جَـامعة
المَـنارة
MANARA UNIVERSITY

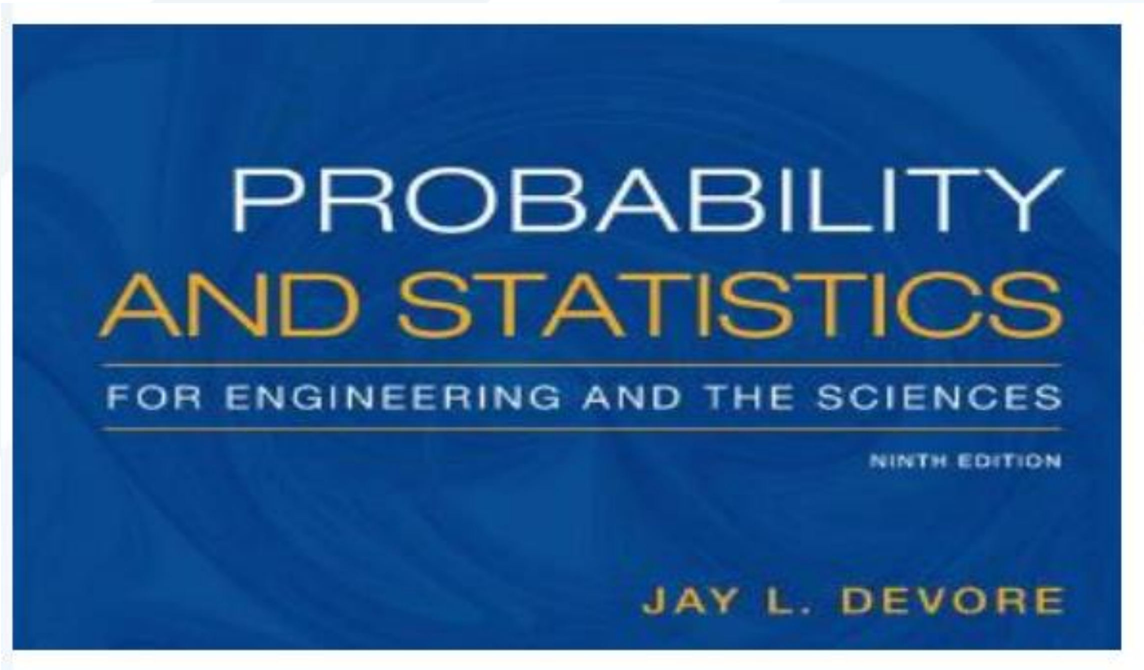
محاضرة رقم
6

كلية هندسة العمارة

الإحصاء والاحتمالات

Statistics & Probability

الأستاذ الدكتورمحمود محمد ديب طيوب



الفصل الثاني للعام الجامعي 2024-2025

مقاييس التشتت (الاختلاف)

Measure of Dispersion (Variation)

تمهيد

يقصد بالتشتّت أو الاختلاف بأنه التباعد أو التقارب الموجود بين قيم المشاهدات التابعة لمتغيّر ما. والمقاييس المستعملة هي مقاييس لمدى تشتت قيم المشاهدات عن وسطها. هذا وكلما كان مقياس التشتّت كبيراً دلّ على عدم التجانس بين القيم ويكون مقياس التشتّت صغيراً عندما تكون الاختلافات بين قيم المشاهدات قليلة.

. إن لمقاييس التشتّت أهمية كبيرة في وصف التوزيعات ومقارنتها مع بعضها حيث أن مقاييس التمركز تعدّ غير كافية، فقد يتساوى الوسط الحسابي لمجموعتين أو أكثر من البيانات قليلاً بينما يختلف انتشار قيم المجموعة الأولى عن انتشار قيم المجموعة الثانية وهكذا فعلى سبيل المثال لتكن لدينا السلسلتين التاليتين من القياسات:

مثال (1): نفترض أن لدينا شريحتين من شرائح المجتمع تعيشان في منطقتين مختلفتين وكانت دخولهم الأسبوعية (بالدولار الأمريكي) هي كما يلي :

المجموعة الأولى A:

78	73	76	74	75	71	75	70

المجموعة الثانية B:

93	65	70	29	100	80	56	99

وبحساب الوسط الحسابي للشريحتين المذكورتين في كل من المجموعتين

– حسب ما أوضحناه في الفصل السابق – فإن الوسط الحسابي لدخول المجموعة الأولى :

$$\bar{X}_A = \frac{70+75+71+75+74+76+73+78}{8}$$

$$\bar{X}_A = \frac{592}{8} = 74 \text{ دولاراً}$$

أي أن الوسط الحسابي لدخل المجموعة A هو 74 دولاراً.

وكذلك بالنسبة للمجموعة B فإن الوسط الحسابي لدخولها هو :

$$\bar{X}_B = \frac{99+56+80+100+29+70+65+93}{8}$$

$$\bar{X}_B = \frac{592}{8} = 74 \text{ دولاراً}$$

والوسط الحسابي لدخل المجموعة B هو أيضاً 74 دولاراً.

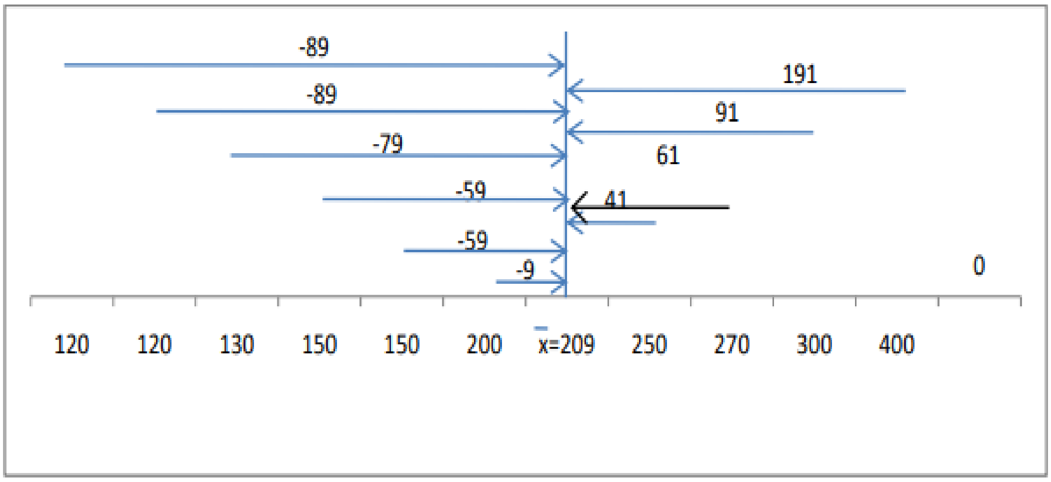
مثال 6: دائما بالاعتماد على بيانات **ظاهرة الدروس الخصوصية لطلبة ثانويات المدية-وزرة و البرواقية ،المطلوب إيجاد الانحراف المتوسط؟**

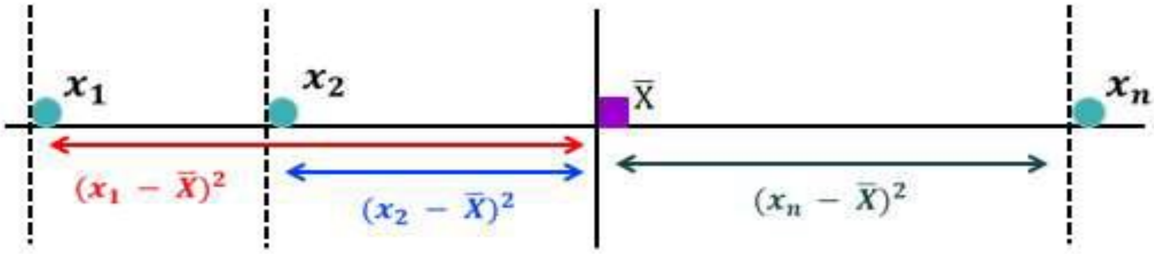
150 400 250 300 130 150 120 270 120 200

و المطلوب إيجاد المدى لدخل عائلات الطلبة ؟

المتوسط الحسابي لها هو $\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2090}{10} = 209$

الشكل رقم 1

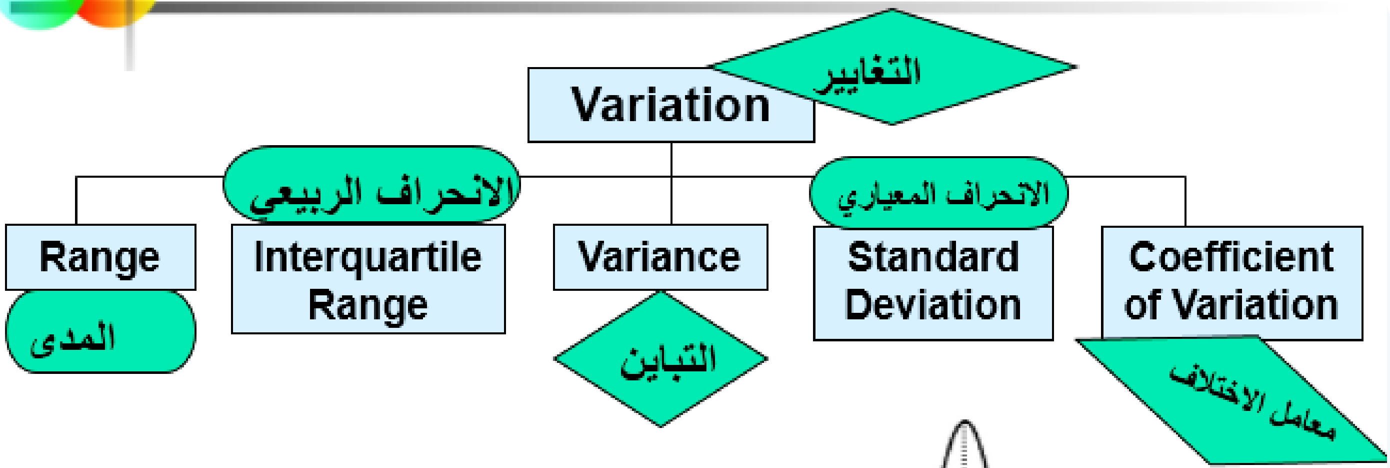




Values	x_1 alues	...	
Values deviation from mean	x_1 - $\bar{X}$tion from mean	...	Values
Values deviation square from mean	in $(x_1$ - $\bar{X}$n square from me:	...	Values dev

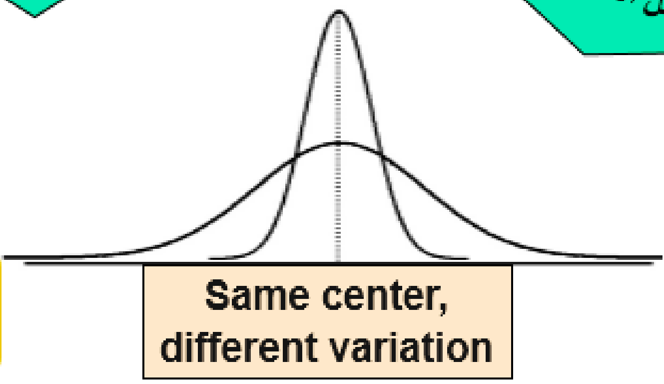
مقاييس التشتت

Measures of Variability



- Measures of variation give information on the **spread** or **variability** of the data values.

قياس التغاير او التشتت يعطي
معلومات عن كيفية
انتشار او تبعثر القياسات



تعريف التشتت

الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة (أحد مقاييس النزعة المركزية) تُسمى تشتت أو تغير البيانات

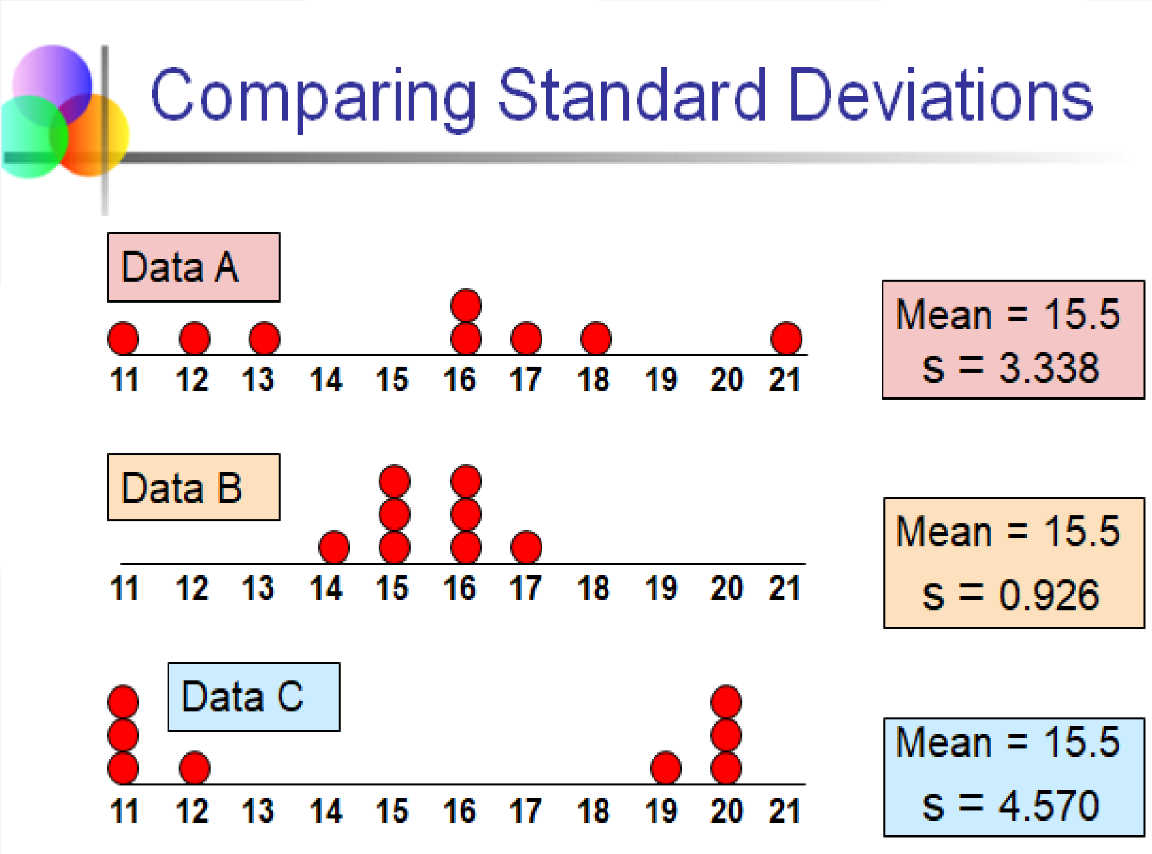
فمثلاً إذا كان لدينا ٣ مجموعات من الطلاب ، كل مجموعة مكونة من خمسة طلاب ، وكانت لها الدرجات التالية (من ١٠ درجات) في أحد المقررات

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
5 , 5 , 5 , 5 , 5	3 , 4 , 5 , 6 , 7	1 , 2 , 5 , 8 , 9
وسطها الحسابي 5	وسطها الحسابي 5	وسطها الحسابي 5

المجموعات الثلاثة لها وسط حسابي 5 ، لكن في المجموعة الأولى : جميع القيم متساوية وتساوي الوسط 5 ، في حين تنتشر البيانات في المجموعة الثانية حول هذا الوسط بقدرٍ ما ، وفي المجموعة الثالثة تنتشر البيانات حول الوسط بقدرٍ آخر .

أي أن الوسط الحسابي وحده [وهو ممثل لمقياس نزعة مركزية ، أي قيمة نموذجية ممثلة للبيانات] ليس كافياً وحده لوصف البيانات ، ولكن لابد من وجود نوع آخر من المقاييس لرصد مدى تشتت البيانات عن تلك القيمة المتوسطة الممثلة للبيانات .

هذا النوع من المقاييس هو ما نسميه بـــ **مقاييس التشتت** .



المدى *Range* ويرمز لها بـ *R*:

يعرف المدى المطلق لمجموعة من القيم بأنه الفرق بين أعلى قيمة وأصغر قيمة في تلك المجموعة ويعبر رياضياً بالعلاقة التالية:

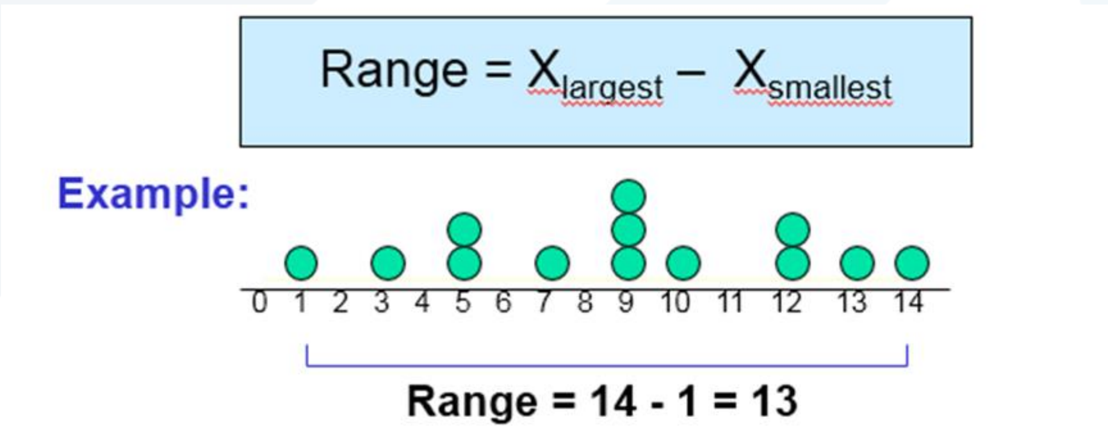
$$R = X\,max - X\,min$$

مثال

أوجد المدى المطلق لكل من المجموعات التالية:

$$A = 12,\quad 6,\quad 6,\quad 3,\quad 15,\quad 10,\quad 18,\quad 5$$

$$B = 9,\quad 3,\quad 8,\quad 8,\quad 9,\quad 8,\quad 9,\quad 18$$



فنلاحظ أن المدى المطلق في كلا المجموعتين متساو، ولكننا نلاحظ أن حقيقة الاختلاف في المجموعة A أكبر منه في المجموعة B لأن قيم المجموعة B متقاربة من بعضها البعض.

أما المدى النسبي فيساوي:

$$R\% = \frac{R}{\overline{x}} \times 100$$

مثال

لتكن لدينا سلسلة القياسات التالية:

$$xi = 28 \quad 31 \quad 32 \quad 32 \quad 33 \quad 36 \quad 37 \quad 40 \quad 44 \quad 49$$

ومنه المدى المطلق يساوي:

$$R = 49 - 28 = 21$$

.المتوسط الحسابي $\bar{x} = 36.2$.

.المدى النسبي سلسلة القياسات يساوي:

$$R\% = \frac{R}{\bar{\chi}} \times 100 = \frac{21}{36.2} \times 100 = 58.01\%$$

- *معامل المدى* Coeffiecient of Rang

$$CR = \frac{X\ \max - X\ \min}{X\ \max + X\ \min} * 100 = \frac{49-28}{49+28} * 100 = 27.2727\%$$

معامل المدى

في التوزيعات التكرارية لاسيما البيانات المبوّبة في مجالات متجانسة، فيحسب المدى بإحدى الطريقتين التاليتين:

1. الطريقة الأولى: المدى عبارة عن الفرق بين مركز الفئة الأخيرة ومركز الفئة الأولى.

2. الطريقة الثانية: المدى عبارة عن الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى.

*خصائص المدى:

1- كلما ازدادت قيمته دلّ ذلك على عدم التجانس،

2- يستفاد منه لمقارنة تشتت المتجمعات الصغيرة المتجانسة،

3- . يستعمل أسلوب المدى لحذف بعض القياسات الشاذة. لنفترض لدينا سلسلة من القياسات ضمنها القياس D الذي يشك بانتمائه إلى نفس السلسلة. وللتأكد من مدى انتمائه من عدمه نتبع الخطوات التالية:

.نحسب الوسط الحسابي لسلسلة القياسات دون عدّ القياس D .

.نحسب المدى لسلسلة القياسات دون عدّ القياس D.

.نبحث عن قيمة الثابت K، والمرتّبط بحجم العيّنة n. وذلك من الجدول التالي.

حجم العيّنات n	5	6	7	8-9	10-11	12-15	16-22	23-35	36-63	64-150
قيم الثابت K	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1	0.4	0.8

(جدول مأخوذ من ابراهيم العلي .1990)

.نشكل المجال من العلاقة التالية

$$[\overline{x} - KR \leq D \leq \overline{x} - KR]$$

فـإذا كان القياس D ضمن المجال أعلاه نقبل القياس D ولا يعدّ شاذاً. أما إذا كان عكس ذلك أي لا يقع ضمن مدى المجال أعلاه يعدّ القياس شاذاً يجب حذفه من العمليات الرياضية.

مثال: لتكن لدينا سلسلة القياسات التالية:

Xi	20	25	27	29	35	41	45	52	D=60؟
ni	2	8	15	20	45	6	4	2	1

والمطلوب: معرفة فيما إذا كان القياس D=60 قياساً شاذاً أم لا؟

الحل: . حساب الوسط الحسابي:

$$\overline{x} = \frac{\Sigma xini}{\Sigma ni} = \frac{3330}{102} = 32.65$$

. حساب المدى: $R = 52 - 20 = 32$

. قيمة الثابت k بما أن حجم العيّنة كبيرة فإن قيمته تساوي $K = 0.8$.

. نحدّد المجال وفق الصيغة السابقة:

$$[32.65 - (0.8)(32) \leq D \leq 32.65 + (0.8)(32)]$$

ومنه نجد المجال يساوي:

$$[7.05 \leq D \leq 58.25]$$

وبالتالي نلاحظ أن القياس D= 60 يقع خارج المجال وبالنتيجة يعدّ هذا القياس شاذاً فيجب حذفه من سلسلة البيانات.

4-يعدّ مقياساً لتباعد القيم المتطرفة عن مركز التوزيع.

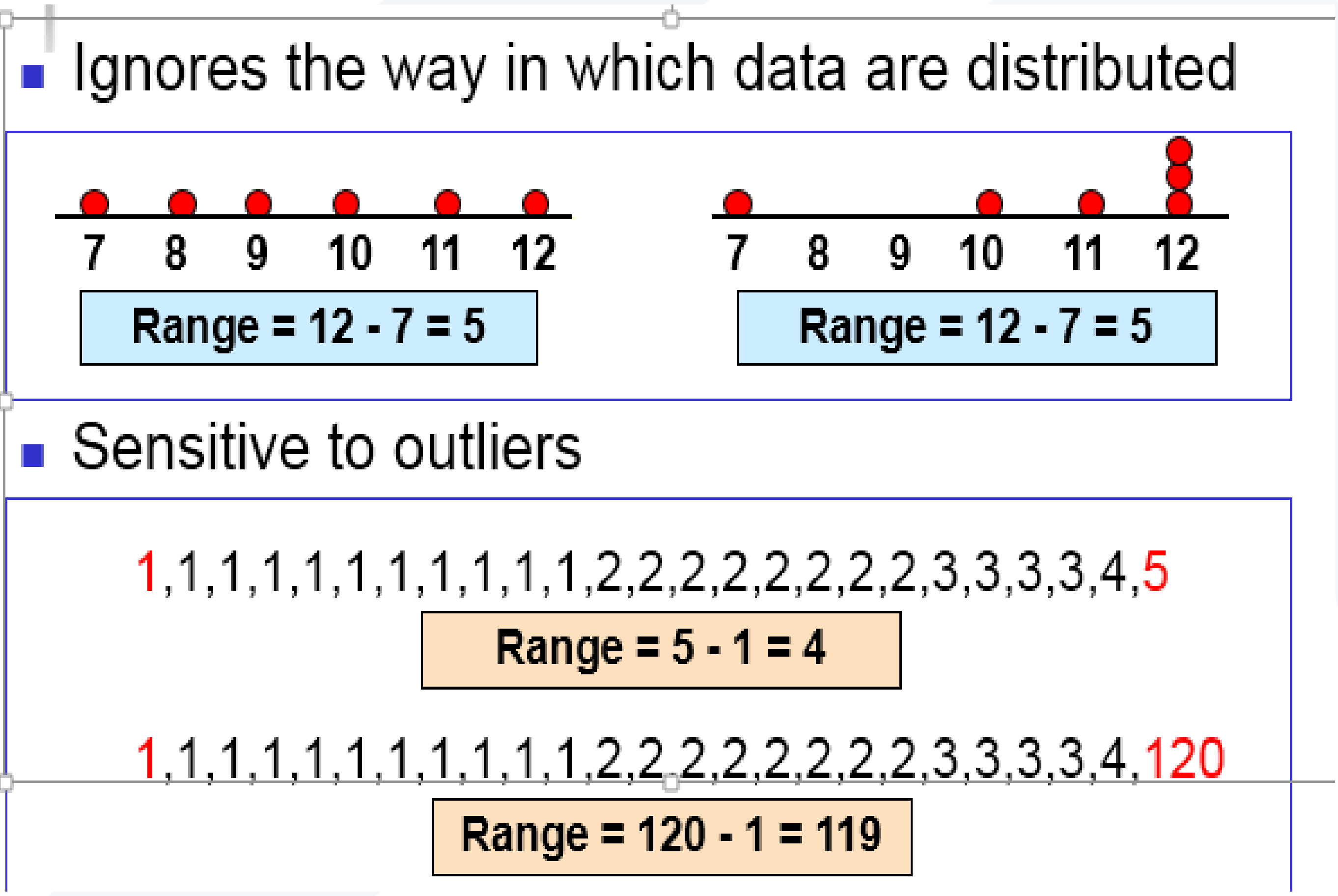
5-يتأثر المدى بالقيمتين المتطرفتين.

6-يعدّ مقياساً غير حساس بالنسبة للقيم المحصورة بين القيمتين المتطرفتين.

7-لا يمكن حسابه في التوزيعات المفتوحة أو نصف المفتوحة.

8-يتأثر المدى بزيادة حجم العيّنة.

9-يكثر استخدامه في الإحصاء على المنتج ووصف الأحوال الجوية.



10-لا يصلح للمقارنة بين التوزيعات المختلفة عند اختلاف عدد المفردات في كل منها اختلافاً كبيراً.

ثانياً : الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات] M.D

يُعرف الانحراف المتوسط (أو متوسط الانحرافات) [وسنرمز له بالرمز M.D] على أنه متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن قيمة متوسطة للبيانات [عادةً تكون الوسط الحسابي أو الوسيط] .

فإذا اعتبرنا أن القيمة المتوسطة للبيانات هي الوسط الحسابي ، فإن الانحراف المتوسط لمجموعة من البيانات عددها n يُعطى بـــ

$d = x - \bar{x}$

الانحراف عن الوسط

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \quad \text{أو} \quad M.D = \frac{\sum |d|}{n}$$

عدد القيم

ملحوظة هامة : القيمة المطلقة لأي عدد y هي القيمة العددية له دون إشارة ، ونرمز له بنفس الرمز y لكن بين خطين رأسيين | | ، أي نكتب القيمة المطلقة لـــ y على الصورة $|y|$. فمثلاً :

$|3| = 3$, $|-3| = 3$, $|2.5| = 2.5$, $|-3.25| = 3.25$

وهكذا .

حيث $d = x - \bar{x}$ هي انحراف القيمة x عن الوسط الحسابي ، $|d|$ هي القيمة المطلقة للانحراف d .

إذن لحساب الانحراف المتوسط (أو متوسط الانحرافات) $M.D$ لمجموعة من القيم يلزم حساب الوسط الحسابي أولاً ، ثم نحسب انحرافات كل قيمة من هذه القيم عن الوسط الحسابي ، ثم القيم المطلقة لهذه الانحرافات ، ثم متوسط هذه القيم المطلقة كما هو مبين :

احسب الوسط الحسابي ← ثم ← احسب الانحرافات عن الوسط ← ثم ← احسب القيم المطلقة للانحرافات ← ثم ← احسب متوسط القيم المطلقة

.حالة بيانات مفردة:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} |xi - \bar{x}|}{n} \quad , \quad M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} |xi - Me|}{n}$$

.حالة بيانات مرتّبة:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni|xi - \bar{x}|}{n} \quad , \quad M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni|xi - Me|}{n}$$

.حالة بيانات مبوّبة:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\,|x'i - \bar{\chi}|}{\Sigma ni} \quad , \quad M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni|x'i - Me|}{\Sigma ni}$$

حيث أن $x'i$ عبارة عن مركز الفئة i.

فمثلاً : لمجموعتي القيم التي تعاملنا معها في الشريحة (٥) من هذه المحاضرة [عندما تعرفنا على "المدى"] :

مجموعة القيم الأولى :

15	13	3	5	18	12	6	7	3	15
- 9.7	- 9.7	- 9.7	- 9.7	- 9.7	- 9.7	- 9.7	- 9.7	- 9.7	- 9.7

وسطها الحسابي : $\bar{x} = \frac{15+13+3+5+18+12+6+7+3+15}{10} = 9.7$

الانحرافات عن الوسط

5.3	3.3	-6.7	-4.7	8.3	2.3	-3.7	-2.7	-6.7	5.3

لاحظ أن مجموع الانحرافات = صفر

القيم المطلقة للانحرافات

5.3	3.3	6.7	4.7	8.3	2.3	3.7	2.7	6.7	5.3

إذن الانحراف المتوسط هو متوسط القيم المطلقة للانحرافات :

$$M.D = \frac{5.3+3.3+6.7+4.7+8.3+2.3+3.7+2.7+6.7+5.3}{10} = \underline{4.9}$$

ولمجموعة القيم الثانية :

16	14	13	17	18	17	15	14	3	16
-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3

وسطها الحسابي : $\frac{16+14+13+17+18+17+15+14+3+16}{10} = 14.3$

الانحرافات عن الوسط

1.7	-0.3	-1.3	2.7	3.7	2.7	0.7	-0.3	-11.3	1.7

لاحظ أن مجموع الانحرافات = صفر

القيم المطلقة للانحرافات

1.7	0.3	1.3	2.7	3.7	2.7	0.7	0.3	11.3	1.7

إذن الانحراف المتوسط هو متوسط القيم المطلقة للانحرافات :

$$M.D = \frac{1.7+0.3+1.3+2.7+3.7+2.7+0.7+0.3+11.3+1.7}{10} = \underline{2.64}$$

مثال

نعود إلى مثالنا السابق حول علامات الطلاب في مقرر الإحصاء في كلية التجارة.

الأقسام "الفئات"	التكرار ni	مركز الفئة $x'i$	الانحرافات عن الوسط الحسابي $\|x'i-\bar{x}\|$	$ni\ (x'i-\bar{x})$	الانحرافات عن الوسيط	$ni * (X'-Me)$
10-20	6	15	42.12	252.72	42.06	252.36
20-30	14	25	32.12	449.68	32.06	448.84
30-40	26	35	22.12	575.12	22.06	573.56
40-50	43	45	12.12	521.16	12.06	518.58
50-60	51	55	2.12	108.12	2.06	105.06
60-70	47	65	7.88	370.36	7.94	373.18
70-80	29	75	17.88	518.52	17.94	520.26
80-90	27	85	27.88	752.76	27.94	754.38
90-100	7	95	37.88	265.16	37.94	265.58
المجموع $\sum$	250	/////-	///////-	3813.60	-////////	3811.80

والمطلوب حساب الانحراف عن المتوسط المطلق والنسبي عن الوسط الحسابي $\bar{x} = 57.12$ وعن الوسيط $Me = 57.06$.

.الانحراف المتوسط المطلق عن الوسط الحسابي :

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\left|x'i - \bar{x}\right|}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{3813.60}{250} = 15.254$$

.الانحراف المتوسط النسبي عن الوسط الحسابي

$$M.D\% = \frac{M.D}{\bar{x}} \times 100 = \frac{15.254}{57.12} \times 100 = 26.706\%$$

.الانحراف المتوسط عن الوسيط:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} ni\left|x'i - Me\right|}{\sum_{i=1}^{n} ni} = \frac{3811.80}{250} = 15.25$$

الانحراف المتوسط النسبي عن الوسيط:

$$M.D\% = \frac{M.D}{\bar{x}} \times 100 = \frac{15.25}{57.06} \times 100 = 26.72\%$$

*خصائص الانحراف المتوسط:

1-يعدّ قياساً لتشتت المشاهدات او المفردات حيث يأخذ بعين العدّ جميع القياسات.

2-يتأثر بالقيم المتطرفة.

3-يكثر استخدامه عند اختلاف الدورات التجارية.

4-يتأثر بعمليات الضرب والقسمة ولا يتأثر بعمليات الجمع والتقديم.

5-في حالة التوزيعات الاعتدالية فان المدى المحصور بين (الوسط الحسابي $\mp$ واحد انحراف متوسط)أي ($\bar{x} \pm 1EM$) يحصر 58% من القيم تقريباً وبالتالي يعدّ دليل على اعتدالية التوزيع.

ويمكن أن يتم حل السؤال السابق وذلك بتنظيم خطواتنا من خلال جداول كالتالي :

المجموعة الأولى [$n = 10$]			
x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$
15	9.7	15 − 9.7 = 5.3	5.3
13	9.7	13 − 9.7 = 3.3	3.3
3	9.7	3 − 9.7 = -6.7	6.7
5	9.7	5 − 9.7 = -4.7	4.7
18	9.7	18 − 9.7 = 8.3	8.3
12	9.7	12 − 9.7 = 2.3	2.3
6	9.7	6 − 9.7 = -3.7	3.7
7	9.7	7 − 9.7 = -2.7	2.7
3	9.7	3 − 9.7 = -6.7	6.7
15	9.7	15 − 9.7 = 5.3	5.3
97	97	0	49
$\sum x$ =	$n\bar{x}$	$\sum d$	$\sum \lvert d \rvert$

مجموع الأعمدة ←

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{97}{10} = 9.7$$

$$M.D = \frac{\sum \lvert d \rvert}{n} = \frac{49}{10} = 4.9$$

المجموعة الثانية [$n = 10$]			
x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$
16	14.3	16 − 14.3 = 1.7	1.7
14	14.3	14 − 14.3 = -0.3	0.3
13	14.3	13 − 14.3 = -1.3	1.3
17	14.3	17 − 14.3 = 2.7	2.7
18	14.3	18 − 14.3 = 3.7	3.7
17	14.3	17 − 14.3 = 2.7	2.7
15	14.3	15 − 14.3 = 0.7	0.7
14	14.3	14 − 14.3 = -0.3	0.3
3	14.3	3 − 14.3 = -11.3	11.3
16	14.3	16 − 14.3 = 1.7	1.7
143	143	0	26.4
$\sum x$ =	$n\bar{x}$	$\sum d$	$\sum \lvert d \rvert$

مجموع الأعمدة →

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{143}{10} = 14.3$$

$$M.D = \frac{\sum \lvert d \rvert}{n} = \frac{26.4}{10} = 2.64$$

ويمكن الاستغناء

عن هذا العمود

مثال (٢-٤) الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الطول)	التكرار f	المركز x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	$\|d\|$	$f \times \|d\|$
الأولى	$0 \le x < 20$	4	10	40	$10 - 31.7 = -21.7$	21.7	86.8
الثانية	$20 \le x < 30$	16	25	400	$25 - 31.7 = -6.7$	6.7	107.2
الثالثة	$30 \le x < 35$	12	32.5	390	$32.5 - 31.7 = 0.8$	0.8	9.6
الرابعة	$35 \le x < 40$	10	37.5	375	$37.5 - 31.7 = 5.8$	5.8	58
الخامسة	$40 \le x < 50$	6	45	270	$45 - 31.7 = 13.3$	13.3	79.8
السادسة	$50 \le x < 60$	2	55	110	$55 - 31.7 = 23.3$	23.3	46.6
		50		1585			388
		$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum f\|d\|$

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = \underline{31.7}$$

$$M.D = \frac{\sum f|d|}{\sum f} = \frac{388}{50} = 7.76$$

وبنفس الأسلوب يمكن التعامل مع مثال (٢-٦)

مثال (٢-٦) الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الطول)	التكرار f	المركز x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	$\|d\|$	$f \times \|d\|$
الأولى	$50 \le x < 60$	6	55	330	$55 - 83.75 = -28.25$	28.25	169.5
الثانية	$60 \le x < 70$	9	65	585	$65 - 83.75 = -18.75$	18.75	168.75
الثالثة	$70 \le x < 80$	15	75	1125	$75 - 83.75 = -8.75$	8.75	131.25
الرابعة	$80 \le x < 90$	12	85	1020	$85 - 83.75 = 1.25$	1.25	15
الخامسة	$90 \le x < 100$	9	95	855	$95 - 83.75 = 11.25$	11.25	101.25
السادسة	$100 \le x < 120$	6	110	660	$110 - 83.75 = 26.25$	26.25	157.5
السابعة	$120 \le x < 180$	3	150	450	$150 - 83.75 = 66.25$	66.25	198.75
		60		5025			942
		$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum f\|d\|$

مطلوب من سعادتك التحقق من صحة النتائج

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{5025}{60} = \underline{83.75}$$

$$M.D = \frac{\sum f|d|}{\sum f} = \frac{942}{60} = 15.7$$

الانحراف الربيعي

Interquartile Range

نصف المدى الربيعي

- Can eliminate some outlier problems by using the **interquartile range**
- Eliminate high- and low-valued observations and calculate the range of the middle 50% of the data
- Interquartile range = 3rd quartile – 1st quartile

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

ابعاً : الانحراف الربيعي [نصف المدى الربيعي]

لمجموعة من البيانات يُعرف الانحراف الربيعي [أو نصف المدى الربيعي وسنرمز له بالرمز Q] كالآتي :

$$Q \text{ [نصف المدى الربيعي] الانحراف الربيعي } = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

الربيع الثالث الربيع الأول

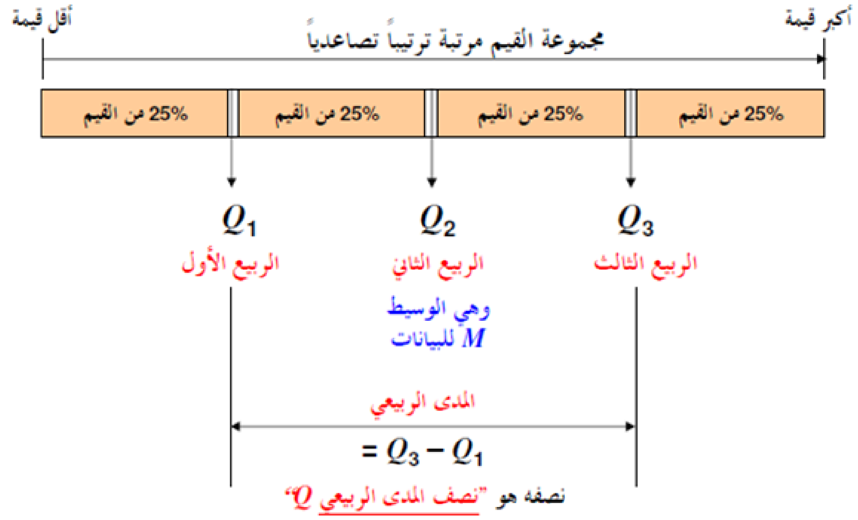
ويفضل استخدام هذا المقياس [الانحراف الربيعي] في الكثير من الحالات خاصة تلك الحالات التي يستعصي فيها حساب الانحراف المتوسط أو المعياري [مثل حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة أو حالة وجود قيم متطرفة في البيانات]

وفي بعض الأحيان يُستخدم المدى الربيعي $Q_3 - Q_1$ كمقياس للتشتت بدلاً من نصف المدى الربيعي

س : ما هي الربيعات ؟

ج : إذا رتبنا مجموعة من القيم ترتيباً تصاعدياً فإن القيمة التي تقسم المجموعة إلى مجموعتين متساويتين في العدد تُسمى بالوسيط M . بتعميم هذه الفكرة ، يمكن أن نقسم مجموعة القيم إلى أربعة أجزاء متساوية في العدد وذلك بثلاثة قيم [سنرمز لها بالرموز Q_1 , Q_2 , Q_3] . هذه القيم تُسمى بالربيعات حيث :

Q_1 تُسمى بالربيع الأول ، Q_2 تُسمى بالربيع الثاني ، Q_3 تُسمى بالربيع الثالث



أي أن :

Q_1 [الربيع الأول] هي تلك القيمة التي يقع تحتها 25% من القيم [وبالطبع وفوقها 75% من القيم]

Q_2 [الربيع الثاني] هي تلك القيمة التي يقع تحتها 50% من القيم [وبالطبع فوقها 50% من القيم] [أي الوسيط M]

Q_3 [الربيع الثالث] هي تلك القيمة التي يقع تحتها 75% من القيم [وبالطبع فوقها 25% من القيم]

-الانحراف الربيعي:

يعرف على أنه الفرق بين الربيع الأعلى (الثالث q_3) والربيع الأدنى (الأول q_1) للمشاهدات.

وواضح من هذا التعريف أن المدى الربيعي. ينحصر في 50% من القياسات ويهمل 25% من البيانات في كل من طرفي السلسلة.

. وكلما كان نصف المدى الربيعي قريباً من قيمة الانحراف المعياري كان استعماله من الناحية العملية أكثر فائدة من استعمال المدى الربيعي بأكمله.

.نصف المدى الربيعي:

$$Q.D = \frac{q_3 - q_1}{2}$$

q_1 : والربيع الأول (الأدنى)، q_3 : الربيع الثالث (الأعلى)

.الانحراف الربيعي النسبي:

$$Q.D\% = \frac{q_3 - q_1}{q_3 + q_1} \times 100$$

الانحراف الربيعي المطلق عن الوسيط

$$Q.D\% = \frac{q_3 - q_1}{2Me} \times 100$$

مثال

وعندما يكون التوزيع متماثلاً فإن الوسيط يزيد عن الربيع الأول بنفس المقدار الذي يزيد به الربيع الثالث عن الوسيط.

مثال

نعود إلى مثالنا السابق حول علامات الطلاب في مقرر الإحصاء في كلية الاقتصاد.

الوسط الحسابي: $\bar{x} = 57.12$ و الوسيط: $Me = 57.06$ والربيع الأول $q_1 = 43.84$

الربيع الثالث $q_3 = 70.174$

المطلوب:

.إيجاد نصف المدى الربيعي المطلق والنسبي:

الحل:

نصف المدى الربيعي:.

$$Q.D = \frac{q_3 - q_1}{2} = \frac{70.174 - 43.88}{2} = 13.17$$

الانحرافات الربيعي النسبي:

$$QD=\frac{Q3-Q1}{Q3+Q1}*100$$

$$Q.D\%=\frac{70.174-43.84}{70.174+43.84}\times100=\frac{26.334}{114.014}\times100=23.097\ \%$$

أو

$$Q.D\%=\frac{q_3-q_1}{2Me}\times100=\frac{70.174-43.88}{2\times57.06}\times100$$

$$Q.D\%=\frac{26.334}{114.12}\times100=23.076\ \%$$

خصائص الانحراف الربيعي:

- يعدّ الانحراف الربيعي مقياساً لمراكز القيم.
- قليل التأثير بالقيم المتطرفة.
- إمكانية حسابه في التوزيعات المفتوحة.
- يعدّ مفيداً في التوزيعات شديدة الالتواء.
- يصلح لقياس التشتّت لمتغيّر من المستوى الرتبي وقيمته تتناسب مع مدى انتشار قيم التوزيع فإذا كانت قيمته كبيرة دل ذلك على زيادة التشتّت واختلاف القيم، والعكس صحيح، وهو مقياس للتشتت.

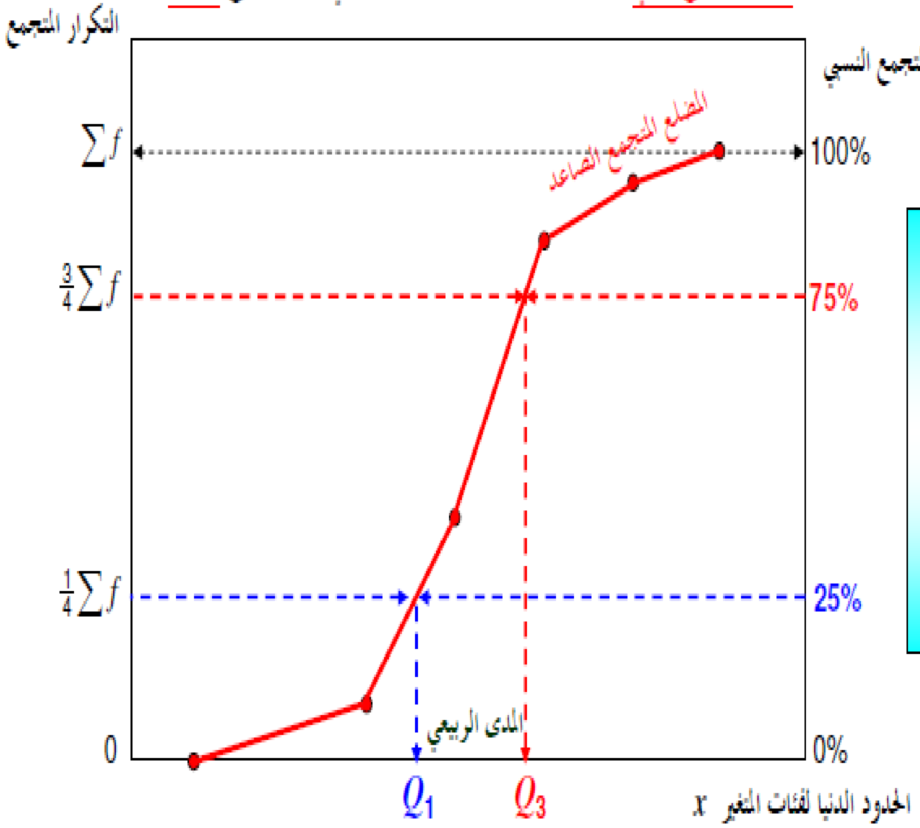
- في حالة التوزيعات الاعتدالية تقع قيم 50% من الحالات بين القيمتين الوسيط $\pm$ الانحراف الربيعي نظراً لتماثل هذه التوزيعات وبناء على ذلك يمكننا الحكم على درجة اعتدالية توزيع ما.

ويمكن تحديد الربيعين Q_1 (الأول) ، Q_3 (الثالث) بنفس الطريقة التي حددنا بها الوسيط M [الربيع الثاني Q_2] ، إلا أننا سنكتفي هنا بتحديدها [ومن ثم تحديد نصف المدى الربيعي Q] للبيانات الكمية المتصلة كالتالي :

على المضلع التكراري المتجمع الصاعد :

حدد قيمة المتغير المناظرة لتكرار متجمع قدره $\frac{1}{4}\sum f$ [أو تكرار متجمع نسبي قدره 25%] فتكون تلك القيمة هي Q_1 [الربيع الأول] .

حدد قيمة المتغير المناظرة لتكرار متجمع قدره $\frac{3}{4}\sum f$ [أو تكرار متجمع نسبي قدره 75%] فتكون تلك القيمة هي Q_3 [الربيع الثالث] .



ويكون المدى الربيعي هو :

$$Q_3 - Q_1$$

ونصف المدى الربيعي [أو الانحراف الربيعي] هو :

$$Q = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

لاً للتوزيع التكراري المبين :

المتغير x	$1 \le x < 3$	$3 \le x < 5$	$5 \le x < 7$	$7 \le x < 10$
التكرار f	14	29	18	9

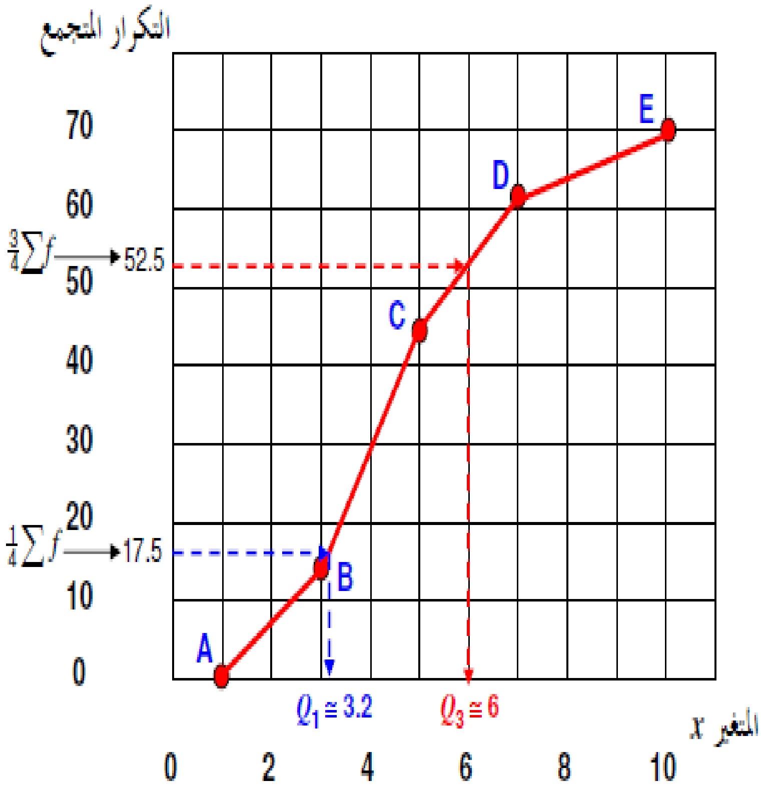
م بتكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد

م برسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ومنه حدد قيم الربيع الأول Q_1 والربيع الثالث Q_3 بالطريقة المذكورة سابقاً

الجدول التكراري المتجمع الصاعد

المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة على المضلع
< 1	0	A (1 , 0)
< 3	14	B (3 , 14)
< 5	43	C (5 , 43)
< 7	61	D (7 , 61)
< 10	$\sum f = 70$	E (10 , 70)

ملحوظة : $\frac{3}{4}\sum f = 52.5$, $\frac{1}{4}\sum f = 17.5$



إذن المدى الربيعي هو : $\boxed{Q_3 - Q_1 = 6 - 3.2 = 2.8}$

ونصف المدى الربيعي [أو الانحراف الربيعي] هو : $\boxed{Q = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = \frac{1}{2} \times 2.8 = 1.4}$

نهاية المحاضرة