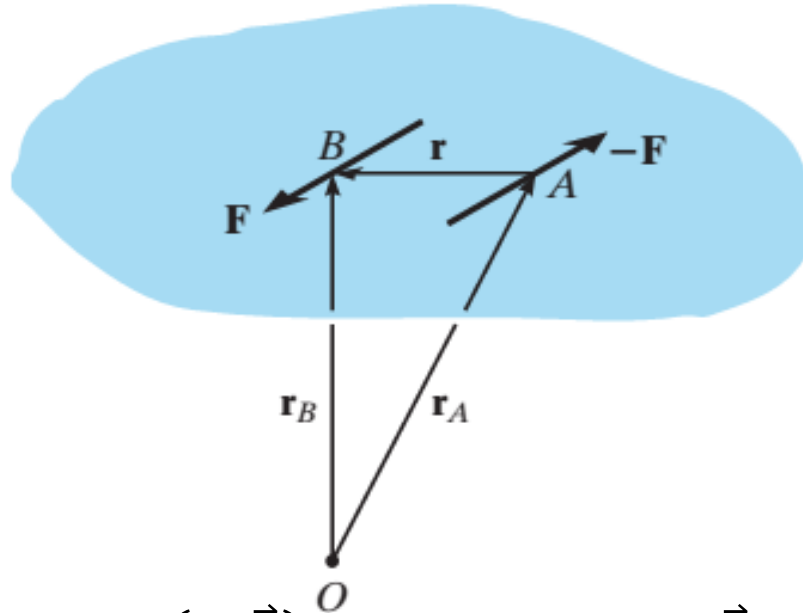


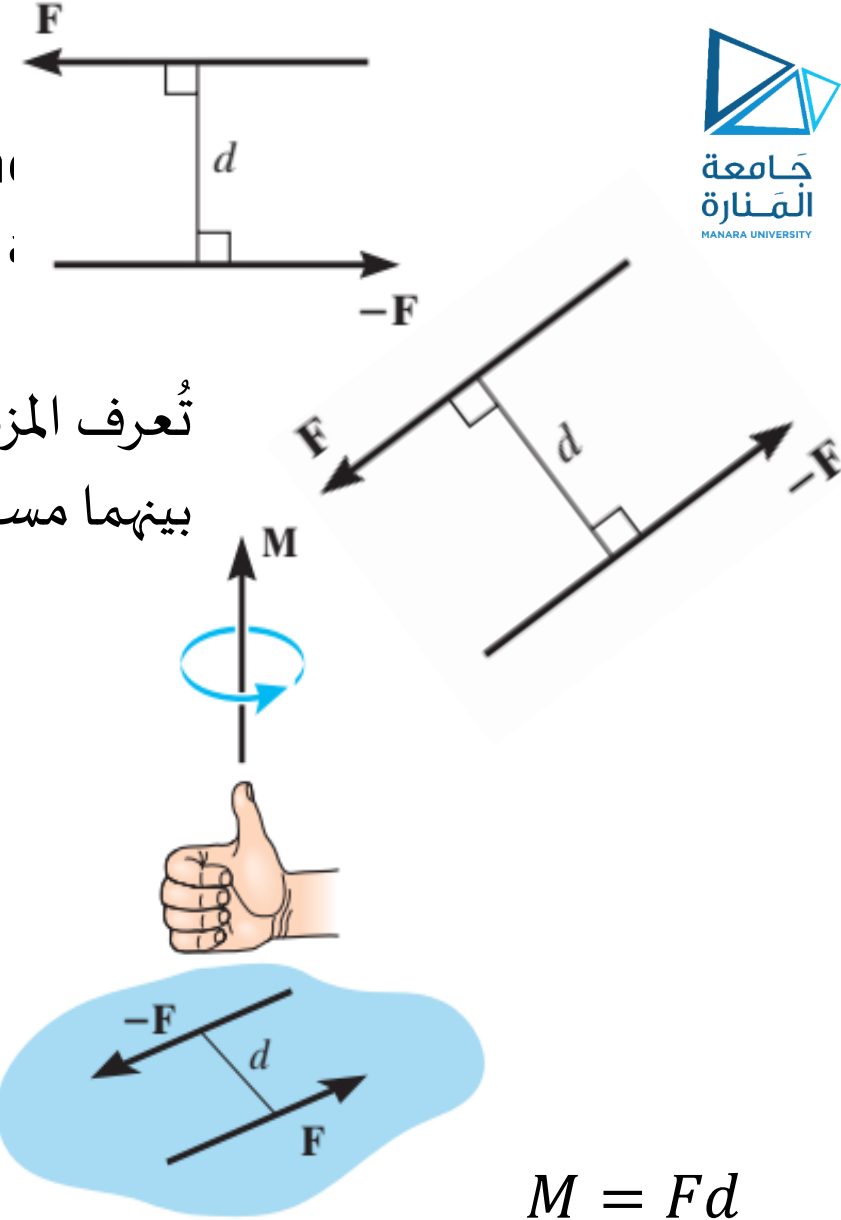
عزم المزدوجة Moment of a Couple

A *couple* is defined as two parallel forces that have the same magnitude, but opposite directions, and are separated by a perpendicular distance d called arm of the couple.

تُعرف المزدوجة كقوتين متوازيتين لهما الشدة نفسها، لكن اتجاهيهما متعكسان وتفصل بينهما مسافة عمودية قدرها d ندعوها ذراع المزدوجة.



$$\vec{M} = \vec{r}_B \times \vec{F} + \vec{r}_A \times (-\vec{F}) = (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}$$



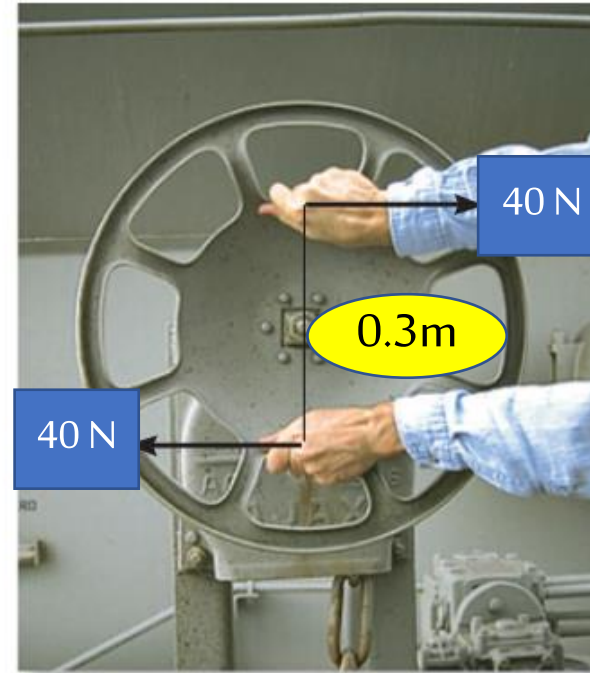
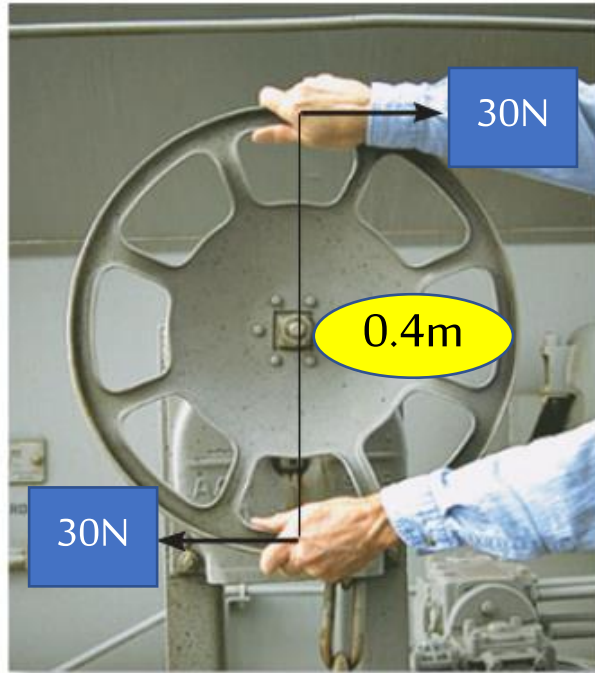
$$M = Fd$$

Equivalent Couples

Two couples are equivalent if they produce the same moment. Their forces lie on the same plane or planes parallel to one another.

المزدوجات المتكافئة

تتكافئ مزدوجتان إذا ولدتا شعاع العزم ذاته.
تقع القوى الأربع لمزدوجتين متكافئتين في
مستوى واحد أو في مستويين متوازيين.



$$M = -30 \text{ [N]}(0.4 \text{ [m]}) = -40 \text{ [N]}(0.3 \text{ [m]}) = -12 \text{ N.m}$$

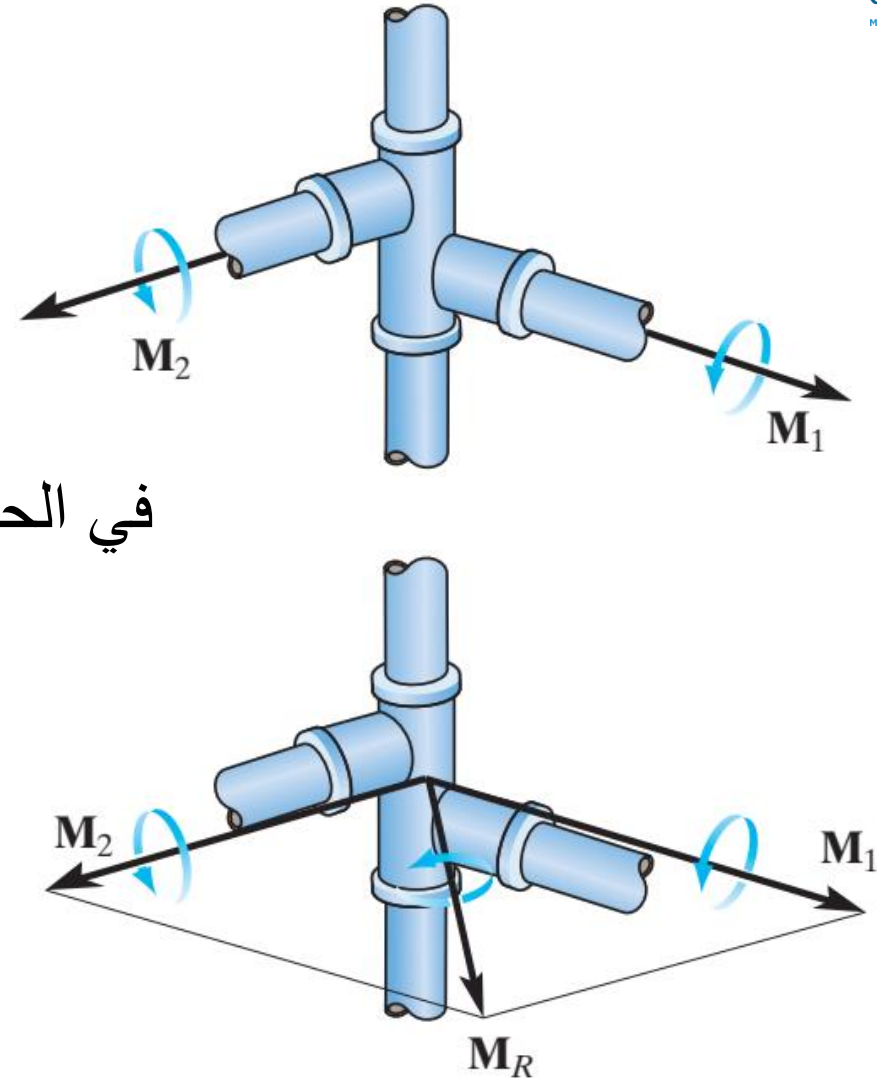
تجمع عزوم المزدوجات الواقعة في مستوي واحد أو في مستويين متوازيين جبرياً. لكن..

Resultant Couple Moment.

Since couple moments are vectors, their resultant can be determined by vector addition.

$$\vec{M}_R = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$

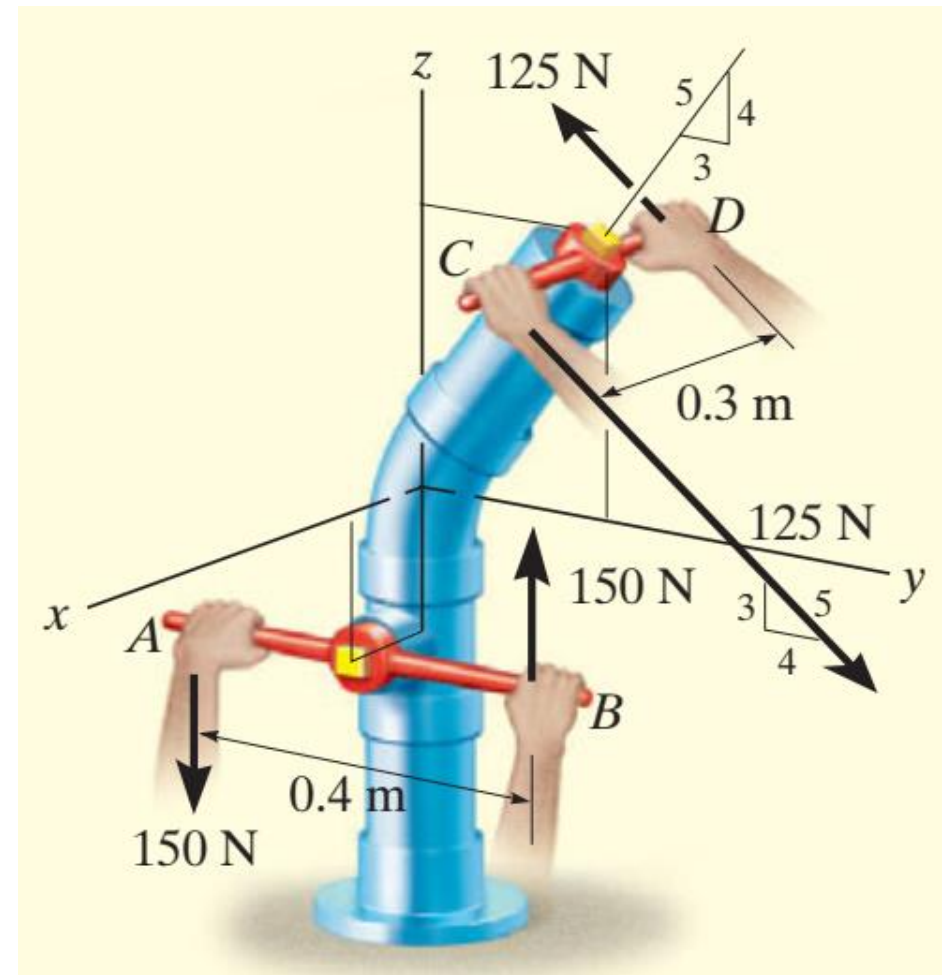
في الحالة العامة يتم التعامل مع العزوم وعزمها المحصل شعاعياً



EXAMPLE 1.

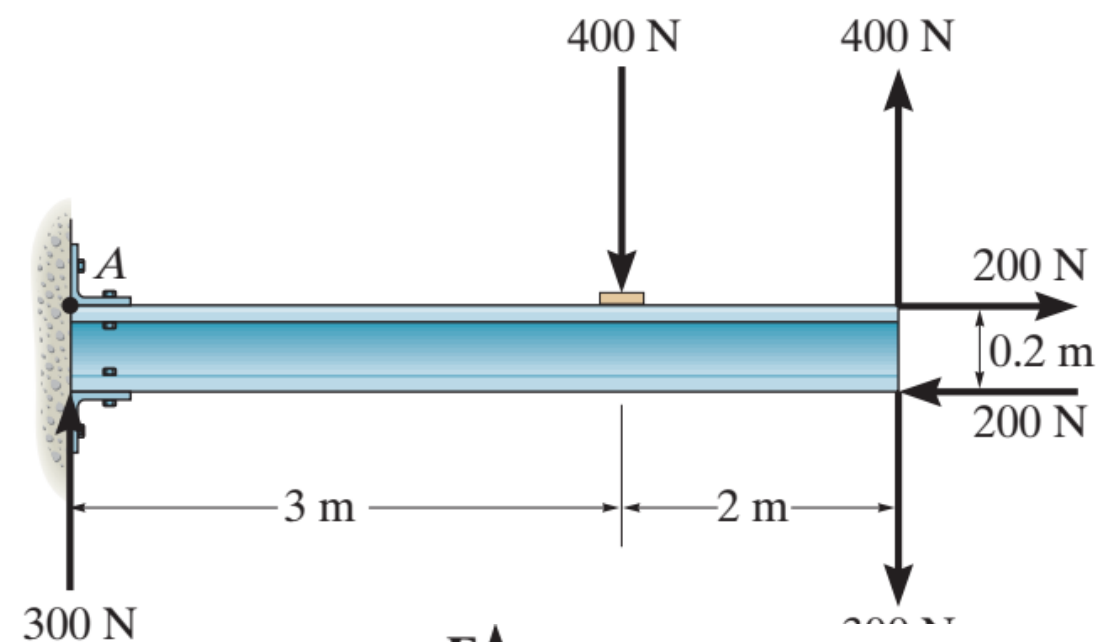
Replace the two couples acting on the pipe column in Fig. by a resultant couple moment.

استبدل المزدوجتين المبينتين في الشكل بالعزم المحصل



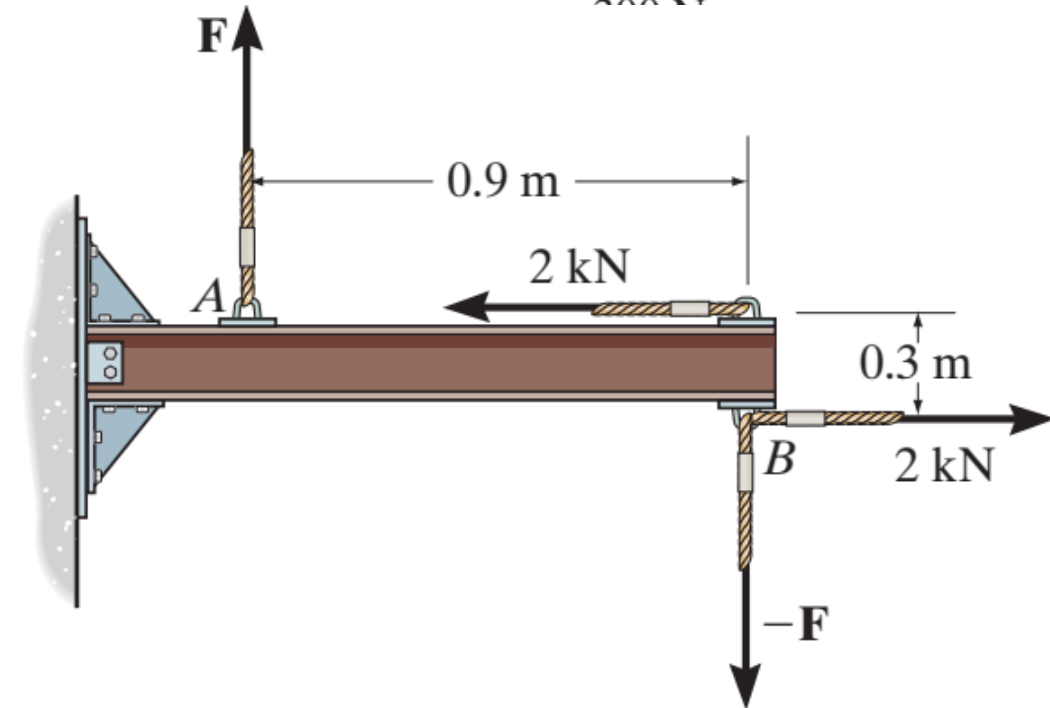
EXAMPLE 2.

Determine the resultant couple moment acting on the beam.



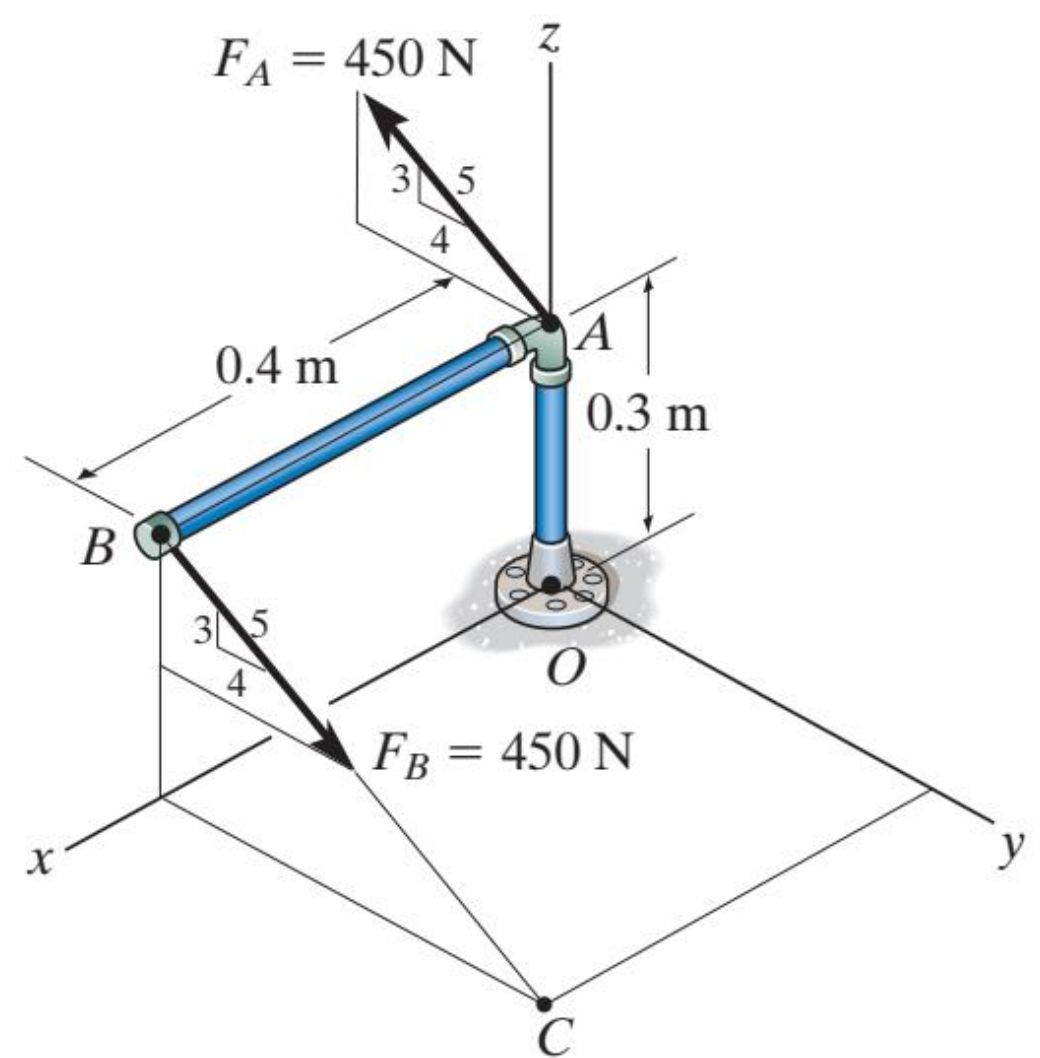
EXAMPLE 3.

Determine the magnitude of F so that the resultant couple moment acting on the beam is $-1.5 \text{ kN}\cdot\text{m}$ (clockwise).



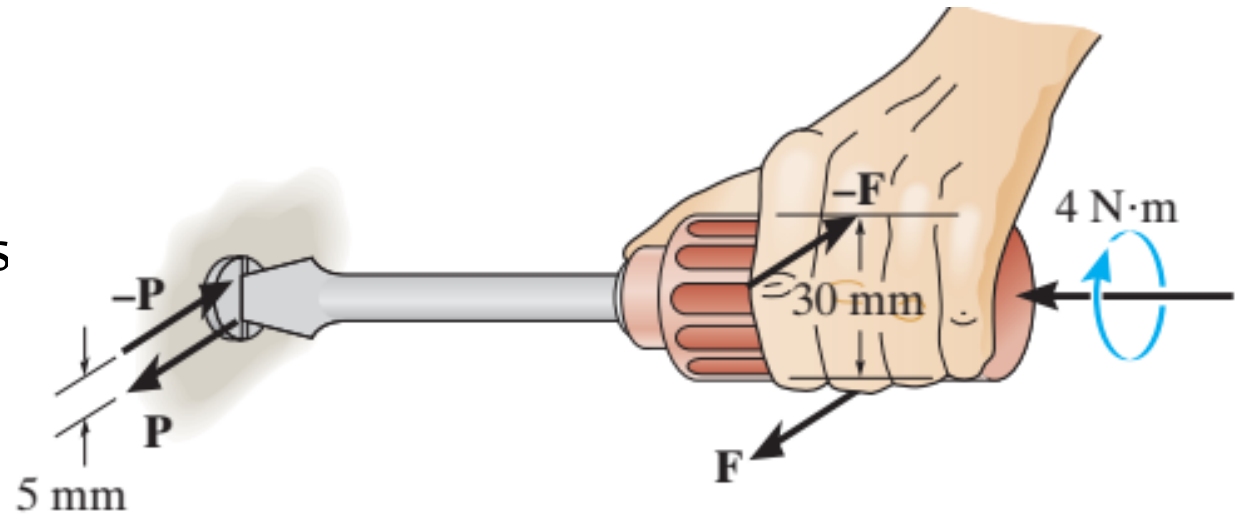
EXAMPLE 4.

Determine the couple moment acting on the pipe assembly and express the result as a Cartesian vector .



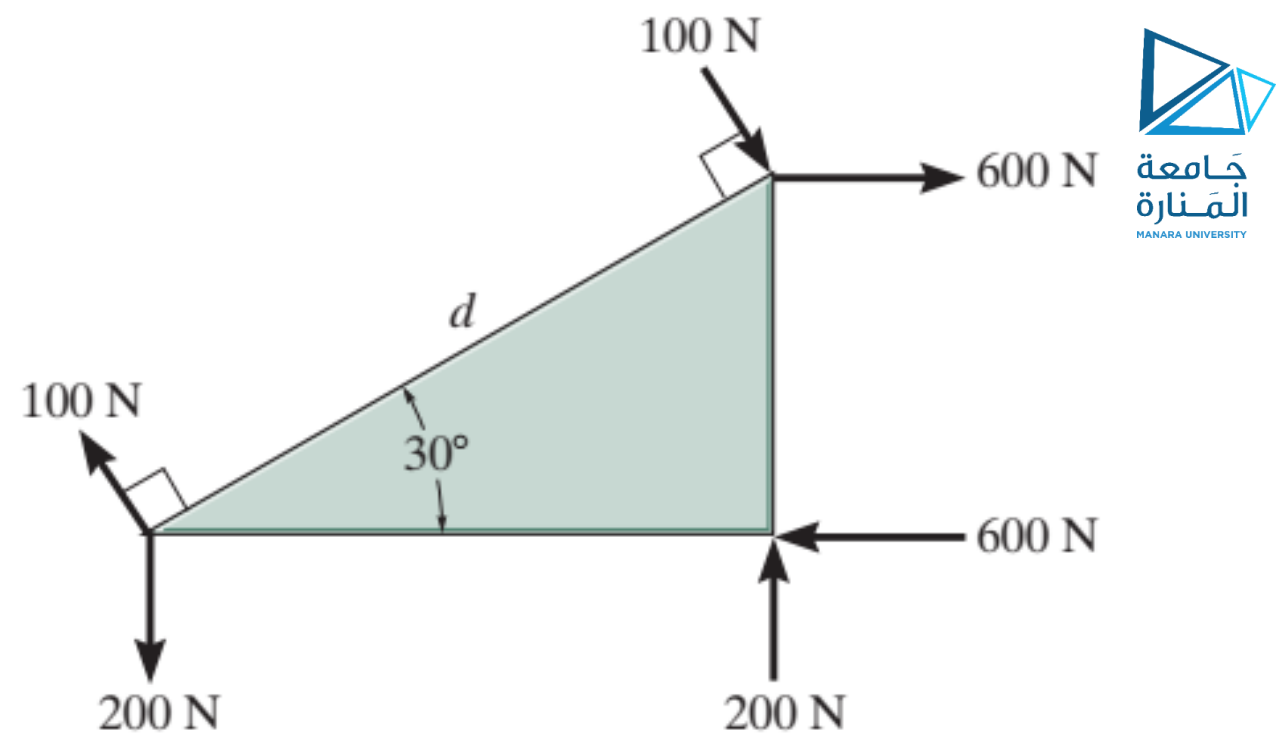
EXAMPLE 5.

A torque of $4 \text{ N}\cdot\text{m}$ is applied to the handle of the screwdriver. Resolve this couple moment into a pair of couple forces F exerted on the handle and P exerted on the blade.



EXAMPLE 6.

The ends of the triangular plate are subjected to three couples. Determine the plate dimension d , so that the resultant couple is 350 N.m clockwise.

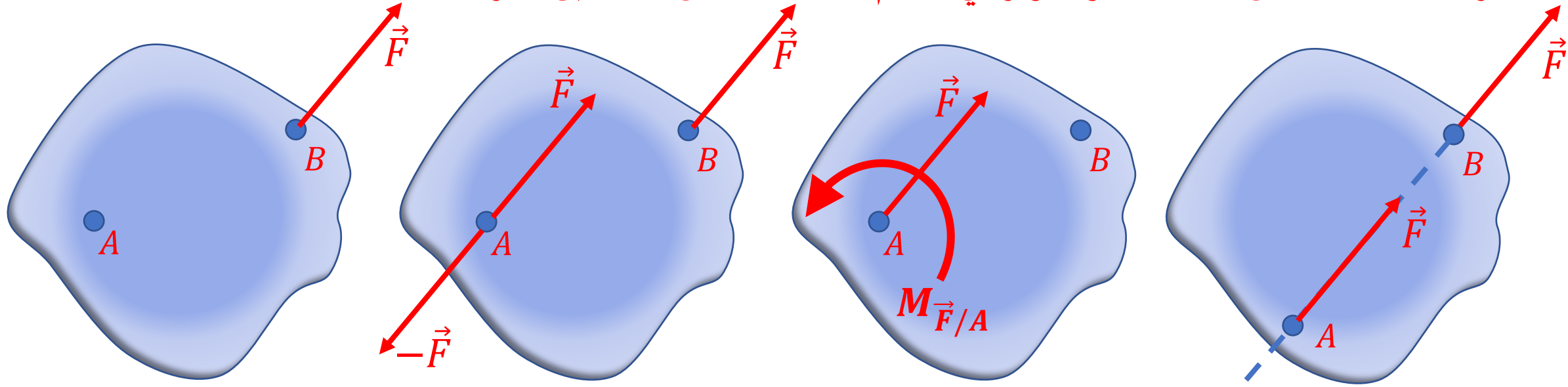


Simplification of a Force and Couple System

Sometimes it is convenient to **reduce** a system of forces and couple moments acting on a body to a simpler form by replacing it with an equivalent system, consisting of a single resultant force acting at a specific point and a resultant couple moment.

من المفيد أحياناً رد (اختصار، تبسيط) جملة قوى وعزوم مؤثرة في نقاط جسم ما، إلى جملة مكافئة مؤلفة من: قوة محصلة واحدة تؤثر في نقطة محددة ومن وعزم محصل واحد حول هذه النقطة.

لننظر أولاً، كيف يمكن أن ننقل قوة مؤثرة في جسم صلب تماماً من نقطة إلى أخرى فيه.



تُنقل القوة من النقطة B إلى النقطة A مع إضافة عزمها حول A . وينعدم هذا العزم إذا كانت النقطة A على حامل القوة، فتزلق عندئذ القوة زلقاً دون أن يتغير تأثيرها على الجسم الصلب تماماً. يتغير تأثير القوة إذا نقلت في حالة الأجسام غير الصلبة تماماً.

System of Forces and Couple Moments. (3D).

$$\vec{F}_R = \Sigma \vec{F}_i$$

$$(\vec{M}_R)_O = \Sigma (\vec{r}_i \times \vec{F}_i) + \Sigma \vec{M}_j = \Sigma \vec{M}_{\vec{F}_i/O} + \Sigma \vec{M}_j$$

(1) المحصلة هي المجموع الشعاعي للقوى.

(2) والعزم المحصل في نقطة O ، هو المجموع الشعاعي لعزوم القوى حول هذه النقطة، مع عزوم المزدوجات المستقلة عن هذه النقطة.

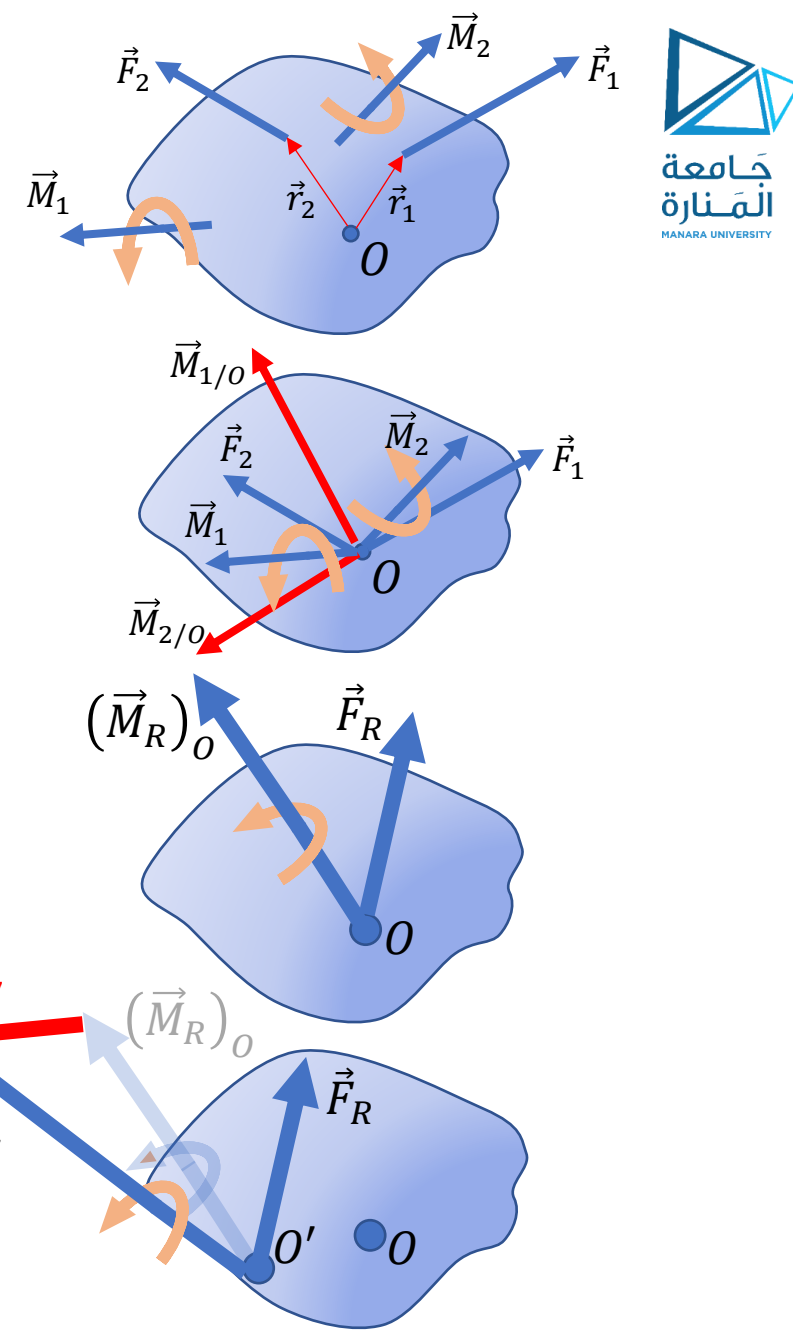
$$(\vec{M}_R)_{O'} = \Sigma (\vec{r}'_i \times \vec{F}_i) + \Sigma \vec{M}_j$$

$$(\vec{M}_R)_{O'} = \Sigma [(\vec{O'O} + \vec{r}_i) \times \vec{F}_i] + \Sigma \vec{M}_j$$

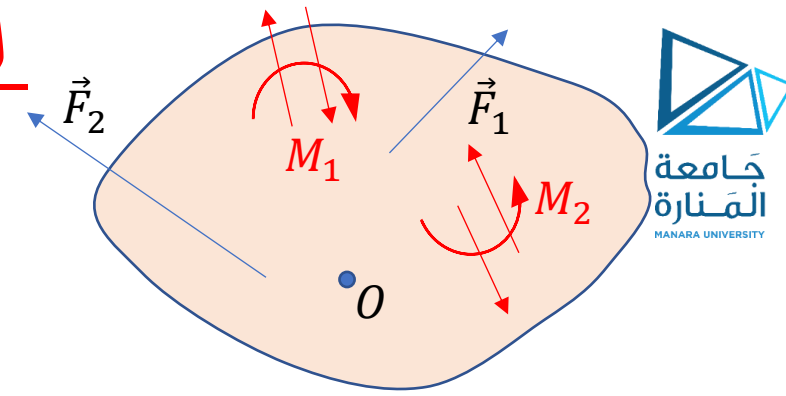
$$(\vec{M}_R)_{O'} = \vec{O'O} \times \vec{F}_R + (\vec{M}_R)_O = \vec{M}_{\vec{F}_R/O'} + (\vec{M}_R)_O$$

(3) لا تتغير المحصلة وتبقى المجموع الشعاعي للقوى.

(4) والعزم المحصل في النقطة الجديدة O' ، هو العزم في النقطة O ، مضافاً إليه عزم المحصلة مؤثرة في النقطة O ، حول النقطة O' .



System of Forces and Couple Moments. (2D) الحالة المستوية



1. يُستبدل المجموع الشعاعي للقوى بمجموعي المركبات على المحورين x و y .
2. ويُكتفى بالمجموع الجبري للعزوم والمزدوجات لأنها جميعها على المحور z .

$$\vec{F}_R = \Sigma \vec{F}_i \Leftrightarrow F_{R_x} = \Sigma F_x \text{ \& } F_{R_y} = \Sigma F_y$$

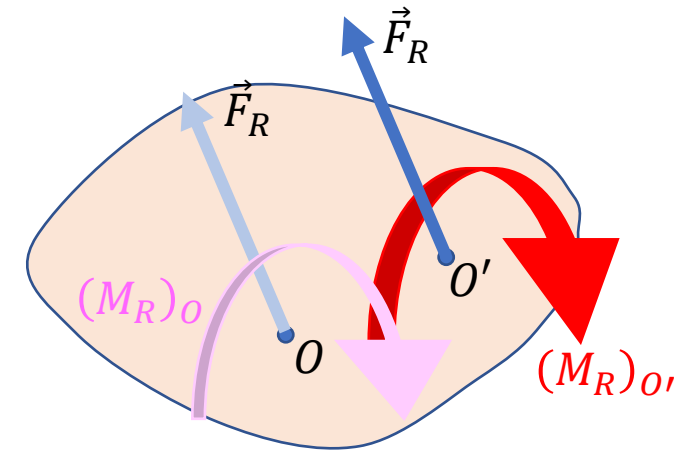
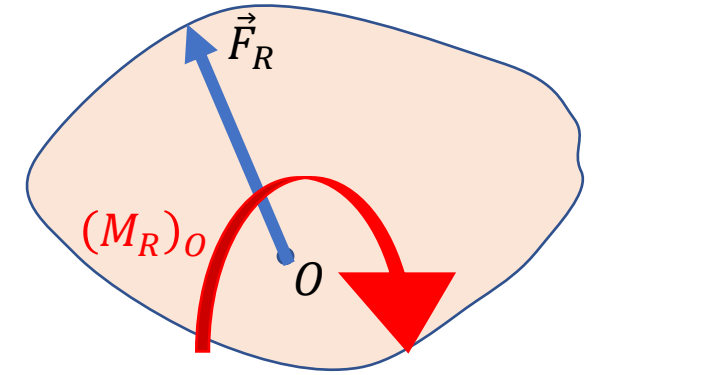
$$(M_R)_O = \Sigma M_{\vec{F}_i/O} + \Sigma M_j$$

تغيير نقطة المرجع من O إلى O' .

$$(M_R)_{O'} = \Sigma (\vec{r}'_i \times \vec{F}_i) + \Sigma M_j$$

$$(M_R)_{O'} = \Sigma [(\vec{O'O} + \vec{r}_i) \times \vec{F}_i] + \Sigma M_j$$

$$(M_R)_{O'} = \vec{O'O} \times \vec{F}_R + (M_R)_O = M_{\vec{F}_R/O'} + (M_R)_O$$



3. لا تتغير المحصلة.
4. العزم المحصل في النقطة الجديدة O' ، هو العزم في النقطة O ، مضافاً إليه عزم المحصلة مؤثرة في النقطة O ، حول النقطة O' .

Example 1. Replace the force and couple system shown in Fig. (a) by an equivalent resultant force and couple moment acting at point O .

Force Summation. تحصيل القوى

$$F_{R_x} = \Sigma F_x = 3 \cos 30^\circ + 5\left(\frac{3}{5}\right) + 0 = 5.598 \text{ kN}$$

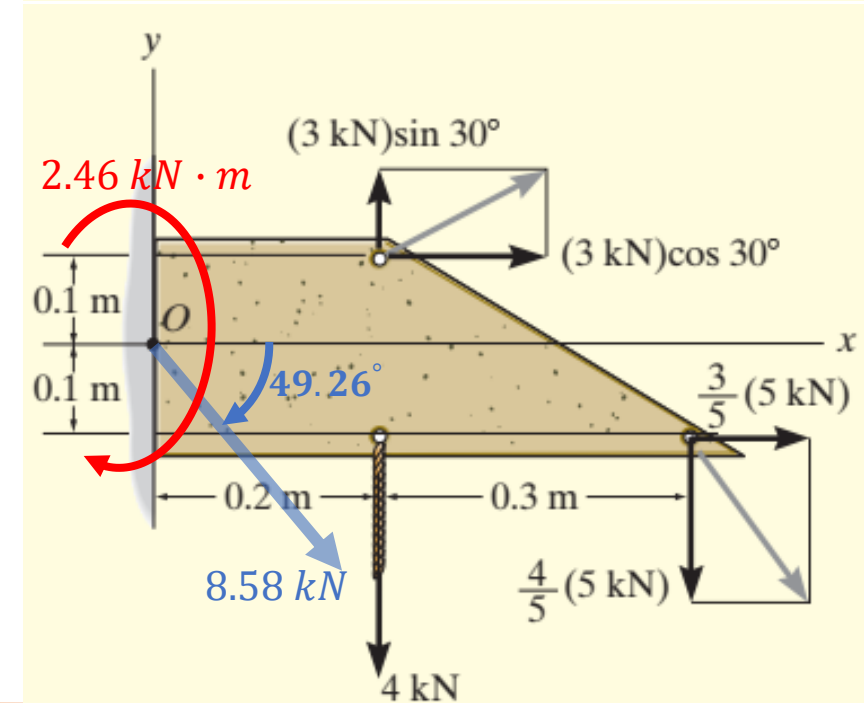
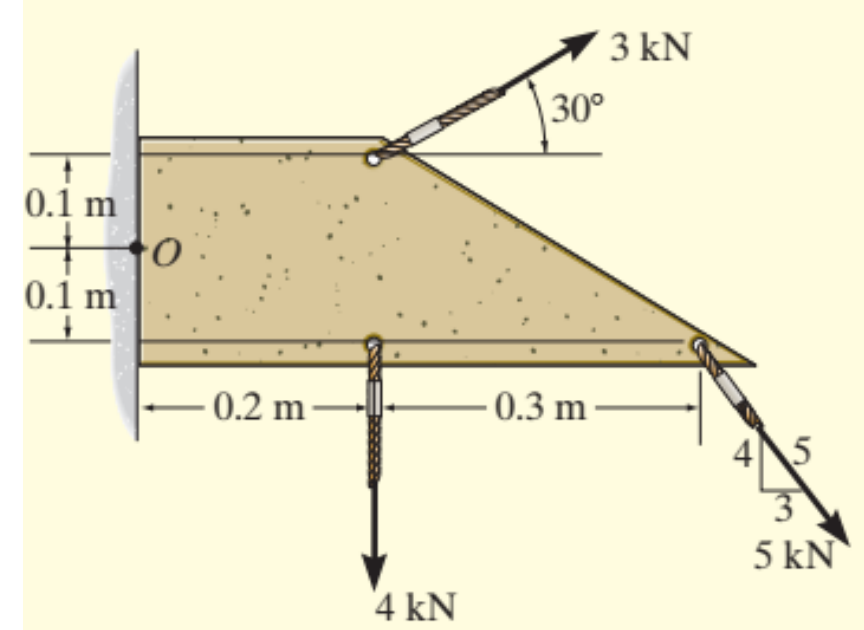
$$F_{R_y} = \Sigma F_y = 3 \sin 30^\circ - 5\left(\frac{4}{5}\right) - 4 = -6.5 \text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{(F_{R_x})^2 + (F_{R_y})^2} = 8.58 \text{ kN}$$

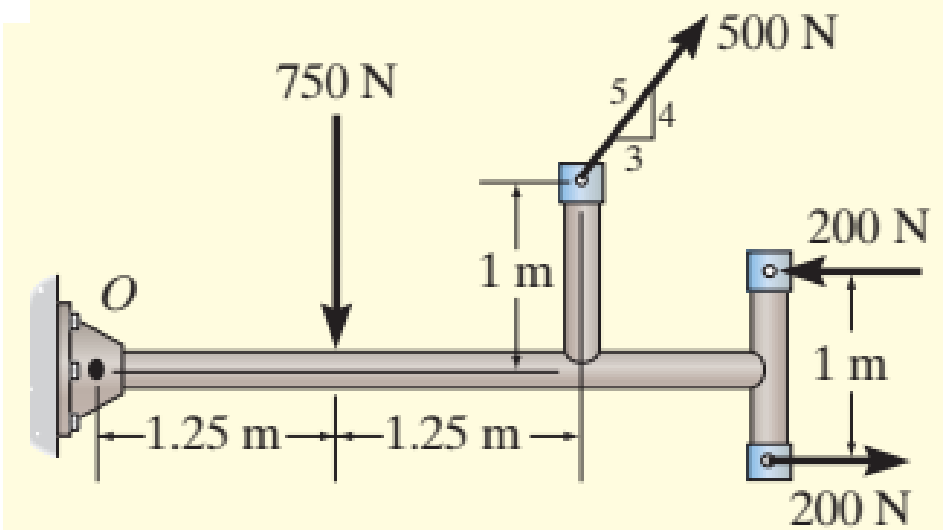
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_{R_y}}{F_{R_x}}\right) = \tan^{-1}(-1.161) = -49.26^\circ$$

Moment Summation. تحصيل العزوم

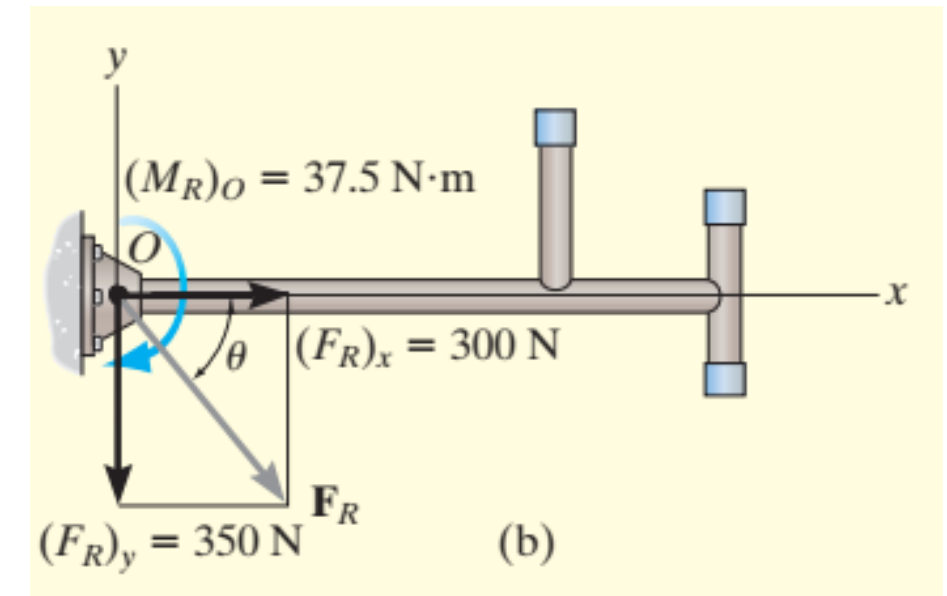
$$\begin{aligned} (M_R)_O &= \Sigma M_{\vec{F}_i/O} + \Sigma M_j = \Sigma M_{\vec{F}_i/O} \\ &= -0.1(3 \cos 30^\circ) + 0.2(3 \sin 30^\circ) \\ &\quad + 0.1\left[5\left(\frac{3}{5}\right)\right] - 0.5\left[5\left(\frac{4}{5}\right)\right] \\ &\quad - 0.2(4) \\ &= -2.46 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$



Example 2. Replace the force and couple system acting on the member in Fig. (a) by an equivalent resultant force and couple moment acting at point O .



(a)



(b)

Example 3. The structural member is subjected to a couple moment M and forces F_1 and F_2 in Fig. (a). Replace this system by an equivalent resultant force and couple moment acting at its base, point O .

