جامعة المنارة

MANARA UNIVERSITY

كلية إدارة الاعمال

الاحصاء 2 Statistics

محاضرة رقم 5 الفصل الثاني 2024-2025

الاستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب

الاحصاء اللابارمتري

Statistics non Parametrics

مقاييس إحصائية تستخدم في إيجاد الاقتران بين متغيرين من المستوى الرتبي ومن أهمها:

- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.
- معامل ارتباط الرتب لكندال.
- معامل اتفاق كندال.
- ومعامل اتفاق كندال.

1- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان ويرمزله بـ (ρ وتقرأ رو):

يستخدم هذا المعامل لدراسة الارتباط بين البيانات النوعية أي تلك التي لا يمكن قياسها كمياً . وتعتمد هذه الطريقة على إعطاء المتغيرات رتباً محل القياس العددي . يعتمد مفهوم ارتباط سبيرمان *(1904)* على دراسة الارتباط بين تراتيب ظاهرتين.

ذلك على وفق التالي:

لنفرض أن لدينا ظاهرتين غيرقابلتين للقياس وأن لكل منها الحالات المميزة والمتقابلة التالية:

x :	A	B	C	D	E	F
Y :	a	b	c	d	e	f

فلدراسة العلاقة الارتباطية بين المتغيرين تعتمد على وجود أوعدم وجود توافق بين حالتيهما لمميزة ولإظهارهذا التوافق نقوم بالخطوات التالية في حال وجود رتب غيرمقررة.

1- إعطاء أرقام طبيعية من *1* حتى n لحالات الظاهرة X وذلك وفق تصاعد حالاتهما المميزة أو وفق تنازلها . وتسمى هذه الأرقام رتب الظاهرة X . ونرمزلها بالرمز K_i .

2- إعطاء أرقام طبيعية من *1* حتى n لحالات الظاهرة Y وذلك وفق تصاعد حالاتها أيضاً ووفق تنازلها أيضاً . وتسمى هذه الأرقام برتب الظاهرة Y . ونرمزلها بالرمز P_i .

3- نحسب الفرق بين كل ترتيبين متقابلين من X و Y قيم ثم تربع الناتج :

4- نعوض القيم المعلومة في قانون ارتباط سبيرمان وفق الصيغة الرياضية التالية:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} (K_i - P_i)^2}{n(n^2 - 1)} = \frac{6\sum f^2}{n(n^2-1)}$$

حيث إن:

P: معامل ارتباط سبيرمان تتراوح قيمته: $-1 \leq Rs \leq +1$

$(k_i - P_i)^2 = f^2$: مربع الفرق بين كل ترتيبين متقابلين من قيم الظاهرتين.

n : عدد الوحدات في كل ظاهرة .

ملاحظة: إن عملية ترتيب الحالات المميزة ستكون حسب طبيعة الظاهرة المدروسة فهي تكون: بحسب المكان ، الزمان ، الكمية (كبيرة ، صغيرة ، متوسطة) الصفة (اللون ، الصلابة).

مثال : المستوى التعليمي : أمي، يقرأ ويكتب ،ابتدائية ،إعدادية ،ثانوية ،جامعية، دكتوراه.

كثافة الغيوم : كثيفة ، متوسطة ، السماء صافية .

درجة الاستيعاب : ممتازة ، جيدة ، متوسطة ، ضعيفة ، .... الخ .

مثال

جدول يبين تقديرات ستة طلاب في امتحان الرياضيات ومبادئ الإحصاء .

والمطلوب حساب معامل ارتباط سبيرمان بين تقديرات المادتين:

رقم الطالب	6	5	4	3	2	1
الرياضيات	جيد جداً	مقبول	ضعيف جداً	جيد	ممتاز	ضعيف
الإحصاء	ممتاز	ضعيف جداً	ضعيف	جيد	جيد جداً	مقبول

لحساب معامل ارتباط سبيرمان نقوم بالخطوات:

- نقوم بإعطاء أرقام طبيعية من *1* حتى *n* لحالات الظاهرة (الرياضيات) وذلك وفق تصاعد حالاتها ونرمز لها بالرمز ($i : 1, 2, 3, \ldots, k$) أو تنازلها .

- نقوم بإعطاء أرقام طبيعية من 1 حتى n لحالات الظاهرة (الإحصاء) وذلك وفق تصاعد حالاتها ونرمز لها بالرمز P_i حيث أن: P_i: 1, 2, 3, ... أو تنازلها.

- نربع الفرق بين تراتيب حالات الظاهرتين وفق الجدول المساعد التالي:

i	k الرياضيات	P_i الإحصاء	k_i ترتيب الإحصاء	P_i ترتيب الإحصاء	$(k_i-P_i)^2$	$(k_i-P_i)^2$
1	ضعيف	مقبول	5	4	-1	1
2	ممتاز	جيد جداً	1	2	-1	1
3	جيد	جيد	3	3	0	0
4	ضعيف جداً	ضعيف	6	5	+1	1
5	مقبول	ضعيف جداً	4	6	+2	4
6	جيد جداً	ممتاز	2	1	+1	1
Σ						8

وبتطبيق قاعدة ارتباط سبيرمان نجد أن:

$$R_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(K_i - P_i)^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 8}{6(6^2-1)} = \frac{48}{210} = 0.77$$

إذاً : يوجد ارتباط طردي بين تقديرات الطلبة في هاتين المضروبين.

مثال احسب معامل ارتباط سبيرمان بين علامات عشرة طلاب في مادة الرياضيات والإحصاء

وفق الجدول التالي:

رقم الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_i الرياضيات	75	82	65	90	77	60	55	87	91	73
k_i الإحصاء	69	85	55	90	80	50	57	88	89	71

الحل :

لحساب معامل ارتباط سبيرمان نتبع الخطوات السابقة وفق الجدول المساعد التالي:

i	k الرياضيات	P_i الإحصاء	ترتيب k_i الرياضيات	ترتيب P_i الإحصاء	(k_i-P_i)	$f^2=(k_i-P_i)^2$
1	75	69	6	7	-1	1
2	82	85	4	4	0	0
3	65	55	8	9	-1	1
4	90	90	2	1	1	1
5	77	80	5	5	0	0
6	60	50	9	10	-1	1
7	55	57	10	8	2	4
8	87	88	3	3	0	0
9	91	89	1	2	-1	1
10	73	71	7	6	1	1
Σ						$\sum f^2 = 10$

ومنه نجد أن معامل ارتباط سبيرمان يساوي:

$$R_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(K_i - P_i)^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6\sum f^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{60}{990} = 0.94$$

مثال: أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان لأزواج درجات الإحصاء والرياضيات.

درجات الإحصاء x	1	3	3	4	5	6	7	9	11
درجات الرياضيات y	2	2	3	6	6	6	8	8	9

الحل:

يلاحظ وجود بعض الدرجات مكررة أكثر من مرة. ننشئ الجدول المساعد.

n	X_i	y_i	k_i	P_i	$f=(k_i-P_i)$	f^2
1	1	2	1	1.5	-0.5	0.25
2	3	2	2.5	1.5	1	1
3	3	3	2.5	3	-0.5	0.25
4	4	6	4	5	-1	1
5	5	6	5	5	0	0
6	6	6	6	5	1	1
7	7	8	7	7.5	-0.5	0.25
8	9	8	8	7.5	0.5	0.25
9	11	9	9	9	0	0
Σ						$\sum f^2 = 4$

ومنه يكون معامل ارتباط سبيرمان يساوي:

$$P=1-\frac{6\sum f^2}{n\left(n^2-1\right)}=1-\frac{6\times 4}{9\left(9^2-1\right)}=1-\frac{24}{720}=0.9666$$

القيم الحرجة لمعامل سبيرمان للرتب

اختبار ذو النهاية الواحدة				n
0.005	0.01	0.025	0.05	
اختبار ذو النهايتين				
0.01	0.02	0.05	0.10	
-	1.00	0.970	0.900	5
1.00	0.943	0.886	0.829	6
-	0.893	0.786	0.714	7
0.881	0.833	0.738	0.643	8
0.833	0.783	0.683	0.600	9
0.818	0.745	0.648	0.564	10
0.794	0.736	0.623	0.523	11
0.780	0.703	0.591	0.497	12
0.745	0.673	0.566	0.475	13
0.716	0.646	0.545	0.457	14
0.689	0.623	0.525	0.441	15
0.666	0.601	0.507	0.425	16
0.654	0.582	0.490	0.412	17
0.625	0.564	0.476	0.399	18
0.608	0.549	0.462	0.388	19

0.591	0.534	0.450	0.377	20
0.576	0.521	0.438	0.368	21
0.562	0.508	0.428	0.359	22
0.549	0.496	0.418	0.351	23
0.537	0.485	0.409	0.342	24
0.526	0.475	0.400	0.336	25
0.515	0.465	0.392	0.329	26
0.505	0.456	0.385	0.323	27
0.496	0.448	0.377	0.317	28
0.487	0.440	0.370	0.311	29
0.478	0.432	0.364	0.305	30

فنجد أن القيم الجدولية في اختيار ذي نهاية واحدة عند مستوى دلالة 0.05 هي 0.564 وعند مستوى دلالة 0.01 هي 0.745.

وبمقارنة القيمة المحسوبة لمعامل ارتباط الرتب مع القيم الجدولية عند مستويات الدلالة 5% و1% نجد أن القيمة المحسوبة أصغر من القيم الجدولية وبالتالي نستنتج وجود علاقة ضعيفة وغير دالة إحصائياً بين المستوى الثقافي والمستوى الاقتصادي للعينة المدروسة. ومن ثم تقبل الفرضية الصفرية والقائلة بأن الارتباط غير دال إحصائياً.

ـ مقارنة بين معامل ارتباط الرتب ومعامل ارتباط بيرسون:

يعاب على معامل ارتباط سبيرمان بأنه يعتمد في حسابه على الرتب لا على القيم نفسها، ومعنى ذلك لو تغيرت القيم فلن تتأثر قيمة معامل الارتباط، لكنه في حالة معامل ارتباط بيرسون فإننا نجد أن أي تغير في القيم يؤثر على قيمة معامل الارتباط.

مثال

في دراسة على مجموعة من الطلاب أجرى باحث عليهم اختبارين أحدهما يقيس القدرة على التصور والثاني يقيس القدرة على التذكروحصل على النتائج الآتية:

الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
القدرة على التصورX	12	24	18	10	7	17	32	21	23	6
القدرة على التذكرy	8	13	14	23	17	2	5	15	11	

المطلوب: حساب معامل الارتباط للرتب لسبيرمان ومعامل ارتباط بيرسون وقارن بينهما.

الحل:

1- حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان:

الفرد n	X_i	y_i	رتب $k_i=x$	رتب $P_i=y$	$f=(k_i-P_i)$	f^2
1	12	8	7	0	0	0
2	24	13	2	5	-3	9
3	18	14	5	4	1	1
4	10	23	8	1	7	49
5	7	17	9	2	7	49
6	17	2	6	10	-4	16
7	32	5	1	8	-7	49
8	21	15	4	3	1	1
9	23	11	3	6	-3	9
10	6	3	10	9	1	1
Σ						$\sum f^2 = 184$

ومنه يكون معامل ارتباط سبيرمان يساوي:

$$P = 1 - \frac{6\sum f^2}{n\left(n^2 - 1\right)} = 1 - \frac{6 \times 184}{10\left(10^2 - 1\right)} = -0.115$$

- حساب معامل ارتباط بيرسون:

الفرد n	X_i	y_i	X^2	Y^2	X.Y
1	12	8	144	64	96
2	24	13	576	169	312
3	18	14	324	196	252
4	10	23	100	529	230
5	7	17	49	289	119
6	17	2	289	4	34
7	32	5	1024	25	160
8	21	15	441	225	315
9	23	11	529	121	253
10	6	3	36	9	18
$\sum$	170	111	3512	1631	1789

ومنه يكون:

$$\boxed{\begin{aligned} r &= \frac{n\sum x.y - \sum x.\sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right]\left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}} \\ &= \frac{10 \times 1789 - 170 \times 111}{\sqrt{\left[10 \times 3512 - 170^2\right]\left[10 \times 1631 - 111^2\right]}} = -0.1967 \end{aligned}}$$

وهكذا يتضح أن قيمة معامل الارتباط قد تغيرت في معامل ارتباط الرتب عنه في قيمة معامل ارتباط بيرسون مع الإشارة إلى أن قيمة معامل ارتباط الرتب لا تتغير إذا زادت أو نقصت القيم في حين إن ذلك يؤثر مباشرة على قيمة معامل ارتباط بيرسون نظراً للاعتماد على القيم.

- معامل ارتباط كندال:

معامل ارتباط كندال يختلف في الفكرة التي بنى عليها عند معامل ارتباط سبيرمان، فمعامل سبيرمان يمكن اشتقاقه من معامل ارتباط حاصل ضرب العزوم لبيرسون، لذلك فهو يعد حالة خاصة منه، ولكن معامل ارتباط الرتب لكندال يعتمد على تحديد الفرق بين عدد الاتفاقات وعدد الاختلافات بين أزواج رتب كل من المتغيرين وليس على الفرق بين الرتب، ثم إيجاد النسبة بين فرق الاتفاقات والاختلافات إلى عدد الاتفاقات بين الرتب إذا افترض أن هناك اقتراناً موجباً تاماً بين مجموعتي الرتب لذلك يفضل هذا المعامل على معامل سبيرمان، وبخاصة إذا كان هناك بعض الرتب المكررة على الرغم من أن معامل كندال لا يناسب بدرجة كبيرة الرتب المكررة أي أكثر من 25% من الدرجات مكررة، فإنه يفضل استخدام معامل جودمان- كروسكال (معامل جاما). وتجدر الإشارة أيضاً إلى أن معامل كندال لا يتطلب تحقق فرضيات معينة في توزيع التكرارات ولكن ينبغي أن تكون عينة الأفراد عشوائية وعدد أفرادها يجب أن يزيد عن عشرة أفراد وأن يكون مستوى القياس في كلا المتغيرين رتبياً مع الإشارة إلى أن معامل كندال لا يجوز استخدامه إذا كانت البيانات مصنفة في جدول اقتران حتى ولو كان المتغيران من المستوى الرتبي.

* حساب معامل ارتباط كندال من النوع الأول:

يهدف إلى قياس العلاقة بين متغيرين، كلاهما من المستوى الرتبي ويعتمد على فكرة معامل جاما. ويرمز له بـ Ta ويحسب بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{T_a = \frac{n_k - n_p}{0.5\,n\,(n-1)}}$$

حيث إن:

T_a : معامل ارتباط كندال .

n : جميع أفراد العينة.

n_k : تكرار الخلية x (مجموع التكرارات للخلايا المحصورة لأسفل بين صف وعمود تلك الخلية) عندما تبدأ من جهة اليسار.

n_p: تكرار الخلية x (مجموع التكرارات للخلايا المحصورة للأسفل بين صف وعمود تلك الخلية) عندما تبدأ من جهة اليمين.

مثال

نفترض لدينا جدول 4×4 فتحسب كل من n_k و n_p وفق الآتي:

المستوى الأول / المستوى الثاني	ممتاز	جيد جداً	مقبول	ضعيف
ممتاز	a	b	c	d
جيد جداً	e	f	g	h
مقبول	I	j	k	l
ضعيف	m	n	o	p

- حساب n_k:

$$\begin{aligned} n_k = a\big[&(f+g+h+j+k+l+n+o+p) \\ &+b(g+h+k+l+o+p) \\ &+c(h+l+p) \\ &+d(0) \\ &+e(j+k+l+n+o+p) \\ &+f(k+l+o+p) \\ &+g(l+p) \\ &+h(0) \\ &+I(n+o+p) \\ &+j(o+p) \\ &+k(p) \\ &+l(0)\big] = \end{aligned}$$

- حساب n_p:

$$\begin{aligned} n_p = \big[&d(g+f+e+k+j+I+o+n+m) \\ &+c(f+e+J+I+n+m) \\ &+b(e+I+m) \\ &+a(0) \\ &+h(k+j+I+o+n+m) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+g\,(j+I+n+m)\\
&+f\,(I+m)\\
&+e\,(0)\\
&+l\,(o+n+m)\\
&+k\,(n+m)\\
&+j\,(m)\\
&+I\,(0)]
\end{aligned}
$$

ومن ثم نطبق العلاقة السابقة مع مراعاة أنه في حالة وجود قيم تساوي أولها نفس الرتبة فإن قيمة المعامل لا تصل إلى الحد الأقصى. هذا وتتراوح قيمة معامل ارتباط كندال من النوع الأول (a) بين

$$-1 \le T_a \le +1$$

وتحسب دلالته الإحصائية بالعلاقة الآتية:

$$Z=\frac{n_k-n_p-1}{\sqrt{\dfrac{n(n-1)(2n+5)}{18}}}$$

وتقارن قيمة Z الناجمة مع قيم التوزيع الاعتدالي عند مستوى الدلالة المطلوب.

في دراسة عن القلق الاحصائي وعلاقته بمفهوم الذات لدى عينة حجمها 520 طالبا وكانت النتائج على النحو الآتي:

مفهوم الذات / القلق	منخفض	عادي	مرتفع	Σ
0-10	1	5	40	46
11-21	2	10	160	172
22-32	6	70	90	*166*
33-43	18	50	20	88
44-54	25	12	11	48
				520

المطلوب: التحقق من صحة الفرض القائل لا يوجد ارتباط دال إحصائياً بين سمة القلق ومفهوم الذات.

الحل:

$$\begin{aligned} n_k = \big[& 1(10+160+70+90+50+20+12+11) \\ & +5(160+90+20+11) \\ & +10(0) \\ & +2(70+90+50+20+12+11) \\ & +10(90+20+11) \\ & +160(0) \\ & +6(50+20+12+11) \\ & +70(20+11) \\ & +90(0) \\ & +18(12+11) \\ & +50(11) \\ & +20(0)\big] = \end{aligned}$$

$$n_k = 1(423) + 5(281) + 2(253) + 10(121) + 6(93)$$
$$+ 70(23) + 18(23) + 50(11) = 6676$$

حساب قيمة n_p:

$$\begin{aligned} n_p = [&40(10+2+70+6+50+18+12+25) \\ &+5(2+6+18+25)+1(0) \\ &+160(70+6+50+18+12+25) \\ &+10(6+18+25)+2(0) \\ &+90(50+15+12+25) \\ &+70(15+25)+6(0) \\ &+20(12+25)+50(25)+18(0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_p &= 40(193)+5(51)+160(181)+10(49)+90(105) \\ &+70(43)+20(37)+50(25) \\ &= 7720+255+28960+490+9450+3010+740+1250 = 51875 \end{aligned}$$

ومنه يكون:

$$T_a = \frac{n_k - n_p}{0.5n(n-1)} = \frac{6676 - 51875}{0.5 \times 520(520.1)}$$

$$T_a = \frac{-45199}{134940} = -0.335$$

الارتباط سلبي بين سمة القلق ومفهوم الذات.

وللتحقق من الدلالة الإحصائية تحسب قيمة Z:

$$Z = \frac{n_k - n_p - 1}{\sqrt{\frac{n(n-1)(2n+5)}{18}}} = \frac{6676 - 51875 - 1}{\sqrt{\frac{520(520-1)(2 \times 520 + 5)}{18}}}$$

$$= \frac{-44495}{3958.287} = -11.42$$

إذا علمت أن القيمة الجدولية $Z_{1-\alpha}$ للدلالة الإحصائية عند مستوى 1% تساوي 2.33 وبمقارنة قيمة Z المحسوبة مع قيمة Z الجدولية نجد أن قيمة Z الفعلية أكبر من القيمة الجدولية. وبالتالي العلاقة عكسية ولكنها دالة إحصائياً وبالتالي نرفض الفرضية الصفرية القائلة بعدم وجود علاقة دالة، و إنما هناك علاقة عكسية بين القلق ومفهوم الذات لدى العينة

- معامل جاما:

لقد أشرنا فيما سبق إلى ظاهرة تكرار بعض القيم في نفس المتغير والتي أطلقنا علها حالة البيانات المتساوية (ذات الصلة) وحينما يصاحب ذلك عدد أزواج لقيم المتغيرين كبير فقد اقترح جودمان وكروسكال معاملاً أطلق عليه معامل جاما ويرمزله بـ v.

لتكن لدينا التقديرات الآتية في مادتي الإحصاء والرياضيات.

جيد	ممتاز	جيد	جيد	ممتاز	جيد	ممتاز	ممتاز	جيد	ممتاز	ممتاز	تقديرات الإحصاء
جيد	ممتاز	جيد	جيد	ممتاز	ممتاز	ممتاز	ممتاز	جيد	جيد	جيد	تقديرات الرياضيات

هذا وإذا ما تم التصنيف باستخدام الرتب نحصل على الرتب الآتية:

رتب الرياضيات	رتب الإحصاء	الرياضيات	الإحصاء	n
8.58	3.5	جيد	ممتاز	1
8.5	3.5	جيد	ممتاز	2
8.5	9	جيد	جيد	3
3	3.5	ممتاز	ممتاز	4
3	3.5	ممتاز	ممتاز	5
3	9	ممتاز	جيد	6
3	3.5	ممتاز	ممتاز	7
8.5	9	جيد	جيد	8
8.5	9	جيد	جيد	9
3	3.5	ممتاز	ممتاز	10
8.5	9	جيد	جيد	11

وفي هذه الحالة لا يكون من المناسب استخدام معامل ارتباط سبيرمان ومن المفضل استخدام معامل جاما. ويمكن تصنيف البيانات في جدول 2×2 كما يلي:

رياضيات / إحصاء	ممتاز	جيد	المجموع
ممتاز	a 4	b 2	6
جيد	c 1	d 4	5
المجموع	5	6	11

وبتطبيق قانون جامل نجد أن:

$$r = \frac{n_k - n_p}{n_k + n_p}$$

حيث أن:

n_k: حاصل ضرب عدد حالات الاتفاق (ممتاز ، ممتاز) × (جيد ، جيد).

n_p: حاصل ضرب عدد حالات الاختلاف (ممتاز ، جيد) × (جيد ، ممتاز)

وبتطبيق العلاقة نحصل على:

$$r = \frac{4\times 4 - 2\times 1}{4\times 4 + 2\times 1} = \frac{16-2}{16+2} = \frac{14}{18} = 0.78$$

أما الدلالة الإحصائية فتحسب بالعلاقة الآتية:

$$Z = r\sqrt{\frac{n_k + n_p}{n(1-r^2)}} = 0.78\sqrt{\frac{16+2}{11(1-0.78^2)}} = 1.594$$

وبمقارنتها مع القيمة الجدولية عند مستوى دلالة 5% والبالغة 1.645 نجد أن القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الجدولية وبالتالي تقبل الفرضية الصفرية القائلة إنَّ الفروق بين التقديرات ليست دالة إحصائياً.

أما في حالة جدول اقتران 4×4 فتحسب n_k فتحسب n_k و n_p كما يلي:

الدلالة الإحصائية لمعامل جاما:

يمكن تحديد الدلالة الإحصائية لمعامل جاما وذلك بتحويل قيمة r إلى Z للتوزيع الطبيعي المعياري عند مستوى الدلالة المطلوبة وتحسب الدلالة بالعلاقة الآتية:

$$Z = r\sqrt{\frac{n_k + n_p}{n(1-r^2)}}$$

حيث n: جميع أفراد المجموعة.

مثال

في دراسة للعلاقة بين الاتجاه نحو عمل المرآة والمستوى الاجتماعي لها حصلنا على البيانات الآتية:

المستوى الاجتماعي \ الاتجاه	أوافق بشدة	أوافق	أرفض	أرفض بشدة	Σ
مرتفع	10	8	-	2	20
متوسط	5	7	4	-	16
منخفض	6	1	8	10	25

المطلوب: التحقق من دلالة العلاقة بين الاتجاه والمستوى الاجتماعي عند مستوى معنوية 1% إذا علمت أن القيمة الجدولية 2.33.

الحل:

$$
\begin{aligned}
n_k &= 10(7+4+1+8+10) \\
&+(4+8+10) \\
&+0 \\
&+0 \\
&+5(1+8+10) \\
&+7(8+10)+4(10)+0 = \\
n_k &= 10(30)+8(22)+5(19)+7(18)+4(10) \\
&= 300+176+95+126+40 = 737
\end{aligned}
$$

حساب n_p:

$$
\begin{aligned}
n_p &= 2(4+7+5+8+1+6) \\
&+0 \\
&+8(5+6) \\
&+10(0) \\
&+0 \\
&+4(1+6) \\
&+7(6) \\
&+5(0)
\end{aligned}
$$

$$n_p = 2(31) + 8(11) + 4(7) + 7(6) \backslash$$

$$n_p = 62 + 88 + 28 + 42 = 220$$

ومنه نجد أن:

$$r = \frac{n_k - n_p}{n_k + n_p} = \frac{737 - 220}{737 + 220} = \frac{517}{957} = 0.54$$

حساب الدلالة الإحصائية:

$$Z = r\sqrt{\frac{n_k + n_p}{n\left(1 - r^2\right)}}$$

$$= 0.57\sqrt{\frac{737 + 220}{61\left(1 - 0.54^2\right)}} = 2.541$$

وبمقارنة قيمة Z لدلالة معامل جاما المحسوبة مع القيمة الجدولية عند مستوى دلالة 1% والبالغة 2.33 نجد أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية نرفض الفرضية الصفرية، وتقبل البديلة. ونستنتج بأن هناك علاقة طردية بين الاتجاه نحو عمل المرآة والمستوى الاجتماعي لها.

*حساب معامل الارتباط بين متغيرين اسمين:

5-معامل الاقتران الرباعي:

يستخدم هذا المعامل في حالة المتغيرات النوعية غير القابلة للقياس العددي الذي يقسم كل منها إلى حالتين فقط مثل /حضر – ريف/، /شارك لم يشارك/.

ويمكن ترتيب البيانات في جدول توافق 2×2 كما يلي:

المتغير x

المتغير y	x_1	x_2
	a	b
	c	d

حيث أن a, b, c, d هي المشاهدات في صورة تكرارات والموزعة على الأقسام المختلفة لهذين المتغيرين.

ويحسب معامل الاقتران الرباعي بالعلاقة الآتية:

$$C.a = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

حيث أن:

a: عدد الأفراد التي تقع في القسم الأول لكل من x و y.

b: عدد الأفراد التي تقع في القسم الأول من y والقسم الثاني من x.

c : عدد الأفراد التي تقع في القسم الأول من x والقسم الثاني من y.

d : عدد الأفراد التي تقع في القسم الثاني لكل من x و y.

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

الدلالة الإحصائية لمعامل الاقتران الرباعي:

تحسب بتحويل قيمة ca إلى قيمة Z في التوزيع الطبيعي المعياري وتحسب بالعلاقة الآتية:

$$Z = \frac{2.ca}{1-ca^2} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}}}$$

وتقارن قيمة ca المحسوبة مع قيمة Z_α **عند مستوى الدلالة المطلوب أي تقارن مع** ∓ 1.96 **للتحقق من الدلالة عند 5% وتقارن أيضاً مع** ∓ 2.58 **للتحقق من الدلالة عند 1%.**

مثال (6-35):

كانت بيانات الاستجابة على سؤالين من أسئلة اختبار ايزنك للشخصية على النحو الآتي:

X \ y	نعم	لا	Σ
نعم	a 5	b 9	a+b=14
لا	c 16	d 7	c+d=23
Σ	a+c=21	b+d=16	37

المطلوب: حساب ارتباطات استجابات أفراد العينة على هذين السؤالين ودلالتهما الإحصائية.

الحل:

$$Ca=\frac{ad-bc}{ad+bc}=\frac{5\times 7-16\times 9}{5\times 7+16\times 9}$$

$$Ca=\frac{35-144}{35+144}=\frac{-109}{179}=-0.61$$

الارتباط مقبول ولكنه عكسي. ولمعرفة الدلالة الإحصائية تحسب قيمة Z.

$$Z=\frac{2\times -0.61}{1-0.61^2}\times\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{1}{7}+\frac{1}{5}+\frac{1}{9}}}=-0.889\times 1.3915=-1.237$$

وهي أقل من $Z_{\alpha 0.05}$ ومن ثم فهي ذات دلالة إحصائية لكن العلاقة عكسية بين استجابات عينة الدراسة على السؤال الأول واستجاباتهم على السؤال الثاني بمعنى من أجاب بنعم على السؤال الأول يميل للإجابة على السؤال الثاني.

- معامل ارتباط فاي ϕ :

إذا كانت البيانات في صورة متغيرين ينقسم كل منهما انقساماً ثنائياً في صورة اسمية مثل /صح/خطأ، (نعم، لا)، (1، صفر)، (ذكر، أنثى)، (رسوب، نجاح)... أو حولت المتغيرات المتصلة إلى متغيرات ثنائية.

مثال

إذا كان لدينا إجابة ثنائية نعم، لا على سؤالين مختلفين أو بندين من بنود استبيان أو اختبار نفسي وكان الهدف معرفة الارتباط بين الاستجابات على هذين البندين.

السؤال x: أشعر بالتوتر أثناء الامتحان: نعم، لا.

السؤال y: أنام بسهولة بعد الامتحان: نعم، لا.

وترتب النتائج في جدول تو افق 2×2 كما يلي:

X / y	نعم	لا	Σ
نعم	a	b	a+b
لا	c	d	c+d
Σ	a+c	b+d	N

حيث أن a , b, c, d هي المشاهدات في صورة تكرارات ولتكراراتها كما هو الحال في معامل الاقتران الرباعي.

أما معامل ارتباط فاي ϕ يحسب بالعلاقة الآتية:

$$\phi=\frac{ad-bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} \qquad (68\text{-}6)$$

وتحسب دلالته الإحصائية بالعلاقة الآتية:

$$Z=\phi\sqrt{n}$$

وتقارن قيمة Z الفعلية مع قيمة Z_{α} النظرية مع القيمة ∓1.96 أو ∓2.58 عند مستوى دلالة 5% و 1%.

مثال

أراد باحث قياس اتجاهات كل من الأزواج والزوجات حول تحديد النسل في الأسرة وأراد معرفة المؤيدين والمعارضين لتحديد النسل وتنظيم الأسرة فأخذ عينة مؤلفة من 80 رجلاً وعينة مؤلفة من 50 إمرأة وبعد تصحيح الإجابات حصل على البيانات الآتية:

الجنس / الاتجاه	ذكور	إناث	Σ
مؤيد	50	35	85
معارض	30	15	45
Σ	80	50	130

الحل: بتطبيق معامل فاي نحصل على:

$$\phi = \frac{50 \times 15 - 30 \times 35}{\sqrt{85 \times 45 \times 50 \times 80}} = \frac{750 - 1050}{3911.52}$$

$$\phi = \frac{-300}{3911.52} = -0.0766 \approx -0.08$$

وهو معامل ارتباط ضعيف جداً وسالب ولحساب دلالته الإحصائية:

$$|Z| = \phi\sqrt{n} = -0.08\sqrt{130} = 0.8744$$

وبمقارنة قيمة Z المحسوبة مع $Z_{\alpha 0.05}$ والبالغة 1.96 نجد أن قيمة Z الفعلية أصغر وسالبة وهذا دليل على عدم وجود فروق جوهرية ودالة إحصائياً بين اتجاهات الجنسين لتحديد النسل وتنظيم الأسرة.

وبما أن إشارة دالة الاختبار سالبة فهذا يدل على أن الاقتران بين أفراد الجنس واتجاه المرأة يسير بالاتجاه المعاكس لاتجاه الذكور الوارد في الجدول (ذكور ← إناث) أي أن التأييد هو من جانب الإناث وليس الذكور.

7- معامل التوافق (التصاحب):

يستخدم معامل التوافق لقياس العلاقة بين الظواهر غير القابلة للقياس العددي بعد تبويبها في صورة جداول تكرارية مزدوجة عدد خلايا أعمدتها أو صفوفها أكثر من 2 مثال: تقسيم بعض السمات إلى أكثر من سمتين /متزوج – أعزب – مطلق/. الجنسية (سوري- مصري- لبناني). أو بتغير نوع الجنح (سرقة – جنس – تعاطي – قتل)..

المعامل المستخدم لقياس مثل هذه الظواهر يسمى بمعامل التوافق وهو أعم من معامل الاقتران الرباعي ويحسب بالعلاقة الآتية:

$$Cc = \sqrt{1 - \frac{1}{G}}$$

حيث أن:

$$G = \text{مجموع} \frac{\text{مربع تكرار كل خلية}}{\text{مجموع التكرارات لعمود تلك الخلية} \times \text{مجموع التكرارات لصف نفس الخلية}}$$

الدلالة الإحصائية لمعامل التوافق:

تحسب الدلالة بالعلاقة الآتية:

$$X^2 = \frac{n \times Cc^2}{1 - Cc^2}$$

حيث تقارن قيمة مربع كاي الفعلية مع قيمة مربع كاي النظرية عند درجات الحرية

$$d.f = (m-1)(n-1)$$

أي عدد الأعمدة m-1 وعدد الأسطر n-1 .

وحيث أن: n : عدد أفراد العينة. و Cc^2: مربع معامل التوافق.

مثال:

في دراسة عن جناح الأحداث جمع باحث بيانات عن العمر ونوع الانحراف في سبيل التحقق من الفرض القائل / لا يوجد ارتباط دال بين العمر ونوع الانحراف وحصل على البيانات الآتية:

الانحراف \ العمر	8-10	11-13	14-16	Σ
سرقة	25	12	4	41
جنس	15	80	5	100
تعاطي	6	5	125	136
Σ	46	97	134	277

الحل:

بتطبيق معامل التوافق نحصل على:

$$G=\frac{25^2}{46\times 41}+\frac{12^2}{97\times 41}+\frac{4^2}{134\times 41}+\frac{15^2}{46\times 100}+\frac{80^2}{97\times 100}+\frac{5^2}{134\times 100}+\frac{6^2}{46\times 136}+\frac{5^2}{97\times 136}+\frac{125^2}{134\times 136}$$

$$G=0.332+0.04+0.00291+0.049+0.66+0.0019+0.0058+0.0019+0.86=1.95351$$

ومنه يكون معامل التوافق:

$$Cc = \sqrt{1-\frac{1}{G}} = \sqrt{1-\frac{1}{1.+95351}} =$$

$$Cc = \sqrt{0.4881} = 0.6986$$

وبحساب دلالته الإحصائية نجد أن:

$$X^2 = \frac{n \times Cc^2}{1-Cc^2} = \frac{227 \times 0.6986^2}{1-0.6986^2}$$

$$X^2 = \frac{135.20}{0.51196} = 264.08$$

وبمقارنة قيمة x^2 الفعلية مع قيمة x^2 الجدولية عند درجات الحرية

$d.f = (3-1)(3-1) = 4$ أي عند أربع درجات حرية ومستوى دلالة 5% والبالغة 9.49 وعند 1% 13.28 نجد أن القيمة المحسوبة أكبر بكثير من القيمة الجدولية وبالتالي نرفض الفرضية القائلة بعدم وجود ارتباط بين الانحراف والعمر وتقبل الفرض البديل ونستنتج بالتالي وجود ارتباط جوهري ودال إحصائياً بين نوع الانحراف والعمر.

-معامل كرايمر:

يستخدم للكشف عن العلاقة بين المتغيرات الاسمية (نوعية – كيفية) وقد قدم كرايمر معاملاً آخر للتوافق على الشكل الآتي:

$$C_r = \sqrt{\frac{G-1}{k-1}}$$

حيث أن:

G: كما هو حال معامل التوافق.

K: العدد الأقل للصفوف أو الأعمدة.

أما إذا كان الجدول مؤلفاً فقط من صفين وعمودين 2×2 فيحسب معامل كرايمر بالعلاقة الآتية:

$$C_r = \sqrt{G-1}$$

أما الدلالة الإحصائية فتحسب بالعلاقة الآتية:

$$X^2 = \frac{nC_r^2}{1-C_r^2}$$

عند درجات حرية $d.f = (m-1)(n-1)$ كما هو الحال في معامل التوافق.

مثال

في دراسة عن دور البرامج المقصودة على مفهوم الذات حصل باحث على البيانات الآتية من تطبيق تجربة على عينة مؤلفة من 229 فرد كما في الجدول الآتي:

البرامج / مفهوم الذات	A	B	C	Σ
مرتفع	40	60	35	135
متوسط	30	25	35	90
منخفض	8	7	15	30
Σ	78	92	85	225

المطلوب: الكشف عن الارتباط ودلالته بين البرنامج ومفهوم الذات.

الحل:

$$G=\frac{40^2}{78\times135}+\frac{60^2}{92\times135}+\frac{35^2}{85\times135}$$
$$+\frac{30^2}{78\times90}+\frac{25^2}{92\times90}+\frac{35^2}{85\times90}$$
$$+\frac{8^2}{78\times30}+\frac{7^2}{92\times30}+\frac{15^2}{85\times30}$$
$$G=0.16+0.29+0.11+0.13+0.08+0.16$$
$$+0.03+0.018+0.088=1.066$$

ومنه نجد معامل كرايمر

$$C_r = \sqrt{\frac{1.066-1}{3-1}} = \sqrt{0.033} = 0.1817$$

أي هناك ارتباط ضعيف لكن لابد من التأكد من دلالته الإحصائية:

$$x^2 = \frac{nC_r^{\ 2}}{1-C_r^{\ 2}} = \frac{255\times 0.1817^2}{1-0.1817^2}$$

$$x^2 = \frac{8.415}{0.967} = 8.702$$

وبمقارنة قيمة x^2 المحسوبة مع قيمة x_α^2 عند درجات الحرية

$d.f = (m-1)(n-1) = (3-1)(3-1) = 4$ وقيمة $x^2_{(0.05,4)} = 9.49$ نجد أن x^2 الفعلية أصغر من x_α^2 النظرية ونستنتج أن الارتباط بين البرامج والتأثير على مفهوم الذات غير دال إحصائياً. أي ليس للبرامج الموجهة من تأثيردال على وضع أو حالة مفهوم الذات لدى الأطفال.

تدريبات

1- ليكن لدينا جدول يبين خمس مناطق عدد المدخنين وعدد المصابين بمرض سرطان الرئة.

المناطق	A	B	C	D	E
عدد المدخنين X	12	16	10	8	20
عدد المرضى Y	10	14	9	7	16

والمطلوب :

- رسم شكل الانتشار.
- حساب معادلة انحدار Y على X .
- حساب معادلة انحدار X على Y .
- حساب الخطأ المعياري للتقدير .
- حساب التباين الكلي.
- حساب معامل الارتباط ومعامل التحديد .
- تقدير عدد المصابين إذا كان عدد المدخنين ***30*** وكانت درجة الثقة ***95 %***.
- اختبار معنوية معامل الارتباط بمستوى دلالة ***5 %*** .

10- أخذت مؤشرات التطور الحاصل خلال السنوات الخمس الأخيرة لـ 7 بلديات لكل من متغيّر تطور نسب الأثاث في التعليم الجامعي ولنرمز له بالرمز y ونسبة زيادة معدل دخل الأسرة السنوي ولنرمز له بـ x وحصلنا على المعطيات الآتية:

$$n = 7 \quad ، \quad \sum x = 91 \qquad \sum y = 116$$

$$\sum x.y = 1660 \qquad \sum x^2 = 1357$$

المطلوب: أوجد معادلة انحدار y على x.

11- يبين الجدول الآتي الطول x والوزن y لمجموعة من الطلاب:

الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الطول x	99	123	131	108	112	106	98	113	101	118
الوزن y	50	72	74	65	63	60	54	70	57	66

- أوجد معادلة انحدار y على x.
- أوجد معادلة انحدار x على y.
- ماهو الوزن y إذا كان الطول x=125.
- أوجد معامل الارتباط ودلالته الإحصائية عند مستوى 5% إذا علمت أن القيمة 3.206 بين الطول والوزن.
- أوجد مجال الثقة للقيمة المقدرة عند مستوى 5% إذا علمت أن القيمة الجدولية 1.96.

- في دراسة للعلاقة بين المستوى التعليمي وعدد الأبناء حصلنا على البيانات الآتية:

المستوى التعليمي / عدد الأبناء	جامعي	ثانوي	إعدادي
نعم	55	200	*
لا	55	100	200
Σ	-	55	55

المطلوب: أوجد معامل الاقتران الرباعي دلالته الإحصائية عند مستوى 5% إذا علمت أن القيمة الجدولية 1.96.

- أراد باحث التحقق من صحة الفرض القائل لا توجد علاقة دالة إحصائياً بين التخصص والمستوى الاجتماعي للأسرة نحصل على البيانات الآتية:

المستوى / التخصص	مرتفع	متوسط	منخفض
علمي	30	10	4
أدبي	8	13	25
Σ			

وذلك باستخدام معامل كرايمر ودلالته الإحصائية عند مستوى معنوية 5% إذا علمت أن قيمة $x_{\alpha}^{2}=5.99$ وعند مستوى معنوية 1% فكانت $x_{\alpha}^{2}=9.21$ وفسر النتائج

جَـامعة
المَـنارة
MANARA UNIVERSITY