جـامـعـة المـنـارة
كلية الهندسة المعمارية
مقدمة في المساحة

العام الجامعي
2025-2024
المحاضرة (14)

مساحات الأشكال المنتظمة وغير المنتظمة

Areas of Regular and Irregular Figures

أ. د. إياد اسماعيل فحصة

جَـامعة المَـنارة
MANARA UNIVERSITY

أقسام المحاضرة

1. مقدمة
2. مساحات الأشكال المنتظمة
3. مساحات الأشكال غير المنتظمة

1

مقدمة
Introduction

يُعتبَرُ حساب المساحات من الأساسيات المطلوبة من المهندس المساح، حيث يشمل ذلك حساب مساحات: قطعة من الأرض، بحيرة مياه، مناطق الغابات، منطقة معبدة، مساحة منشأة، .... الخ

في النظام المتري تُحسَبُ المساحة بالمتر المربع (m^2) أو بالهكتارات (ha) حيث:

1 hectare = 10000 m^2

يتعامل المساح في حساباته مع نوعين من المساحات

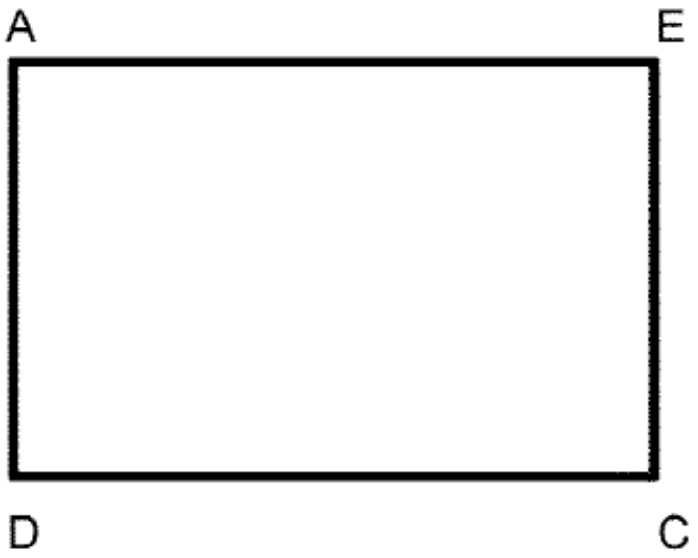
1. مساحات الأشكال المنتظمة مثل المستطيلات والمثلثات
2. مساحات الأشكال غير المنتظمة مثل البحيرات أو الأشكال ذات المواصفات الخاصة.

2

مساحات الأشكال المنتظمة

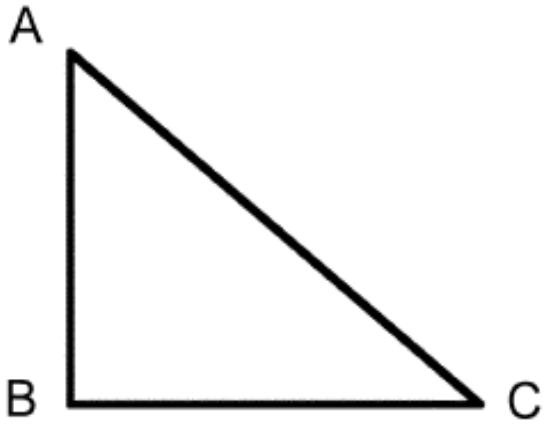
Areas of Regular Figures

1. المستطيل (Rectangle)



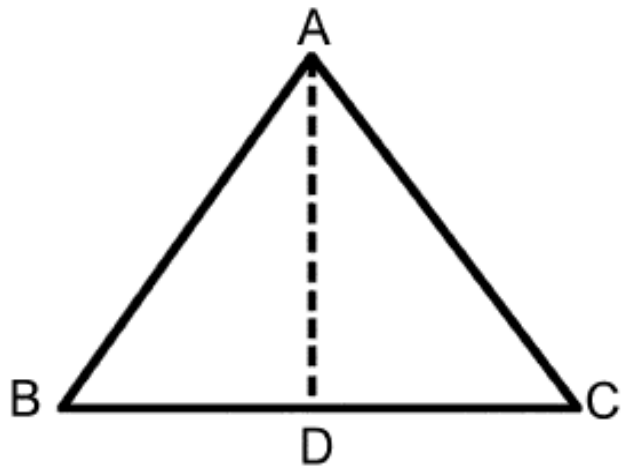
(المساحة) Area = AE . Ec

2. المثلث (Triangle)



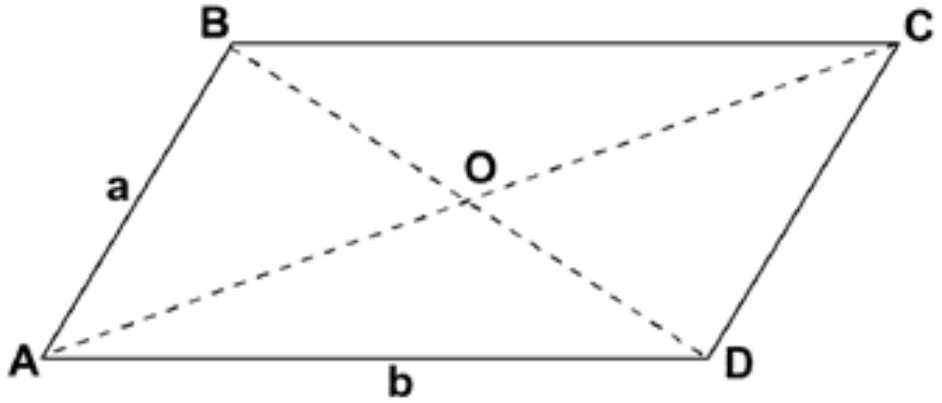
$$\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AB$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot BA \cdot \sin B$$



$$\text{Area} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD$$

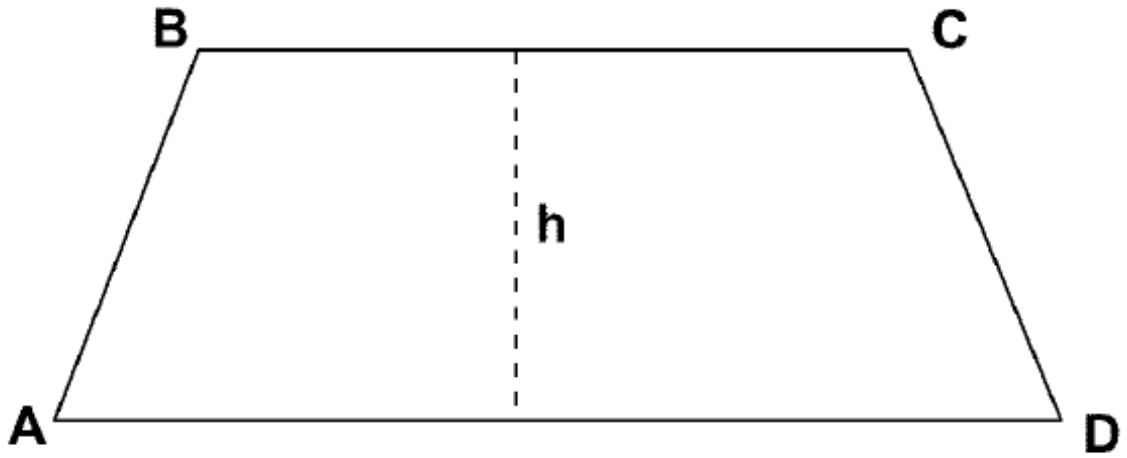
3. متوازي الأضلاع (Parallelogram)



$$\text{Area} = a \times b \times \sin A$$

$$\text{Area} = \tfrac{1}{2} AC \times BD \times \sin BOC$$

4. شبه المنحرف (Trapezium)

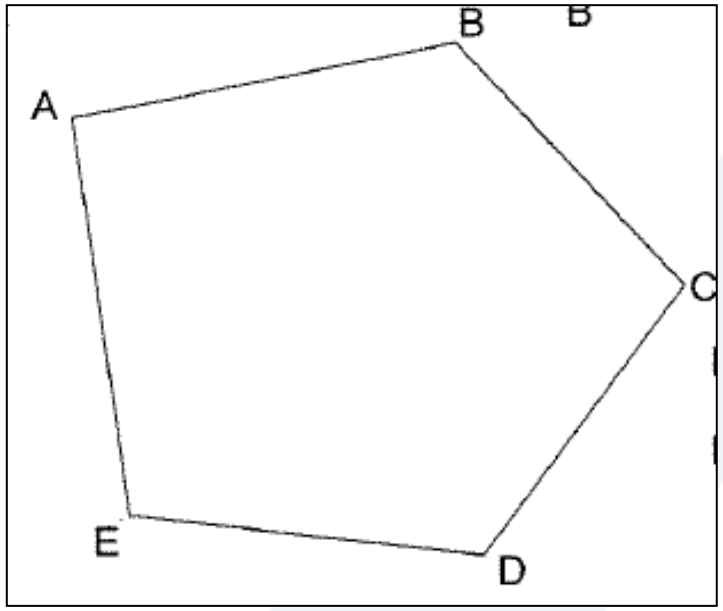


Area = ½Σ parallel sides . perpendicular height

Area = (AD + BC) . h/2

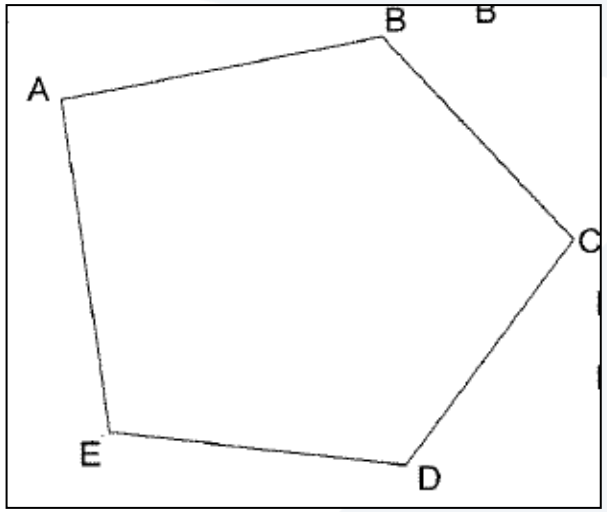
5. حساب المساحات باستخدام الإحداثيات (Areas by Coordinates)

إذا كانت إحداثيات النقاط معلومة يمكن حساب مساحة أي مضلع مغلق بالتعويض في العلاقة التالية وفق التسلسل المحدد:



$$(Y_A . X_B) + (Y_B . X_C) + \ldots\ldots\ldots etc.$$

5. حساب المساحات باستخدام الإحداثيات (Areas by Coordinates)



النقطة	X (m)	Y (m)
A	364.392	674.345
B	526.937	715.825
C	682.910	562.826
D	561.039	328.426
E	385.491	351.813

$$Area = \frac{1}{2}\cdot\{[(Y_A \cdot X_B)+(Y_B \cdot X_C)+(Y_C \cdot X_D)+(Y_D \cdot X_E)+(Y_E \cdot X_A)]-$$
$$[(X_A \cdot Y_B)+(X_B \cdot Y_C)+(X_C \cdot Y_D)+(X_D \cdot Y_E)+(X_E \cdot Y_A)]\}$$

5. حساب المساحات باستخدام الإحداثيات (Areas by Coordinates)

باستخدام العلاقة السابقة نجد أن:

- ❖ تكون القيمة الناتجة موجبةً إذا تحركنا مع دوران عقارب الساعة.
- ❖ تكون القيمة الناتجة سالبةً إذا تحركنا عكس دوران عقارب الساعة.

والنتيجتان متساويتان بالقيمة المطلقة

نلاحظ في العلاقة السابقة بأننا نبدأ من نقطة معينة وننتهي بنفس النقطة، وبأننا بدأنا بـ Y_A وانتهينا بـ X_A . بالتعويض في العلاقة السابقة نجد أن مساحة المضلع المغلق هي:

$$Area(ABCDE)=\frac{1}{2}\cdot(1414751.828-1239034.889)=87857.9695m^2$$

5. حساب المساحات باستخدام الإحداثيات (Areas by Coordinates)

ويمكن تنظيم الحسابات وفق الجدول التفصيلي التالي:

Pt	Northing	Easting	N x E	E x N
A	674.345	364.392		
			$N_A \times E_B = 355{,}337.331$	$E_A \times N_B = 260{,}840.903$
B	715.825	526.937		
			$N_B \times E_C = 488{,}844.051$	$E_B \times N_C = 296{,}573.844$
C	562.826	682.910		
			$N_C \times E_D = 315{,}767.336$	$E_C \times N_D = 224{,}285.400$
D	328.426	561.039		
			$N_D \times E_E = 126{,}605.267$	$E_D \times N_E = 197{,}380.814$
E	351.813	385.491		
			$N_E \times E_A = 128{,}197.843$	$E_E \times N_A = 259{,}953.928$
A	674.345	364.392		
			$\sum = 1{,}414{,}751.828$	$\sum = 1{,}239{,}034.889$

لاحظ أن:

$$N_i \equiv Y_i \ , \ E_i \equiv X_i$$

5. حساب المساحات باستخدام الإحداثيات (Areas by Coordinates)

ويمكن تنظيم الحسابات وفق الجدول التفصيلي التالي:

Pt	Northing	Easting	N x E	E x N
A	674.345	364.392		
			$N_A \times E_B = 355{,}337.331$	$E_A \times N_B = 260{,}840.903$
B	715.825	526.937		
			$N_B \times E_C = 488{,}844.051$	$E_B \times N_C = 296{,}573.844$
C	562.826	682.910		
			$N_C \times E_D = 315{,}767.336$	$E_C \times N_D = 224{,}285.400$
D	328.426	561.039		
			$N_D \times E_E = 126{,}605.267$	$E_D \times N_E = 197{,}380.814$
E	351.813	385.491		
			$N_E \times E_A = 128{,}197.843$	$E_E \times N_A = 259{,}953.928$
A	674.345	364.392		
			$\sum = 1{,}414{,}751.828$	$\sum = 1{,}239{,}034.889$

لاحظ أن:

$$N_i \equiv Y_i \ , \ E_i \equiv X_i$$

2

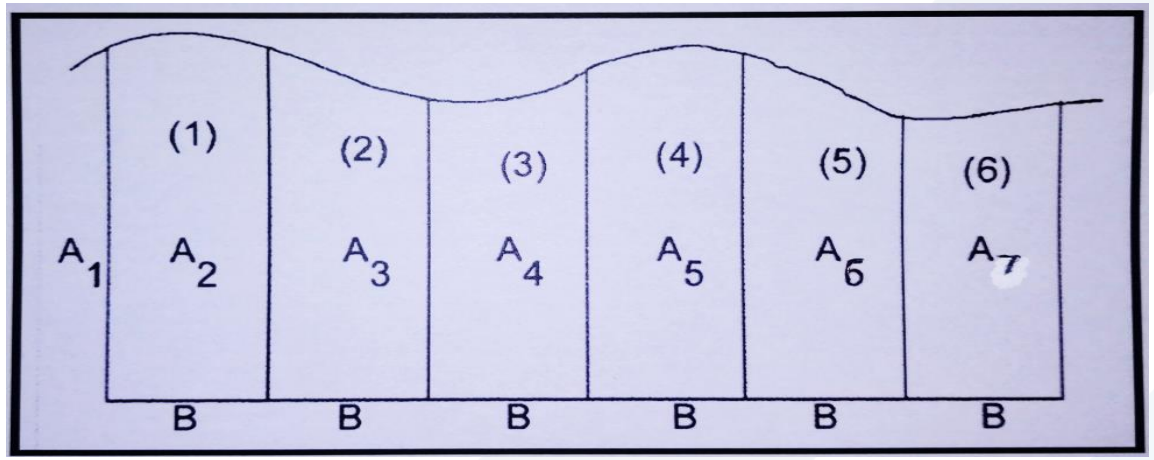
مساحات الأشكال غير المنتظمة

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

يتضمن حساب المساحات عادةً أشكالاً مكونةً من خطوطٍ مستقيمة، أو من أشكالٍ منتظمة، وتشكل طرق الحساب المعتمدة على المثلثات أو الإحداثيات الحلول الحسابية. وفي بعض الحالات تحتوي الحدود المساحية أشكالاً غير منتظمة.

1 طريقة شبه المنحرف(Trapezoid rule)

عندما نصادف حدّاً غير منتظم لعقارٍ ما، تهتم عمليات المسح بتحديده من خلال قياس سلسلةٍ من التراتيب أو الإزاحات (a series of offsets) كما هو في الشكل الآتي:

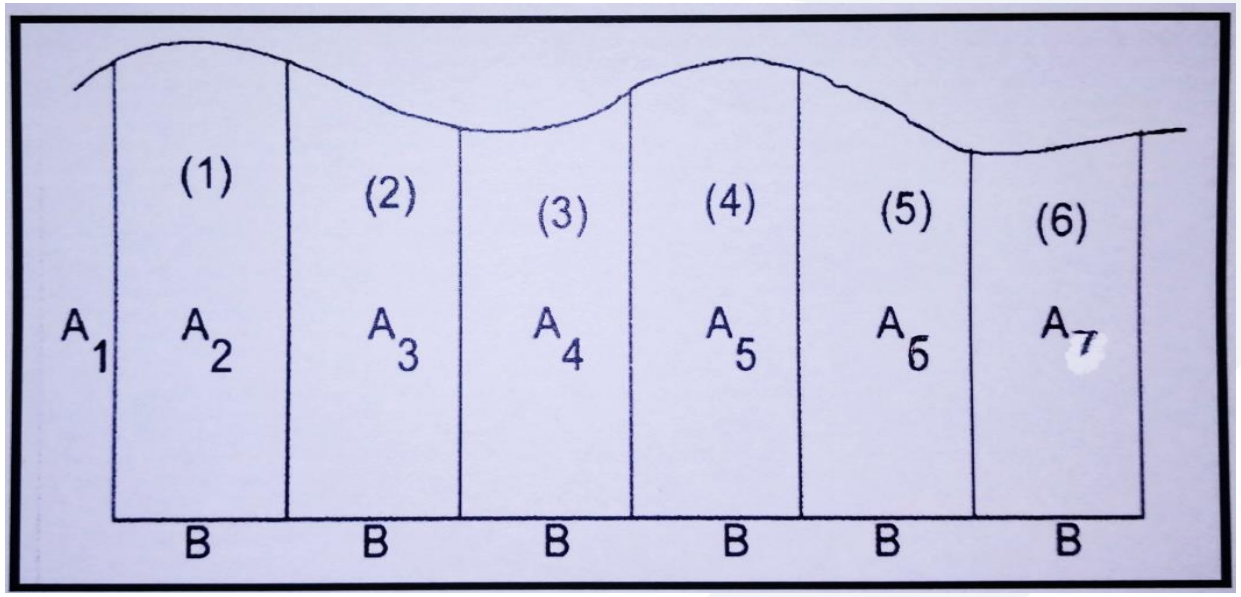


يتم اختيار الخطوة الفاصلة (Interval=B) بين التراتيب offsets بحيث تكون المسافة على طول الحد بين التراتيب هي مستقيمة، وأن تكون المساحة الكلية مقسمَةً إلى مجموعة أشباه منحرفات.

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

① طريقة شبه المنحرف(Trapezoid rule)

فيكون بناءً على ماتقدم



$$Area\,of\,Trapezoid(1)=\frac{A_1+A_2}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(2)=\frac{A_2+A_3}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(3)=\frac{A_3+A_4}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(4)=\frac{A_4+A_5}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(5)=\frac{A_5+A_6}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(6)=\frac{A_6+A_7}{2}\cdot B$$

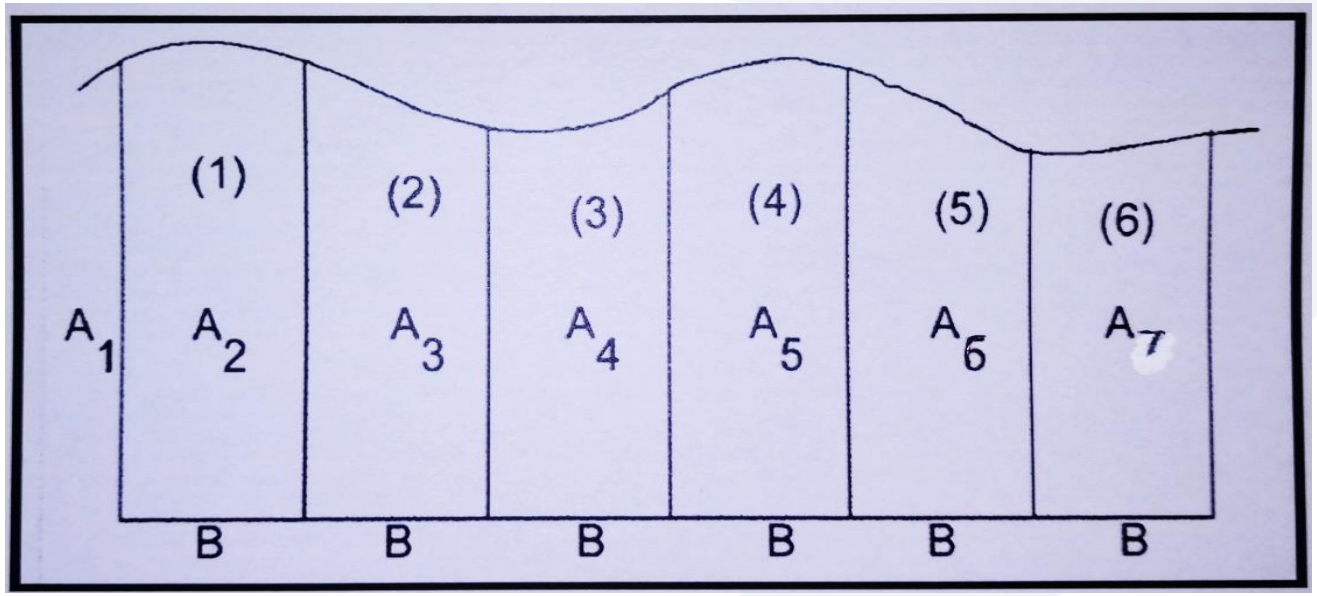
بالجمع والترتيب نحصل على:

$$Area=\frac{B}{2}\cdot(A_1+2A_2+2A_3+2A_4+2A_5+2A_6+A_7)$$

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 طريقة شبه المنحرف(Trapezoid rule)

فيكون بناءً على ماتقدم



$$Area\,of\,Trapezoid(1)=\frac{A_1+A_2}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(2)=\frac{A_2+A_3}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(3)=\frac{A_3+A_4}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(4)=\frac{A_4+A_5}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(5)=\frac{A_5+A_6}{2}\cdot B$$

$$Area\,of\,Trapezoid(6)=\frac{A_6+A_7}{2}\cdot B$$

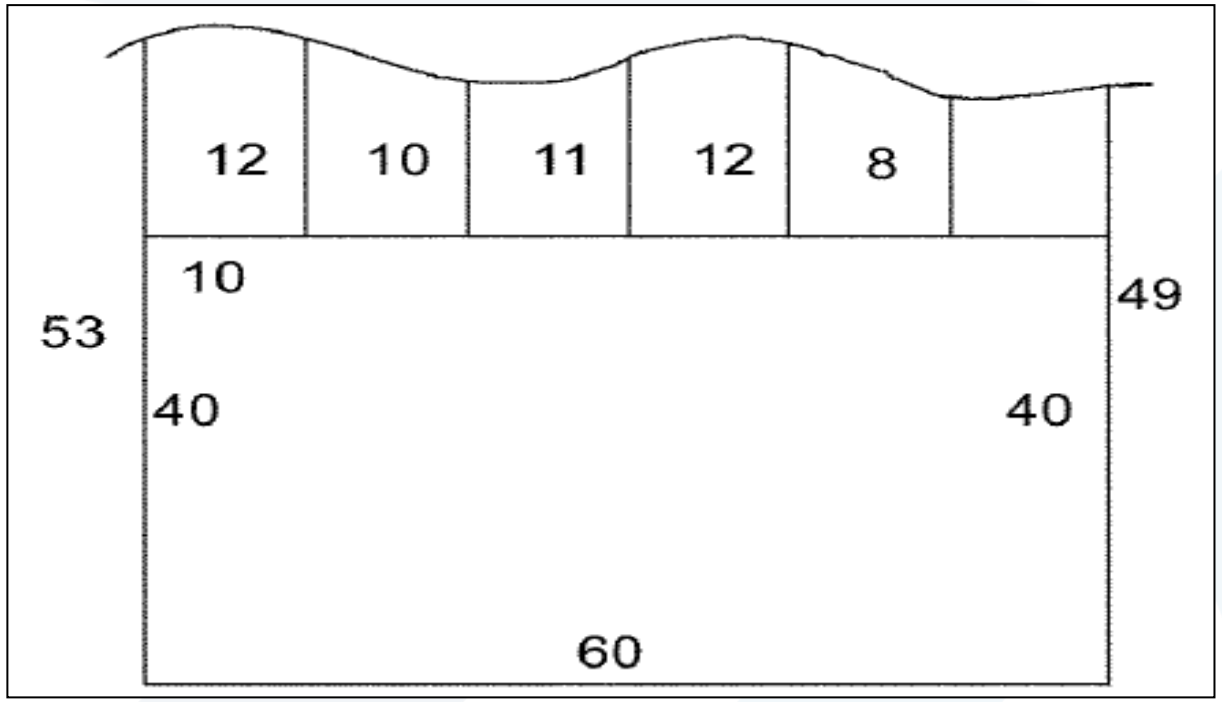
أو بصيغةٍ أخرى:

Area = Interval (½[first offset + last offset] + Σ intermediates)

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 طريقة شبه المنحرف(Trapezoid rule)

مثال عددي1



❖ لحساب المساحة نقوم بحساب مساحة الشكل المنتظم أوّلاً:

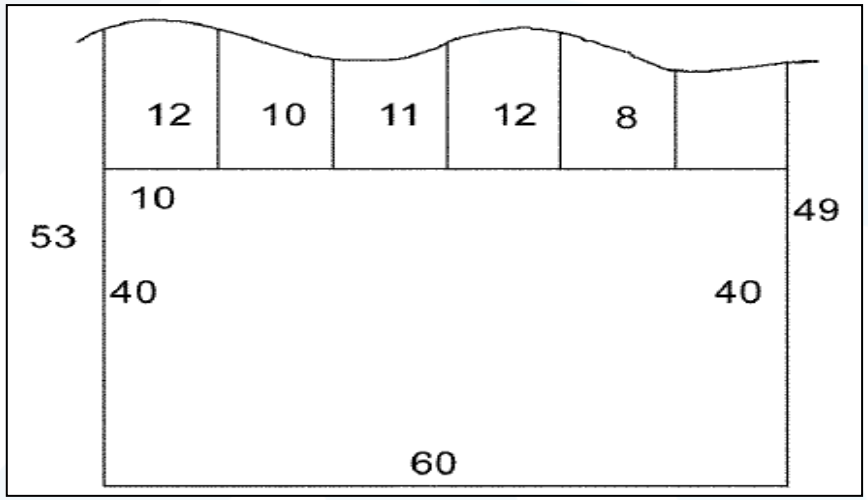
Area of regular figure= 40 x 60= 2400m2

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 طريقة شبه المنحرف(Trapezoid rule)

مثال عددي1

❖ ومن ثم يتم حساب مساحة الجزء الغير منتظم



Interval = 10m

First offset = 53 – 40 = 13m

Last offset = 49 – 40 = 9m

Intermediate offsets = 12, 10, 11, 12 and 8 m

Σ of Intermediate offsets = 12 + 10 + 11 + 12 + 8 = 53m

Area = Interval x (½[first + last] + Σ intermediates)

= 10 x(½ [13 + 9] + 53) = 10 x(11 + 53) = 10 x (64) = 640 m^2

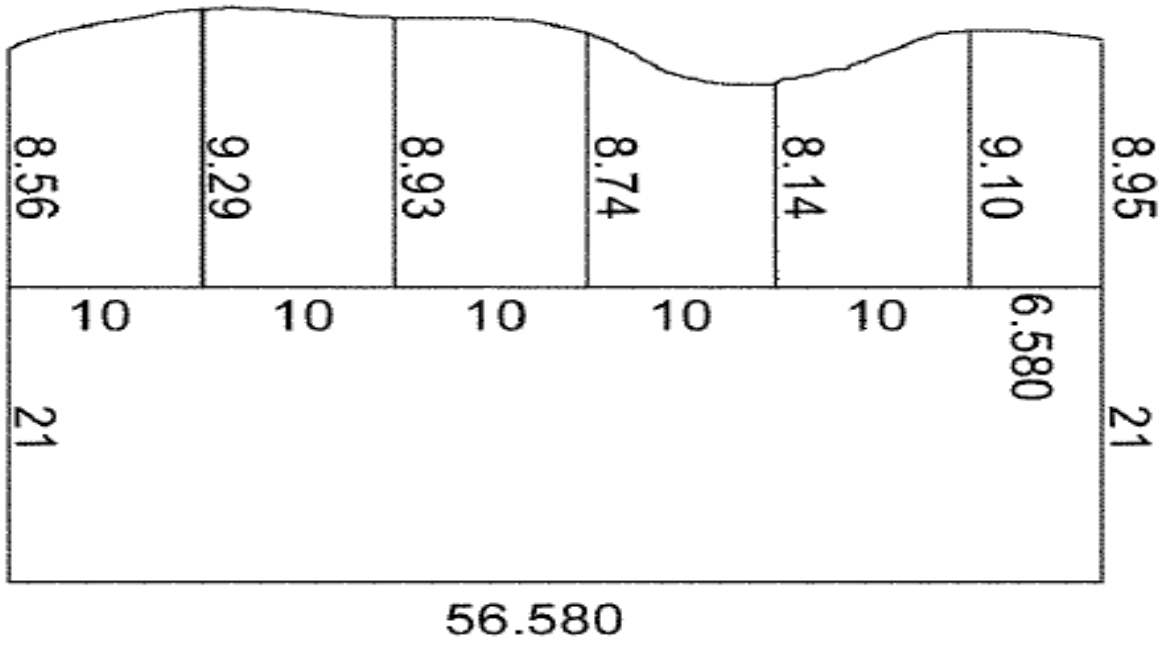
Total Area = Area of regular figure + area of irregular figure = 2400 + 640 = 3040 m^2.

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 طريقة شبه المنحرف(Trapezoid rule)

مثال عددي 2

عادةً عند استخدام هذه الطريقة لحساب مساحة الشكل غير المنتظم، نجد أن شبه المنحرف الأخير يحوي مسافةً فاصلةً غير مساوية لمثيلاتها. عند حصول ذلك نحسب مساحة الشبه المنحرف الأخير بشكلٍ منفصل، وهذا مايقدمه المثال التالي:



مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 طريقة شبه المنحرف(Trapezoid rule)

مثال عددي 2

الخطوة (1): حساب مساحة الجزء المنتظم:

$Area1 = 21 \times 56.580 = 1{,}188.180\ m^2$

الخطوة (2): حساب مساحة الأشباه المنحرف النظامية:

$Area = Intervalx\ (½[first + last] + \Sigma\ intermediates)$

$Area\ 2 = 10 \times (½[8.56 + 9.10] + [9.29 + 8.93 + 8.74 + 8.14\ ]) = 439.300\ m2$

الخطوة (3): حساب مساحة شبه المنحرف الغير نظامي (الأخير):

$Area3 = ½ \times (AB + DC) \times interval = ½ \times (9.10 + 8.95) \times 6.580 = 59.385\ m2$

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 طريقة شبه المنحرف(Trapezoid rule)

مثال عددي 2

الخطوة (4): حساب المساحة الكلية:

$$Total\ Area = Area1 + Area2 + Area3 = 1{,}188.180 + 439.300 + 59.385 = 1{,}686.865\ m2$$

نجد من الطريقة السابقة أنه يتم تقريب الحد غير النظامي إلى خطوط مستقيمة، وعادة تكون دقة الحسابات مرتفعةً كلّما كانت الخطوة الفاصلة (interval) أقصر مايمكن.

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

2 قانون سمبسون (Simpson's Rule)

- يُستَخدَمُ هذا القانون لحساب مساحات الأشكال غير المنتظمة. وهو يعطي دقّةً أكبر، ويعتبر أن الحدود غير المنتظمة مكونة من سلاسل أقواس من قطوع مكافئة (Parabolic Arcs). إذا كان الحد غير المنتظم يقترب من الخط المستقيم يكون قانون شبه المنحرف (trapezoid) أكثر دقةً من قانون سمبسون.
- من الأساسي هنا تقسيم الشكل المطلوب إلى عددٍ زوجي من القطاعات المتساوية؛ أي يجب أن يكون هناك عدد فرديٌ من التراتيب (offsets). ويعتبر قانون سمبسون أن المساحة المغلقة هي شكلٌ محدّدٌ بخطٍ منحنٍ ومقسمةٌ إلى عددٍ زوجيٍ من القطاعات، وهي تساوي:

$$Area = \frac{D}{3} \cdot (offset_1 + offset_n + 4\Sigma\, even\, offsets + 2\Sigma\, odd\, offsets)$$

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

② قانون سمبسون (Simpson's Rule)

$$Area = \frac{D}{3} \cdot (offset_1 + offset_n + 4\Sigma\, even\, offsets + 2\Sigma\, odd\, offsets)$$

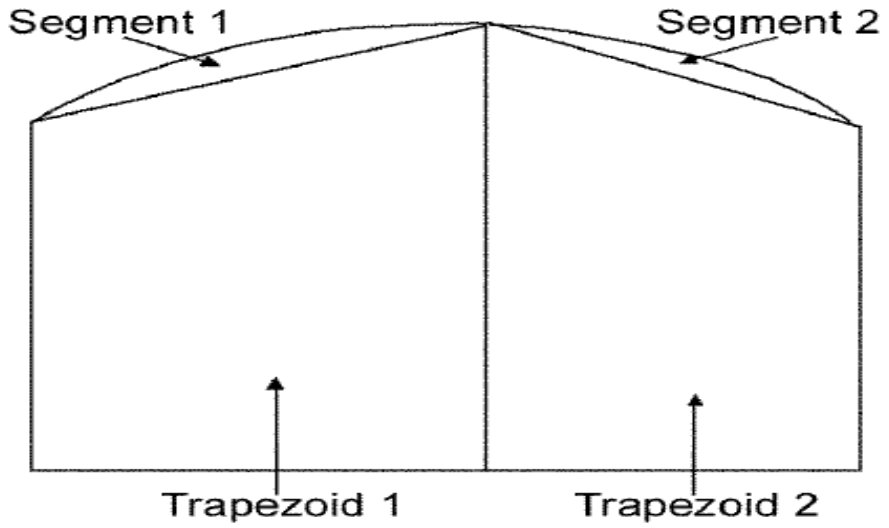
حيث:

- Offset1: الإزاحة (الترتيب) الأولى.
- Offset n : الإزاحة (الترتيب) الأخيرة ذات الرقم *n*.
- Even offset : الإزاحات (التراتيب) ذات الأرقام الزوجية.
- Odd offset : الإزاحات (التراتيب) ذات الأرقام الفردية.

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

2 قانون سمبسون (Simpson's Rule)

لاحظ أن قانون سمبسون يفترض أن الحد غير المنتظم مقرّبٌ إلى قوس قطع مكافئ، وهو يحسب مساحة الشكل كمجموع شبه المنحرف (Trapezoid) والجزء المتبقي (Segment).



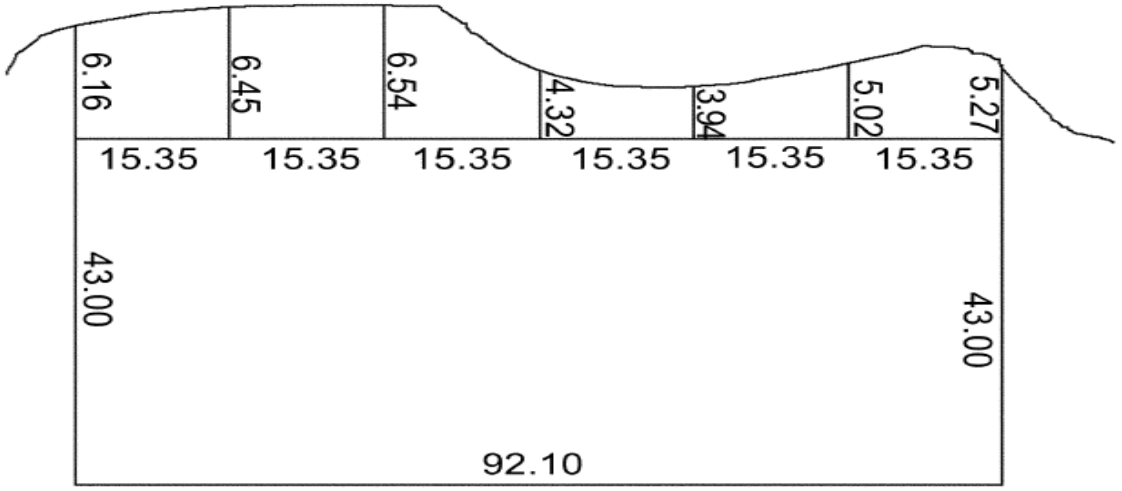
افتراضات قانون سمبسون.

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 قانون سمبسون (Simpson's Rule)

مثال عددي 1

يطلب إيجاد مساحة الشكل غير المنتظم بطريقة سمبسون.



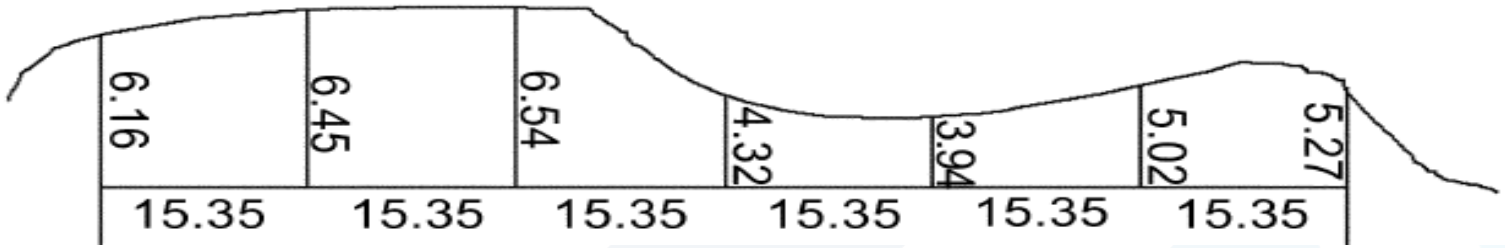
الخطوة الأولى: حساب مساحة الجزء المنتظم من الشكل.

$$Area = 43.00 \times 92.10 = 3960.30\ m^2$$

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 قانون سمبسون (Simpson's Rule)

مثال عددي 1



الخطوة الثانية: حساب مساحة الجزء غير المنتظم من الشكل.

$$Area = \frac{D}{3} \cdot (offset_1 + offset_n + 4\Sigma even offsets + 2\Sigma odd\ offsets)$$

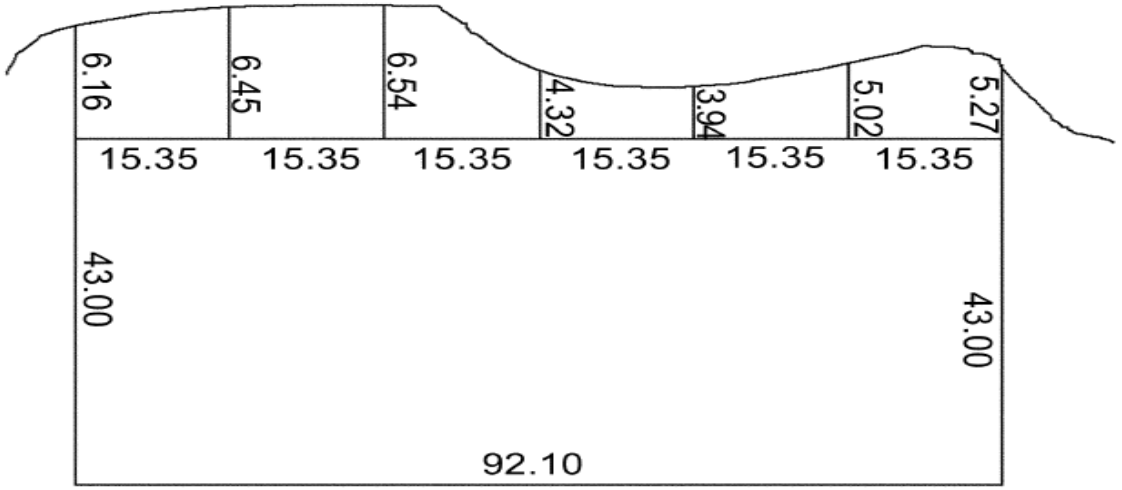
$$Area = \frac{15.35}{3} \cdot (6.16 + 5.27 + 4 \cdot (6.45 + 4.32 + 5.02) + 2 \cdot (6.54 + 3.94))$$

$$Area = 488.90\, m^2$$

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

1 قانون سمبسون (Simpson's Rule)

مثال عددي 1



الخطوة الثالثة: حساب المساحة الكلية.

Total Area = 3960.30 + 488.90 = 4449.20 m².

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

3 الطرق البديلة لحساب مساحة الشكل غير المنتظم.

Alternative Methods of Solution of Area of Irregular Figure

a الطرق التخطيطية (الرسومية) Graphical Methods

b الطرق الرقمية (Digitizing)

c الطرق الميكانيكية (Planimetery)

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

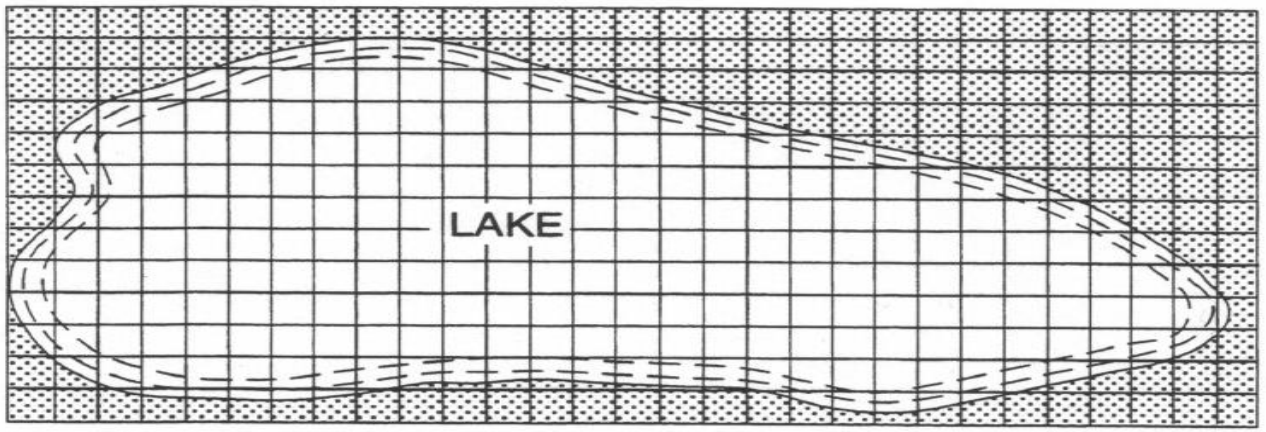
a الطرق التخطيطية (الرسومية) Graphical Methods

- ❖ يمكن حساب مساحة أي شكلٍ مركب غير منتظم (سواءً أكانت حدوده هي خطوط منحنية أو مستقيمة) من خلال تقسيمه (افتراضياً) إلى مربعات وإحصاء عدد المبعات وأجزاء المربعات التي تغطي كامل المساحة.
- ❖ الطريقة الأبسط هي تطبيق ورقةٍ شفافةٍ مقسمةٍ تحوي شبكة مربعات بأبعادٍ محددة (فرضاً 5 mm) على الشكل المرسوم بمقياس رسمٍ محددٍ مسبقاً، ثم تقدير عدد المربعات وأجزائها التي تغطي المساحة، ومن ثم حساب مساحة المربع الواحد، وبالتالي حساب المساحة الكلية.

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

a الطرق التخطيطية (الرسومية) Graphical Methods

مثال حسابي



✓ يبين الشكل بحيرة على خريطة مرسومة بمقياس 1:50000 ومغطاة بشبكة مربعات أبعادها 5. mm لحساب المساحة يكفي إحصاء عدد المربعات وأجزائها التي تغطي كامل شكل البحيرة، وبمعرفة مساحة المربع يمكن حساب المساحة الكلية.

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

a الطرق التخطيطية (الرسومية) Graphical Methods

مثال حسابي

- ✓ على الشكل نقوم بعدّ المربعات وأجزائها، فنجد أن البحيرة مغطّاةٌ بـِ 233.5 مربع طول اضلع الواحد على الخريطة هو 5 mm.
- ✓ باستخدام مقياس الرسم نحسب الطول الفعلي لضلع المربع فيكون:

$5\ mm \times 50000 = 250000\ mm = 250\ m.$

- ✓ ومساحة المربع الواحد:

$250 \times 250 = 62500\ m^2$

- ✓ فتكون المساحة الكلية للبحيرة:

$62500 \times 233.5 = 14593750\ m^2 = 1459.375\ ha.$

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

a الطرق التخطيطية (الرسومية) Graphical Methods

وتعتمد دقة الحسابات بهذه الطريقة على:

1. الدقة في تقدير عدد المربعات
2. حجم وأبعاد ومقياس شبكة المربعات المستخدمة (كلما كان المقياس كبيراً تزداد الدقة).

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

b الطرق الرقمية (Digitizing)

❖ نستخدم هنا جهاز المُرَقّم (*digitizer*) من أجل تحويل مواقع النقاط على الصورة التخطيطية (شكل غير منتظم) إلى الإحداثيات المستوية (X , Y)، ومن ثم تتم المعالجة العددية. هذه العملية تُمكّنُ من الحساب الدقيق والسريع لمساحة الشكل غير المنتظم.

❖ يُستَعمَلُ المرقم بالتزامن مع:

- ✓ جدول الرّقمنة (digitizing table).
- ✓ قائمة الأوامر و شاشة عرض بصرية.
- ✓ كومبيوتر خاص.

❖ يساهم جدول الرقمنة في تعيين ونقل إحداثيات النقاط المُرَقمنةِ إلى إلى الكومبيوتر. يتم استشعار مواقع النقاط المحددة للشكل بطريقةٍ إليكترونية باستخدام المُرَقمِن وجدول التصنيف الرقمي (by the digitizer and a table bed).

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

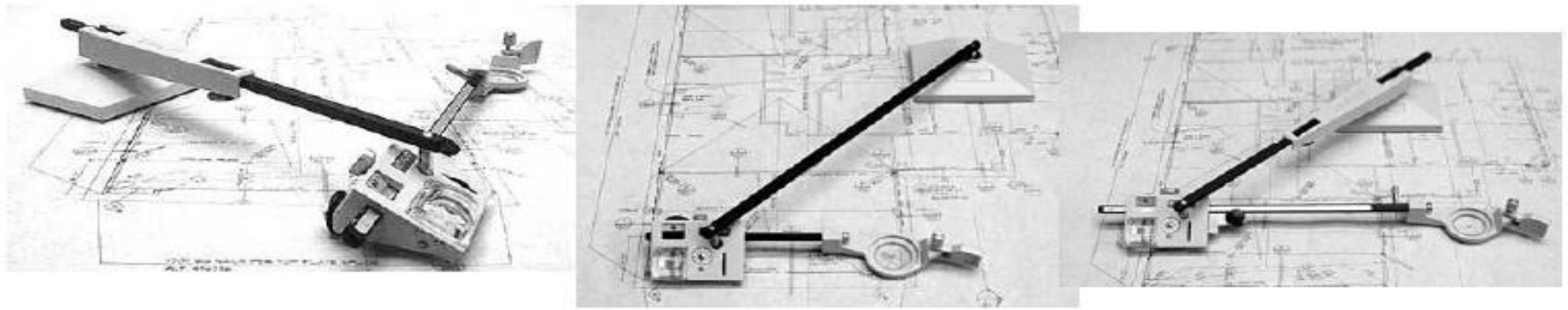
b الطرق الرقمية (Digitizing)

- كما يمكن استخدام المرقمن لاختيار الأوامر من جدولها الخاص.
- يحوي السطح المرقمن على الآلاف من الخطوط المنتهية والمتعامدة مع بعضها البعض، بحيث تشكل شبكة إليكترونية بمجملها.
- يجب تحديد نقطة البداية لعملية الرقمنة والإنتهاء عند نفس النقطة بحيث يتشكل لدينا السطح المغلق غير المنتظم في النهاية إليكترونياً. عند التأشير يدويّاً على كل نقطة يتم نقل إحداثياتها الأفقية إلى الكمبيوتر. وفي نهاية العمل يتم تحديد مساحة الشكل غير المنتظم المطلوب باستخدام البرمجيات المناسبة.

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

c الطرق الميكانيكية (Planimetery)

- تعتمد الطرق الميكانيكية على استخدام جهاز البلانيمتر بأنواعه الخطية والقطبية وحديثاً الإليكترونية الرقمية.
- ويعتمد البلانيمتر القطبي على تثبيت ذراعه الثابت (ذراع القطب)، ويتم تحريك مؤشر الذراع المتحركة فوق حدود أو محيط الشكل المغلق غير المنتظم المطلوب حساب مساحته



البلانيمتر القطبي

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

c الطرق الميكانيكية (Planimetery)

❖ حديثاً يتم استخدام جهاز البلانيمتر الرقمي، بحيث أصبح سهل الاستخدام وأكثر دقةً من البلانيمتر القطبي. ويبين الشكل التالي نموذجاً عن هذا الجهاز.

البلانيمتر الإليكتروني الرقمي

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

C الطرق الميكانيكية (Planimetery)

يتكون البلانيمتر الرقمي من الأجزاء التالية:

A. مفاتيح التحكم Function Keys وتشمل

- مفتاح التشغيل on/off
- المفاتيح الرقمية Numerecal Keys
- مفاتيح Unit 1 & Unit 2
- مفتاح مقياس الرسم Scale
- مفتاح بداية العمل Start
- مفتاح R/S

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

C الطرق الميكانيكية (Planimetery)

يتكون البلانيمتر الرقمي من الأجزاء التالية:

A. مفاتيح التحكم Function Keys وتشمل

مفتاح الذاكرة Memory ومفتاح القيمة المتوسطة (AV).

مفتاح Hold ومفتاح التصحيح C/CA

B. الشاشة Display

C. الذراع المتحرك الراسم Tracer Arm

مساحات الأشكال غير المنتظمة (Areas of Irregular Figures)

C الطرق الميكانيكية (Planimetery)

نورد خطوات العمل لحساب المساحة بهذه الطريقة:

1) لدينا مفتاحان لواحدات القياس Unit 1 & Unit 2. بالضغط على Unit 1 يظهر على الشاشة نظام القياس بالإنش أو المتر أو النظام الصيني. بعد ظهور النظام المتري أختار باستخدام المفتاح Unit 2 واحدة المساحة المطلوبة km^2 , m^2 , cm^2.

2) أضغط مفتاح Scale ثم أُدخلُ مقام المقياس المطلوب وأضغط على مفتاح Scale ثانيةً، فيتم حفظ المقياس . والدليل على ذلك ظهور كلمة Scale على الشاشة.

3) أسحب مؤشر الجهاز نحو النقطة الابتدائية وأضغط مفتاح Start ، ثم أحرك المؤشر على طول حدود الشكل حتى الإغلاق على النقطة الابتدائية. ثم أضغط المفتاح Average فتظهر على الشاشة قيمة المساحة المطلوبة بالواحدة المحددة سابقاً.

انتهت المحاضرة