

Computer vision

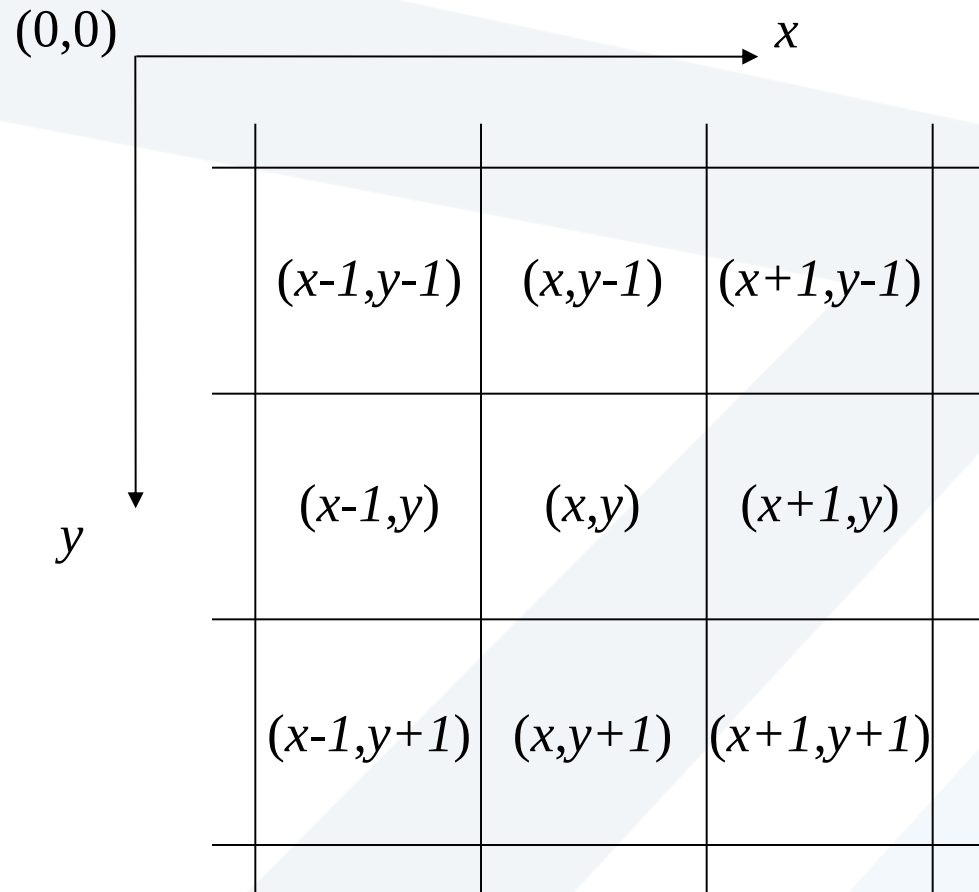
المحاضرة الثالثة

Relationships between pixels

الهستوغرام

د. عيسى الغنام د. إياد حاتم

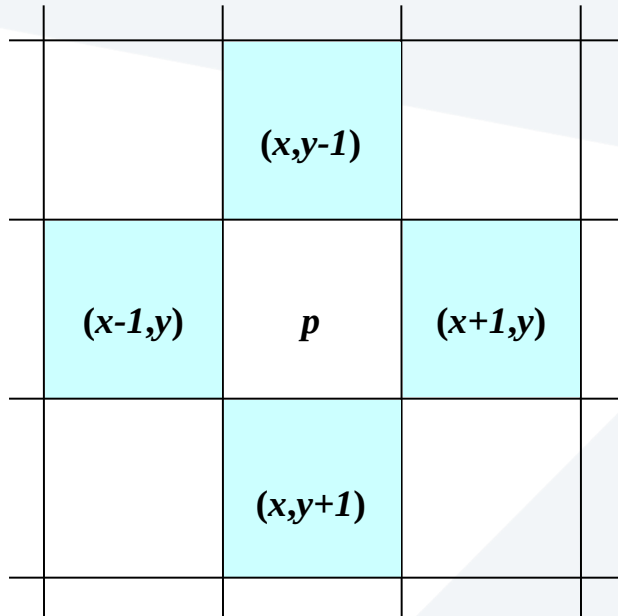
Basic Relationship of Pixels



Conventional indexing method

Neighbors of a Pixel

Neighborhood relation is used to tell adjacent pixels. It is useful for analyzing regions.



4-neighbors of p :

$$N_4(p) = \left\{ \begin{array}{l} (x-1,y) \\ (x+1,y) \\ (x,y-1) \\ (x,y+1) \end{array} \right\}$$

4-neighborhood relation considers only vertical and horizontal neighbors.

Note: $q \in N_4(p)$ implies $p \in N_4(q)$

Neighbors of a Pixel

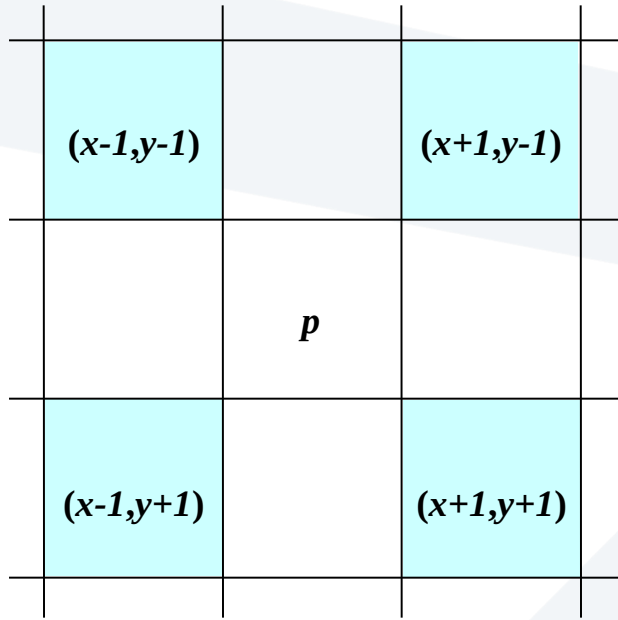
$(x-1, y-1)$	$(x, y-1)$	$(x+1, y-1)$
$(x-1, y)$	p	$(x+1, y)$
$(x-1, y+1)$	$(x, y+1)$	$(x+1, y+1)$

8-neighbors of p :

$$N_8(p) = \left\{ \begin{array}{l} (x-1, y-1) \\ (x, y-1) \\ (x+1, y-1) \\ (x-1, y) \\ (x+1, y) \\ (x-1, y+1) \\ (x, y+1) \\ (x+1, y+1) \end{array} \right\}$$

8-neighborhood relation considers all neighbor pixels.

Neighbors of a Pixel



Diagonal neighbors of p :

$$N_D(p) = \left\{ \begin{array}{l} (x-1, y-1) \\ (x+1, y-1) \\ (x-1, y+1) \\ (x+1, y+1) \end{array} \right\}$$

Diagonal -neighborhood relation considers only diagonal neighbor pixels.

- Adjacency: Two pixels are adjacent if they are neighbors and their intensity level 'V' satisfy some specific criteria of similarity.
 - For p and q from the same class
 - 4- adjacent : $q \in N_4(p)$
 - 8- adjacent : if $q \in N_8(p)$
 - mixed- adjacent (m- adjacent):
 - $q \in N_4(p)$ or
 - $q \in N_D(p)$ and $N_4(p) \cap N_4(q) = \emptyset$

Adjacency



4-adjacency: Two pixels p and q with the values from set ' V ' are 4-adjacent if q is in the set of $N_4(p)$.

e.g. $V = \{0, 1\}$

1	1	2
1	1	0
1	0	1

p in **RED** color

q can be any value in **GREEN** color.

8-adjacency: Two pixels p and q with the values from set 'V' are 8-adjacent if q is in the set of $N_8(p)$.

e.g. $V = \{1, 2\}$

0	1	1
0	2	0
0	0	1

p in **RED** color

q can be any value in **GREEN** color

m-adjacency: Two pixels p and q with the values from set ' V ' are m -adjacent if

(i) q is in $N_4(p)$ OR

(ii) q is in $N_D(p)$ & the set $\underline{N_4(p)} \cap \underline{N_4(q)}$ have no pixels whose values are from ' V '.

e.g. $V = \{1\}$

0_a 1_b 1_c

0_d 1_e 0_f

0_g 0_h 1_i

Adjacency



m-adjacency: Two pixels p and q with the values from set ' V ' are m -adjacent if

(i) q is in $N_4(p)$

e.g. $V = \{1\}$

b & c

0 _a	1 _b	1 _c
0 _d	1 _e	0 _f
0 _g	0 _h	1 _i

Soln: b & c are m -adjacent.

m-adjacency: Two pixels p and q with the values from set ' V ' are m -adjacent if

(i) q is in $N_4(p)$

e.g. $V = \{1\}$

b & e

0 _a	1 _b	1 _c
0 _d	1 _e	0 _f
0 _g	0 _h	1 _i

Soln: b & e are m -adjacent.

m-adjacency: Two pixels p and q with the values from set ' V ' are m -adjacent if

- (i) q is in $N_D(p)$ & the set $\underline{N_4(p)} \cap \underline{N_4(q)}$ have no pixels whose values are from ' V '.

e.g. $V = \{1\}$

e & i

0 _a	1 _b	1 _c
0 _d	1 _e	0 _f
0 _g	0 _h	1 _i

Soln: e & i are m -adjacent.

Adjacency



m-adjacency: Two pixels p and q with the values from set ' V ' are m -adjacent if

(i) q is in $N_4(p)$ OR

(ii) q is in $N_D(p)$ & the set $\underline{N_4(p)} \cap \underline{N_4(q)}$ have no pixels whose values are from ' V '.

e.g. $V = \{1\}$

(iv) e & c

0 _a	1 _b	1 _c
0 _d	1 _e	0 _f
0 _g	0 _h	1 _i

Soln: e & c are NOT m -adjacent.

Path

A **path** from pixel p at (x,y) to pixel q at (s,t) is a sequence of distinct pixels:

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

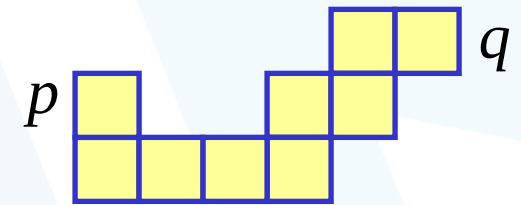
such that: $(x_0, y_0) = (x, y)$ and $(x_n, y_n) = (s, t)$

and (x_i, y_i) is adjacent to (x_{i-1}, y_{i-1}) , $i = 1, \dots, n$

n is the length of the path

Closed path: $(x_0, y_0) = (x_n, y_n)$

We can define type of path: 4-path, 8-path or m-path depending on type of adjacency.

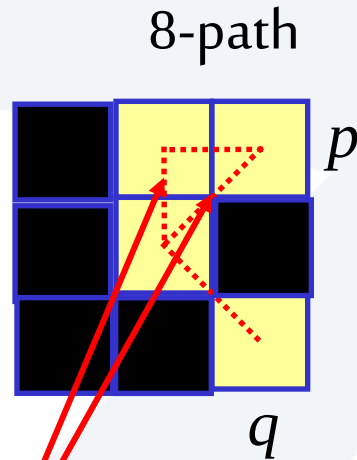
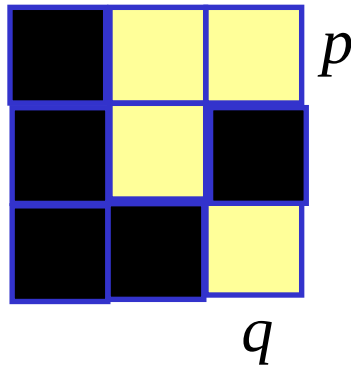


Path

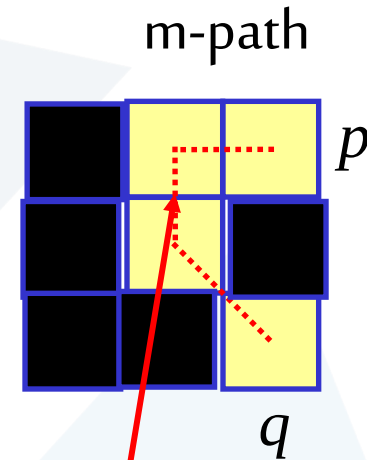
$V=\{1\}$

black is zero

yellow is one



8-path from p to q
results in some ambiguity



m-path from p to q
solves this ambiguity

Paths

Example # 1: Consider the image segment shown in figure. Compute length of the **shortest-4, shortest-8 & shortest-m paths** between pixels p & q where, $V = \{1, 2\}$.

4	2	3	2 q
3	3	1	3
2	3	2	2
p 2	1	2	3

Paths

Example # 1:

Shortest-4 path:

$V = \{1, 2\}$.

4	2	3	2	q
3	3	1	3	
2	3	2	2	
p	2	→ 1	2	3

Paths

Example # 1:
Shortest-4 path:

$V = \{1, 2\}$.

	4	2	3	2 q
	3	3	1	3
	2	3	2	2
p	2	$\rightarrow$	1	$\rightarrow$
			2	3

Paths

Example # 1:

Shortest-4 path:

$V = \{1, 2\}$.

	4	2	3	2 q
	3	3	1	3
	2	3	2	2
p	2	1	2	3

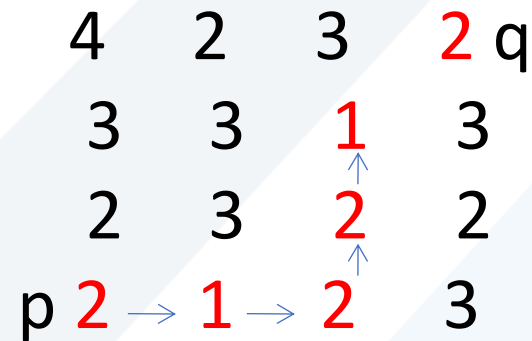
(Note: In the original image, the path p → 2 → 1 → 2 → q is highlighted in red, with blue arrows indicating the sequence of moves. The value 2 in the third row, third column is also red and has a blue arrow pointing to it from below.)

Paths

Example # 1:

Shortest-4 path:

$V = \{1, 2\}$.

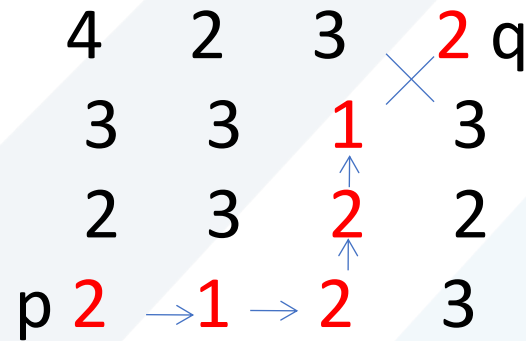


Paths

Example # 1:

Shortest-4 path:

$V = \{1, 2\}$.

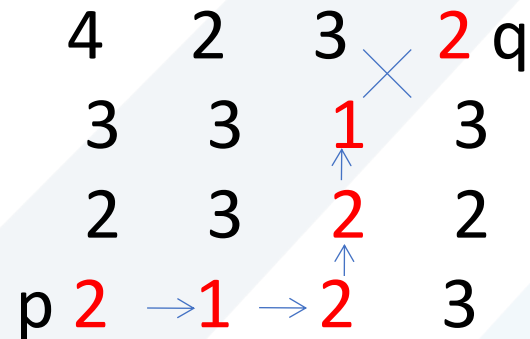


Paths

Example # 1:

Shortest-4 path:

$V = \{1, 2\}$.



So, Path does not exist.

Paths

Example # 1:

Shortest-8 path:

$V = \{1, 2\}$.

4	2	3	2 q
3	3	1	3
2	3	2	2
p 2	1	2	3

Paths

Example # 1:

Shortest-8 path:

$V = \{1, 2\}$.

4	2	3	2	q
3	3	1	3	
2	3	2	2	
p	2	1	2	3

Paths

Example # 1:

Shortest-8 path:

$V = \{1, 2\}$.

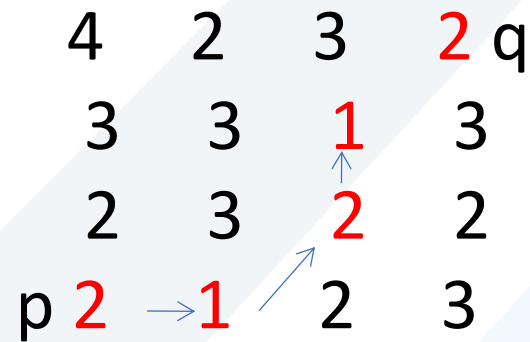
	4	2	3	2	q
	3	3	1	3	
	2	3	2	2	
p	2	→ 1	↗ 2	3	

Paths

Example # 1:

Shortest-8 path:

$V = \{1, 2\}$.

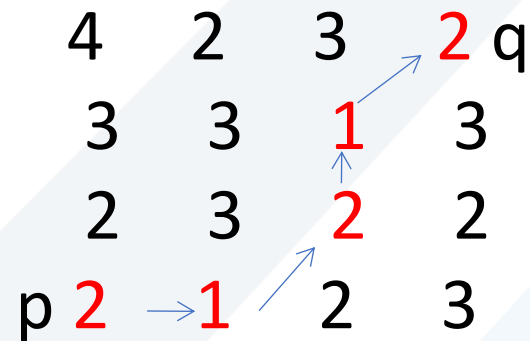


Paths

Example # 1:

Shortest-8 path:

$V = \{1, 2\}$.

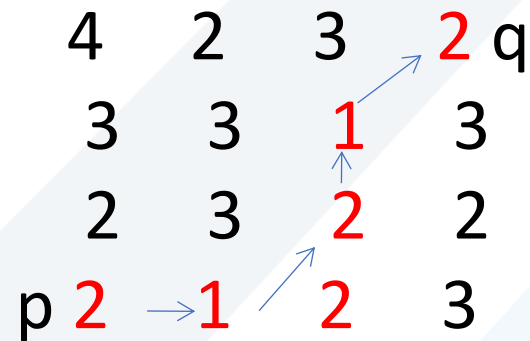


Paths

Example # 1:

Shortest-8 path:

$V = \{1, 2\}$.



So, shortest-8 path = 4

Paths

Example # 1:

Shortest-m path:

$V = \{1, 2\}$.

4	2	3	2	q
3	3	1	3	
2	3	2	2	
p	2	1	2	3

Paths

Example # 1:

Shortest-m path:

$V = \{1, 2\}$.

	4	2	3	2 q
	3	3	1	3
	2	3	2	2
p	2 → 1	2	3	

Paths

Example # 1:

Shortest-m path:

$V = \{1, 2\}$.

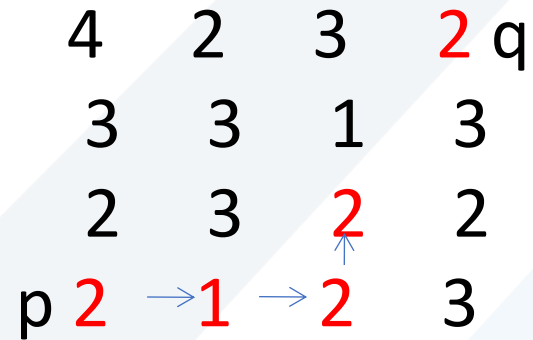
4	2	3	2	q		
3	3	1	3			
2	3	2	2			
p	2	→	1	→	2	3

Paths

Example # 1:

Shortest-m path:

$V = \{1, 2\}$.

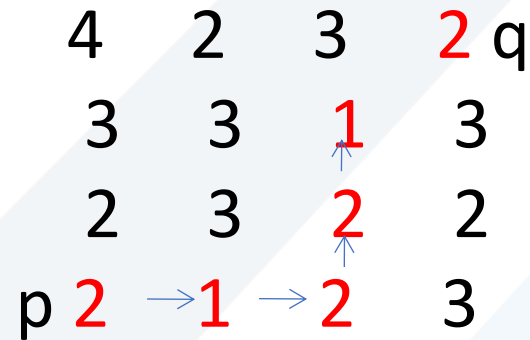


Paths

Example # 1:

Shortest-m path:

$V = \{1, 2\}$.

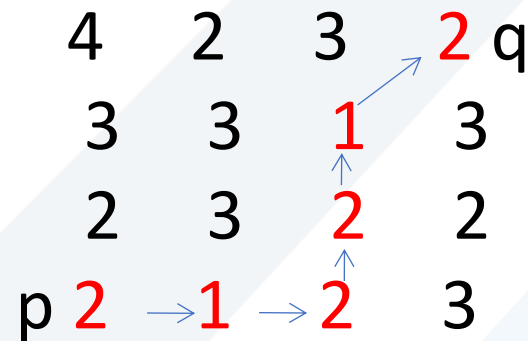


Paths

Example # 1:

Shortest-m path:

$V = \{1, 2\}$.

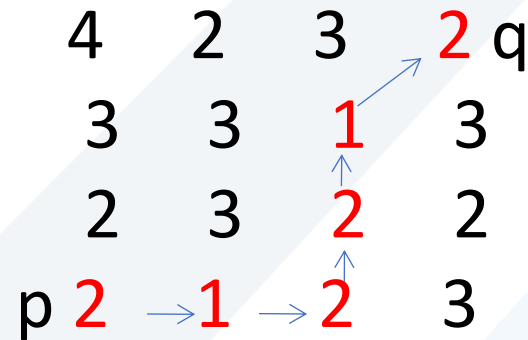


Paths

Example # 1:

Shortest-m path:

$V = \{1, 2\}$.



So, shortest-m path = 5

Connectivity

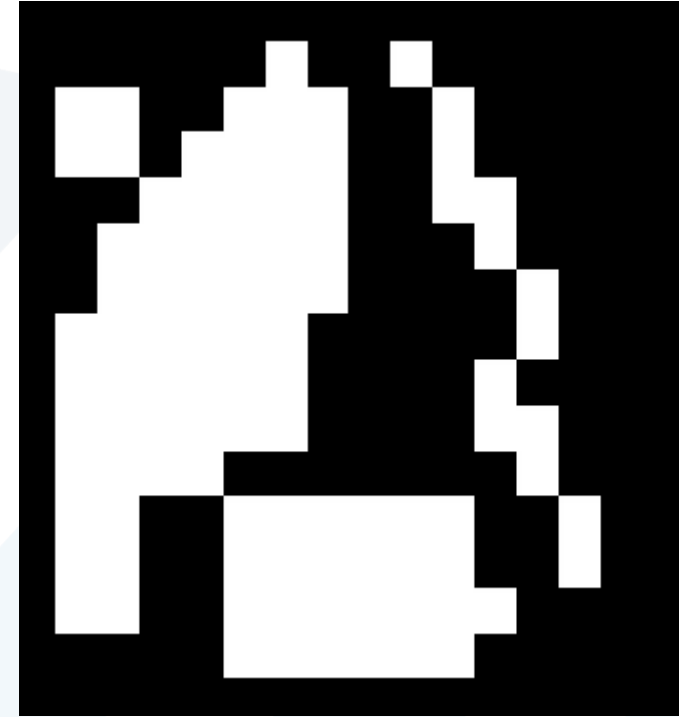
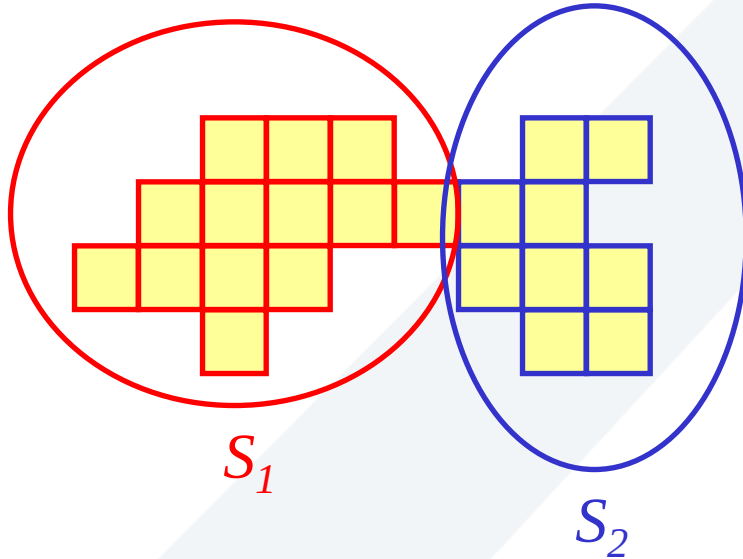


- Let 'S' represent subset of pixels in an image.
- Two pixels p and q (or objects) are 8-, 4-, or m-connected in 'S' if a 8-, 4-, or m-path can be drawn between them consisting entirely of pixels in 'S'.
- For any pixel p in S, the set of pixels that are connected to it in S is called a **connected component of S**.
- **It is used for establishing boundaries of objects and components of regions in an image.**

Why is this important?

- How many objects are there in this image?

Two image subsets S_1 and S_2 are adjacent if some pixel in S_1 is adjacent to some pixel in S_2



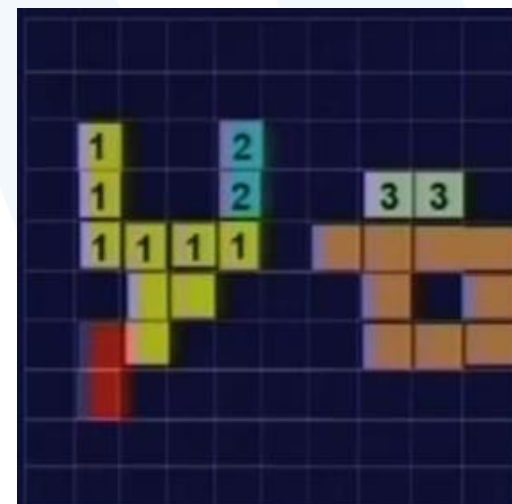
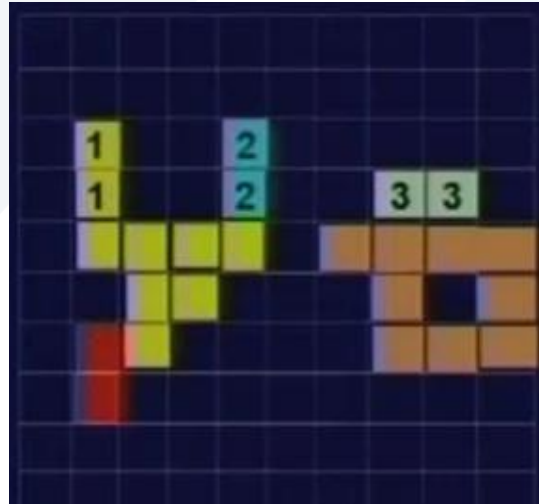
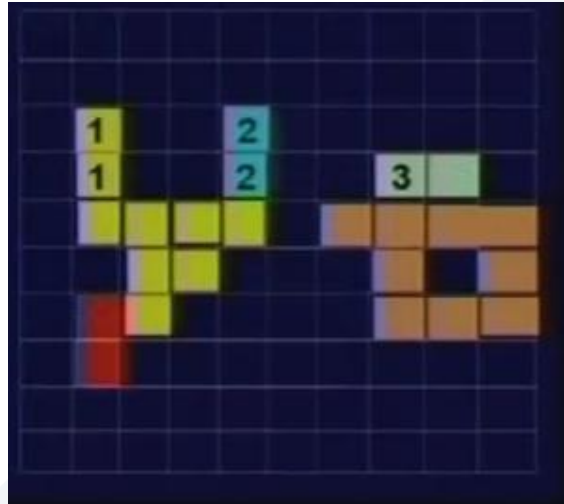
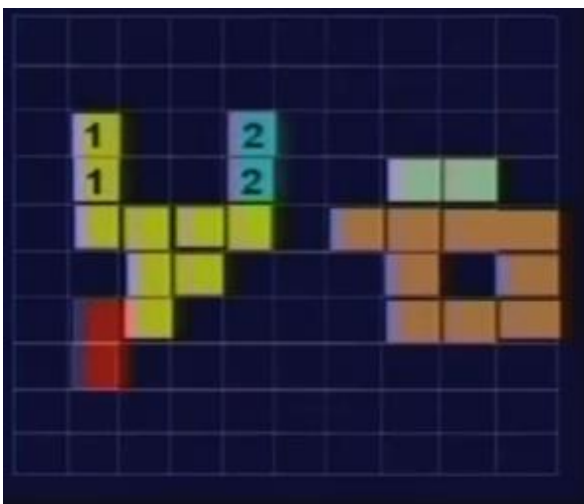
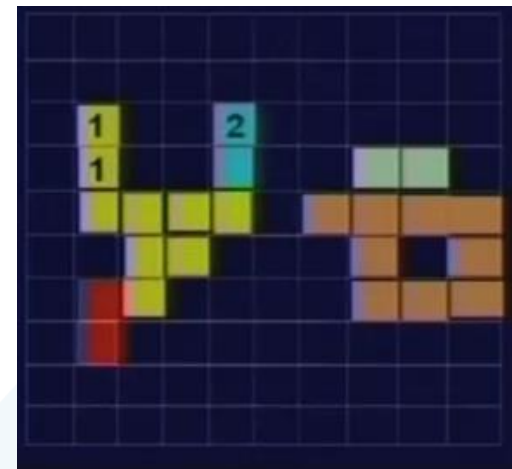
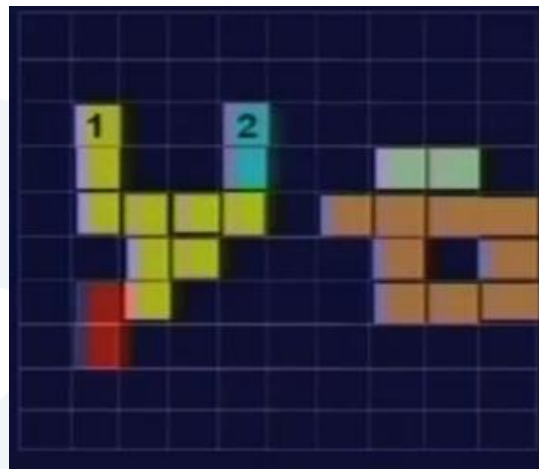
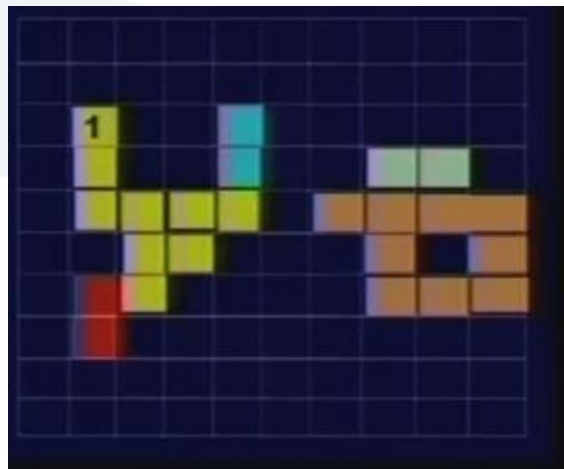
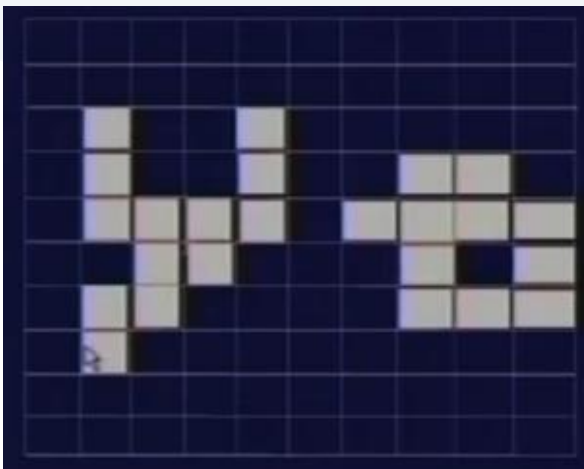
Regions & Boundaries

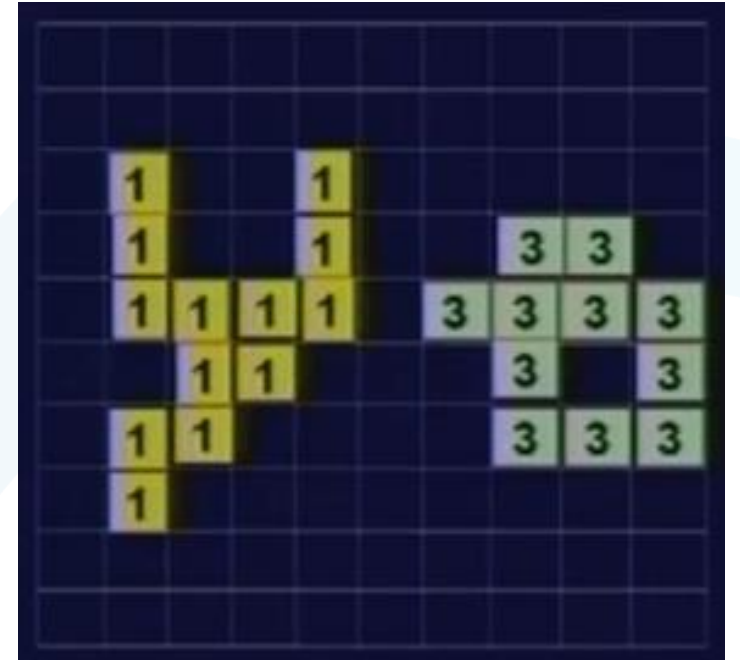
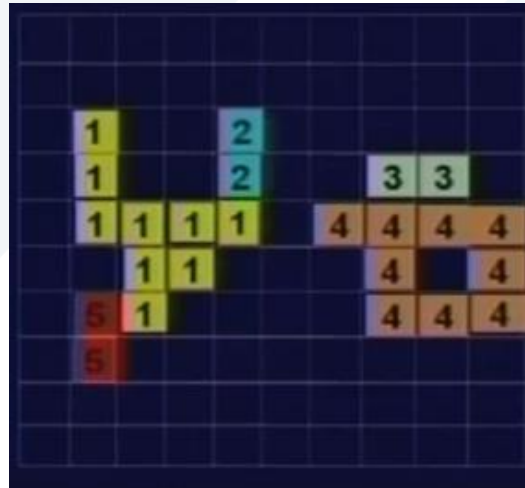
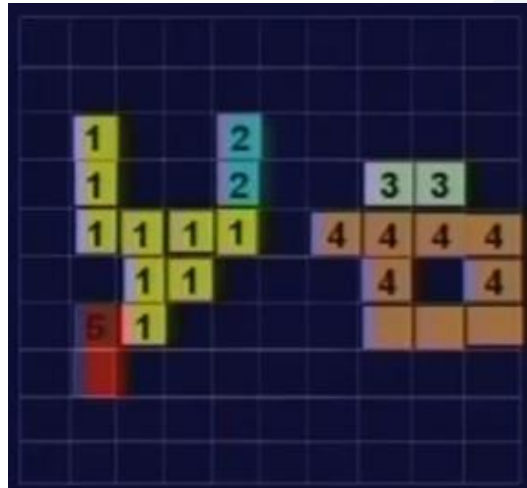
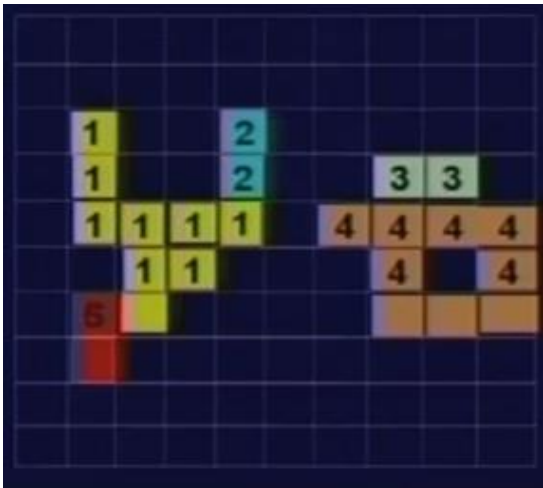
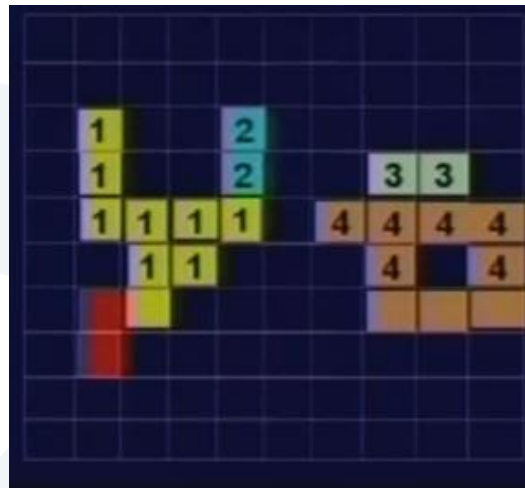
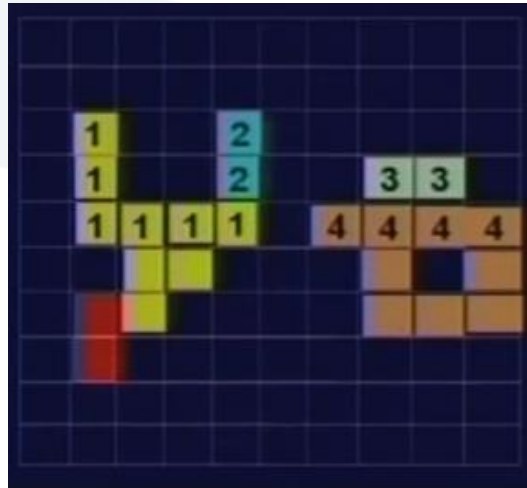
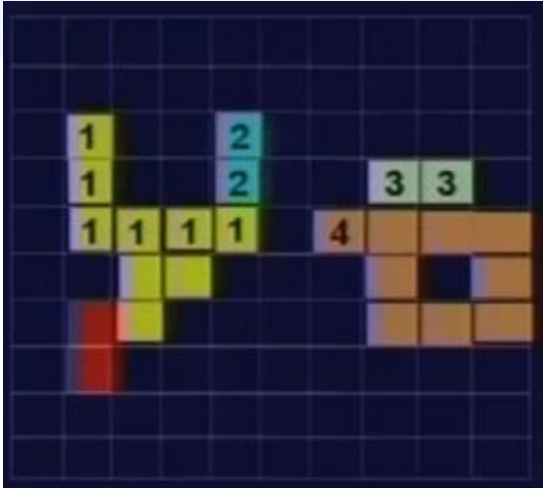
Boundaries (border or contour): The boundary of a region R is the set of points that are adjacent to points in the compliment of R .

0	0	0	0	0
0	1	1	0	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

If R happens to be an entire image, then its boundary is defined as the set of pixels in the first and last rows and columns in the image.

Example:





Foreground and background



Suppose that the image contains K disjoint regions R_k none of which touches the image border.

R_u : the union of all regions.

$(R_u)^c$: is the complement.

so R_u is called foreground,
and $(R_u)^c$: is the background

Distance



For pixel p , q , and z with coordinates (x,y) , (s,t) and (u,v) ,
 D is a **distance function** or **metric** if

- ♦ $D(p,q) \geq 0$ ($D(p,q) = 0$ if and only if $p = q$)

called reflexivity

- ♦ $D(p,q) = D(q,p)$

called symmetry

- ♦ $D(p,z) \leq D(p,q) + D(q,z)$

called transmittivity

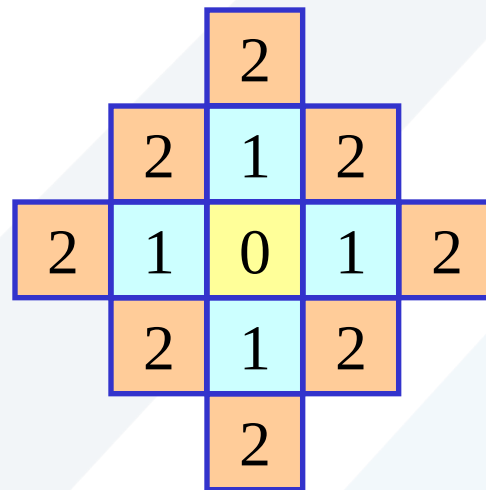
Example: Euclidean distance

$$D_e(p, q) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$$

Distance

D_4 -distance (*city-block distance*): The D_4 distance between p & q is defined as

$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$$



Pixels with $D_4(p) = 1$ is 4-neighbors of p .

Distance



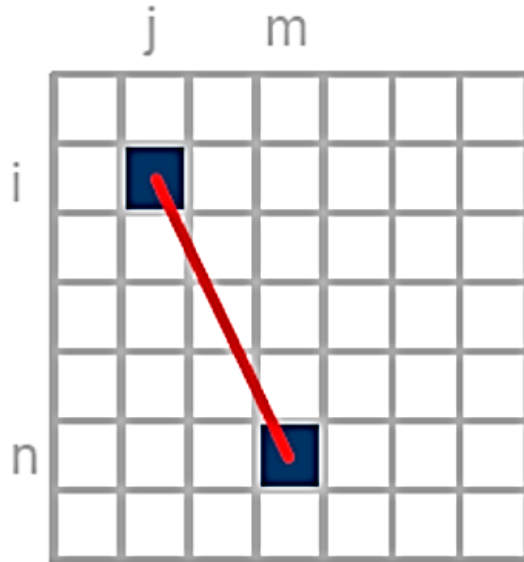
D_8 -distance (*chessboard distance*): The D_8 distance between p & q is defined as:

$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$$

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

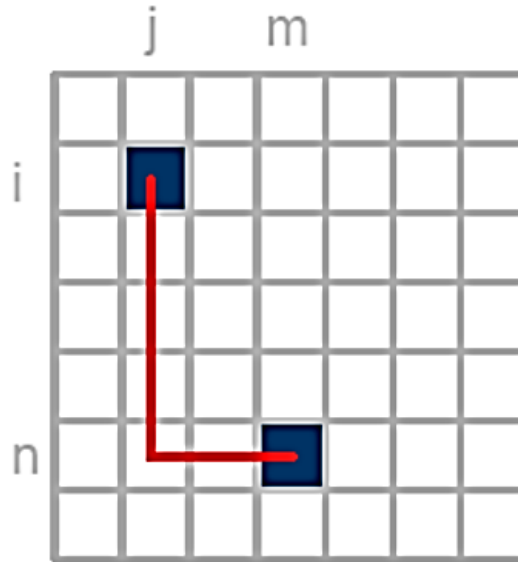
Pixels with $D_8(p) = 1$ is 8-neighbors of p .

Distance



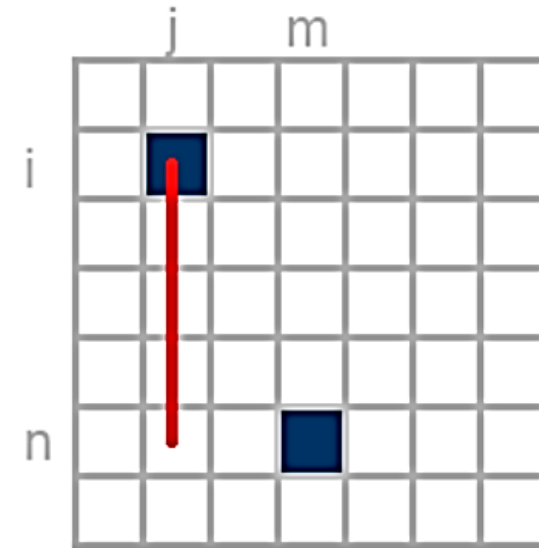
Euclidean Distance

$$= \sqrt{(i-n)^2 + (j-m)^2}$$



City Block Distance

$$= |i-n| + |j-m|$$



Chessboard Distance

$$= \max[|i-n|, |j-m|]$$

Distance

Compute the distance between the two pixels
using the three distances:

q:(1,1)

P: (2,2)

Euclidian distance : $((1-2)^2 + (1-2)^2)^{1/2} = \text{sqrt}(2)$.

D4(City Block distance): $|1-2| + |1-2| = 2$

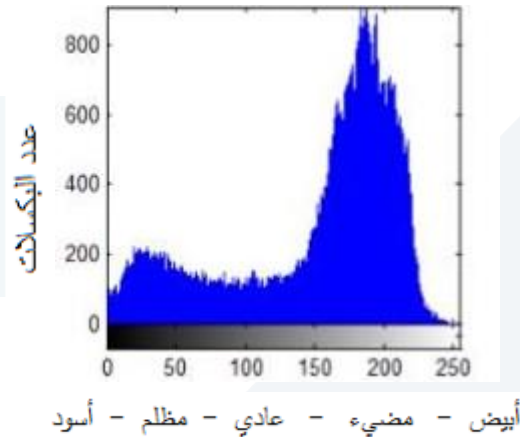
D8(chessboard distance) : $\max(|1-2|, |1-2|) = 1$

(because it is one of the 8-neighbors)

	1	2	3
1	q		
2		p	
3			

مخطط توزيع قيم السويات الرمادية (الهستوغرام)

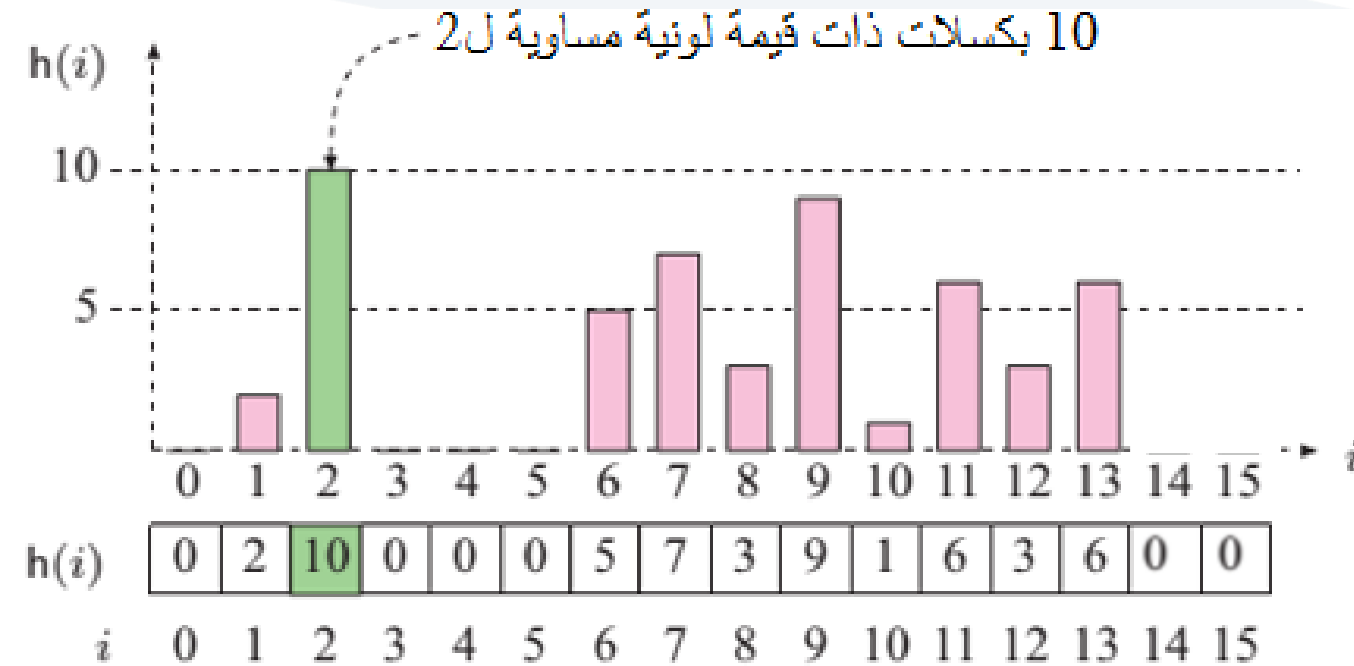
- هو مخطط يظهر توزيع قيم السويات الرمادية في الصور الرقمية
- يقوم بعرض عدد البكسلات الممثلة لكل سوية لونية بين الأسود (0) والأبيض (255)
- الهستوغرام المقابل لكل قيمة دخل:



$$h(i) = \text{number of image pixels with } i \text{ intensity ; } 0 \leq i < L$$

■ تكون القيم في هستوغرام الصور الجيدة موزعةً على كلّ السويات الرمادية ولكن هذا ليس شرطاً

مخطط توزيع قيم السويات الرمادية (الهستوغرام)

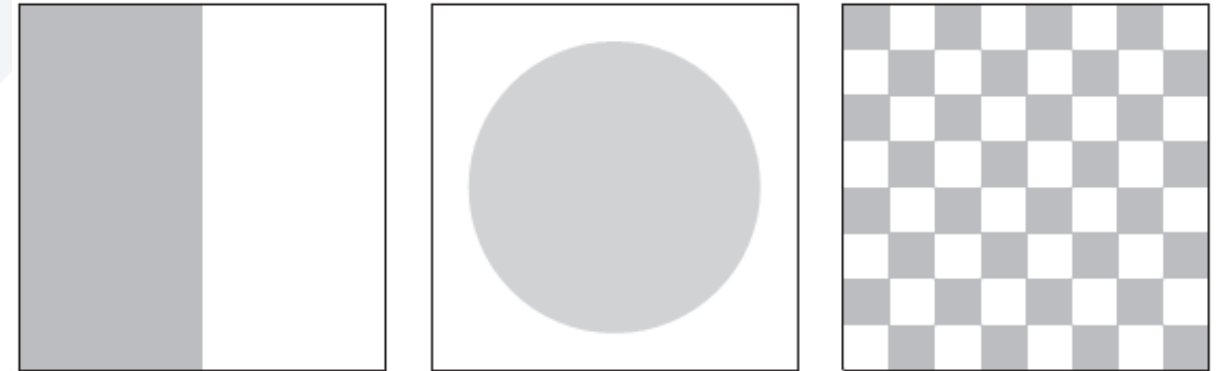


1	1	2	2	6	7	7	7	9	11	11	11	11
2	2	2	2	7	7	7	7	9	10	11	11	12
2	2	2	2	8	8	8	9	9	12	12	13	13
6	6	6	6	9	9	9	9	9	13	13	13	13

□ صورة تحتوي على 16 سوية لونية ممكنة

مخطط توزيع قيم السويات الرمادية (الهستوغرام)

- لا يحتوي هيستوغرام الصورة على أي معلومات عن الإحداثيات المكانية للبكسلات في الصورة ويعود السبب إلى كون الهيستوغرام تابعا إحصائياً
- لا يمكن إعادة بناء الصورة الأصلية انطلاقاً من الهيستوغرام فقط نظراً لفقدان المعلومات المكانية
- إن العمليات التي تؤدي إلى تحريك عنصر من مكان لآخر دون التأثير في السوية اللونية الخاصة به لا تؤثر على الهيستوغرام
- تؤثر بعض عمليات معالجة الصورة على الهيستوغرام الخاص بها وبعضها لا



هناك هيستوغرام مميز لكل صورة، لكن لا يوجد صورة مميزة لكل هيستوغرام

تفسير الهيستوغرام

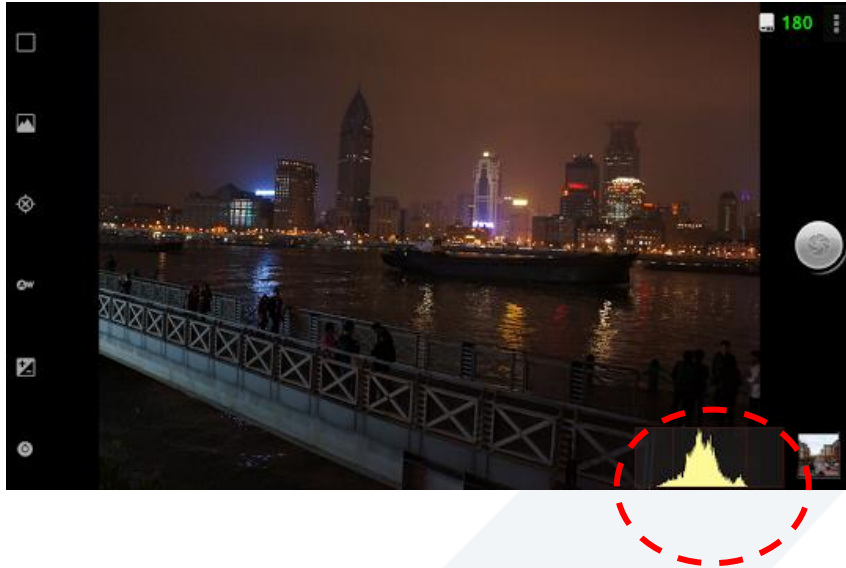
يُظهر الهيستوغرام عادة:

- المشاكل التي تحدث أثناء التقاط الصورة
- الآثار الناتجة عن تطبيق بعض عمليات معالجة الصور
- يمكن استخدام الهيستوغرام لتحديد نوع عمليات معالجة الصورة التي ستحسن من جودتها ونعتمد في هذا على المعلومات التالية: السطوع والتباين والمجال الديناميكي مجال قيم السويات الرمادية الموجودة فيها شكل منحنى توزيع الهيستوغرام

مخطط توزيع ترددات السويات الرمادية (الهستوغرام)

□ يستخدم الهستوغرام في توصيف القيم الإحصائية في الصورة على نحو مرئي سهل التفسير

- أثناء التقاط الصور
- تحديد نوع العمليات المطبقة سابقاً على الصور
- تحسين عرض الصور



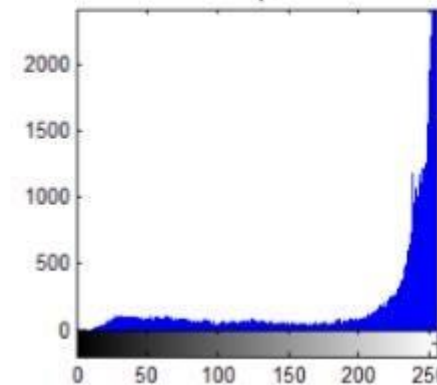
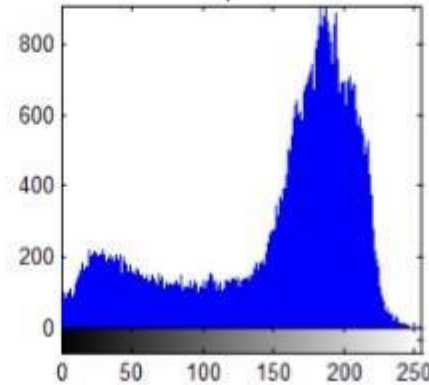
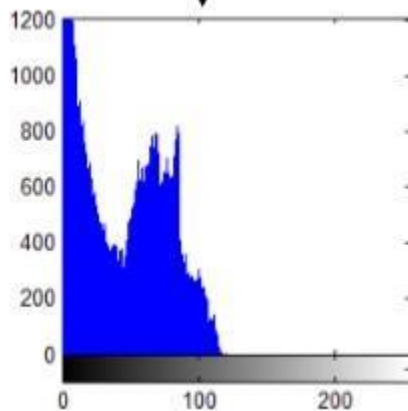
التعرض للضوء أثناء التقاط الصور (السطوع)

Underexposed



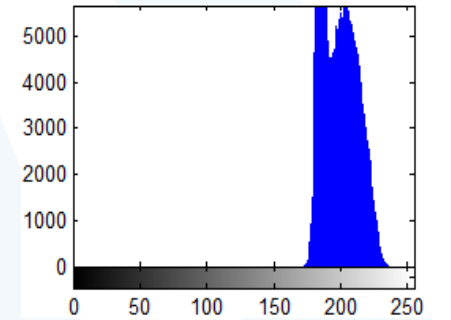
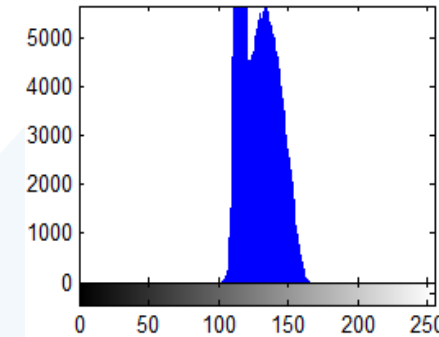
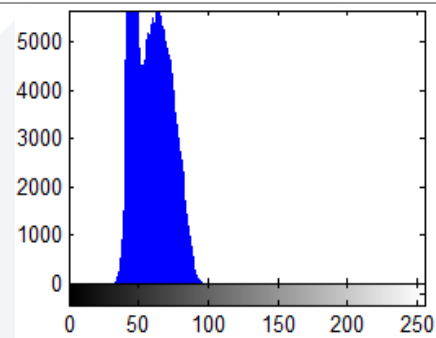
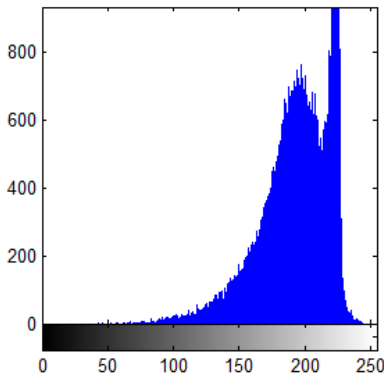
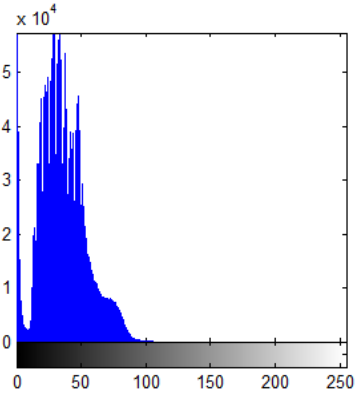
Overexposed

تؤثر طبيعة المشهد الذي يتم تصويره
على الهيستوغرام الناتج كتصوير
منظر ثلجي أو جسم داكن اللون



التعرض للضوء أثناء التقاط الصور (السطوع)

تؤدي زيادة أو نقصان السطوع في الصورة إلى انزياح مخطط الهيستوغرام نحو اليمين أو اليسار على التوالي



تباين الصورة

□ يحدد الفرق بين القيمة الدنيا والقصوى لمجموعة قيم السويات الرمادية الموجودة فعلياً في الصورة

□ يمكن بسهولة قراءة تباين الصورة $[rmin, rmax]$ من خلال هистоغرامها

□ في الصورة كاملة التباين يكون المجال الفعال مساوٍ لكامل مجال السويات اللونية الممكنة أي:

$$[rmin, rmax] = [0, L-1]$$

□ للحصول على صورة كاملة التباين من صورة عادية يجب توسيع هистоغرام الصورة (histogram stretching-normalization)

التباين

• (الفرق بين القيمة الدنيا والقصوى لهذه السويات)

• في الصور كاملة التباين يكون المجال الفعال موزعا على كامل السويات اللونية

$$[r_{min}, r_{max}] = [0, L - 1]$$

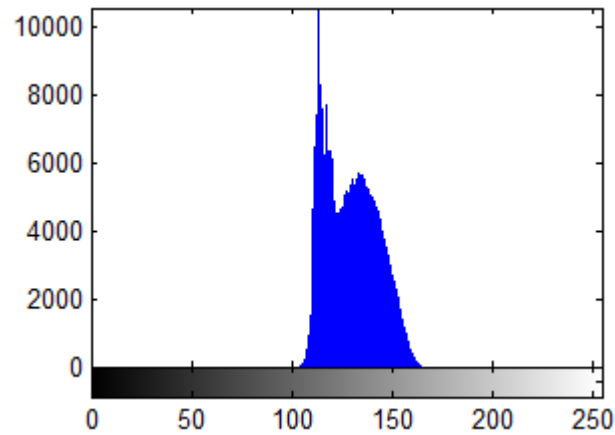
• للحصول على صورة كاملة التباين من صورة عادية يجب توسيع هيستوغرام الصورة histogram stretching-normalizat

Mapping process:

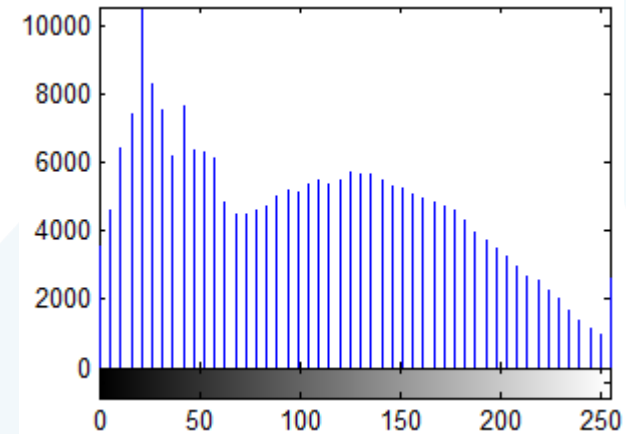
$r_{min} \rightarrow 0$
 $\vdots$
 $r_{max} \rightarrow L-1$

$$S = \frac{r - r_{min}}{r_{max} - r_{min}} \cdot (L - 1)$$

**What if $r_{min} = 0$
& $r_{max} = L-1$?**



الصورة الأصلية



الصورة كاملة التباين

المجال الديناميكي



- المجال الديناميكي: عدد السويات اللونية المميزة في الصورة
- يحدد المجال الديناميكي قدرة الصورة على عكس السويات اللونية الموجودة فعلياً في المشهد، ويعبر عن عدد **قيم** البكسلات المميزة والفريدة المستخدمة فيها (في الحالة المثالية جميع قيم البكسلات الممكنة)

نهاية المحاضرة