جَـامعة
المَـنارة
MANARA UNIVERSITY

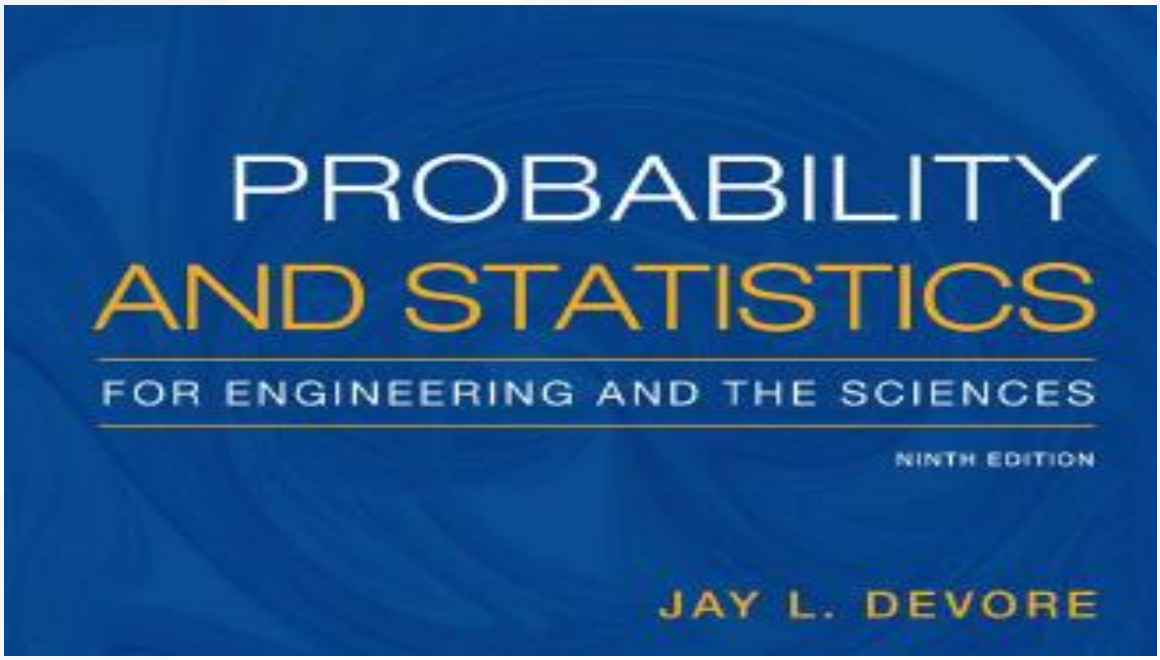
كلية هندسة العمارة

الإحصاء والاحتمالات

Statistics & Probability

محاضرة رقم 2 الفصل الثاني 2023-2024

الأستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب



طرق عرض البيانات الاحصائية

وصولاً إلى الهدف المنشود ولذلك يجب ترتيبها أو تبويبها في مجالات بأسلوب معين يضمن معه المحافظة على البيانات دون حذف مخل بجوهرها

وفيما يلي أهم أنواع التبويب:

1- التبويب حسب مؤشر نوعي واحد: مثال تبويب السكان بحسب المهن أو الحالة التعليمية.

2- التبويب حسب مؤشر كمي نوعي واحد : مثال تبويب الطلاب بحسب معدلات النجاح أو بحسب الأطوال .

3- التبويب حسب مؤشرين كميين: مثال توزع الطلاب في كلية بحسب الطول والوزن.

4- التبويب حسب مؤشرين نوعيين مثال توزع الطلاب حسب لون العيون والشعر.

5- التبويب حسب مؤشرين واحد كمي والآخر نوعي مثال توزع الطلاب حسب الطول والجنس.

6- التبويب التحليلي: وهو تبويب كمي يطبق على أحد مؤشرين مرتّبطين يمثل أحدهما المؤشر المتحول والآخر المؤشر التابع ويستخدم هذا النوع من التبويب ولإظهار العلاقات الإرتباطية بين المؤشرين

7- التبويب الجغرافي وهو عبارة عن تبويب أو ترتيب البيانات الإحصائية حسب مكان حدوثها أو المتعلّقة بموقع مكاني جغرافي محدّد خلال فترة زمنية معينة.

8- التبويب الأبجدي عبارة عن ترتيب وتبويب البيانات الإحصائية المتعلّقة بظاهرة ما حسب الأحرف الأبجدية

طرق العرض الجدولي للبيانات الاحصائية

الجدول الإحصائي عبارة عن ترتيب منظم للبيانات الإحصائية في صورة صفوف وأعمدة بقصد إبراز أهمية تلك البيانات ولتسهيل المقارنة فيما بينها كهذا يعدّ إعداد الجدول الإحصائي من أهم مراحل تحليل البيانات الإحصائية لأنه مرتّبط ارتباطاً وثيقاً بطبيعة البيانات –الهدف المنشود- طبيعة الظاهرة –والتقنيات المستخدمة في التحليل الرياضي.

أنواع الجداول الإحصائية:

1- **الجداول الإحصائية العامة:**

وتشمل تلك الجداول التي تكتفي برصد البيانات فيها فقط دون الرغبة بتحليلها وتعدّ مرجعاً سهلاً للباحثين مثال ذلك المجموعات الإحصائية الرسمية أو المجموعات الإحصائية الخاصة (جداول التعداد جداول المواليد والوفيات والتقارير الإحصائية

2-**الجداول الإحصائية الخاصة:**

وتشمل الجداول التي يشكلها الباحث، انطلاقاً من الجداول العامة السابقة الذكر بقصد إجراء بحث معين يبرز أهمية ظاهرة معينة في صورة مبسطة

3- **الجداول البسيطة:** وهي عبارة عن جداول تستخدم الترتيب أو التبويب لظاهرة معينة واحدة زماناً أو مكانا

جدول1 :توزع الطلاب في جامعة ما حسب كلياتهم خلال فترة زمنية معينة:

الكليات	عدد الطلاب
الصيدلة	650
الهندسة	280
الإدارة	190
طب الاسنان	175

- **الجداول المزدوجة**: عبارة عن جداول بسيطة تستخدم الترتيب أو تبويب البيانات لظاهرة معينة والتي يمكن تقسيمها إلى مجموعتين أو جزأين مع الزمان أو المكان.

جدول 2 : توزع الطلاب الجامعة حسب الكليات والجنس مع الزمن:

الأعوام	كلية التجارة والاقتصاد		كلية العلوم	
	ذكور	إناث	ذكور	إناث
2000/1999	250	200	1020	580
2001/2000	400	300	1200	720
2002/2001	600	400	1300	850

5- **الجداول المركبة** :عبارة عن جداول تستخدم لتبويب البيانات أو لتبويب مؤشر كمي واحد أو أكثر متفرع إلى مؤشرات جزئية أخرى

جدول3 : يبين عدد الطلاب في الجامعات السورية للعام 2004-2005

عدد الطلاب / ألف طالب						
الجامعات	مستجدون		طلاب		متخرجون	
	ذكور	إناث	ذكور	إناث	ذكور	إناث
دمشق	8115	8657	48853	43136	4584	4041
حلب	6573	4735	31138	178876	2765	1587
تشرين	3641	4737	14267	20581	1410	2014

المصدر المجموعة الإحصائية السورية .

6-**الجداول التفضيلية:** عبارة عن جداول ترتب فيها المتغيّرات المدروسة وتعطى ترتيباً معيناً أو يقوم الباحث بإعطاء ترتيب معين.

جدول 4 : ذلك تفضيل مجموعة من الكلية لأقسام كلية الاقتصاد كما يلي:

الأقسام / الطلاب	علوم مالية	ادارة	احصاء	اقتصاد	محاسبة
AA	1	2	3	4	5
BA	5	2	4	3	1
CC	4	5	1	4	2

(مثال فرضي)

7-**جداول التشابه:** عبارة عن جداول ترتب فيها الموضوعات أو المتغيّرات حسب درجة قرابتها أو تشابهها مع بعضها البعض والتي تتراوح قيمتها بين الصفر والواحد. كما في المثال الآتي:

مثال

الآلات M_1 / الآلات M_2	A	B	C	D	E
A	0.3	0.7	0.8	0.1	0.9
B	0.1	0.9	0.2	0.4	0.6
C	0.2	0.4	0.8	0.6	0.7
D	0.6	0.8	0.3	0.9	0.2
E	0.4	0.5	0.7	0.5	0.6

3- الشروط الواجب توفرها في الجدول الإحصائي:

1. رقم الجدول: يوضع لكل جدول رقم معين ويتم ترقيم الجداول إما بشكل.
2. عنوان الجدول: يجب أن تكون لكل جدول عنوان كامل ومختصر يفسر محتوياته
3. -عناوين الخانات: يجب أن تكون الخانات مرتّبة ومختصرة سواء للخانات الرأسية أو الأفقية
4. - خانة المجموع: يجب أن يتضمن الجدول خانة للمجموع الأفقي أو العمودي وللمجموع الإجمالي.
5. - الوحدات المستعملة يفضل تحديد الوحدات المستعملة في البيانات وتكتب عادة تحت عنوان الخانة الرأسية
6. - مصدر البيانات إن تحديد مصدر البيانات أمر ضروري جداً يحدّد مدى الوثوق فيها
7. المذكرات التفسيرية توضع هذه المذكرات عادة تحت الجدول مباشرة وفوق المصدر على أن توضع برموز أو بحروف، وليس بأرقام منعاً للالتباس
8. ترتيب البيانات: يساعد ترتيب البيانات على سهولة فهم وتحليل بيانات الجدول وإمكانية المقارنة فيما بينها
9. البساطة يجب أن يتصف الجدول الإحصائي بالبساطة ويجب أن يكون الجدول الإحصائي مغلقاً
10. يفضل أن يكتب وترتب الجداول بنمط واحد في جميع أجزاء التقرير
11. تفضل الجداول الإحصائية المربعة الشكل قدر الإمكان.

طرق عرض البيانات الإحصائية النوعية:

1- عرض البيانات النوعية (الاسمية):

إن البيانات النوعية (données qualitives) والتي تشتمل على متغيّر واحد من المستوى الاسمي، يمكن تبويبها بسهولة ويسر، نظراً لأنها تكون مصنفة في أقسام متمايزة أثناء عملية جمعها

جدول (2) : تكرارات مجموعة من الأفراد بحسب متغيّر الحالة الاجتماعية

الحالة الاجتماعية	التكرارات
أعزب	30
متزوج	52
مطلق	7
أرمل	11
مجموع	100

إذا رغب الباحث المقارنة بين توزيعي مجموعتين مختلفتين في العدد الكلي لأفرادهما بالنسبة لمتغيّر اسمي معين، فعندئذ لا تجوز المقارنة باستخدام التكرارات وإنما ينبغي إيجاد النسب المئوية لتكرارات الأقسام لكل من المجموعتين ويحسب التكرار النسبي المئوي كما يلي:

التكرار النسبي المئوي = ---------- تكرار كل فئة/ ظاهرة * 100

المجموع الكلي لقيم الظاهرة

$$f\ \% = \frac{fi}{\sum f} * 100 = n\% = \frac{ni}{\sum n} * 100$$

وهكذا يمكننا عرض نتائج صب البيانات في جدول تكراري نموذجي وفقاً للعرض الآتي:

الجدول [1-1]

الممثل	التعداد	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
x_1	... |	f_1	$f_1 / \Sigma f_i$	$\left(f_1 / \Sigma f_i\right) \times 100\,\%$
x_2	... ||	f_2	$f_2 / \Sigma f_i$	$\left(f_2 / \Sigma f_i\right) \times 100\,\%$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_m	... 卌	f_m	$f_m / \Sigma f_i$	$\left(f_m / \Sigma f_i\right) \times 100\,\%$
sum	----------	Σf_i	1	100 %

٢- لتكن لدينا البيانات الآتية والناتجة عن فحص فصيلة الدم لستين شخصاً.

B	A	B	A	B	O	A	O	AB	A
A	O	A	AB	O	A	AB	O	A	AB
A	B	B	B	A	AB	O	A	AB	A
B	AB	A	A	AB	A	A	O	B	B
AB	A	B	O	A	B	A	AB	A	AB
A	B	A	A	AB	A	O	A	B	B

فلو قمنا بصبّ هذه البيانات في جدول تكراري على النحو السابق، فإنّنا سنجد له العرض الآتي:

الجدول [1-3]

رمز فصيلة الدم	التعداد	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
A	卌 卌 卌 卌 ||||	24	$24/60 = 0.40$	$0.40 \times 100 = 40\,\%$
B	卌 卌 卌	15	$15/60 = 0.25$	$0.25 \times 100 = 25\,\%$
AB	卌 卌 ||	12	$12/60 = 0.20$	$0.20 \times 100 = 20\,\%$
O	卌 ||||	9	$9/60 = 0.15$	$0.15 \times 100 = 15\,\%$
Total		**60**	**1**	**100**

نفترض لدينا مجموعتين من الأفراد إحداهما تشتمل على 100 فرد والأخرى تشتمل على 200 فرد وإذا أدرنا المقارنة بين تكرارات أقسام متغيّر الحالة الاجتماعية لكل من المجموعتين لا بد من حساب التكرارات النسبية المئوية

جدول 2: توزيع التكرارات المطلقة والعينة لبيانات نوعية

الحالة الاجتماعية	العيّنة الأولى N1=100		العيّنة الثانية N2=200	
	التكرار المطلق	التكرار النسبي %	التكرار المطلق	التكرار النسبي%
أعزب	30	30	72	36
متزوج	55	55	96	48
مطلق	4	4	24	12
أرمل	11	11	8	4
المجموع	100	%100	200	%100

2- عرض البيانات الرتيبة:

يختلف هذا النوع من البيانات data ordinals عن البيانات النوعية أو التصنيفية، في أن هذه البيانات تراعي الترتيب أي تكون مرتّبة إما تصاعدياً أو تنازلياً من حيث درجة الخاصية أو المتغيّر الزمني المراد دراسته

مثال : نفترض أننا طلبنا من 400 طالب من طلاب كلية الاقتصاد السنة الأولى تحديد مدى الاهتمام بالالتحاق بقسم المحاسبة، فإنه يمكن تنظيم التكرارات

جدول3: توزيع التكرارات العادية والنسبية المئوية لمجموعة من الطلاب وفق المتغيّر الترتيبي

مدى الاهتمام بالالتحاق بالقسم	التكرارات (ni)	التكرار النسبي %
سوف ألتحق بالتأكيد	200	%50
ربما ألتحق	131	32.75
ربما لا ألتحق	30	7.5
لن ألتحق قطعاً	39	9.75
المجموع	400	%100

التوزيعات التكرارية غير المبوبة

Ungrouped Data

التوزيع التكراري:

هو وسيلة لتنظيم وتجميع الدرجات أو القياسات أو البيانات في مجموعات، ومن شأن هذا التنظيم أو التجميع تلخيص بيانات التوزيع في عدد محدود من هذه المجموعات لتسهيل معالجتها رياضياً. ولإنشاء جدول التوزيع التكراري غير المبوب ترتب الدرجات ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً ويسجل عدد مرات تكرار كل درجة منها.

مثال : التوزيع التكراري لدرجات مجموعة طالباً في الاختبار النهائي

الطريقة (A)		الطريقة (B)	
الدرجة x	التكرارات n	الدرجة x	التكرارات n
5	1	4	1
6	1	8	2
7	4	9	2
8	1	10	1
9	4	11	4
10	3	12	4
11	2	13	3
12	7	14	2
13	6	15	5
14	5	16	1
المجموع			

جداول التوزيع التكراري لبيانات مبوّبة:

Grouped data

التبويب : عبارة عن مجموعات من المتغيّرات المتجانسة التي تتميز بحد أدنى وحد أعلى لمدى هذا التجانس أما التكرارات فهي عدد المفردات التي تندرج تحت فئة معينة من هذه الفئات

١-٣-٢- تعريف (الفئة Class)

الفئة من أجل بيانات مُعطاة هي فترة من مجموعة الأعداد الحقيقية لها طول موجب تماماً وتحتوي على بعضٍ من البيانات المُعطاة، ويقال عن طرفها الأيسر إنَّه الحد الأدنى للفئة في حين يُقال عن طرفها الأيمن إنَّه الحد الأعلى للفئة.

من التّسميات الأخرى للفئة Interval أو Category أو Group.

- **خطوات إعداد جدول التوزيع التكراري:**

1- ترتيب البيانات ترتيباً منتظماً تصاعدياً أو تنازلياً.

2- حساب المدى الكلي : وهو الفرق بين أكبروأصغرقيمة في قيم التوزيع أي:

المدى الكلي = أكبرقيمة – أصغرقيمة

R= X max – X mini

$$R = Lu - Ls + 1$$

ملاحظة: نظراً لأن هذا المدى قد لا يشمل كل المفردات لذلك يفضل إضافة 1+ المدى وذلك لضمان شمول هذا المدى الجديد لجميع المفردات.

3- حساب عدد المجالات (الفئات) ويتم عادة باستخدام إحدى المعادلتين التاليتين:

أ- معادلة سترجس وتعطى بالعلاقة التالية:

$$K=1+3.322\ \log n$$

ولقد استخلص سترجس هذه القاعدة من التوزيع التكراري لتوزيع ذات الحدين ويعيبها أنها تعطي عدداً كبيراً من الأقسام حينما يكون عدد الأفراد قليلاً، وعدد قليلاً من الأقسام عندما يكون عدد الأفراد كبيراً لذلك فهي لا تعطي نتائج مرضية إذا كان عدد الأفراد أقل من /10/ أو أكبر من /1000/ فرد.

ب- معادلة يول وتعطى بالعلاقة التالية:

$$k = 2.5 * \sqrt[4]{n}$$

ولتسهيل الحسابات نأخذ لوغارتيم الطرفين للمعادلة السابقة على لوغاريتم عدد الأقسام وباستخدام الحاسبات الالكترونية نحصل على عدد الأقسام باعتماد التعليمة التالية: اضغط على مفتاح

Shift ← ثم مفتاح INV ← ثم لوغاريتم (log) فنحصل على عدد الفئات أو الأقسام.

مثال

احسب عدد الأقسام اللازمة لتبويب 150 قياساً باستخدام معادلة يول.

الحل :

$$k=2.5\sqrt[4]{150}$$

$$\log k = \log 2.5 + 0.25 * \log n$$

$$0.3979 + (2.17609125)=0.9419228$$

ومنه حساب Intilog (0.9419228) = 8.75 ≈ 9 أقسام.

4- حساب مدى القسم الواحد ويحسب بالعلاقة التالية:

المدى المطلق

طول / سعة /مدى الفئة = ----------

عدد الفئات

ويمكن تحديد طول الفئة بحساب الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين عندما يكون الجدول منتظم (أي أطوال الفئات متساوية)أو الفرق بين الحدين الأدنى لفئتين متتاليتين أو الفرق بين الحدين الأعلى لفئتين متتاليتين.

5- تحديد مركز الفئة : ويعطى بالصيغة التالية:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الاعلى} + \text{الحد الادنى}}{2}$$

- تعيين حدود الفئات:

وعموماً تقسم الفئات إلى نوعين هما:

أ- الفئات المتصلة (السيارة):

وهي الفئات التي يكون حدها الأعلى هو الحد الأدنى للفئة التي تليها .

25-20 وتصاغ من 20 إلى أقل من 25

30-25 وتصاغ 25 إلى اقل من 30

وفيها يكون الحد الأدنى للفئة المتصلة من ضمن الفئة على حين أن الحد الأعلى لا يكون من ضمنها.

أما طول الفئة = الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة

ويكون الحد الأعلى للفئة المتصلة هو الحد الأعلى الفعلي (الحقيقي) وكذلك الحد الأدنى الفعلي (الحقيقي) وهو ما يعرف عادة بالتبويب نصف المفتوح :

$$[a-b[$$

$$[b-c[$$

ب- الفئات المنفصلة (الوثابة):

وهي الفئات التي يكون الحد الأعلى لها لا يساوي الحد الأدنى للفئة التي تليها و إنما بينهما فاصل.

مثال:

15-10

20-16

ويحسب طول الفئة الوثابة = الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة +1

طول الفئة (المتصلة) = الحد الأعلى الفعلي – الحد الأدنى الفعلي.

كما يحسب الحد الحقيقي الأعلى أو الأدنى بالعلاقات التالية:

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = مركز تلك الفئة -0.5 (طول الفئة)

الحد الأعلى الحقيقي لأي فئة = مركز تلك الفئة + 0.5 (طول الفئة).

الحد الأعلى الفعلي (الحقيقي) لأي فئة وثابة = الحد الأعلى للفئة + 0.5

الحد الأدنى الفعلي (الحقيقي) لأي فئة وثابة = الحد الأدنى للفئة – 0.5

وبشكل عام يفضل أن يكون الحد الأدنى للفئة الأولى أصغر أو يساوي لأصغر قيمة في التوزيع وفي حالة وجود بعض القياسات خارج حدود الفئات الأخيرة عموماً ينصح باعتماد تصحيح لمدى الفئات وذلك بإضافة ثابت (1) إلى مدى كل فئة ويعاد كتابة حدود الفئات

عموماً يتوقف تعين حدود الفئات على طبيعة الظاهرة والقياسات والصفة الإحصائية ومن أهم طرق تعين أو كتابة حدود الفئات.

- $[a-b]$ عبارة عن مجال مغلق تنتمي إليه جميع القيم الواقعة بين a, b كما يتقيم قيمتي a,b نفسهما $a \le x \le b$

- $[b-c[$ عبارة عن مجال نصف مفتوح يحتوي على جميع القيم المساوية للحد الأدنى والقيم الواقعة بين a و b والتي هي أصغر من قيمة الحد الأعلى للفئة $a \le x < b$

- $]a,b[$ عبارة عن مجال مفتوح من حديه تنتمي إليه جميع القيم بين a,b فقط ودون قيمتي b,a نفسهما أي a<x<b .

7- تفريغ البيانات لكل فئة . (التوزيع الشكلي للمفردات):

ويتم ذلك بتحديد القيم الأصلية واحدة، واحدة في الفئة الخاصة أو المنتمية إليها المفردة ويتم تفريغ البيانات (المفردات) بطرق عدة منها:

- الحزم الخماسية: حيث يرمز لكل مفردة بشحطة 1 وكل أربع مفردات تحزم بمفردة خامسة وهكذا.

لتكن لدينا القياسات التالية:

$[35, 30, 29, 27, 25]$ $[24, 23, 22, 21, 20]$

1111 = 5 مفردات 1111 = 5 مفردات

- طريقة المغلف : ويعبر المغلف عن 10 مفردات تمثل بـ

4 زوايا + 4 أضلاع + قطران = 10 قياسات

ويفضل دائماً البدء بالزوايا ثم الأضلاع ثم القطرين وبنهاية التفريغ تحصر المفردات المقابلة لكل فئة من الفئات وتعطي ما يعرف بالتكرارات (Fréquences) .

الجدول [1-7]

رقم الفئة	الحدود العمليّة للفئة	الحدود الفعليّة للفئة	مركز الفئة	تعداد الفئة	تكرار الفئة	التكرار النسبي للفئة	التكرار المئوي للفئة	التكرار المتجمّع الصاعد للفئة
1	...	...	...	...	...	...	...	...
2	...	...	...	...	...	...	...	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Total	--------	--------	-------	-------				المجموع

جدول يبين درجات 80 طالباً وطالبة في المستوى الأول – كلية إدارة الاعمال في مقرر الإحصاء.

80 87 98 81 74 48 79 80

78 82 93 91 70 90 80 84

73 74 81 56 65 92 70 71

86 83 93 65 51 85 68 72

68 86 43 74 73 83 90 35

75 67 72 90 71 76 92 93

81 88 91 97 72 61 80 91

77 71 59 80 95 99 63 60

63 89 67 60 82 83 76 63

75 79 88 66 70 88

المطلوب: هيئ جدول التوزيع التكراري وفق الخطوات العامة لتكوين جدول التوزيع التكراري.

الحل:

1- حساب المدى الكلي = أعلى قيمة – أقل قيمة

$$R = 99 - 35 = 64$$

2- تحديد عدد الفئات : يمكن حساب ذلك بعدة طرق منها:

1- طريقة سترجس : $K = 1 + 3.322 * \log 80 = 7.32$

2- طريقة يول : $k = \sqrt[4]{80}\ 2.5 = 7.47 \approx 7$

ملاحظة : يجب أن يكون الحد الأدنى للفئة الأولى مساوياً أو أصغر من أقل قيمة في التوزيع ويجب أن يكون الحد الأعلى للفئة الأخيرة أكبر من أكبر قيمة في التوزيع .

3- طول الفئة : هو المدى العددي بين حدي الفئة ويستحسن أن تكون أطوال الفئات متساوية لتسهيل العمليات الحسابية ونرمز لها

$$c = \frac{64}{7} = 9.14 \approx 10$$

يجب تبويب البيانات الواردة في الجدول ضمن سبع فئات مدى الفئة الواحدة c= 10

جدول 6: التوزيع التكراري لدرجات 80 طالب: تبويب مغلق

م	الفئات	الحدود الحقيقية للفئات	مركز الفئة x_i'	التوزع الشكلي	التكرار n_i
1	40-31	40.5-30.5	35.5	|	1
2	50-41	50.5-40.5	45.5	||	2
3	60-51	60.5-50.5	55.5	𝍸	5
4	70-61	70.5-60.5	65.5	𝍸 𝍸 𝍸	15
5	80-71	80.5-70.5	75.5	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	25
6	90-81	90.5-80.5	85.5	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	20
7	100-91	10.5-90.5	95.5	𝍸 𝍸 11	12
المجموع		-	-	-	80

تعين طول الفئات:

لنأخذ الفئة الرابعة 61-70

الحد الأدنى للفئة الرابعة = 61

الحد الأعلى للفئة الرابعة = 70

طول الفئة الرابعة يمكن حسابه من جدول التوزيع التكراري بإحدى الطرق التالية:

الطريقة الأولى: (عندما تكون حدود الفئات أعداد صحيحة فقط).

طول الفئة = الحد الأدنى – الحد الأدنى +1

70 –61+1=10

الطريقة الثانية:

طول الفئة = الحد الحقيقي للأعلى – الحد الحقيقي الأدنى لتلك الفئة

70.5 – 60.5 =10

الطريقة الثالثة :

طول الفئة = الفرق بين الحدين الأدنى أو الحدين الأعلى لفئتين متتاليتين

الفرق بين الحدين الأدنى 10=61-71

الفرق بين الحدين الأعلى 10= 70 -80

الطريقة الر ابعة:

طول الفئة = الفرق بين الحدين الحقيقيين الأدنى أو الأعلى لفئتين متتاليتين .

= 70.5 – 60.5 = 10

= 80.5 – 70.5 = 10

الطريقة الخامسة :

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

= 75.5 – 65.5 = 10

- **تعيين الحدود الحقيقية للفئات:**

من المعروف أن القيمة الحقيقية للعدد تساوي قيمته الظاهرية مضافاً إليها مرة ومطروحاً منها مرة 0.5 وحدة قياس، وهي قاعدة صحيحة في حالة البيانات المبوّبة ويمكن حساب الحدود الحقيقية لأي فئة بإحدى الطرق التالية:

الطريقة الأولى:

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = مركز تلك الفئة – 0.5 (طول تلك الفئة.

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الرابعة = 65.5 – 0.5 (10) = 60.5

أما الحد الأعلى الحقيقي = مركز الفئة + 0.5 (طول الفئة)

= 65.5 + 0.5 (10) = 70.5

ملاحظة: إذا كانت حدود الفئات أعداد صحيحة فإن:

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = الحد الأدنى لتلك الفئة – 0.5

الحد الأعلى الحقيقي لأي فئة = الحد الأعلى لتلك الفئة + 0.5

الطريقة الثانية:

مركز الفئة = حساب مركز الفئة :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

$$\text{مركز الفئة الرابعة} = \frac{61 + 70}{2} = 65.5$$

*** إعداد جدول التوزيع التكراري النسبي :**

$$\text{التكرار النسبي المئوي لكل فئة} = \frac{\text{تكرار كل فئة}}{\text{مجموع التكرارات}} = \frac{25}{80} = 0.3125$$

مثال : التكرار النسبي للفئة الخامسة = 0.3125 أو تكرار النسبي المئوي للفئة الخامسة = $\frac{25}{80}$ × 100 = 31.25 %

وهكذا بالنسبة لباقي الفئات كما في الجدول التالي :

جدول7 : التوزيع التكراري النسبي والنسبي المئوي لدرجات الطلاب في الإحصاء.

		n_i		$\frac{n_i}{\sum n_i}$	$\frac{n_i}{\sum n_i}*100$
1	40-31	1	0.0125	1.25
2	50-41	2	0.0250	2.50
3	60-51	5	0.0625	6.25
4	70-61	15	0.1875	18.75
5	80-71	25	0.3125	31.25
6	90-81	20	0.2500	25
7	100-91	12	0.1500	15
مجموع	-	80	1	%100

- جداول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي:

وهي الجداول التي تعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الأعلى الحقيقي لفئة معينة ويتكون الجدول من ثلاثة أعمدة وهي الحدود العليا للفئات فأقل – التكرارات التجميعية الصاعدة والعادية وذلك كما يلي:

الجدول [1-10]

رقم الفئة	الحدود الفعليّة للفئة	مركز الفئة	تكرار الفئة	التكرار المتجمّع الصاعد للفئة
1	$a_0 \to a_1$	x_1	f_1	$F_1 = f_1$
2	$a_1 \to a_2$	x_2	f_2	$F_2 = f_1 + f_2$
⋮	⋮ ⋮ ⋮	⋮	⋮	⋮ ⋮ ⋮ ⋮
k	$a_{k-1} \to a_k$	x_k	f_k	$F_k = f_1 + f_2 + \ldots + f_k$
Total	----------	--------	$\sum f_i$	المجموع

جدول 8 : التوزيع التكراري المجتمع الصاعد العادي والنسبي المئوي

مسلسل	حدود الفئات العليا فأقل	التكرار n_i	التكرار التجميعي التصاعدي	التكرار المئوي%	التكرار المئوي التجميعي الصاعد
1	أقل من 41	1	1	1.25	1.25
2	أقل من 51	2	3	2.5	3.75
3	أقل من 61	5	8	6.25	10.0
4	أقل من 71	15	23	18.75	28.75
5	أقل من 81	25	48	31.25	60.0
6	أقل من 91	20	68	25	85.0
7	أقل من 101	12	80	15	100
	المجموع	80		100	-

2- جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي:

وهو الجدول الذي يعطينا عدد ونسبة المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى الحقيقي لفئة معينة ويتألف من عمودين الأول الحد الأدنى فأكثر الفئات ومحور التكرارات التجميعية وذلك جدول (9):

جدول 9: التوزيع التكراري التجميعي النازل العادي والنسبي المئوي:

	الحدود الدنيا فأكثر	التكرار n_i	التكرار التجميعي التنازلي	التكرار المئوي	التكرار المئوي التجميعي التنازلي
1	31 فأكثر	1	80	1.25	%100
2	41 فأكثر	2	97	2.50	99.75
3	51 فأكثر	5	77	6.25	96.75
4	61 فأكثر	15	72	18.75	90
5	71 فأكثر	25	57	11.25	71.25
6	81 فأكثر	20	32	25	40
7	91 فأكثر	12	12	15	15
8	101 فأكثر	0	0	0	0
	المجموع	80		100	

وبقراءة متأنية للجداول السابقة نجد أن :

- بقراءة جدول التوزيع التكراري العادي نجد 25 طالباً وطالبة كانت درجاتهم بين 71-80 درجة أي بنسبة تساوي 31.25% من الطلاب.
- بقراءة التكرارات التجميعية التصاعدية والنسبة التصاعدية نجد أنه لدينا 23 طالب كانت درجاتهم أقل من 70 درجة أي بنسبة 28.75%.

- **بقراءة التكرارات التجميعية التنازلية والنسبية المئوية نجد أنه لدينا 72 طالباً وطالبة كانت درجاتهم أكثر من 61 درجة أي بنسبة مئوية تساوي 90% وكذلك 32 طالباً كانت درجاتهم أكثر من 81 درجة أي بنسبة 40%.**

مثال

إذا كان طول فئة ما يساوي 12 وحدها الأدنى 30. أوجد حدها الأعلى.

الحل:

حساب طول الفئة = الحد الأدنى – الحد الأعلى +1

$$12 = x - 30 + 1$$

الحد الأعلى للفئة $x \Rightarrow x = 41$

مثال

إذا كانت أكبر مشاهدة في توزيع ما 556 و أقل مشاهدة 333. أوجد مدى التوزيع.

مدى التوزيع= أكبر مشاهدة – أقل مشاهدة +1

R.D=556-333+1=224

مثال

إذا كان الحد الحقيقي للفئة الأدنى يساوي 19.5 وطولها 5 أوجد الحد الأعلى الحقيقي للفئة.

الحل:

$$5 = x - 19.5$$

الحد الحقيقي الأعلى= $x \Rightarrow x = 5 + 19.5 = 24.5$

فالحدود الحقيقية للفئة هي: 19.5-24.5