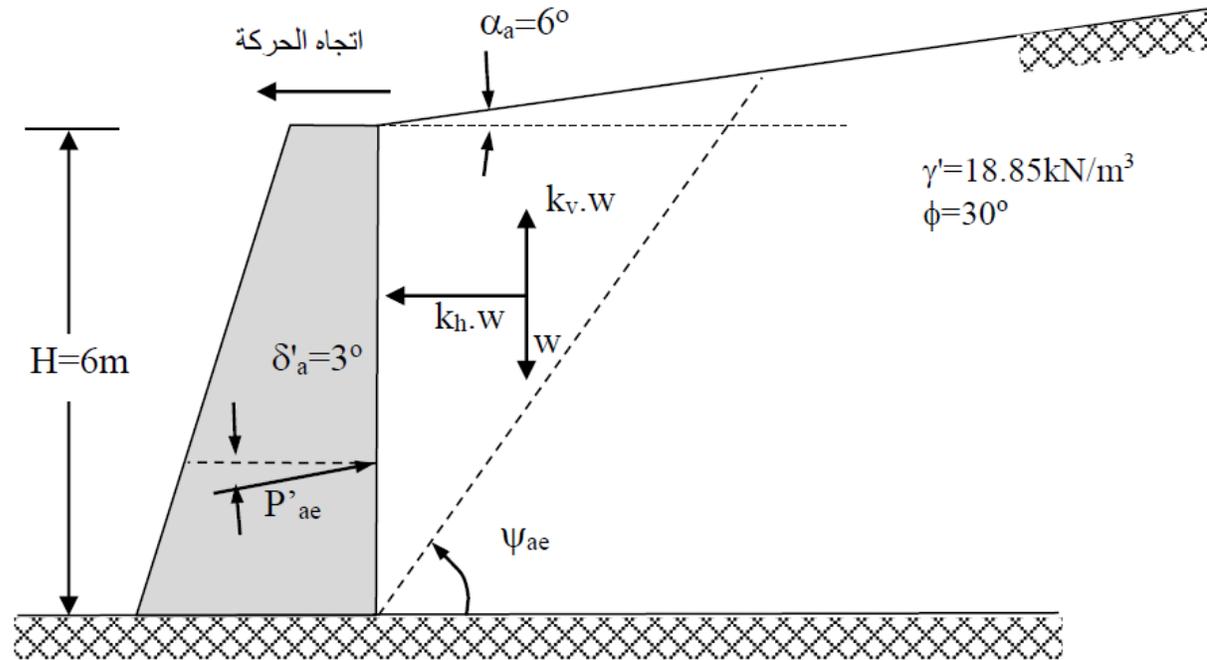
بفرض $k_h=0.1$

(التسارع g باتجاه يبتعد عن الجدار وقوة العطالة w باتجاه الجدار)

و $k_v=0.067$

(التسارع g باتجاه الأسفل وقوة العطالة w باتجاه الأعلى).

احسب Ψ_{ae} و P'_{ae} و K_{ae} .



$$K_{ae} = \frac{\cos^2(\phi' - \theta - \bar{\beta})}{\cos^2 \theta \cos \bar{\beta} \cos(\delta' + \theta + \bar{\beta}) \left\{ 1 + \left[\frac{\sin(\delta' + \phi') \sin(\phi' - \alpha - \bar{\beta})}{\cos(\delta' + \theta + \bar{\beta}) \cos(\theta - \alpha)} \right]^{1/2} \right\}^2}$$

and

$$\bar{\beta} = \tan^{-1} \left(\frac{k_h}{1 - k_v} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0.1}{1 - 0.067} \right) = 6.12^\circ$$

$$K_{ae} = \frac{\cos^2(30 - 0 - 6.12)}{\cos^2 0 \cos 6.12 \cos(3 + 0 + 6.12) \left\{ 1 + \left[\frac{\sin(3 + 30) \sin(30 - 6 - 6.12)}{\cos(3 + 0 + 6.12) \cos(0 - 6)} \right]^{1/2} \right\}^2} = 0.4268$$

$$P'_{ae} = \frac{1}{2} * 18.85 * (1 - 0.067) * (6)^2 * 0.4268 = 135.1 \text{ kN / m}$$

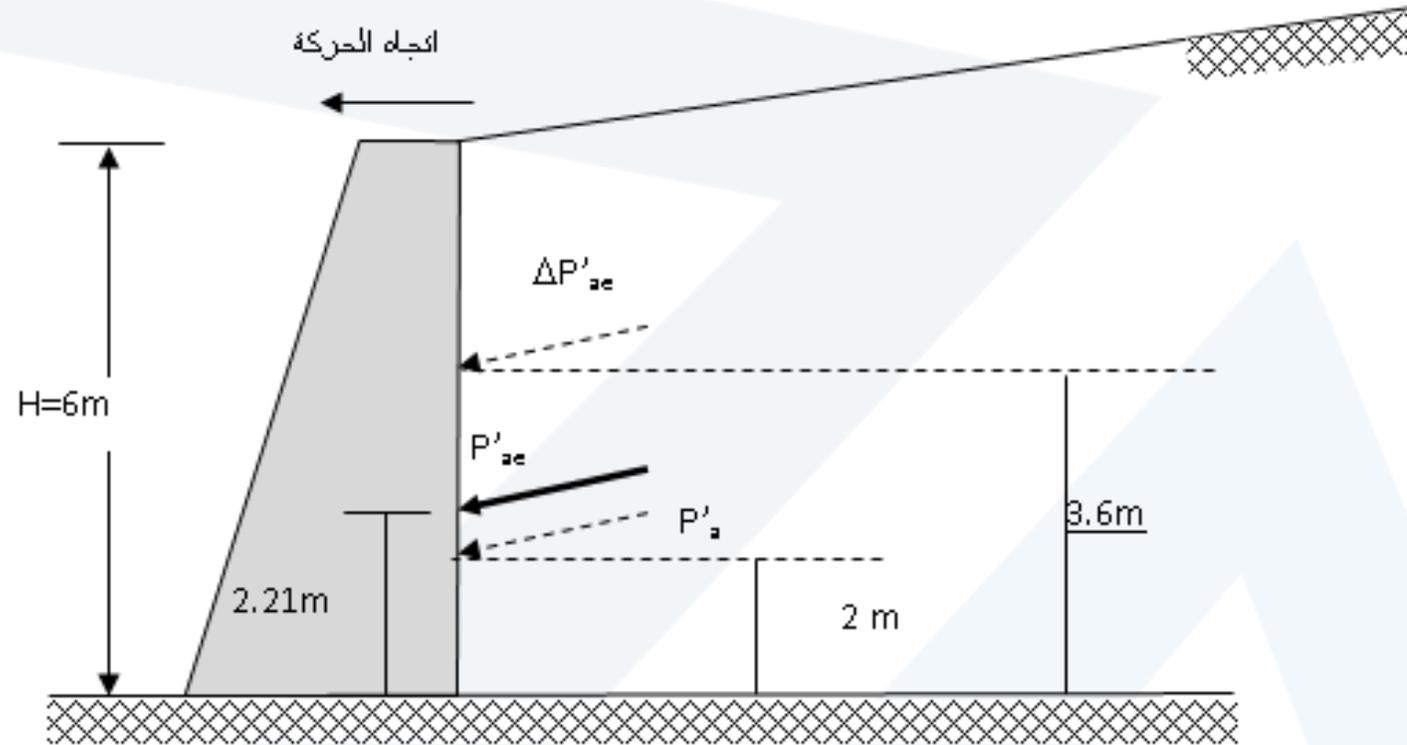
$$K_a = \frac{\cos^2(\phi' - \theta_a)}{\cos^2 \theta_a \cos(\delta'_a + \theta_a) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta'_a + \phi') \sin(\phi' - \alpha_a)}{\cos(\delta'_a + \theta_a) \cos(\theta_a - \alpha_a)}} \right]^2}$$

$$K_a = \frac{\cos^2(30 - 0)}{\cos^2 0 \cos(3 + 0) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(3 + 30) \sin(30 - 6)}{\cos(3 + 0) \cos(0 - 6)}} \right]^2} = 0.3465$$

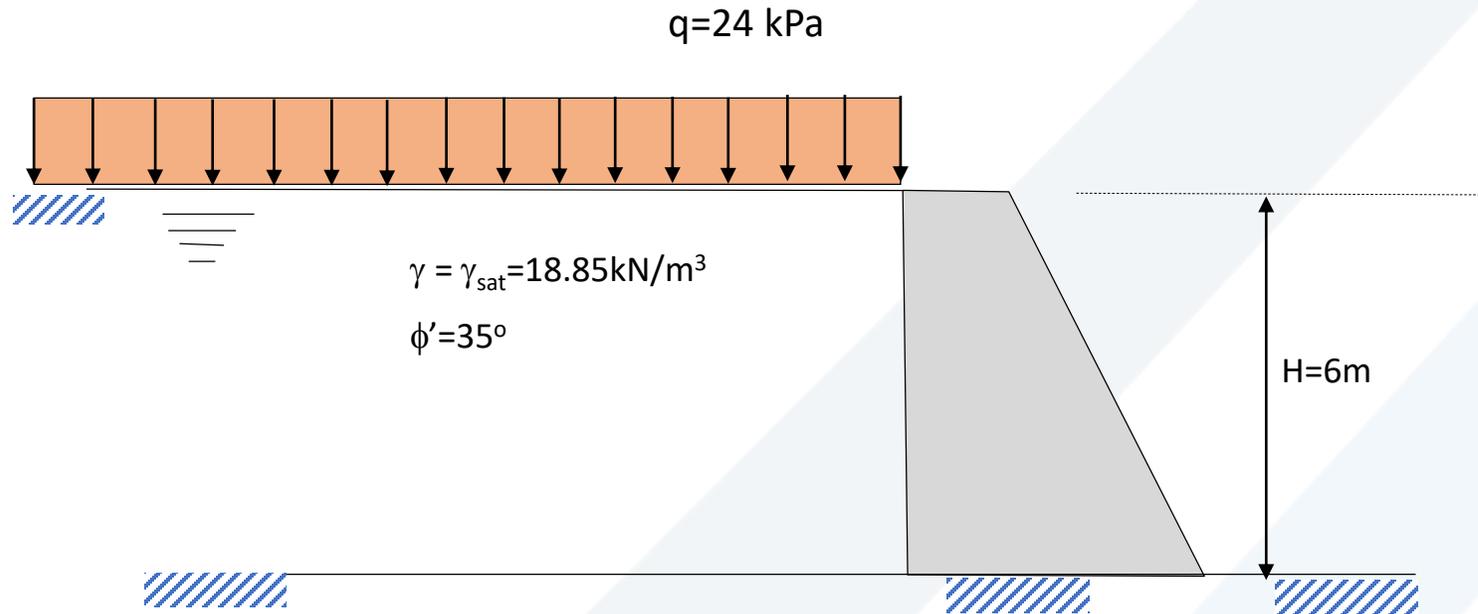
$$P'_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma' H^2 K_a = \frac{1}{2} * 18.85 * 6^2 * 0.3465 = 117.6 \text{ kN/m}$$

$$\Delta P'_{ae} = P'_{ae} - P'_a = 135.1 - 117.6 = 17.5 \text{ kN/m}$$

$$Z_{P'_{ae}} = \frac{\Delta P'_{ae} \cdot (0.6H) + P'_a \cdot \frac{H}{3}}{P'_{ae}} = \frac{17.5 * 0.6 * 6 + 117.6 * 2}{135.1} = 2.21 \text{ m}$$



جدار بارتفاع 6m يحجز خلفه تربة مفككة مغمورة بالماء مواصفاتها مبينة على الشكل 1.50. بفرض $k_h=0.1$ (التسارع g . kh باتجاه يبتعد عن الجدار وقوة العطالة w . kh باتجاه الجدار) و $k_v=0$ و $\delta'_a=\phi'/2=17.5^\circ$ ، وأن الماء يؤثر على الجدار في حالة الوضع المحصور ضمن الردميات خلف الجدار . احسب دفع التربة ودفع الماء المؤثر على الجدار ومحصلة القوى الأفقية ونقطة تأثير هذه المحصلة.



$$K_{ae} = \frac{\cos^2(\phi' - \theta - \bar{\beta})}{\cos^2 \theta \cos \bar{\beta} \cos(\delta' + \theta + \bar{\beta}) \left\{ 1 + \left[\frac{\sin(\delta' + \phi') \sin(\phi' - \alpha - \bar{\beta})}{\cos(\delta' + \theta + \bar{\beta}) \cos(\theta - \alpha)} \right]^{1/2} \right\}^2}$$

and

$$\bar{\beta} = \tan^{-1} \left(\frac{k_{h,w}}{1 - k_v} \right) \quad \text{and} \quad k_{h,w} = \frac{\gamma}{\gamma_{sub}} k_h$$

$$k_{h,w} = \frac{18.85}{8.85} * 0.1 = 0.213$$

$$\bar{\beta} = \tan^{-1} \left(\frac{0.213}{1 - 0} \right) = 12.02^\circ$$

$$K_{ae} = \frac{\cos^2(30 - 0 - 12.02)}{\cos^2 0 \cos 12.02 \cos(17.5 + 0 + 12.02) \left\{ 1 + \left[\frac{\sin(12.02) \sin(30 - 0 - 12.02)}{\cos(12.02 + 0 + 17.8) \cos(0 - 0)} \right]^{1/2} \right\}^2} = 0.3907$$



$$P'_{ae} = \frac{1}{2} [\gamma' (1 - k_v)] H^2 \cdot K_{ae} = \frac{1}{2} * 8.85 * (1 - 0) * 6^2 * 0.3907 = 62.24 \text{ kN / m}$$

تحديد نقطة تطبيق Pae

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi' - \theta_a)}{\cos^2 \theta_a \cos(\delta'_a + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta'_a + \phi') \sin(\phi' - \alpha_a)}{\cos(\delta'_a + \theta_a) \cos(\theta - \alpha_a)}} \right]^2}$$

$$K_a = \frac{\cos^2(35 - 0)}{\cos^2(0) \cos(17.5 + 0) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(17.5 + 35) \sin(35 - 0)}{\cos(17.5 + 0) \cos(0 - 0)}} \right]^2} = 0.246$$

$$P'_a = \frac{1}{2} \gamma' H^2 \quad K_a = \frac{1}{2} * (18.85 - 10) * 6^2 * 0.246 = 39.2 \text{ kN / m}$$

$$\Delta P'_{ae} = P'_{ae} - P'_a = 62.24 - 39.21 = 23.03 \text{ kN / m}$$

$$Z_{\Delta P'_{ae}} = 0.6H = 0.6 * 6 = 3.6 \text{ m}$$

$$Z_{P_{ae}} = \frac{P'_a \cdot Z_{P_a} + \Delta P'_{ae} \cdot Z_{\Delta P'_{ae}}}{P'_{ae}} = \frac{39.21 \cdot 2 + 23.03 \cdot 3.6}{62.24} = 2.59m$$

قوة الدفع الناتجة عن الحمولة q

$$p_{a,q} = q \cdot H \frac{\cos \theta}{\cos(\theta - \alpha)} K_{ae} = 24 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 0.3907 = 56.26 kN / m$$

$$Z_{p_{a,q}} = 0.66H = 0.66 \cdot 6 = 3.96m$$

ضغط الماء الهيدروستاتيكي

$$P_w = \frac{1}{2} \gamma_w H^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6^2 = 180 kN / m$$

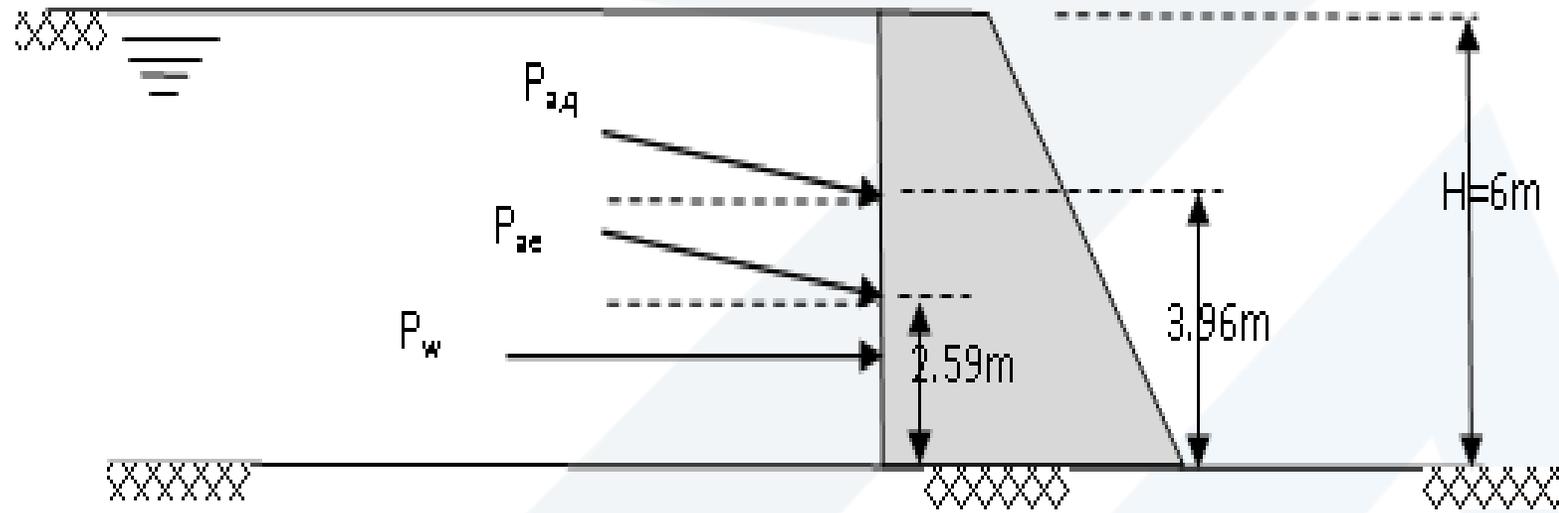
$$Z_w = 2m$$

مجموع القوى المؤثرة على الجدار

1- ضغط الماء الهيدروستاتيكي $P_w = 180 kN/m$ يؤثر على ارتفاع 2m من القاعدة

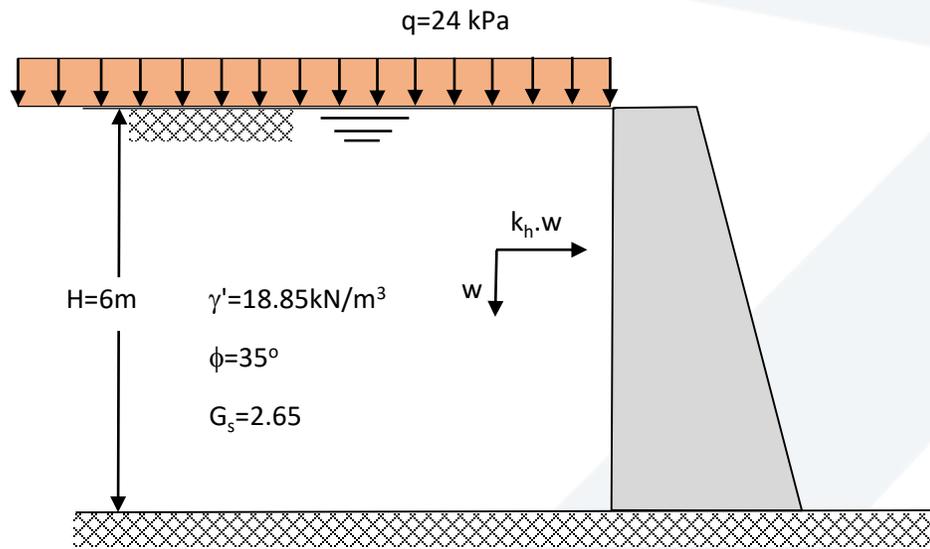
2- قوة الدفع $P_{ae} = 62.24 kN/m$ تؤثر على ارتفاع 2.59m من القاعدة

3- قوة الدفع $P_{a,q} = 56.26 kN/m$ الناتجة عن الحمولة الخارجية، تؤثر على ارتفاع 3.96m من القاعدة



مثال 6

جدار بارتفاع 6m يحجز خلفه تربة مفككة مغمورة بالماء مواصفاتها مبينة على الشكل 49.1. بفرض $k_h=0.2$ (التسارع $k_h \cdot g$ باتجاه يبتعد عن الجدار وقوة العطالة $k_h \cdot w$ باتجاه الجدار) و $k_v=0$ و $\delta'_a=\phi'/2=17.5^\circ$ ، محملة بحمولة سطحية شدتها 24kN/m^2 ممتدة على مساحة كبيرة خلف الجدار، وأن الماء تؤثر على الجدار في حالة الوضع الحر في الردميات. احسب دفع التربة ودفع الماء المؤثر على الجدار ومحصلة القوى الأفقية ونقطة تأثير هذه المحصلة.



الحل

- ضغط الماء الهيدروستاتيكي

$$P_w = \frac{1}{2} \gamma_w H^2 = \frac{1}{2} * 10 * 6^2 = 180 \text{ kN/m}$$

$$Z_{P_w} = \frac{H}{3} = 2 \text{ m}$$

- ضغط الماء الهيدروديناميكي

$$P_{wd} = \frac{7}{12} k_h \gamma_w H^2 = \frac{7}{12} * 0.2 * 10 * 6^2 = 42 \text{ kN/m}$$

$$Z_{P_{wd}} = 0.4H = 0.4 * 6 = 2.4 \text{ m}$$

$$K_{ae} = \frac{\cos^2(\phi' - \theta - \bar{\beta})}{\cos^2 \theta \cos \bar{\beta} \cos(\delta' + \theta + \bar{\beta}) \left\{ 1 + \left[\frac{\sin(\delta' + \phi') \sin(\phi' - \alpha - \bar{\beta})}{\cos(\delta' + \theta + \bar{\beta}) \cos(\theta - \alpha)} \right]^{1/2} \right\}^2}$$

and

$$\bar{\beta} = \tan^{-1} \left(\frac{k_{h,w}}{1 - k_v} \right) \quad \text{and} \quad k_{h,w} = \frac{G_s}{G_s - 1} k_h$$

$$k_{h,w} = \frac{2.65}{2.65 - 1} * 0.2 = 0.321$$

$$\bar{\beta} = \tan^{-1} \left(\frac{0.321}{1 - 0} \right) = 17.8^\circ$$

$$K_{ae} = \frac{\cos^2(30 - 0 - 17.8)}{\cos^2 0 \cos 17.8 \cos(17.5 + 0 + 17.8) \left\{ 1 + \left[\frac{\sin(17.5 + 35) \sin(30 - 0 - 17.8)}{\cos(17.5 + 0 + 17.8) \cos(0 - 0)} \right]^{1/2} \right\}^2} = 0.4976$$

$$P'_{ae} = \frac{1}{2} * (18.85 - 10) * (1 - 0) * (6)^2 * 0.4976 = 79.3 \text{ kN/m}$$

$$P_{ae} = P_a + \Delta P_{ae}$$

تحديد نقطة تطبيق P_{ae}

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi' - \theta_a)}{\cos^2 \theta_a \cos(\delta'_a + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta'_a + \phi') \sin(\phi' - \alpha_a)}{\cos(\delta'_a + \theta_a) \cos(\theta - \alpha_a)}} \right]^2}$$

$$K_a = \frac{\cos^2(35 - 0)}{\cos^2(0) \cos(17.5 + 0) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(17.5 + 35) \sin(35 - 0)}{\cos(17.5 + 0) \cos(0 - 0)}} \right]^2} = 0.246$$

$$\Delta P'_{ae} = P'_{ae} - P'_a = 79.3 - 39.2 = 40.1 \text{ kN/m}$$

$$Z_{\Delta P'_{ae}} = 0.6H = 0.6 * 6 = 3.6 \text{ m}$$

$$Z_{P'_{ae}} = \frac{\Delta P'_{ae} \cdot (0.6H) + P'_a \cdot \frac{H}{3}}{P'_{ae}} = \frac{40.1 * 3.6 + 39.2 * 2}{79.3} = 2.81 \text{ m} = 0.47H$$

قوة الدفع الناتجة عن الحمولة q

$$P_{a,q} = q \cdot H \frac{\cos \theta \cdot \cos \alpha}{\cos(\theta - \alpha)} K_{ae} = 24 * 6 * 1 * 0.6387 = 92 \text{ kN/m}$$

$$Z_{P_{a,q}} = 0.66H = 0.66 * 6 = 3.96 \text{ m}$$

- محصلة القوى الأفقية

$$P_{tot,h} = (P'_{ae} + P_{a,q}) * \cos(\delta'_a + \theta_a) + P_w + P_{wd} = (79.3 + 92) * \cos(17.5) + 180 + 42 = 385.4 \text{ kN/m}$$

- نقطة تطبيق محصلة القوى الأفقية

$$Z_{P_{tot,h}} = \frac{P'_{ae,h} \cdot Z_{P'_{ae}} + P_w \cdot Z_{P_w} + P_{wd} \cdot Z_{P_{wd}} + P_{aq,h} \cdot Z_{qa,q}}{P_{tot,h}}$$

$$= \frac{79.3 \cdot \cos(17.5) \cdot 2.81 + 180 \cdot 2 + 42 \cdot 2.4 + 92 \cdot \cos(17.5) \cdot 3.96}{385.4} = 2.65m$$

