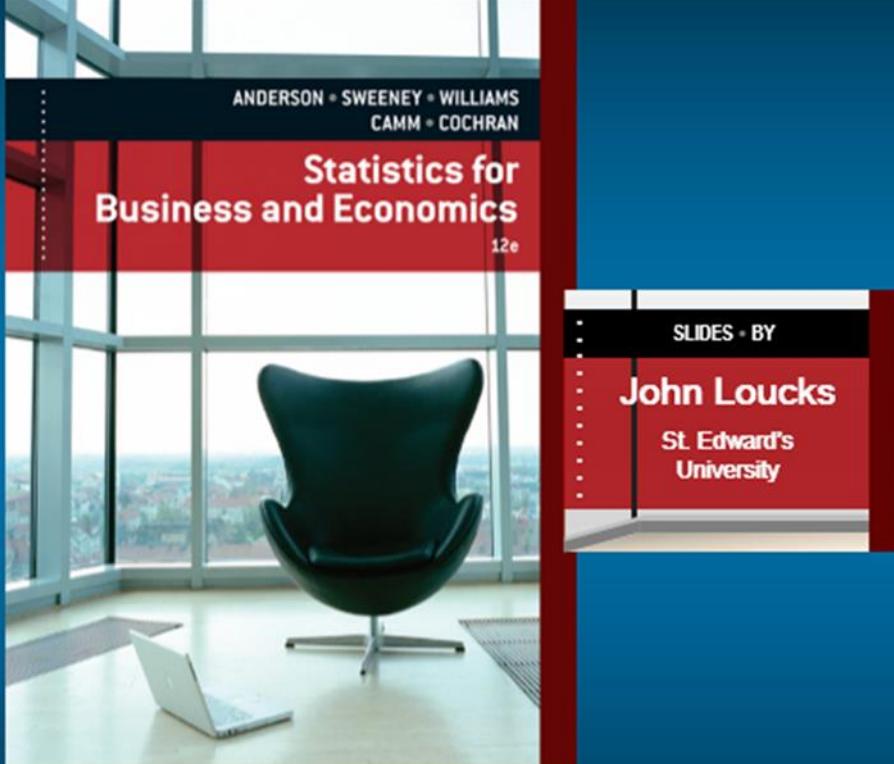


كلية إدارة الاعمال

الإحصاء 2 Statistics 2

الأستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب

محاضرة رقم 6



© 2014 Cengage Learning. All Rights Reserved. May not be scanned, copied or duplicated, or posted to a publicly accessible website, in whole or in part.

Slide 1

الفصل الثاني للعام 2024-2025

الأرقام القياسية

INDEX NUMBERS

-تعريف الرقم القياسي:

الرقم القياسي: هو عبارة عن قيمة نسبية مرتبطة مع الزمن، وهذه القيمة النسبية نحصل عليها نتيجة قسمة قيمة الظاهرة في فترة معينة (فترة المقارنة) على قيمة الظاهرة في فترة أخرى (فترة الأساس) ونضرب الناتج ب 100 للحصول على نسبة مئوية. غالباً تفاصي الفترات الزمنية في الظواهر الاقتصادية عامة بالسنوات، لذلك سنتطلع إلى استخدام السنة عوضاً عن الفترة في دراستنا القادمة. وبالتالي يمكن أن نعرف الرقم القياسي على الشكل الآتي:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{قيمة الظاهرة في فترة (سنة) المقارنة}}{\text{قيمة الظاهرة في فترة (سنة) الأساس}} \times 100$$

2- أنواع الأرقام القياسية:

نقسم الأرقام القياسية إلى عدة أنواع وذلك حسب عدّات مختلفة ذكر منها الآتي:

1- الأرقام القياسية حسب علاقتها بسنة الأساس:

هناك نوعان من الأرقام القياسية حسب علاقتها بسنة الأساس هما:

1- الأرقام القياسية ذات الأساس الثابت:

وهي الأرقام القياسية الناتجة عن تقسيم كل قيم الظاهرة خلال عدة سنوات، على قيمة الظاهرة في سنة معينة تعدّ سنة أساس غالباً ما تكون السنة الأولى في السلسلة ، وتحسب من العلاقة الآتية:

$$I = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100$$

2-الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك:

$$I = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100$$

وهنا نلاحظ أن الأرقام القياسية ذات الأساس الثابت تقيس معدل تغير الظاهرة في كل عام مقارنة مع سنة الأساس المعتبرة، وهي ذات مجموع تراكمي.

أما الأرقام القياسية ذات الأساس المتحرك، فتقيس معدل تغير الظاهرة في كل عام نسبة إلى العام السابق له. وقد ورد الحديث عن هذه الأشكال من الأرقام القياسية في بحث السلسل الزمنية.

2-الأرقام القياسية حسب تركيبها:

وهي تقسم حسب هذا المعيار أيضاً إلى قسمين هما:

1-الأرقام القياسية البسيطة:

وهي الأرقام القياسية التي تحسب بشكل بسيط، دون تثقيل، أي دون تثقيلها بأوزان المرافقه لها، فمثلاً نحسب الأرقام القياسية دون تثقيل بكمياتها، أو نحسب الأرقام القياسية ل الكميات دون تثقيلها بأسعارها.

2-الأرقام القياسية المثلقة (أو المرجحة):

وهي الأرقام القياسية التي يتم حسابها بعد تثقيل قيمة الظاهرة بأوزان معينة تتناسبها، لعكس أثر هذه الأوزان على الظاهرة ذاتها. حساب الأرقام القياسية للأسعار بعد تثقيلها بالكميات المستهلكة منها، أو العكس، حساب الأرقام القياسية ل الكميات بعد تثقيلها بأسعارها.

2-3-الأرقام القياسية حسب شمولها:

وهنا نلاحظ أيضاً أن هناك نوعين من الأرقام القياسية حسب شمولها هما:

1-الأرقام القياسية المفردة:

وهي الأرقام القياسية التي تحسب لكل ظاهرة على حدة، كأن نحسب الأرقام القياسية لسعر سلعة واحدة فقط.

2-الأرقام القياسية التجميعية:

وهي الأرقام القياسية التي تحسب لمجموعة ظواهر في آن واحد، كأن نحسب الأرقام القياسية لأسعار مجموعة من السلع في وقت واحد.

و هنا نذكر بأن الأرقام القياسية المفردة أو التجميعية، يمكن أن تكون بسيطة أو مقلة (مرجحة)، وكذلك يمكن أن تكون بالأساس الثابت أو بالأساس المتحرك

4- الأرقام القياسية حسب طبيعة المؤشر المدروس:

حسب طبيعة المؤشر المدروس في الأرقام القياسية، نلاحظ أن هناك أنواع عديدة للأرقام القياسية، تتغير بتغيير الظاهرة المدروسة، فهناك الأرقام القياسية للأسعار، الأرقام القياسية للكميات، الأرقام القياسية للإنتاج الزراعي أو الصناعي، الأرقام القياسية للناتج القومي الصافي أو الإجمالي، ... الخ. وكل هذه الأنواع لا تختلف طريقة حسابها ببعضها عن بعض إلا بتغيير الظاهرة المدروسة. ولكن في المجال الاقتصادي كثيراً ما نحتاج إلى نوعين رئيين من الأرقام القياسية حسب طبيعة المؤشر المدروس، هما:

1- الأرقام القياسية للأسعار:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغيرات أسعار سلعة أو مجموعة من السلع خلال فترة زمنية معينة وهي أيضاً يمكن أن تكون بسيطة أو مقلة، وكذلك مفردة أو تجميعية.

– الأرقام القياسية للكميات:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغيرات الكميات الخاصة بسلعة أو مجموعة من السلع خلال فترة زمنية معينة، وهي أيضاً يمكن أن تكون بسيطة أو مقلة، وكذلك مفردة أو تجميعية. كما يمكن أن نواجه في بعض الحالات أنواع أخرى من الأرقام القياسية التي ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالأرقام القياسية للأسعار أو الكميات، منها: الأرقام القياسية لقيم النقدية، الأرقام القياسية للتضخم النقدي، الأرقام القياسية لقوة الشرائية للعملة.

وفيما سوف نعرض هذه الأرقام القياسية بشيء من التفصيل وكذلك سوف نتعرف على الطرائق المختلفة لحساب هذه الأرقام وما تميز به كل طريقة.

– الأرقام القياسية للأسعار:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغير أسعار السلع خلال فترتين زمنيتين أو خلال سنتين مختلفتين. وسندرسها على الشكل التالي:

– الأرقام القياسية البسيطة للأسعار:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغير أسعار سلعة واحدة أو أكثر خلال سنتين مختلفتين، ونقسم إلى أرقام قياسية بسيطة مفردة وأرقام قياسية متعددة (تجميعية).

81-الأرقام القياسية البسيطة والمفردة للأسعار:

وهي الأرقام القياسية التي تقيس تغير سعر سلعة معينة خلال سنتين مختلفتين وتحسب بالعلاقة الآتية:

$$I_p = \frac{P_t}{P_0} \cdot 100 \quad \text{حيث:}$$

I_p : الرقم القياسي

P_t : سعر السلعة في سنة المقارنة

P_0 : سعر السلعة في سنة الأساس

مع العلم أن سنة الأساس يمكن أن تكون أية سنة من السنوات سواء تسبق سنة المقارنة مباشرة، أو أية سنة أخرى. يمكن حساب هذا الرقم لأية سلعة من السلع لمعرفة تغير سعرها خلال فترة الدراسة. كما ويمكن حسابه لنفس السلعة وفي نفس الفترة ولكن في أماكن مختلفة وذلك للوقوف على مدى تغير أسعار السلعة المدرosaة بين المناطق المختلفة في البلد.

مثال

نفرض لدينا أسعار الكيلو غرام الواحد من حديد البناء في المحافظات:

دمشق - حلب - طرطوس، خلال السنين 2023-2024 كما هي واردة في الجدول الآتي:

الجدول (8-1) أسعار الحديد في عدة محافظات خلال عامي 2023-2024 بالليرات السورية

العام \ المحافظة	دمشق	حلب	طرطوس
2024	35	30	28
2023	45	38.5	40

المصدر: فرضي

المطلوب:

حساب الأرقام القياسية لتغير أسعار الحديد في المحافظات الثلاث خلال الفترة المذكورة والمقارنة بينها.

الحل:

$$I_p = \frac{45}{35} \cdot 100 = 128.57\%$$

$$I_p = \frac{38.5}{30} \cdot 100 = 128.33\%$$

$$I_p = \frac{40}{28} \cdot 100 = 142.86\%$$

نلاحظ انه رغم اختلاف الأسعار في المحافظات الثلاث إلا أن الأرقام القياسية بينت ما يلي:

في دمشق ارتفع سعر الحديد في عام 2024 عنه في عام 2023 بمقدار 28.57%， وهذا التغير قريب جداً من ارتفاع سعر الحديد في حلب والبالغ 28.33%， بينما الارتفاع في السعر كان في طرطوس اكبر أو بلغ 42.86%. ومن خلال مقارنة بسيطة نستنتج مبدئياً أن الطلب على الحديد في طرطوس كان اكبر مما أدى إلى ارتفاع سعره بشكل اكبر من باقي المحافظات الذي يدل أيضاً على نشاط الحركة العمرانية في طرطوس بشكل اكبر أيضاً من باقي المحافظات.

2- الأرقام القياسية البسيطة والمتمدة للأسعار:

هي الأرقام القياسية التي تدرس تغيرات أسعار مجموعة سلع دفعه واحدة خلال سنتين مختلفتين، كأن ندرس تغيرات أسعار السلع الغذائية للمواطن خلال فترة معينة، وتحسب على الشكل الآتي:

$$P_{t1}, P_{t2}, P_{t3}, \dots, P_m$$

وبفرض أسعار هذه السلع في سنة الأساس هي:

$$P_{01}, P_{02}, P_{03}, \dots, P_{0n}$$

فإن الرقم القياسي البسيط والمتمدة للأسعار يحسب على الشكل الآتي:

$$I_p = \frac{P_{t1} + P_{t2} + P_{t3} + \dots + P_m}{P_{01} + P_{02} + P_{03} + \dots + P_{0n}} \cdot 100 = \frac{\sum_{i=1}^n P_{ti}}{\sum_{i=1}^n P_{0i}} \cdot 100$$

ويمكن أن نكتب هذه العلاقة، وجميع العلاقات اللاحقة بشكل مختصر، على الشكل الآتي:

$$I_p = \frac{\sum P_t}{\sum P_0} \cdot 100$$

مثال

بفرض لدينا المعلومات التالية عن أسعار بعض السلع الغذائية في عامي 2023,2024 والمدونة في الجدول الآتي:

الجدول يبين أسعار بعض السلع الغذائية في عامي 2023-2024 بالليرات السورية

السلعة	الخبز	السكر	الشاي	الارز	لحم عجل
العام					
2023	15	18	160	35	250
2024	20	27	250	55	425

المصدر: فرضي

المطلوب:

حساب الرقم القياسي البسيط والمتعدد لأسعار السلع المذكورة أعلاه.

الحل:

باستخدام العلاقة

$$I_p = \frac{20+27+250+55+425}{15+18+160+35+250} \cdot 100 = \frac{777}{478} \cdot 100 = 162.55\%$$

نلاحظ من الرقم القياسي أن أسعار المواد المذكورة قد ارتفعت بشكل عام بمقدار 62.55% في عام 2024 عنها في عام 2023. ولكن نلاحظ أن هذا الرقم، ورغم بساطته، فهو لا يعبر بشكل صحيح وصادق عن مستوى تغير الأسعار خلال الفترة المذكورة، وذلك لأن هذه الصيغة تفترض أن هذه السلع تستهلك بكميات مختلفة من قبل المواطن، فالموطن على سبيل المثال يستهلك 10 كغ من السكر شهرياً، بينما لا يستهلك شهرياً سوى 2 كغ من اللحم. وبالتالي كان لا بد منأخذ هذه الكميات المستهلكة من هذه السلع بعين العد، واستخدامها كتثبيلات، وذلك للتعبير الحقيقي عن مستوى تغير الأسعار، وهذا ما سوف ندرسه في الفقرة التالية.

2-الأرقام القياسية المرجحة (المثلقة) للأسعار:

هذه الأرقام القياسية تتميز عن سابقتها بأننا - كما ذكرنا - نتقل (نرجم) أسعار المواد المستهلكة، بكميات استهلاكها الشهري أو الأسبوعي أو السنوي، وذلك بهدف معرفة التغير الحقيقي للأسعار، والذي يؤدي أيضاً إلى تغير كميات الاستهلاك.

وبما أن الكميات المستهلكة تتغير تبعاً لتغير الأسعار، فإننا يمكن أن نستخدم هنا الكميات المستهلكة في سنة الأساس أو سنة المقارنة، أو متوسط هذه الكميات، أو كميات أخرى. لذلك نجد أن هناك عدة طرق لحساب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار تبعاً للكميات المستخدمة في الترجيح وذلك على الشكل الآتي:

ولكن قبل ذكر هذه الطرائق سنصلح على استخدام الرموز التالية:

الجدول (3-8) الرموز المستخدمة في حساب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار

البيان \ رقم السلعة	1	2	3	n
أسعار سنة الأساس	P_{01}	P_{02}	P_{03}	P_{0n}
أسعار سنة المقارنة	P_{t1}	P_{t2}	P_{t3}	P_{tn}
كميات سنة الأساس	q_{01}	q_{02}	q_{03}	q_{0n}
كميات سنة المقارنة	q_{t1}	q_{t2}	q_{t3}	q_{tn}

المصدر: المؤلف.

1- رقم (لاسبيير) للأسعار (Laspeyre)

افرض (لاسبيير) أن كميات الاستهلاك لا تتغير عند تغير الأسعار وبالتالي فهو استخدم كميات سنة الأساس كأوزان للترجيح، أي أنه يدرس تغير الأسعار، بغض النظر عن تغير كميات الاستهلاك، وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_L = \frac{P_{t1}q_{01} + P_{t2}q_{02} + P_{t3}q_{03} + \dots + P_{tn}q_{0n}}{P_{01}q_{01} + P_{02}q_{02} + P_{03}q_{03} + \dots + P_{0n}q_{0n}} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_L = \frac{\sum P_t q_0}{\sum P_0 q_0} \cdot 100$$

رقم (باش) للأسعار (Paasche)

افرض (باش) بأن التغيرات التي تحدث في كميات الاستهلاك نتيجة تغير الأسعار، تعكس بشكل واضح، التغير النسبي للأسعار، ولذلك فقد فضل ترجيح الأسعار بالكميات المستهلكة في سنة المقارنة، وبالتالي فقد اقترح الصيغة التالية لحساب الرقم القياسي المرجح للأسعار:

$$I_p = \frac{P_{t1}q_{t1} + P_{t2}q_{t2} + P_{t3}q_{t3} + \dots + P_{tn}q_{tn}}{P_{01}q_{t1} + P_{02}q_{t2} + P_{03}q_{t3} + \dots + P_{0n}q_{tn}} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_p = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \cdot 100$$

3- رقم (مارشال) للأسعار (Marshall) أو (ادجورث) (Edgeworth):

إن رقمي (لاسيير) و(باش) لاقيا انتقادات كثيرة، وكان هناك جدل كبير حول سبب اختيار كل منهم للأوزان المستخدمة في الترجيح. ولذلك حاول العالم (مارشال) حل هذا الخلاف باستخدام متوسط الكميات المستخدمة في سنتي الأساس والمقارنة، كأوزان للترجيح.

ونظراً لخواص الرياضية للكسور، والخاصة التجميعية لعملية الضرب، فقد آلت الصيغة التي اقترحها

(مارشال) لحساب الرقم القياسي للأسعار إلى الشكل الآتي:

$$I_M = \frac{p_{t1}(q_{01} + q_{t1}) + p_{t2}(q_{02} + q_{t2}) + p_{t3}(q_{03} + q_{t3}) + \dots + p_m(q_{0n} + q_{tn})}{p_{01}(q_{01} + q_{t1}) + p_{02}(q_{02} + q_{t2}) + p_{03}(q_{03} + q_{t3}) + \dots + p_{0n}(q_{0n} + q_{tn})} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر:

$$I_M = \frac{\sum p_t (q_0 + q_t)}{\sum p_0 (q_0 + q_t)} \cdot 100$$

4- رقم (فيشر) للأسعار (Fisher):

يسمى أيضاً الرقم القياسي المثل للأسعار، حيث اقترح صيغة لحل مشكلة التقىيل بكميات سنة الأساس (لاسيير) أو كميات سنة المقارنة (باش)، حيث اقترح أن يتم حساب الوسط الهندسي لرقمي (لاسيير) و

(باش) وهذه القيمة هي أفضل من الناحية الرياضية من قيمة الرقم القياسي التي اقترحها (مارشال) لذلك

سمى هذا الرقم -الرقم القياسي الأمثل- وهو يحسب بالصيغة الآتية:

$$I_F = \sqrt{I_L \cdot I_p}$$

أي:

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}} \cdot 100$$

٥- رقم (دروبش) للأسعار (Drobish)

هذا الرقم القياسي ليس بأهمية الأرقام القياسية التي سبقته، ولكنه يفيد في بعض الحالات ، حيث قيمته تساوي الوسط الحسابي لقيمتين رقمي (لاسبير) و (باش)، وكما هو معلوم أن الوسط الهندسي أفضل من الوسط الحسابي عندما تكون القيم على شكل قياسات نسبية والأرقام القياسية هي أرقام نسبية، وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_D = \frac{1}{2} (I_L + I_p)$$

$$I_D = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum P_t q_0}{\sum P_0 q_0} + \frac{\sum P_t q_t}{\sum P_0 q_t} \right) \cdot 100$$

ملاحظة:

إن قيم الأرقام القياسية لكل من (فيشر) و(مارشال) و(دروبش) قريبة بعضها من بعض، وهي جميعها تقع بين قيمتي رقمي (لاسبير) و(باش)، لأنها تنتج عنها بشكل أو بآخر عن طريق أحد الأوساط، أي

$$I_p \leq I_M \leq I_L \quad I_L \leq I_M \leq I_p$$

ذلك:

$$I_p \leq I_F \leq I_L \quad I_L \leq I_F \leq I_p$$

وكذلك أيضاً:

$$I_p \leq I_D \leq I_L \quad I_L \leq I_D \leq I_p$$

6-الرقم القياسي النموذجي للأسعار:

هذا الرقم القياسي يستخدم كأوزان للترجح، كميات استهلاك نموذجية، وهذه الكميات قد تكون كميات الاستهلاك من سنة معينة تعد سنة طبيعية، لم تحدث فيها تغيرات تؤثر بشكل أو بآخر، على كميات الاستهلاك العادلة للإنسان الطبيعي، أو قد تكون كميات متوسطة ، حسبت وفق دراسات معينة، وتعبر عن الاستهلاك العادي أو الطبيعي للإنسان يعيش حياة طبيعية متوسطة. وتتقلل الأسعار في سنتي المقارنة والأساس بهذه الكميات، وبالتالي يمكن حساب الرقم القياسي النموذج للأسعار، وفق ما يلي:

$$I_w = \frac{p_{t1}w_1 + p_{t2}w_2 + p_{t3}w_3 + \dots + p_{tn}w_n}{p_{o1}w_1 + p_{o2}w_2 + p_{o3}w_3 + \dots + p_{on}w_n} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_w = \frac{\sum p_t \cdot w}{\sum p_o \cdot w} \cdot 100$$

حيث: W_i كميات الاستهلاك من السلع التي تدخل تركيب الرقم القياسي.

مثال

بفرض لدينا المعلومات التالية عن أسعار مجموعة من السلع وكميات الاستهلاك الشهري منها، حسب ما هو وارد في الجدول الآتي:

الجدول أسعار وكميات استهلاك مجموعة من السلع

البيان	السلع	الخبز	السكر	الشاي	الحليب	اللحم
أسعار السلع في سنة الأساس	P_0	10	18	160	10	200
أسعار السلع في سنة المقارنة	P_t	15	30	250	20	350
كميات الاستهلاك من السلع في سنة الأساس	q_0	15	6	1.5	15	4
كميات الاستهلاك من السلع في سنة المقارنة	q_t	15	4	1.3	14	3
كميات الاستهلاك من السلع في سنة نموذجية	W	15	5	1	18	2.5

المصدر: فرضي

والمطلوب:

حساب جميع الأرقام القياسية المرجحة للأسعار والمقارنة بينها.

الحل:

حساب هذه الأرقام القياسية نحتاج الجدول المساعد الآتي:

جدول مساعد لحساب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار

السلع البيان	$p_o q_o$	$p_t q_o$	$p_o q_t$	$p_t q_t$	$p_o (q_o + q_t)$	$p_t (q_o + q_t)$	$p_o q_w$	$p_t q_w$
الخبز	150	225	150	225	300	450	150	225
السكر	108	180	72	120	180	300	90	150
الشاي	240	375	208	325	448	700	160	250
الحليب	150	300	140	280	290	580	180	360
اللحم	800	1400	600	1050	1400	2450	500	875
\sum	1448	2480	1170	2000	2618	4480	1080	1860

1- رقم (لاسيير) للأسعار:

$$I_L = \frac{\sum p_t q_o}{\sum p_o q_o} \cdot 100 = \frac{2480}{1448} \cdot 100 = 171.27\%$$

أي أن الأسعار ارتفعت بمقدار 71.27% في سنة المقارنة مما كانت عليه في سنة الأساس، وذلك بنفس كميات استهلاكها في سنة الأساس.

2- رقم (باش) للأسعار:

$$I_p = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_t} \cdot 100 = \frac{2000}{1170} \cdot 100 = 170.94\%$$

أي الأسعار ارتفعت بمقدار 70.94% في سنة المقارنة مما كانت عليه في سنة الأساس ، وذلك حسب كميات استهلاكها في سنة المقارنة. وهنا نذكر أنه ليس بالضرورة أن يكون رقم باش أصغر من رقم لاسيير، فمن الوارد في بعض الأحيان أن يكون عكس ذلك.

3- رقم (مارشال) للأسعار:

$$I_M = \frac{\sum p_t (q_0 + q_t)}{\sum p_0 (q_0 + q_t)} \cdot 100 = \frac{4480}{2618} \cdot 100 = 171.12\%$$

أي أن الأسعار ارتفعت بمقدار 71.12% في سنة المقارنة عنها في سنة الأساس، وذلك عندما ثقنا بمجموع الكميات المستهلكة في سنتي المقارنة والأساس. وهنا نلاحظ أن رقم (مارشال) تقع قيمته بين رقمي (لاسيير) و(باش).

4- رقم (فيشر) للأسعار:

$$I_F = \sqrt{I_L \cdot I_p} = \sqrt{171.27 \times 170.94} = 171.10\%$$

أو

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}} \cdot 100 = \sqrt{\frac{2480}{1448} \cdot \frac{2000}{1170}} \cdot 100 = 171.10\%$$

أي أنه حسب طريقة (فيشر) الرقم القياسي الأمثل، فإن الأسعار قد ارتفعت بمقدار 71.10%. وهنا نلاحظ أيضاً أن قيمة الرقم القياسي (فيشر) للأسعار تقع بين قيمتي رقمي (لاسيير) و(باش) بعد أنه الوسط الهندسي لها.

5- رقم (درويش) للأسعار:

باستخدام العلاقة (8-11) نجد:

$$I_D = \frac{1}{2} (I_L + I_p) = \frac{1}{2} (171.27 + 170.94) = 171.105\%$$

أو باستخدام العلاقة (12-8) نجد:

$$I_D = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \right) \cdot 100 = \frac{1}{2} \left(\frac{2480}{1448} + \frac{2000}{1170} \right) \cdot 100 = 171.105\%$$

نلاحظ أنه حسب طريقة (درويش) فإن الأسعار قد ارتفعت بمقدار 71.105%. وهنا نلاحظ أن قيمة الرقم (درويش) للأسعار تقع بين قيمتي الرقمين القياسيين (لاسيير) و(باش) بعد الوسط الحسابي لهما. كما نلاحظ أن قيمته قريبة جداً من قيمة رقم (فيشر) إلا أن قيمة رقم (فيشر) أدق منه وذلك استناداً لخواص الوسط الهندسي المذكورة أعلاه.

6-الرقم القياسي النموذجي للأسعار:

$$I_w = \frac{\sum p_t w}{\sum p_o w} \cdot 100 = \frac{1860}{1080} \cdot 100 = 172.22\%$$

أي أن الأسعار وفق هذه الطريقة قد ارتفعت بمقدار 72.22%. وهذه القيمة تختلف عن باقي الأرقام القياسية، وذلك يتعلق بالأوزان التي تم استخدامها في الترجيح.

4-الأرقام القياسية لكميات:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغير الكميات المستهلكة (أو المنتجة) من سلعة معينة خلال فترتين زمنيتين، أو خلال سنتين مختلفتين، وسندرسها على الشكل التالي، مع ملاحظة أن دراستها لا تختلف عن دراسة الأرقام القياسية للأسعار سوى باستبدال الأسعار بالكميات أو العكس.

-الأرقام القياسية البسيطة لكميات:

وهي الأرقام القياسية التي تدرس تغير الكميات المستهلكة (أو المنتجة) من سلعة واحدة أو أكثر خلال سنتين مختلفتين، ونقسم إلى أرقام قياسية بسيطة مفردة وأرقام قياسية متعددة (تجميعية)، وذلك بمعزل عن تغير أسعارها.

1-الأرقام القياسية البسيطة والمفردة:

وهي الأرقام القياسية التي تقيس تغير الكمية المستهلكة (أو المنتجة) من سلعة معينة خلال سنتين مختلفتين، وتحسب بالعلاقة الآتية:

$$I_q = \frac{q_t}{q_o} \cdot 100$$

حيث الرموز المستخدمة في هذه الأرقام لها نفس التفسير المستخدم في الأرقام القياسية للأسعار. يمكن حساب هذا الرقم لأية سلعة من السلع لمعرفة تغير نمط استهلاكها خلال فترة الدراسة، كما يمكن حسابه لنفس السلعة ، وفي نفس الفترة ولكن في أماكن مختلفة وذلك للوقوف على تغير العادات الاستهلاكية للسلعة المدروسة بين المناطق.

مثال

لدينا المعلومات التالية عن الكميات المستهلكة من قبل الأسرة الواحدة في الشهر من مادة السكر في محافظتي دمشق وحمص، خلال السنين 2023-2024 كما هي واردة في الجدول الآتي:

الجدول (يبين) كميات الاستهلاك الشهري للأسرة من السكر خلال عامي 2023-2024 في محافظتي دمشق وحمص

العام	المحافظة	دمشق	حمص
2023		25	30
2024		22	24

المصدر: فرضي

المطلوب:

حساب الأرقام القياسية لتغير كميات استهلاك السكر في محافظتي دمشق وحمص، خلال الفترة المذكورة والمقارنة بينها.

الحل:

$$I_q = \frac{22}{25} \cdot 100 = 88\% \text{ دمشق}$$

$$I_q = \frac{24}{30} \cdot 100 = 80\% \text{ حمص}$$

لقد انخفض استهلاك السكر في دمشق بمقدار 12% بينما انخفض في حمص بمقدار 20% وذلك نتيجة تغير العادات الاستهلاكية، دون النظر لتغير الأسعار.

1-2- الأرقام القياسية البسيطة والمتعلقة للكميات:

هي الأرقام القياسية التي تدرس تغير الكميات المستهلكة (أو المنتجة) من مجموعة سلع دفعه واحدة خلال سنتين مختلفتين، لأن ندرس تغيرات عادات الاستهلاك من السلعة الغذائية للمواطن خلال فترة زمنية، دون النظر لتغير الأسعار، وتحسب على الشكل الآتي:

$$I_q = \frac{q_{t1} + q_{t2} + q_{t3} + \dots + q_{tm}}{q_{o1} + q_{o2} + q_{o3} + \dots + q_{on}} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_q = \frac{\sum q_t}{\sum q_o} \cdot 100$$

مثال:

بفرض لدينا المعلومات التالية عن الكميات المستهلكة شهرياً من بعض السلع الغذائية من قبل الأسرة السورية خلال السنين 2023-2024 والمدونة في الجدول الآتي:

الجدول الكميات المستهلكة من بعض السلع الغذائية في عامي 2023-2024 - من قبل الأسرة السورية (كغ)

العام	المحافظة	الخبز	السكر	الشاي	الأرز	لحم العجل
2023		35	20	2.5	7	4
2024		30	22	2.2	9	3

المصدر: فرضي

المطلوب:

حساب الرقم القياسي البسيط المتعدد للكميات المستهلكة من السلع المذكورة أعلاه.

الحل:

باستخدام العلاقة نجد:

$$I_q = \frac{30+22+2.2+9+3}{35+20+2.5+7+4} \cdot 100 = \frac{66.2}{68.5} \cdot 100 = 96.64\%$$

نلاحظ من خلال هذا الرقم القياسي أن الكميات المستهلكة من السلع الغذائية قد انخفضت بمقادير 3.36% بمعزل عن تغيرات أسعارها، وذلك في العام 2024 عن عام 2023. بطريقة مشابهة لما سبق نلاحظ أن تغيرات الكميات المستهلكة أو المنتجة من سلعة أو مجموعة سلع لا يمكن أن تحدث دون تأثير تغير أسعارها، بينما أن تغيرات الأسعار غالباً ما تكون بحسب مختلفة، لذلك كان لا بد من دراسة تغير الكميات مع الأخذ بعين العَد تغير أسعارها، لذلك لا بد من تقليل الكميات بأسعارها.

الأرقام القياسية المرجحة (المثلقة) للكميات:

هذه الأرقام تمتاز عن سابقتها (وكما هو الحال في الأرقام القياسية المرجحة للأسعار)، بأننا نرجح (ننقل) الكميات المستهلكة أو المنتجة بأسعارها. ولها عدة طرائق لحسابها، سنراها فيما يلي:

رقم (لاسيير) للكميات (Laspeyre):

وهو رقم قياسي يدرس تغير كميات السلع خلال الفترة المدروسة وذلك باعتماد أوزان للترجيح -أسعار سنة الأساس - وبحسب على الشكل الآتي:

$$I_L = \frac{q_{t1} \cdot p_{01} + q_{t2} \cdot p_{02} + q_{t3} \cdot p_{03} + \dots + q_{tn} \cdot p_{0n}}{q_{01} \cdot p_{01} + q_{02} \cdot p_{02} + q_{03} \cdot p_{03} + \dots + q_{0n} \cdot p_{0n}} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_L = \frac{\sum q_t \cdot p_o}{\sum q_0 \cdot p_o} \cdot 100$$

رقم (باش) للكميات (Paasche):

وهو يدرس تغيرات الكميات خلال الفترة المدروسة، وذلك بعد تثقيل هذه الكميات بأسعارها في سنة الدراسة (المقارنة)، وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_p = \frac{q_{t1} \cdot p_{t1} + q_{t2} \cdot p_{t2} + q_{t3} \cdot p_{t3} + \dots + q_{tn} \cdot p_{0n}}{q_{01} \cdot p_{t1} + q_{02} \cdot p_{t2} + q_{03} \cdot p_{t3} + \dots + q_{0n} \cdot p_{tn}} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_p = \frac{\sum q_t \cdot p_t}{\sum q_0 \cdot p_t} \cdot 100$$

رقم (مارشال) للكميات (Marshall) أو (ادجورث) (Edgeworth):

لقد استخدم (مارشال) في حسابه للرقم القياسي للكميات ، كأوزان متوسط أسعار السلع في سنتي الأساس والمقارنة، وذلك لتجاوز المشكلات والانتقادات التي وجهت لرقمي (لاسيير) و(باش). وحسب خواص الكسور والخاصة التجميعية لعملية الضرب، فإن طريقة حساب هذا الرقم القياسي هي الآتية:

$$I_M = \frac{q_{t1}(p_{01} + p_{t1}) + q_{t2}(p_{02} + p_{t2}) + q_{t3}(p_{03} + p_{t3}) + \dots + q_{tn}(p_{0n} + p_{tn})}{q_{01}(p_{01} + p_{t1}) + q_{02}(p_{02} + p_{t2}) + q_{03}(p_{03} + p_{t3}) + \dots + q_{0n}(p_{0n} + p_{tn})} \cdot 100$$

المختصر:

$$I_M = \frac{\sum q_t (p_0 + p_t)}{\sum q_0 (p_0 + p_t)} \cdot 100$$

ـ رقم (فيشر) للكميات (Fisher)

وهو يحسب عن طريق الوسط الهندسي لرقمي (لاسيير) و (باش) للكميات ويحسب على الشكل الآتي:

$$I_F = \sqrt{I_L \cdot I_P}$$

أو بالشكل:

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}} \cdot 100$$

ـ رقم (دروبش) للكميات (Drobish)

كما ذكرنا سابقاً، فإن هذا الرقم ليس بأهمية الأرقام القياسية التي سبقته، وهو يحسب عن طريق الوسط الحسابي لرقمي (لاسيير) و (باش) للكميات، ويحسب على الشكل الآتي:

$$I_D = \frac{1}{2} (I_L + I_P)$$

أو بالشكل:

$$I_D = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} + \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t} \right) \cdot 100$$

وهنا نذكر أيضاً أن الأرقام القياسية للكميات لكل من (فيشر) و (مارشال) و (دروبش) قريبة بعضها من بعض، وهي جميعها تقع بين قيمتي رقمي (لاسيير) و (باش)، أي: $I_L \leq I_M \leq I_P$ $I_L \leq I_F \leq I_P$

ذلك: $I_L \leq I_F \leq I_P$ $I_L \leq I_F \leq I_P$

وكذلك أيضاً: $I_L \leq I_D \leq I_P$ $I_L \leq I_D \leq I_P$

الرقم القياسي النموذجي للكميات:

هذا الرقم القياسي يستخدم كأوزان للترجيح، أسعار نموذجية، وهذه الأسعار قد تكون سنة معينة، تعدد سنة نموذجية لم تحدث فيها تغيرات اقتصادية تذكر، أو يمكن استخدام متوسط أسعار السلع خلال الفترة، أو أسعار عالمية حسب البورصات. وتقل كميات السنة المدرosa وسنة الأساس بهذه الأسعار النموذجية، وبالتالي يمكن حساب هذا الرقم على الشكل الآتي:

$$I_w = \frac{q_{t1} w_1 + q_{t2} w_2 + q_{t3} w_3 + \dots + q_{tn} w_n}{q_{o1} w_1 + q_{o2} w_2 + q_{o3} w_3 + \dots + q_{on} w_n} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_w = \frac{\sum q_t w}{\sum q_0 w} \cdot 100$$

حيث: W_i أسعار السلع التي تدخل تركيب الرقم القياسي.

مثال:

لدينا المعلومات التالية عن الكميات التي تستهلكها الأسرة شهرياً من بعض السلع الغذائية مع أسعار وذلك في العامين 2023 و 2024 مع الأسعار النموذجية لها، والمدونة في الجدول الآتي:

الجدول أسعار وكميات استهلاك مجموعة من السلع

البيان	السلع	الخبز	السكر	الشاي	الحليب	اللحم
2023 كميات الاستهلاك سنة P_0	15	6	1.5	4	15	
2024 كميات الاستهلاك سنة P_t	15	4	1.3	3	14	
أسعار السلع سنة 2023 q_0	10	18	160	200	10	
أسعار السلع سنة 2024 q_t	15	30	250	350	20	
أسعار السلع في سنة نموذجية W	18	35	240	300	15	

المصدر: فرضي

والمطلوب:

حساب جميع الأرقام القياسية المرجحة للكميات والمقارنة بينها، بعد سنة 2023 سنة أساس.

الحل:

لحساب هذه الأرقام القياسية نحتاج لمعلومات الجدول المساعد الآتي:

الجدول جدول مساعد لحساب الأرقام القياسية المرجحة للأسعار

البيان \ السلع	$q_o p_o$	$q_t p_o$	$q_o p_t$	$q_t p_t$	$q_o(p_o + p_t)$	$q_t(p_o + p_t)$	$q_o w$	$q_t w$
الخبز	150	150	225	225	375	375	270	270
السكر	108	72	180	120	288	192	210	140
الشاي	240	208	375	325	615	533	360	312
اللحم	800	600	1400	1050	2200	1650	1200	900
الحليب	150	140	300	280	450	420	225	210
\sum	1448	1170	2480	2000	3928	3170	2265	1832

المصدر: حسب من قبل المؤلف

1- رقم (لاسيبر) للكميات:

باستخدامك العلاقة نجد:

$$I_L = \frac{\sum q_t \cdot p_o}{\sum q_o \cdot p_o} \cdot 100 = \frac{1170}{1448} \cdot 100 = 80.80\%$$

أي أن الكميات المستهلكة من هذه السلع انخفضت بمقدار 19.20% سنة 2024 عما كانت عليه سنة 2023

2- رقم (باش) للكميات:

باستخدام العلاقة نجد:

$$I_p = \frac{\sum q_t \cdot p_t}{\sum q_o \cdot p_t} \cdot 100 = \frac{2000}{2480} \cdot 100 = 80.65\%$$

أي حسب (فيشر) فإن الكميات المستهلكة من هذه السلع قد انخفضت 19.35% سنة 2024 عما كانت عليه سنة 2023

3- رقم (مارشال) للكميات:

باستخدام العلاقة نجد:

$$I_M = \frac{\sum q_t (p_0 + p_t)}{\sum q_0 (p_0 + p_t)} \cdot 100 = \frac{3170}{2928} \cdot 100 = 80.70\%$$

وبحسب مارشال فقد انخفض استهلاك هذه السلع بالمتوسط بمقدار 19.30% سنة 2024 عما كان عليه الاستهلاك منها سنة 2023

4- رقم (فيشر) للكميات:

باستخدام العلاقة نجد: $I_F = \sqrt{I_L \cdot I_p} = \sqrt{80.80 \times 80.65} = 80.72\%$ أو باستخدام العلاقة نجد:

$$I_F = \sqrt{\frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}} \cdot 100 = \sqrt{\frac{1170}{1448} \cdot \frac{2000}{2480}} \cdot 100 = 80.72\%$$

أي أنه حسب طريقة (فيشر) الرقم القياسي الأمثل، فإن متوسط استهلاك الأسرة من هذه السلع سنة 2024 قد انخفضت عما كان عليه سنة 2023 بمقدار 19.28%.

5- رقم (درويش) للكميات:

باستخدام العلاقة نجد: $I_D = \frac{1}{2} (I_L + I_p) = \frac{1}{2} (80.80 + 80.65) = 80.725\%$

أو باستخدام العلاقة نجد:

$$I_D = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} + \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t} \right) \cdot 100 = \frac{1}{2} \left(\frac{1170}{1448} + \frac{2000}{2480} \right) \cdot 100 = 80.725\%$$

نلاحظ أنه حسب طريقة (درويش) فإن متوسط استهلاك الأسرة سنة 2023 من هذه السلع الغذائية، قد انخفض عام 2024 بمقدار 19.275%. نلاحظ هنا أن الأرقام القياسية للكميات لكل من (مارشال) و(فيشر) و(درويش) كانت قيمتها تقع بين قيمتي رقمي (لاسبير) و(باش) للكميات.

6- الرقم القياسي النموذجي للكميات:

باستخدام العلاقة نجد:

$$I_w = \frac{\sum q_t w}{\sum q_0 w} \cdot 100 = \frac{1832}{2265} \cdot 100 = 80.88\%$$

أي أن الكميات المستهلكة وفق هذه الطريقة، قد انخفضت سنة 2024 عما كانت عليه سنة 2023 بمقدار 19.12%.

8-5- بعض الأرقام القياسية الهامة:

إضافة إلى الأرقام القياسية والكميات التي تستخدم على نطاق واسع، ولها استعمالاتها، وأهميتها الكبيرة في الدراسات الاقتصادية والاجتماعية، هناك بعض الأنواع من الأرقام القياسية التي تقيينا في حالات كثيرة، نذكر منها:

الرقم القياسي للقيم النقدية، الرقم القياسي للتضخم النقدي، الرقم القياسي للقوة الشرائية للعملة.

1- الرقم القياسي للقيم النقدية:

إن القيمة النقدية لأية سلعة هي حاصل جداء كمية هذه السلعة بسعرها، وبالتالي إذا قسمنا مجموع قيم السلع المستهلكة في سنة المقارنة على مجموع قيمها في سنة الأساس، نحصل على رقم قياسي جديد يسمى الرقم القياسي للقيم النقدية. وهذا الرقم القياسي يظهر التغير النسبي في التكاليف التي تدفعها الأسرة مثلاً على نفقات معيشتها بين سنة المقارنة وسنة الأساس. لذلك يمكن تسمية هذا الرقم القياسي - الرقم القياسي لتكاليف المعيشة، وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_v = \frac{q_{t1}p_{t1} + q_{t2}p_{t2} + q_{t3}p_{t3} + \dots + q_{tm}p_{tm}}{q_{o1}p_{o1} + q_{o2}p_{o2} + q_{o3}p_{o3} + \dots + q_{on}p_{on}} \cdot 100$$

أو بالشكل المختصر الآتي:

$$I_v = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_o p_o} \cdot 100$$

كما يمكن حساب هذا الرقم القياسي من العلاقة الآتية:

$$I_v = \frac{\sum V_t}{\sum V_o} \cdot 100$$

حيث:

$$V_{ti} = q_{ti} p_{ti} \quad \text{قيمة السلعة } i \text{ في سنة المقارنة}$$

$$V_{oi} = q_{oi} p_{oi} \quad \text{قيمة السلعة } i \text{ في سنة الأساس.}$$

مثال

احسب الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لمعطيات المثال
الحل:

من العلاقة وحسب الجدول نجد:

$$I_v = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_o p_o} \cdot 100 = \frac{2000}{1448} \cdot 100 = 138.12\%$$

أي أن الأسرة أصبحت تتحمل نفقات معيشتها في عام 2024 تزيد بمقدار 38.12% عن التكاليف التي كانت تدفعها في عام 2023

2-الرقم القياسي للتضخم النقدي:

هذا الرقم القياسي هو عبارة عن نسبة مجموع القيم النقدية للسلع المستهلكة في سنة المقارنة بالأسعار الجارية إلى مجموع القيم النقدية للسلع المستهلكة في سنة المقارنة ولكن بالأسعار الثابتة لسنة الأساس، وبالتالي فهو يقيس مقدار الزيادة التي ستدفعها قيمة للسلع المستهلكة في السنة المدروسة نسبة إلى قيمتها (النفس الكمية) ولكن بأسعار سنة الأساس وهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_I = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_t p_o} \cdot 100$$

ومن خلال المقارنة مع العلاقات السابقة نلاحظ أن العلاقة تشابه العلاقة الرقم القياسي (باش) للأسعار.

3-الرقم القياسي للقوة الشرائية للعملة:

وهو يقيس نسبة الانخفاض في القوة الشرائية للعملة نتيجة تغير الأسعار لذلك فهو يحسب بنسبة قيم السلع المستهلكة في سنة المقارنة ولكن بأسعار سنة الأساس على قيمة هذه السلع المستهلكة في سنة المقارنة وبأسعار سنة المقارنة. وبالتالي فهو يحسب على الشكل الآتي:

$$I_s = \frac{\sum q_t p_o}{\sum q_t p_t} \cdot 100$$

وبمقارنة هذه العلاقة مع العلاقة التي تسبقها نجد أن كل واحدة منها هي مقلوب الأخرى، أي:

$$I_s = \frac{1}{I_I} \Rightarrow I_I = \frac{1}{I_s}$$

وبالتالي بقدر ما يحصل تضخم نقدي فإن ذلك يقابل انخفاض بنفس المقدار للقوة الشرائية للعملة، أو بمعنى آخر انخفاض في المنافع التي نحصل عليها بنفس الكمية في العملة.

مثال

احسب الرقم القياسي للتضخم النقدي والرقم القياسي للقوة الشرائية للعملة وذلك من خلال معطيات المثال رقم (6-8).

من خلال العلاقة والجدول المساعد نجد:

$$I_I = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_t p_o} \cdot 100 = \frac{2000}{1170} \cdot 100 = 170.94\%$$

أي أن هناك تضخم بمقدار 70.94% في عام 2024 عنه في عام 2023 ومن خلال العلاقة والجدول المساعد نجد:

$$I_s = \frac{\sum q_t p_o}{\sum q_t p_t} \cdot 100 = \frac{1170}{2000} \cdot 100 = 58.5\%$$

أي أن هناك انخفاضاً في القوة الشرائية للعملة سنة 2024 يساوي 41.5% عن سنة 2023. بمقارنة الرقم القياسي للتضخم النقدي مع الرقم القياسي للقوة الشرائية للعملة نلاحظ أن كلاً منها هو مقلوب الأخرى ، فحسب العلاقة نلاحظ أن:

$$I_t = \frac{1}{I_s} \cdot 100 = \frac{1}{0.585} \cdot 100 = 170.94\%$$

6- اختبار الأرقام القياسية:

لقد ذكرنا أن هناك طائق عديدة لحساب الأرقام القياسية، وبالتالي هذه الأرقام القياسية يختلف بعضها عن بعض، ولكن أيها الأفضل؟

الحقيقة أن أفضل رقم قياسي، هو الرقم القياسي الذي يحقق الاختبارات الخاصة بها، حيث هناك مجموعة من الاختبارات التي يمكن أن تطبق على الأرقام القياسية، والأفضل بين الأرقام القياسية هو الرقم القياسي الذي يحقق هذه الاختبارات، ومن هذه الاختبارات: اختبار الانعكاس في الزمن، اختبار الانعكاس في العامل، والاختبار الدائري. وسوف نعرف هذه الاختبارات فيما يلي:

1- اختبار الانعكاس في الزمن:

ويسمى هذا الاختبار أيضاً الانعكاس في الأساس، وهذا الاختبار يعني تحويل سنة الأساس إلى سنة للمقارنة، وسنة المقارنة إلى سنة أساس جديدة، فنحصل على رقم قياسي جديد يسمى -الانعكاس الزمني أو البديل الزمني للرقم القياسي- و حتى يقبل الرقم القياسي اختبار الانعكاس في الزمن يجب أن يكون:

لناول معرفة أي من
الرقم القياسي \times الرقم القياسي البديل الزمني = الواحد الصحيح
الأرقام القياسية التي

درسناها سابقاً تحقق هذا الاختبار، مع العلم أن ما ينطبق على الأرقام القياسية للأسعار ينطبق على الأرقام القياسية للكميات لذلك سوف نختصر الدراسة هنا على الأرقام القياسية للأسعار فقط منعاً للتكرار:

$$1 - \text{الأرقام القياسية البسيطة والمفردة للأسعار: } \frac{P_t}{P_o} \cdot \frac{P_o}{P_t} = 1$$

إذن الأرقام القياسية البسيطة والمفردة تحقق اختبار الانعكاس في الأساس.

2- الأرقام القياسية البسيطة والتجميعية للأسعار:

$$\frac{\sum P_t}{\sum P_o} \cdot \frac{\sum P_o}{\sum P_t} = 1$$

أيضاً الأرقام القياسية البسيطة والتجمعية تحقق اختبار الانعكاس في الأساس.

3- رقم (لاسبيير) للأسعار:

$$\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_o q_t}{\sum p_t q_t} \neq 1$$

4- رقم (باش) للأسعار:

$$\frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \cdot \frac{\sum p_o q_o}{\sum p_t q_o} \neq 1$$

إذن رقمي (لاسبيير) و(باش) لا يتحققان اختبار الانعكاس في الأساس.

5- رقم (مارشال) للأسعار:

$$\frac{\sum p_t (q_0 + q_t)}{\sum p_0 (q_0 + q_t)} \cdot \frac{\sum p_o (q_0 + q_t)}{\sum p_t (q_0 + q_t)} = 1$$

وبالتالي رقم (مارشال) يتحقق اختبار الانعكاس في الأساس.

6- رقم (فيشر) للأسعار:

$$\sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}} \cdot \sqrt{\frac{\sum p_o q_t}{\sum p_t q_t} \cdot \frac{\sum p_o q_o}{\sum p_t q_o}} = 1$$

أيضاً رقم (فيشر) يتحقق اختبار الانعكاس في العامل.

2- اختبار الانعكاس في العامل:

ويعني هذا الاختبار انه إذا بدلنا رموز السعر والكمية في علاقة الرقم القياسي للسعر ، يجب أن نحصل على رقم قياسي للكمية، وعندما نضرب الرقم القياسي للسعر والكمية نحصل على الرقم القياسي لقيمة والذي يقيس التغير في القيمة الكلية. وبمعنى آخر يتحقق اختبار الانعكاس في العامل، إذا كان ناتج جداء الرقم القياسي للأسعار مع الرقم القياسي للكميات يساوي نسبة القيمة في سنة المقارنة إلى القيمة في سنة الأساس ، بمعنى:

$$\frac{\text{الرقم القياسي} \times \text{الرقم القياسي للكميات}}{\text{يـمة فـي سـنة المـقارـنة}} = \frac{\text{يـمة فـي سـنة الاـسـاس}}{\text{يـمة فـي سـنة الاـسـاس}}$$

واختصاراً للكلام نلاحظ أن الرقم القياسي (فيشر) هو الوحيد من بين الأرقام القياسية الذي يحقق هذا الاختبار. وسوف نبرهن على ذلك، ونترك للقارئ التأكيد من تحقيق باقي الأرقام القياسية لهذا الاختبار.

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}} \cdot \sqrt{\frac{\sum q_t p_o}{\sum q_o p_o} \cdot \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}} \\
 &= \sqrt{\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \cdot \frac{\sum q_t p_o}{\sum q_o p_o} \cdot \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}} \\
 &= \sqrt{\frac{(\sum p_t q_t)^2}{(\sum p_0 q_o)^2}} \\
 &= \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_o} = \frac{V_t}{V_o}
 \end{aligned}$$

3- الاختبار الدائري:

إضافة إلى الاختبارين السابقين وللذين يعذان أساساً اختبار الأرقام القياسية، فإن هناك اختباراً آخر، يعده بعض الباحثين على درجة ليست قليلة الأهمية، وهو الاختبار الدائري. ويمكن عد هذا الاختبار امتداداً لاختبار الانعكاس في الأساس، رغم أنه يفرض شروطاً أقسى منه إذ يشترط توفر اتساق رياضي تام بين قيمتين عائدتين لستين مختلفتين لأي رقم قياسي.

مفهوم هذا الاختبار وفي أبسط أشكاله، يستند إلى أنه يجب أن يكون في الإمكان تغيير سنة الأساس لأي رقم قياسي دون أن يكون هناك حاجة لإعادة حسابه من الأسعار الأصلية، وذلك عن طريق تقسيم كل قيمة من قيم الرقم القياسي على الرقم القياسي المتخذ كأساس، وإن القيم التي نحصل عليها وفقاً لهذا الأساس الجديد، يجب أن تكون مماثلة لتلك التي يمكن تأمينها فيما لو قمنا بإعادة الحساب مباشرةً من الأسعار الأصلية. وتعود أهمية هذا الاختبار إلى أن هناك مجموعة من الأرقام القياسية للأسعار والإنتاج والاستخدام.. الخ، متوفرة ومنتشرة في مجموعات إحصائية في بلدان العالم، وكل واحد من هذه الأرقام قد يختلف عن الآخر في سنة الأساس. ومن الواضح، فإنه غالباً ما يكون من الملائم تحويل جميع هذه الأرقام القياسية إلى أساس واحد (مشترك)، بغية المقارنة فيما بينها بشكل أكثر سهولة.

وفي الحقيقة، فإننا غالباً لا نستطيع الحصول على البيانات الأصلية التي حسبت منها الأرقام القياسية، وحتى في حال تمكننا من الحصول على البيانات، فإن عملية إعادة حساب جميع هذه الأرقام القياسية، من الصعوبة بمكان، بينما عملية التقسيم البسيطة للأرقام القياسية على رقم أساس أكثر سهولة.

ولكن من المهم الإشارة إلى أن تحويل مختلف الأرقام القياسية إلى سنة أساس واحدة، لا يؤدي بالضرورة إلى جعلها قابلة للمقارنة ببعضها مع بعض إلا بشكل أولي غير عميق. وذلك نظراً لأن عملية التحويل هذه لا تؤدي إلى استبدال الأوزان القديمة بأوزان سنة الأساس الجديدة. فبفرض لدينا ثلاثة أنواع من الأرقام القياسية للأسعار محسوبة بأساليب تحقق الاختبار الدائري، الرقم القياسي الأول هو لأسعار الجملة ، حيث سنة 2023 هي سنة الأساس، والرقم القياسي الثاني هو لأسعار المستهلك حيث سنة

2002 هي سنة الأساس، والرقم القياسي الثالث هو لأسعار نصف الجملة وسنة 2005 هي سنة الأساس مع العلم أن جميع هذه الأرقام تستخدم كميات سنة الأساس للترجيح. فمن الواضح أننا نستطيع تحويل جميع هذه الأرقام القياسية لتكون الأساس فيها مثلاً سنة (2002)، وفي هذه الحالة سيكون للأرقام القياسية الثلاثة سنة أساس واحدة 2002، غير أن الأرقام القياسية لأسعار الجملة ستكون مرجحة بكميات سنة 2000، وكذلك الأرقام القياسية لأسعار نصف الجملة ستكون مرجحة بكميات سنة 2005 . وهذا يعني أن الأوزان المستخدمة للترجيح في هذه الأرقام القياسية الثلاثة مطبقة على أزمنة أو سنوات مختلفة، وبالتالي وكأننا لم نغير سنة الأساس. إذن بالنتيجة لم نحصل على أرقام قياسية تقبل المقارنة، وهذا ما يجعل من هذا الاختبار قليل الأهمية.

نهاية المحاضرة

