جامعة المنارة
كلية ادارة الاعمال

محاضرة السلاسل الزمنية

الفصل الثاني للعام الجامعي 2024-2025

الاستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب

Time Series

السلاسل الزمنية

Time Series

الهدف العام من دراسة السلاسل الزمنية

- التعرف على مفهوم السلاسل الزمنية وأنواعها
- التمثيل البياني للسلاسل الزمنية
- التعرف على مؤشرات تغير حدود السلسلة الزمنية وطرائق حسابها
- حساب القيم المتوسطة للسلاسل الزمنية
- دراسة وتحليل السلاسل الزمنية

مفهوم السلاسل الزمنية

تأتي دراسة السلاسل الزمنية كجزء من علم الإحصاء وكضرورة علمية وعملية في مختلف المجالات، إذ نجد أنواعاً عديدة منها تتناول أنواع النشاط الاقتصادي والاجتماعي المختلفة، والتي لا بد من دراستها بالتفصيل. ويكون الهدف من دراستها –قياس أثر عامل أو أكثر من العوامل التي تؤثر في حركة السلسلة. بالإضافة إلى ذلك فإن دراسة السلاسل الزمنية الضرورية لفهم السلوك الماضي للظاهرة موضوع البحث، وتقدير الوضع الحالي، والاتجاه العام لها في المستقبل، ومقارنة بعض السلاسل مع بعضها الآخر.

تعرّف السلاسل الزمنية: بأنها عبارة عن سلسلة من المشاهدات التي تعبر عن قيم ظاهرة معينة على امتداد فترة زمنية محدّدة

بمعنى آخر- السلسلة الزمنية: هي عبارة عن مؤشر يدل على تطور ظاهرة معينة عبر الزمن

مثال : تطور عدد طلاب كلية الاقتصاد

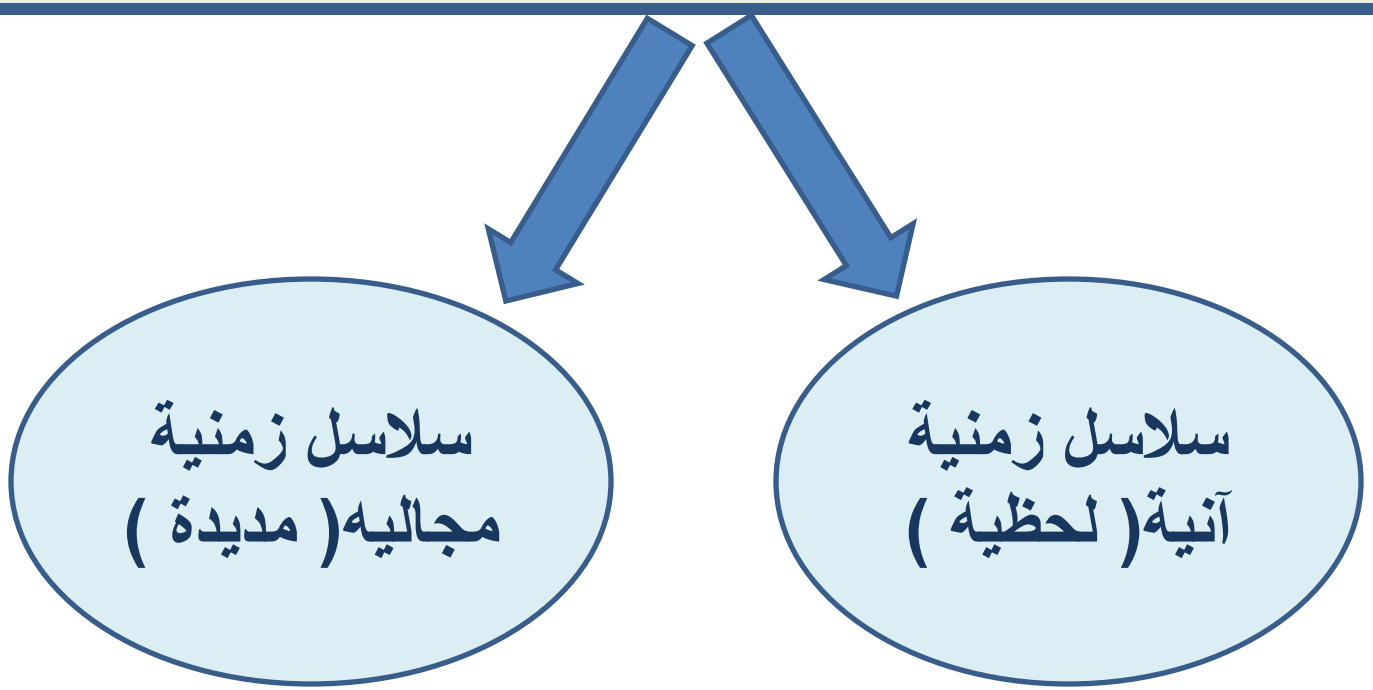
العام	عدد الطلاب	الذكور	الإناث
2009	4325	2125	2200
2010	4521	2311	2210
2011	4623	2315	2308
2012	4765	2400	2365
2013	4220	2100	2120
2014	4800	2700	2100
2015	4665	2265	2400

من الأمثلة على السلاسل الزمنية

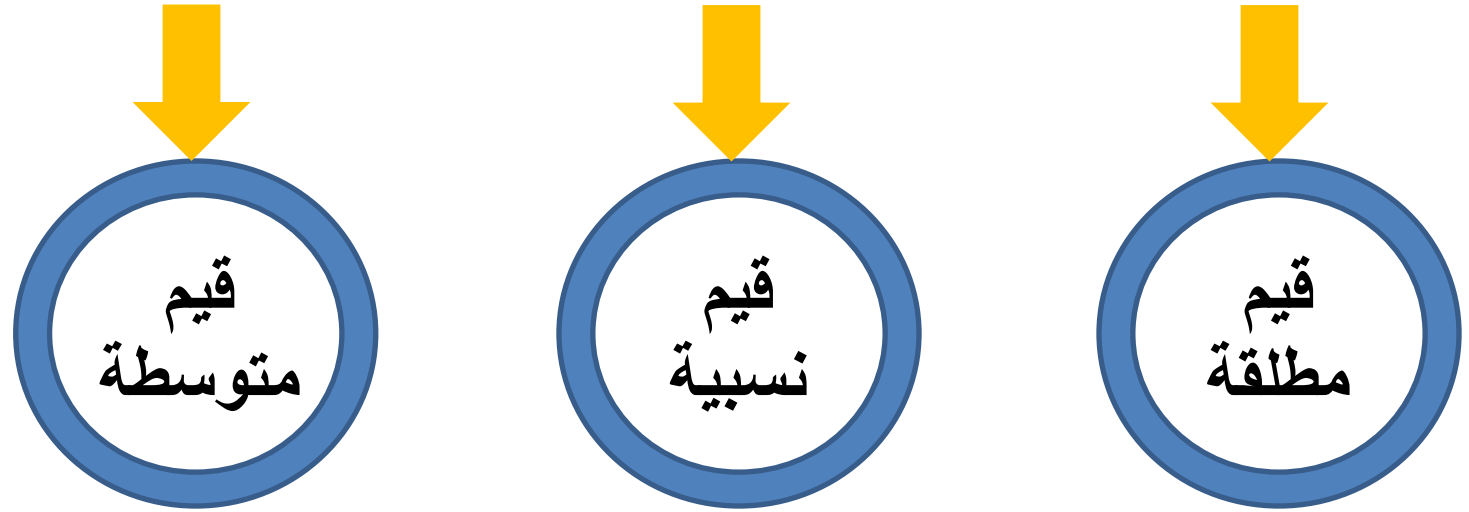
- تطور مجموع الإنتاج السنوي من أحد المحاصيل خلال عدة سنوات،
- تطور كمية المبيعات الشهرية لأحد المخازن التجارية خلال فترة معينة أو سنة من السنوات،
- تطور المتوسط الشهري لعدد السياح الذين يرتادون أحد الفنادق خلال عدد من السنوات وفي شهر معين من المواسم السياحية.... الخ
- تطور عدد المواليد في إحدى المدن أو المشافي خلال سنة أو عدة أشهر أو سنوات
- تطور عدد سكان إحدى الدول خلال عدد من السنوات
- تطور حجم التبادل التجاري بين دولتين أو مجموعة دول.....الخ

أنواع السلاسل الزمنية

إن المؤشرات الإحصائية التي تصف الظاهرة المدروسة تسمى قيم أو مستويات الظاهرة. أما شكل السلسلة الزمنية، فيتوقف ليس فقط على خصائص المؤشر الذي يقيس الظاهرة المدروسة، ولكن أيضاً على ما إذا كان هذا المؤشر يدل على لحظة أو فترة زمنية معينة.



أما المؤشرات الإحصائية التي تظهر في السلاسل الزمنية



المثال السابق لعدد الطلاب ← سلسلة لحظية بقيم مطلقة

نسبة المواليد الذكور الشهرية في أحد المشافي ← سلسلة مجاليه بقيم نسبية

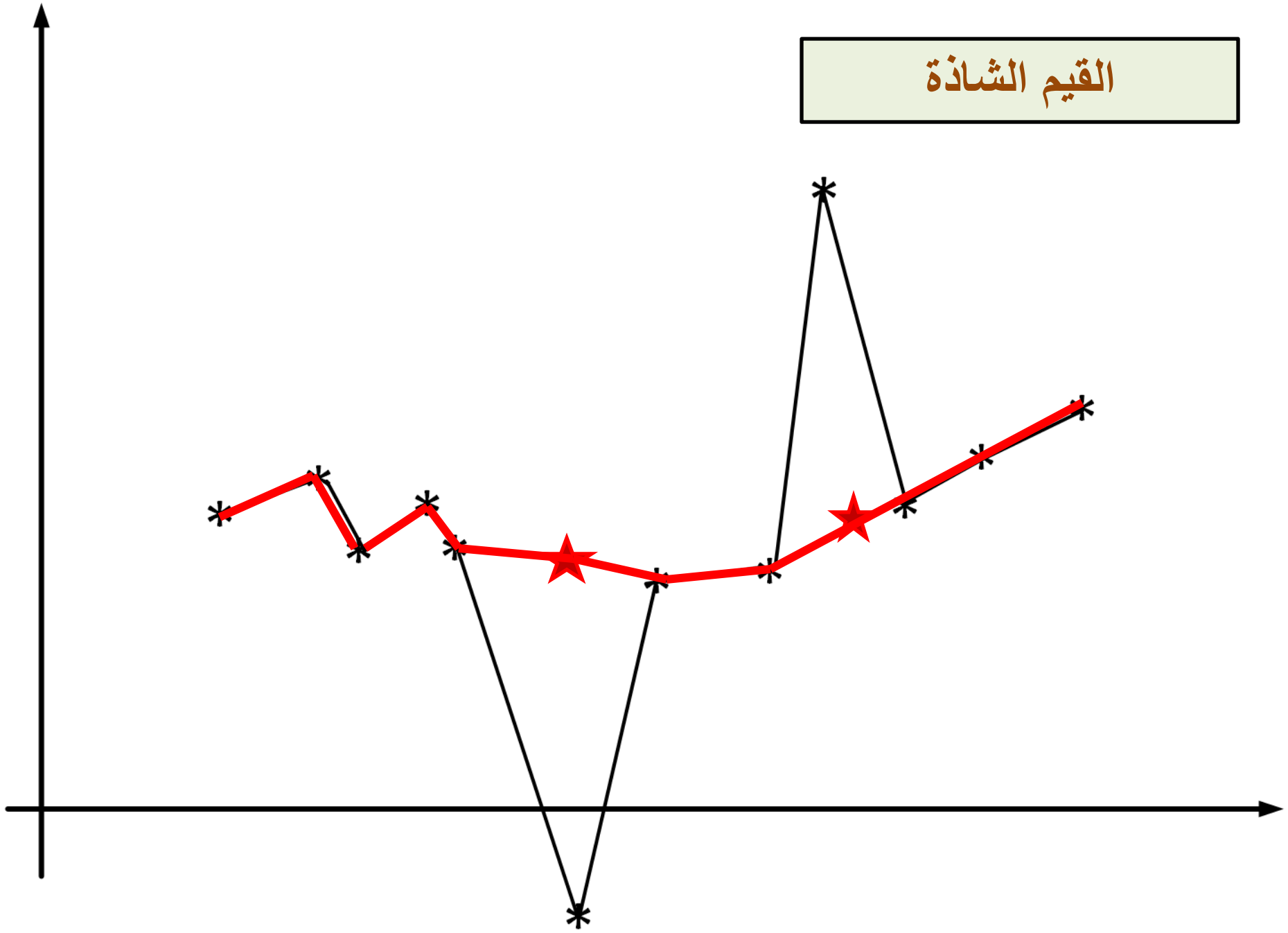
متوسط إنتاجية العامل الأسبوعية في أحد المعامل ← سلسلة مجاليه بقيم متوسطة

- إن الخاصة المميزة للسلاسل الزمنية المديدة (المجالية) والتي تميزها عن السلاسل الآنية (اللحظية)، هي أن الأولى تتميز بإمكانية جمع قيمها
- إن كل قيمة في السلسلة المجالية، قد تم الحصول عليها من خلال جمع القيم المقابلة لفترات زمنية أقصر (شهر-أسبوع- يوم).
وبالتالي فإن جمع القيم في السلسلة الزمنية المجالية يعطي مؤشر له معنى بينما جمع القيم في السلسلة الآنية ليس له معنى
- من الأفضل في هذه الحالة حساب الفرق بين قيم السلسلة الزمنية الآنية التي تصف أو تعبر عن تغير القيم خلال فترات زمنية محدّدة نظراً لعدم إمكانية جمع القيم
- السلاسل الزمنية ذات القيم النسبية والمتوسطات هي عبارة عن سلاسل زمنية تتألف من مؤشرات إحصائية تم الحصول عليها نتيجة إجراء التناسب بين القيم المطلقة أو نتيجة حساب متوسط عدد من القيم المطلقة

شروط تشكيل السلاسل الزمنية

A. يجب أن يكون تغير الظاهرة مع تغير الزمن من حيث الكم فقط، وليس من حيث طبيعتها أو صفاتها المميزة.
B. يجب أن تقاس الظاهرة بوحدات القياس نفسها وبالطريقة نفسها في الأزمنة المختلفة.
C. يجب ألا تكون هناك قيم شاذة لسبب من الأسباب، وإذا وجدت هذه القيم الشاذة فيجب استبعادها أو معرفة سبب الشذوذ فيها.
D. جميع القياسات أو المشاهدات يجب أن تكون مقابلة للحظات أو فترات زمنية موحدة (بداية كل شهر أو كل سنة، أو نصف كل شهر أو كل سنة، تاريخ معين من كل شهر أو سنة، ... الخ)

القيم الشاذة



مشكلة التوافق أو التقابل لقيم السلسة الزمنية

تنشئ بسبب

استخدام وحدات قياس غير موحدة أو طرق مختلفة للقياس

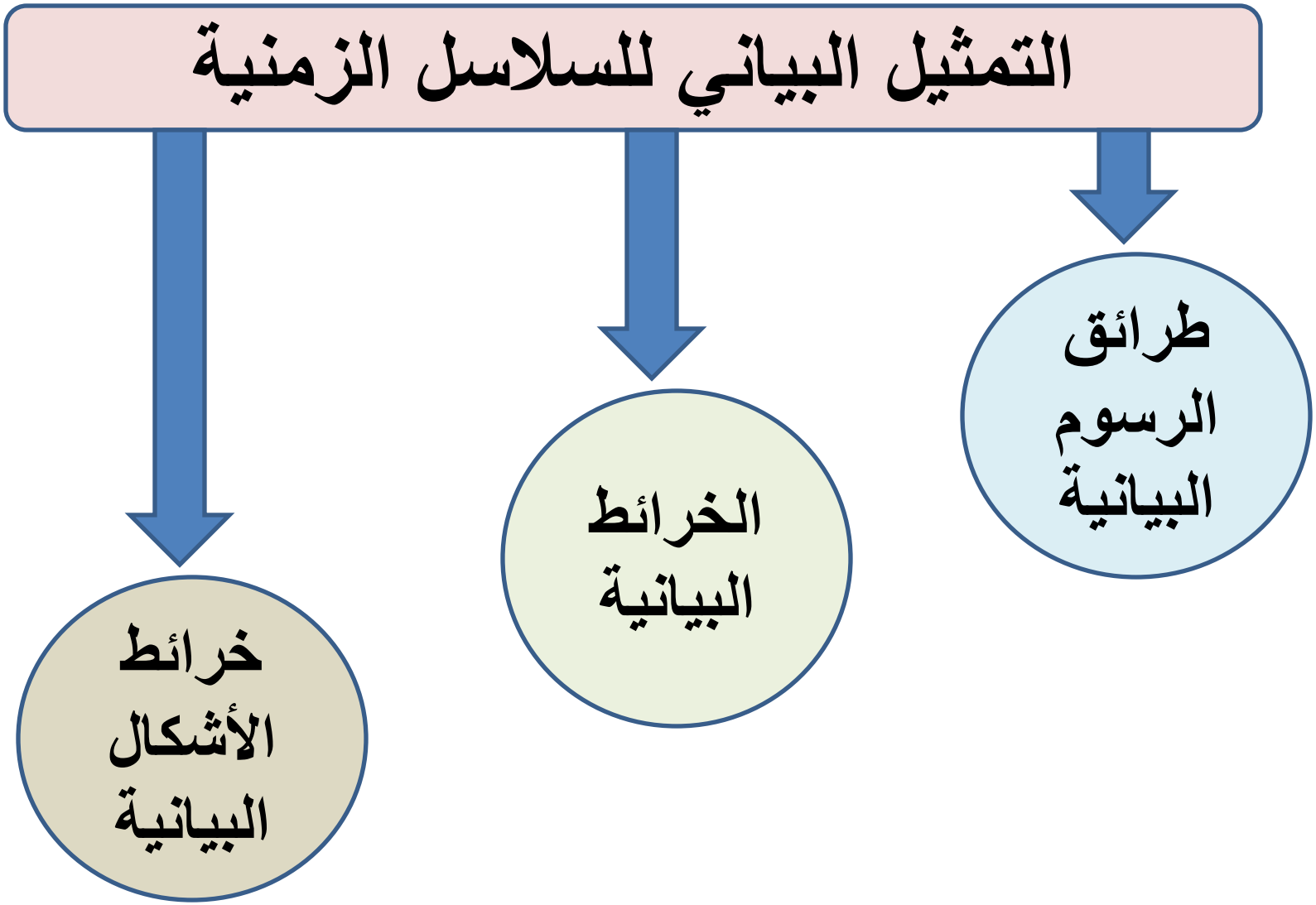
الحل

في مرحلة جمع المعلومات عن طريق إعادة الحسابات

عن طرق السلسلة الزمنية المتراصّة

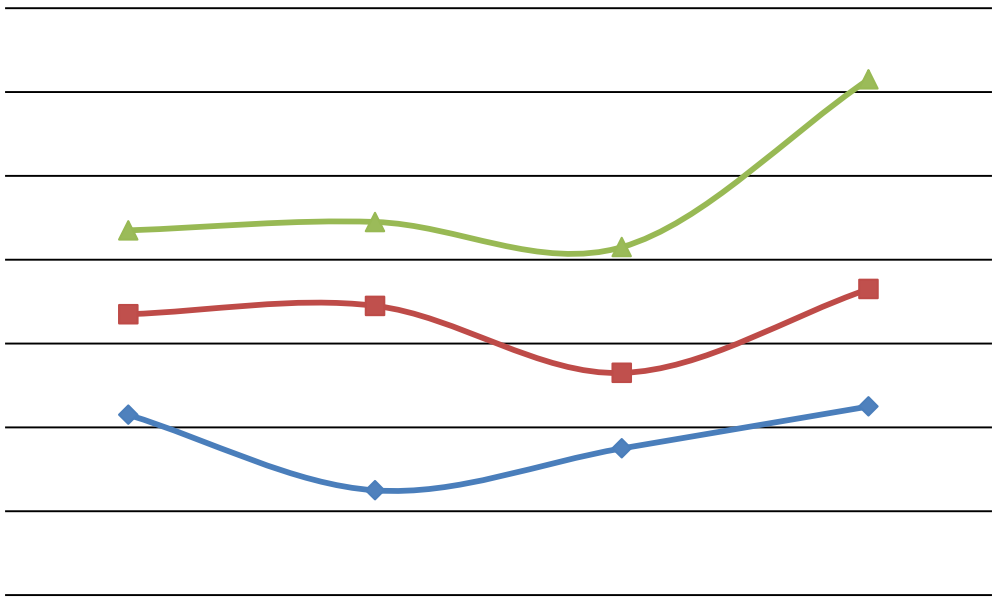
مثال للسلسلة الزمنية المتراصة للإنتاج الفصلي لأحد المعامل حيث تغيرت طريقة التسعير في الفصل الثالث (مليون ليرة)

الفصل	قيمة الإنتاج الفصلي		نسبة الإنتاج الفصلي		السلسلة الزمنية المتراصة الإنتاج الفصلي		
	بسعر المنتج	بسعر الجملة	بسعر المنتج	بسعر الجملة	بالنسبة المئوية	بسعر المنتج	بسعر الجملة
الأول	80		62.5%		62.5%	80	93.75
الثاني	90		75%		75%	90	112.5
الثالث	120	150	100%	100%	100%	120	150
الرابع		180		120%	120%	144	180

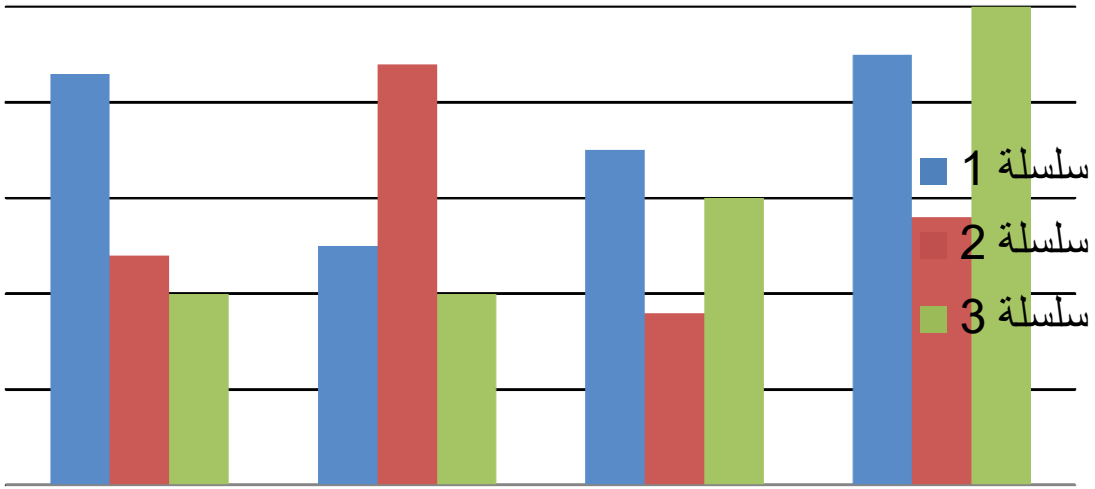

التمثيل البياني للسلاسل الزمنية
طرائق الرسوم البيانية
الخرائط البيانية
خرائط الأشكال البيانية

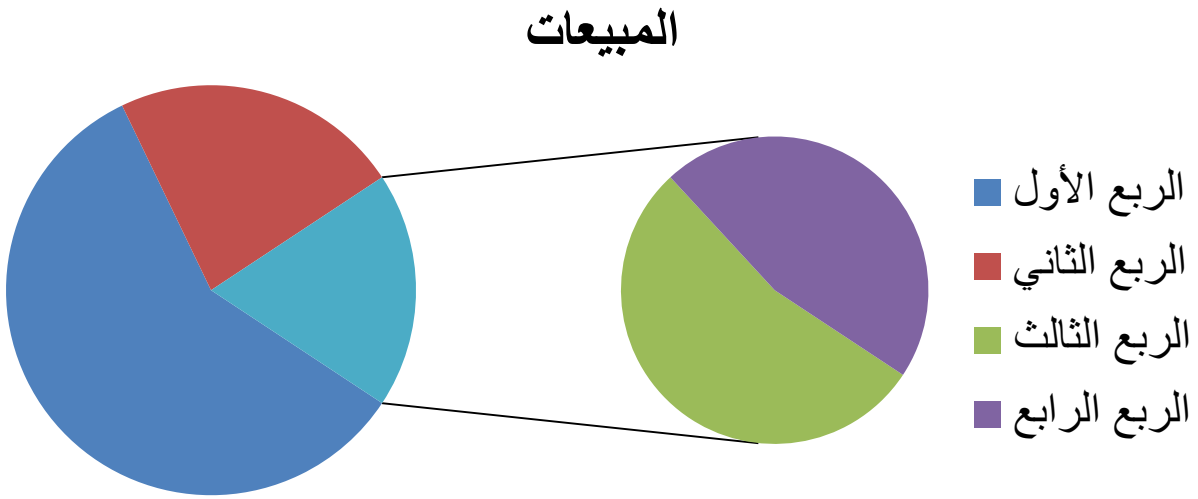
طرائق الرسوم البيانية

هي الطرائق الأكثر شيوعاً وانتشاراً، حيث يمكننا أن نميز منها:
طريقة الخطوط البيانية،
الأعمدة،
الشرائط،
القطاعات،.... الخ



إن رسوم الخطوط البيانية ذات الشكل المستقيم والميل الثابت هي الشكل الأكثر انتشاراً للتمثيل البياني للسلاسل الزمنية. يمكن في بعض الأحيان (وهذا مفيد جداً للمقارنة) أن نرسم على الشكل الواحد أكثر من منحنٍ بياني، حيث تسمح لنا هذه الإمكانية مقارنة تغير مؤشرات مختلفة أو تغير المؤشر نفسه في مناطق مختلفة.


سلسلة 1
سلسلة 2
سلسلة 3

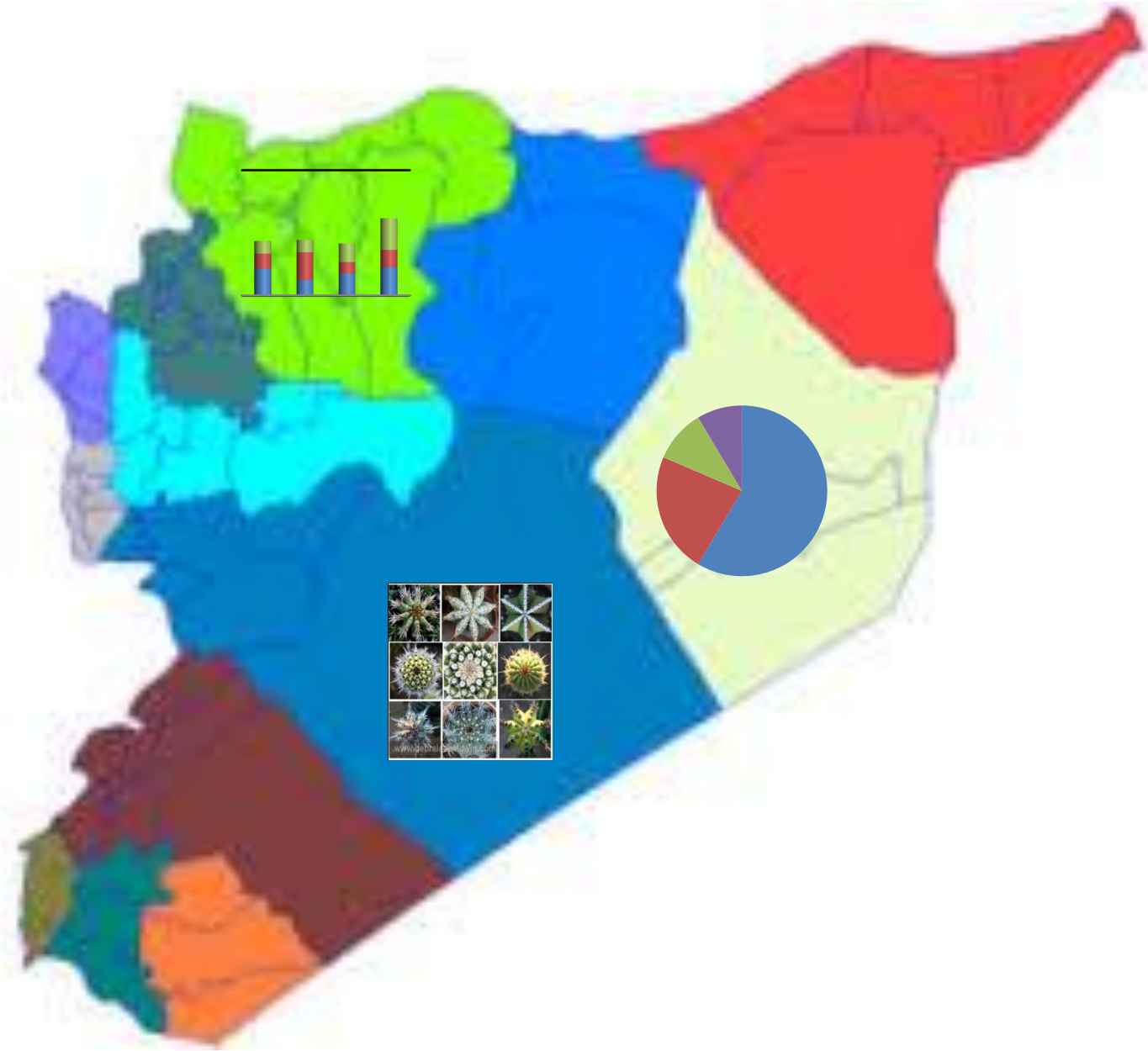

المبيعات
الربع الأول
الربع الثاني
الربع الثالث
الربع الرابع

طريقة الخرائط البيانية

وهي تعني تمثيل مؤشر محدّد على خارطة جغرافية بمساعدة التخطيط، الألوان، التنقيط، أو رموز جغرافية أخرى. وكمثال على ذلك تمثيل الكثافات السكانية بألوان مختلفة للمناطق.

طريقة خرائط الأشكال البيانية

وتعني الدمج بين الرسوم الجغرافية والأشكال البيانية، حيث توزع المؤشرات المختلفة على شكل أعمدة، مثلثات، دوائر، ورموز جغرافية أخرى على الخارطة الجغرافية المخططة.



مؤشرات تغير حدود السلسلة الزمنية وطرائق حسابها

عند دراسة السلاسل الزمنية لا بد من:

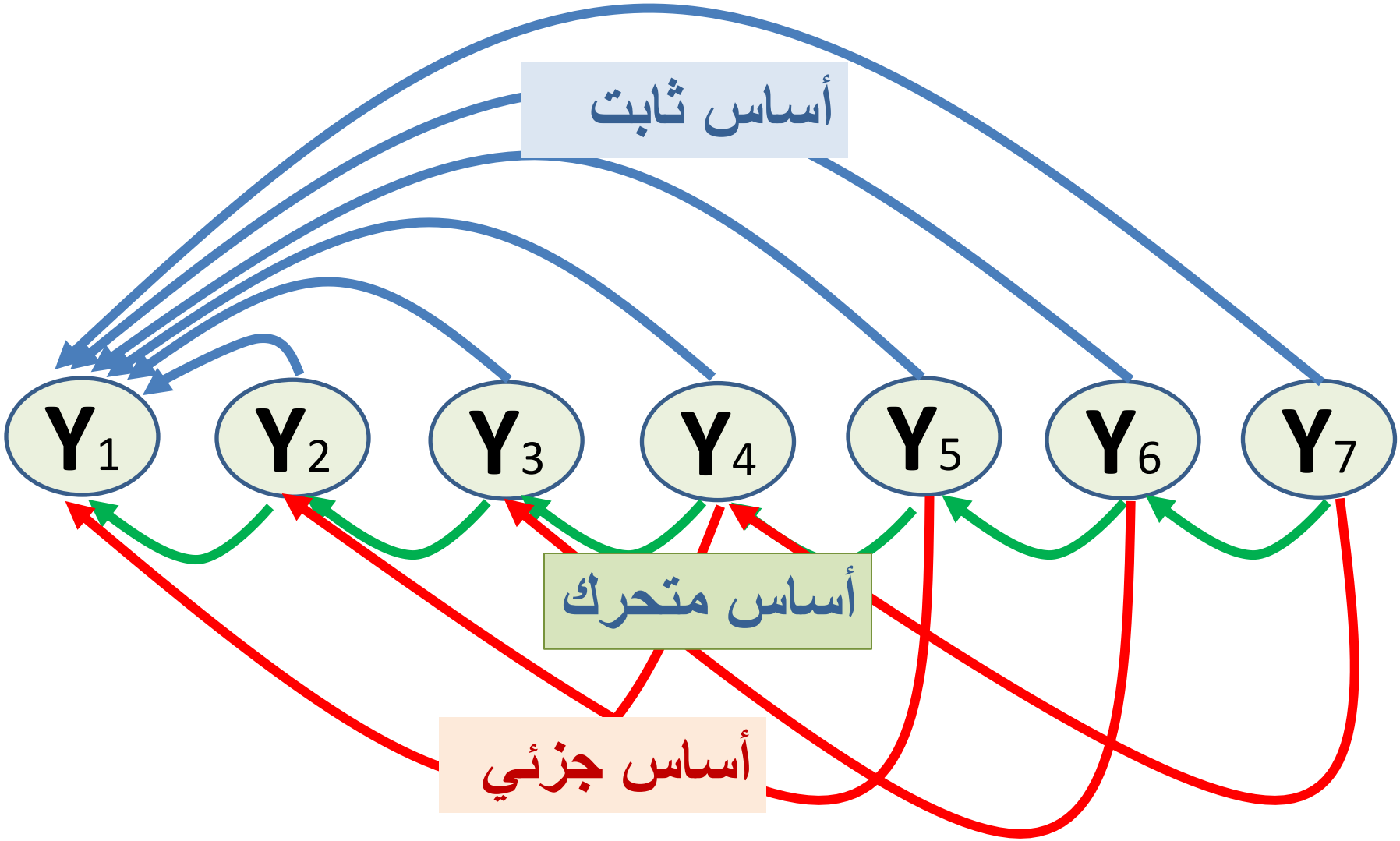
- تحديد شدة التغيرات المختلفة في قيم السلسلة الزمنية من فترة لأخرى أو من لحظة لأخرى.
- تحديد القيم المتوسطة للسلسلة الزمنية .
- إظهار القوانين الأساسية لتطور الظاهرة المدروسة خلال الفترات المختلفة.
- إظهار العوامل أو المؤثرات التي تؤدي إلى تغير قيم الظاهرة المدروسة عبر الزمن.
- التنبؤ بقيم الظاهرة في المستقبل.

عند مقارنة قيم السلسة الزمنية ببعضها هناك عدة مؤشرات للتغير المطلق أو النسبي (تغير مطلق – معامل نمو – معدل نمو .....) و هذه المقارنة تأخذ ثلاثة أشكال:

- **المقارنة بالأساس الثابت** ، حيث تقارن كل قيمة من قيم السلسلة الزمنية مع القيمة المعتبرة كأساس للمقارنة، (أول قيمة للسلسلة أو أية قيمة أخرى تبدأ عندها مرحلة جديدة للسلسلة الزمنية).

- **المقارنة بالأساس المتحرك (المتغيّر)**، حيث نقارن كل قيمة من قيم السلسلة الزمنية مع القيمة التي تسبقها مباشرة،

- **التغير الجزئي** ، **هنا** يمكن أن نقارن كل قيمة مع قيمة تبعد عنها مسافة ثابتة (كأن تسبقها بثلاث أو أربع قيم).


أساس ثابت
Y1
Y2
Y3
Y4
Y5
Y6
Y7
أساس متحرك
أساس جزئي

مؤشر التغير المطلق

ويتحدّد هذا المؤشر بالفرق بين قيمتين من السلسلة الزمنية، ويظهر كمية زيادة أو نقصان القيمة المقارنة عن القيمة المعتبرة كأساس للسلسلة الزمنية . (يسمى مؤشر التغير المطلق أحياناً - مؤشر **سرعة النمو**).

$$\Delta_t = y_t - y_1$$

$$\Delta_t = y_t - y_{t-1}$$

$$\Delta_t = y_t - y_{t-k}$$

K = 2, 3, 4,.....

مؤشر معامل النمو

وهو عبارة عن نسبة قيمتين بعضهما إلى بعض، وهو يظهر بكم مرة تزيد أو تنقص القيمة المدروسة عن القيمة المقارنة (أساس المقارنة).

$$K_t = \frac{y_t}{y_1}$$

$$K_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}$$

$$K_t = \frac{y_t}{y_{t-k}}$$

يمكن الحصول على المؤشر النسبي من معامل النمو،كنسبة مئوية وذلك بضربه بـ 100 فنحصل على ما يسمى الرقم القياسي لمعامل النمو

$$T_p = K_t .100\%$$

مؤشر معدل النمو

وهذا المؤشر يظهر بأية نسبة – قيمة السلسلة في الفترة المدروسة أكبر (أقل) من قيمة السلسلة في فترة الأساس.

$$T_m = \frac{y_t - y_1}{y_1} * 100$$

$$T_m = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} * 100$$

$$T_m = \frac{y_t - y_{t-k}}{y_{t-k}} * 100$$

بطريقة أخرى - بالفرق بين الرقم القياسي لمعامل النمو و 100%

$$T_m = (T_p - 100)\%$$

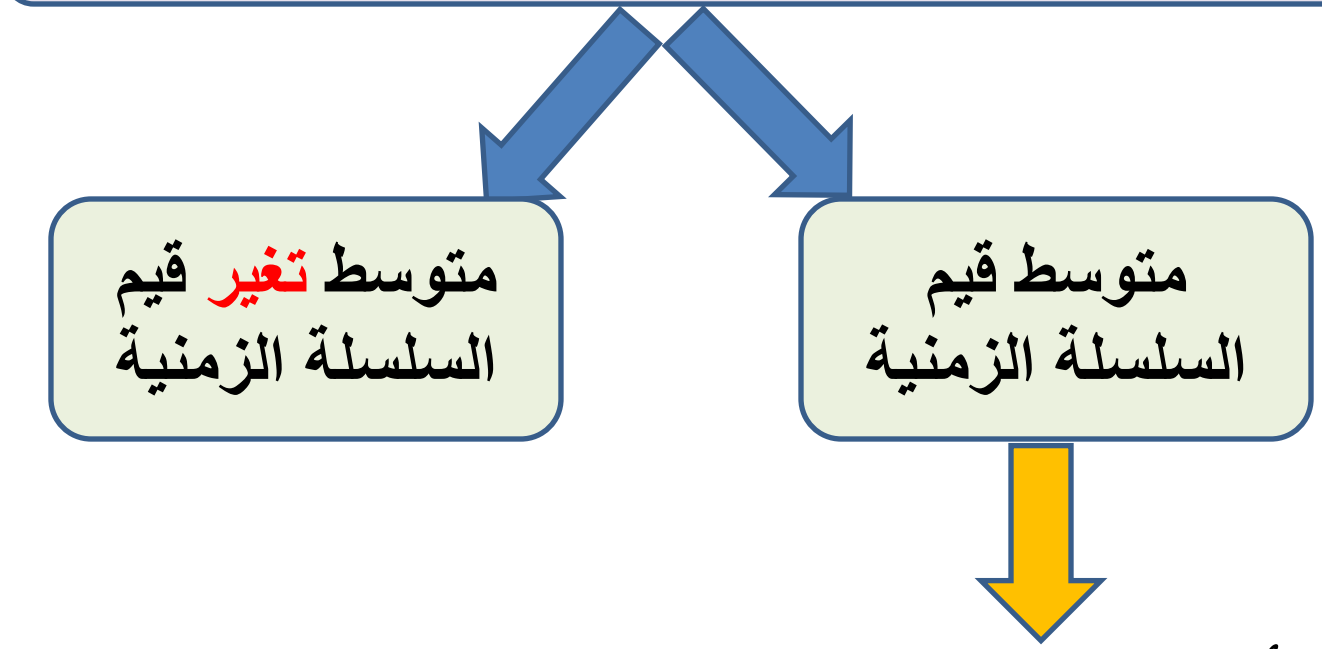
مثال : احسب مؤشرات تغير حدود السلسلة الزمنية لتطور عدد طلاب كلية الاقتصاد

العام	عدد الطلاب	التغير المطلق		
		أساس ثابت	أساس متحرك	أساس جزئي
2009	4325	------	------	-----
2010	4521	196	196	-----
2011	4623	298	102	-----
2012	4765	440	142	440
2013	4220	- 105	- 545	- 301
2014	4800	475	580	177
2015	4665	340	- 135	- 100

العام	عدد الطلاب	معامل النمو		
		أساس ثابت	أساس متحرك	أساس جزئي
2009	4325	------	------	-----
2010	4521	1.0453	1.0453	-----
2011	4623	1.0689	0.9774	-----
2012	4765	1.1017	1.0307	1. 1017
2013	4220	0.9757	0.8856	0.9334
2014	4800	1.1098	1.1374	1.0383
2015	4665	1.0786	0.9719	0.9790

العام	عدد الطلاب	معدل النمو		
		أساس ثابت	أساس متحرك	أساس جزئي
2009	4325	------	------	-----
2010	4521	4.53	4.53	-----
2011	4623	6.89	2.26	-----
2012	4765	10.17	3.07	10.17
2013	4220	- 2.43	- 11.44	- 6.66
2014	4800	10.98	13.74	3.83
2015	4665	7.86	- 2.81	- 2.1

القيم المتوسطة للسلاسل الزمنية



وهنا نلاحظ أن طريقة حساب القيمة المتوسطة للسلسلة الزمنية تتوقف على شكل السلسلة الزمنية. فنلاحظ أنه في السلاسل الزمنية المديدة ذات القيم المطلقة فإن القيمة المتوسطة للفترة تتحدّد عن طريق الوسط الحسابي البسيط:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n}$$

مثال : احسب متوسط المبيعات الأسبوعية للمتجر التالي:

الأسبوع	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	Σ
المبيعات الأسبوعية	125	139	142	118	524

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} \Longrightarrow \frac{524}{4} = 131$$

السلاسل الزمنية الآنية

- ذات فروق متساوية بالتاريخ
- ذات فروق غير متساوية بالتاريخ

السلاسل الآنية ذات الفروق المتساوية بالتاريخ

$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2}{2}$	$\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3}{2}$	$\bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4}{2}$	.....	$\bar{y}_{n-1} = \frac{y_{n-1} + y_n}{2}$

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \frac{y_3 + y_4}{2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}}{n-1}$$

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \ldots\ldots\ldots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1}$$

مثال : احسب المتوسط السنوي لعدد طلاب كلية الاقتصاد لبيانات المثال السابق :

العام	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
عدد الطلاب	4325	4521	4623	4765	4220	4800	4665

$$\bar{y} = \frac{\frac{4325}{2} + 4521 + 4623 + 4765 + 4220 + 4800 + \frac{4665}{2}}{7-1} =$$

$$\bar{y} = \frac{27424}{6} = 4570.67$$

السلاسل الآنية ذات الفروق غير المتساوية بالتاريخ

هنا نحسب الوسط الحسابي المثقل للقيم. أما الأوزان أو التثقيلات فنعتبرها هنا أطوال الفترات الزمنية بين اللحظات الزمنية أو التواريخ التي يحصل فيها تغير في قيم السلسلة الزمنية.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \, t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i}$$

حيث t_i عدد الأيام (الأسابيع–الأشهر–السنوات) التي تفصل بين التواريخ التي تجري فيها القياسات.

مثال : احسب متوسط المخزون الشهري للمتجر التالي حسب البيانات التالية:

التاريخ	كمية المخزون y_i	عدد الأشهر التي لم يحصل فيها تغير في المخزون t_i	$y_t * t_i$
1/1/2014	220	3	660
1/4/2014	307	2	614
1/6/2014	105	4	420
1/10/2014	460	3	1380
$\sum$	-------	12	3074

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i} \Rightarrow \bar{y} = \frac{3074}{12} = 256.167$$

متوسط تغير قيم السلسلة الزمنية

متوسط التغير المطلق

يسمى أيضاً متوسط سرعة النمو و يحسب عن طريق الوسط الحسابي ؟؟؟؟

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i}{n-1}$$

متوسط معامل النمو

يحسب عن طريق الوسط الهندسي ؟؟؟؟

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{k_1.k_2.k_3.....k_n}$$

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1} * \frac{y_3}{y_2} * .... * \frac{y_n}{y_{n-1}}}$$

ومتوسط معامل النمو– يقيس كم مرة بالمتوسط تغيرت قيم السلسلة الزمنية خلال الفترة المدروسة.
وإذا كان بالشكل النسبي (الرقم القياسي لمعامل النمو) فإن متوسط الرقم القياسي لمعامل النمو هو

$$\overline{T}_p = \overline{K} * 100\%$$

متوسط معدل النمو

يحسب على الشكل التالي

$$\overline{T}_m = (\overline{T}_p - 100)\%$$

$$\overline{T}_m = \left(\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} - 1 \right) * 100\%$$

في مثال طلاب كلية الاقتصاد نجد

متوسط التغير المطلق

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum_{i-1}^{n-1} \Delta_i}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1} \Rightarrow \overline{\Delta} = \frac{4665-4325}{7-1} = \frac{340}{6} = 56.67$$

متوسط معامل النمو

$$\overline{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \Rightarrow \overline{K} = \sqrt[7-1]{\frac{4665}{4325}} = \sqrt[6]{1.0786} = 1.01269$$

متوسط الرقم القياسي

$$\overline{T}_p = \overline{K} * 100\% \Rightarrow \overline{T}_p = 1.01269 * 100 = 101.269\%$$

متوسط معدل النمو

$$\overline{T}_m = (\overline{T}_p - 100)\% \Rightarrow \overline{T}_m = 101.269 - 100 = 1.269\%$$

دراسة وتحليل السلاسل الزمنية

يعني إعطاء تطور الظاهرة عبر الزمن شكلاً رياضياً يمكن من معرفة اتجاه تطور الظاهرة والتنبؤ بحالتها في المستقبل، وإيجاد بعض المؤشرات الأخرى المفيدة في تحليلها

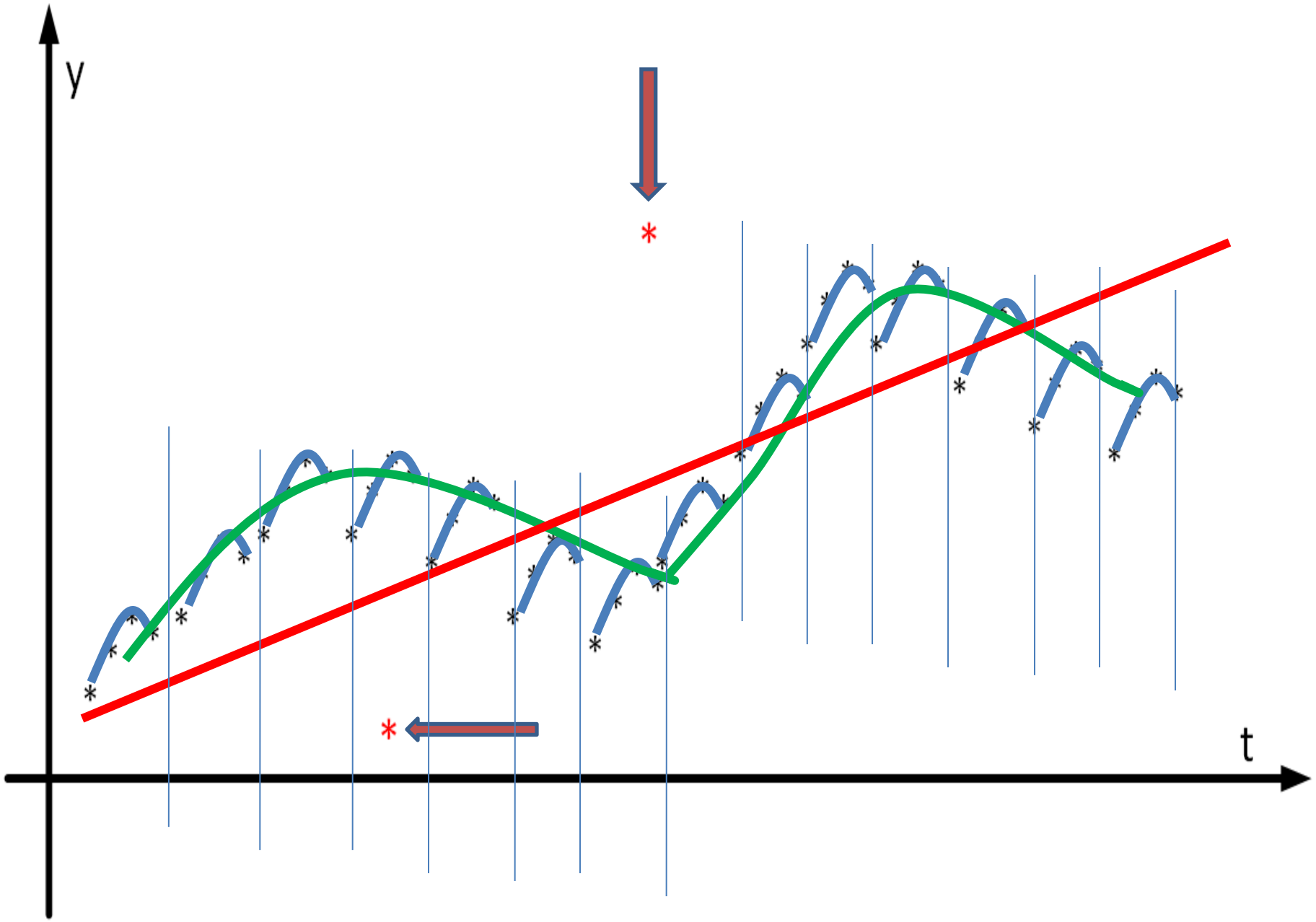
يعني تمثيلها بمعادلة أو بنموذج رياضي يكون الزمن فيه المؤشر المستقل أو المؤثر. بينما تكون قيم الظاهرة أو السلسلة الزمنية هي المؤشر التابع

يجب رسم شكل الانتشار.... مبدأ الزمن اللحظة t_0 $t = t' - t_0$

t_0 هي اللحظة الزمنية التي تسبق أول لحظة أو تاريخ موجود لدينا في السلسلة ، و يمكن أن تقابل منتصف السلسلة (.....,-2,-1,0,1,2,.....)

من شكل الانتشار نلاحظ أنه يحتوي على تذبذبات قد تكون كثيرة أو قليلة، ولكن السلسلة الزمنية بشكل عام تأخذ اتجاهاً عاماً محدّداً، وهذه التذبذبات قد تكون بسبب مجموعة من المؤثرات والتغيرات هي :

- تغيرات الاتجاه العام
- التغيرات الموسمية
- التغيرات الدورية
- التغيرات العشوائية (الطارئة)


y
t

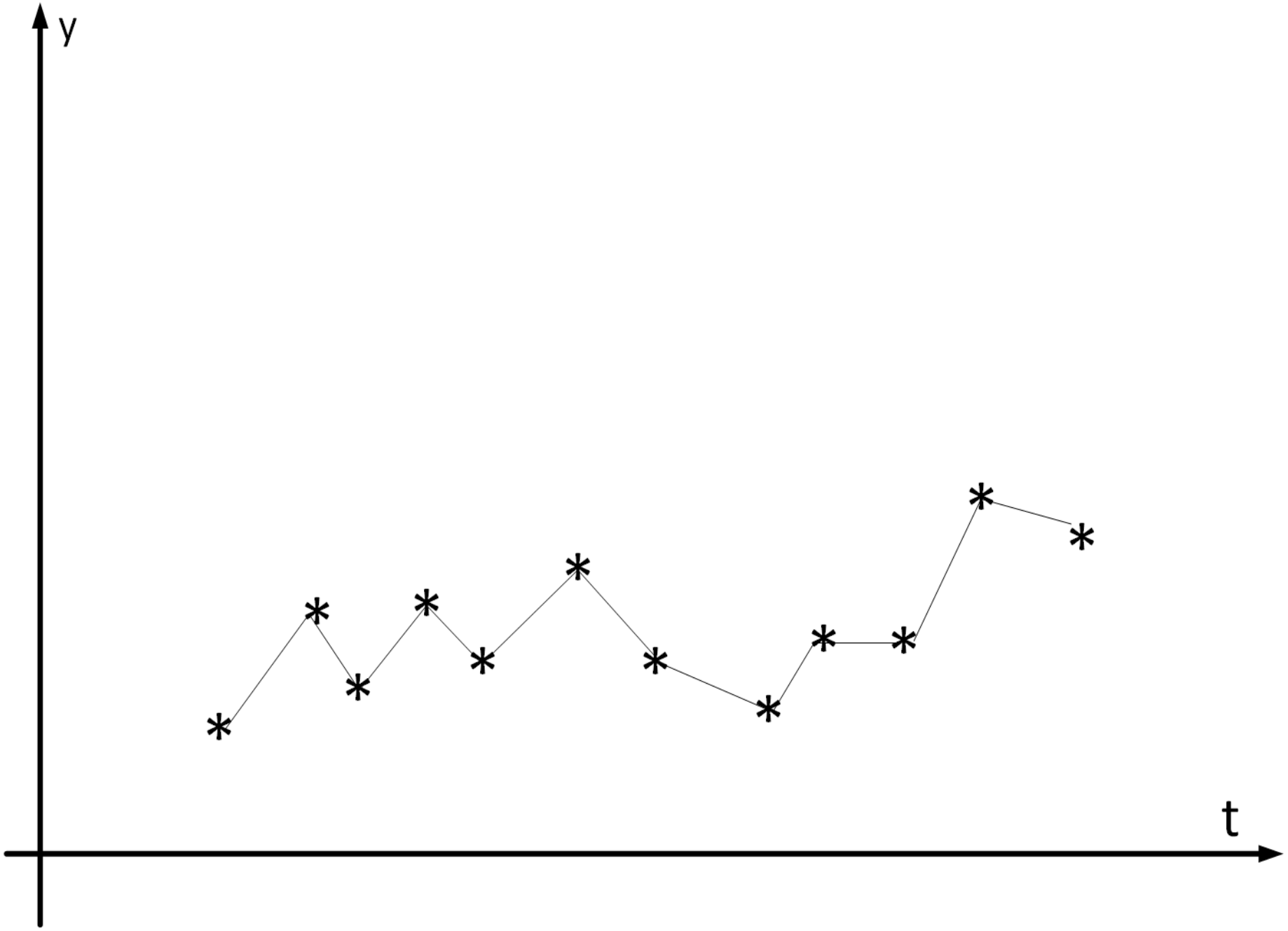
دراسة تغيرات الاتجاه العام

تسوية السلاسل الزمنية

إيجاد القانون العام لتغير قيم هذه الظاهرة الممثلة بالسلسلة الزمنية أو النزعة العامة لتطور الظاهرة

أبسط الطرق : طريقة إطالة (أو توسيع) الفترات الزمنية ((أي تجميع الفترات أو استبدال السلسلة بأخرى تكون فيها قيم الظاهرة مقابلة لفترات أطول.

طريقة الوسط المنزلق (المتحرك) تشكيل مجالات مطولة ومؤلفة من العدد نفسه من المشاهدات و إزاحتها بقيمة واحدة كل مرة حتى نهاية السلسلة


y
t

العوامل المؤثرة على السلسة الزمنية

General Trend	Seasonal Variations	Cyclical Variations	Variations Random
الاتجاه العام: وهو السلوك العام للمتغير أو الظاهرة محل الدراسة خلال فترة زمنية معينة.	التغيرات الموسمية: وهي التي تحدث للظاهرة بصفة دورية ومتكررة. مثل مبيعات المياه المعدنية والتي تتأثر بالفصول.	التغيرات الدورية: تشبه التغيرات الموسمية حيث أنها دورية ولكنها تحدث خلال فترة طويلة نسبيا كحالات الكساد	التغيرات العرضية: وهي التي تحدث بصورة فجائية وغير متوقعة كفترات الحروب والكوارث.
ميل الظاهرة نحو الزيادة أو النقصان	تغيرات تحدث بسبب اختلاف مواسم السنة نفسها نتيجة عوامل خارجية	تغيرات تحدث كل عدة سنوات بحيث تكرر الظاهرة نفسها على فترات دورية منتظمة	تغيرات تحدث بصفة غير منتظمة وعوامل فجائية

مثال : المجموع المنزلق والوسط المتحرك لعدد طلاب كلية الاقتصاد

العام	عدد الطلاب	لثلاث سنوات		لخمس سنوات	
		مجموع	متوسط	مجموع	متوسط
2009	4325	-------	-------	-------	-------
2010	4521	13469	4489.67	-------	-------
2011	4623	13909	4636.33	22454	4490.8
2012	4765	13608	4536	22929	4585.8
2013	4220	13785	4595	23073	4614.6
2014	4800	13685	4561.67	-------	-------
2015	4665	-------	-------	-------	-------

تحليل السلاسل الزمنية

بمعنى إعطاء موديل (نموذج) رقمي عن الاتجاه العام لتغير قيم السلسلة الزمنية خلال الزمن

وفي هذه الحالة، فإن القيم الفعلية تستبدل بقيم محسوبة على أساس منحني محدّد مختار بشكل بعكس الاتجاه العام لتغير الظاهرة المدروسة عبر الزمن

القانون العام لتغير قيم الظاهرة المدروسة يعدّ كتابع للزمن

$$\tilde{y}_t = f\ (t)$$

حيث $\tilde{y}_t$ قيمة السلسلة الزمنية المحسوبة عند التحليل وفق النموذج المعتمد والمقابلة للّحظة الزمنية، أو الفترة t

أهم أشكال المعادلات المقترحة للتمثيل بناءً على شكل الانتشار

المعادلة الخطيّة:	$\tilde{y}_t = a_0 + a_1 t$
معادلة القطع المكافئ:	$\tilde{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$
معادلة الدرجة الثالثة:	$\tilde{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$
معادلة القطع الزائد:	$\tilde{y}_t = a_0 + a_1 \frac{1}{t}$
المعادلة الأسية من الشكل:	$y = a_0 . e^{a_1 t}$
ومن الشكل:	$\tilde{y}_t = a_0 . a_1^{\,t}$
معادلة المنحني المنطقي:	$\tilde{y}_t = \frac{a_0}{1 + a_1 . e^{-a_2 t} . t}$
المعادلة اللوغاريتمية:	$\tilde{y}_t = a_0 + a_1 \log t$

لحساب ثوابت هذه المعادلات نستخدم طريقة المربعات الصغرى

عندما تكون المعادلة خطيّة: $\tilde{y}_t = a_0 + a_1 t$ نستخدم المعادلات التالية

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = n a_0 + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_i y_i = a_0 \sum_{i=1}^{n} t_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i^{\,2}$$

يمكن استخدام الطريقة المختصرة عندما نجعل مبدأ الزمن منتصف السلسلة

$$\sum y_i = n a_0$$

$$\sum y_i t_i = a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i^{\,2}$$

$$a_0 = \frac{\sum y_i}{n} = \bar{y}$$

$$a_1 = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i^{\,2}}$$

مثال: بفرض أننا نستطيع تمثيل السلسلة الزمنية لتطور عدد طلاب كلية الاقتصاد بمعادلة مستقيم لنحسب ثوابت هذه المعادلة بالطريقتين.

نستعين بالجدول التالي للحساب بالطريقة العادية

العام	y_i	t_i	$y_i t_i$	t_i^2
2009	4325	1	43251	
2010	4521	2	90424	
2011	4623	3	138699	
2012	4765	4	190616	
2013	4220	5	211025	
2014	4800	6	28806	
2015	4665	7	32654	
$\sum$	31919	28	128851	140

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = n a_0 + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_i y_i = a_0 \sum_{i=1}^{n} t_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i^{\,2}$$

بالتعويض في هذه المعادلة عن t
بما يساويها نحصل على القيم
النظرية (قيم الاتجاه العام)

t_i	$\tilde{y}$
1	4437.9٤
2	4479.9٤
3	4521.9
4	4563.8٦
5	4605.8٢
6	4647.7٨
7	4689.7٤
Σ	3191٩

$$31919 = 7a_0 + 28a_1$$

$$128851 = 28a_0 + 140a_1$$

بالحل المشترك للمعادلتين السابقتين

$$a_0 = 439202 \qquad a_1 = 41.96$$

$$\tilde{y} = 439202 + 41.96t$$

نستعين بالجدول التالي للحساب بالطريقة المختصرة

العام	y_i	t_i	$y_i t_i$	t_i^2
2009	4325	-3	-12975	9
2010	4521	-2	-9042	4
2011	4623	-1	-4623	1
2012	4765	0	0	0
2013	4220	1	4220	1
2014	4800	2	9600	4
2015	4665	3	13995	9
$\sum$	31919	0	1175	28

$$a_0 = \frac{\sum y_i}{n} = \bar{y}$$

$$a_1 = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i^2}$$

بالتعويض في هذه المعادلة عن t بما يساويها نحصل على القيم النظرية (قيم الاتجاه العام)

$$a_0 = \frac{31919}{7} = 4559.8$$

$$a_1 = \frac{1175}{28} = 41.96$$

$$\tilde{y} = 4559.86 + 41.96t$$

t_i	$\tilde{y}$
-3	4433.9
-2	4475.9
-1	4517.9
0	4559.8
1	4601.8
2	4643.7
3	4685.7
Σ	31919

التنبؤ و إنشاء حدي الثقة

$$y_i = \tilde{y}_i \pm t_\alpha s_{y\tilde{y}}$$

t_α القيمة النظرية (الجد ولية) لتوزيع ستيودنت بمستوى دلالة ، α وعدد محدّد من درجات الحرية يساوي (n-1) .

$s_{y\tilde{y}}$ الجذر التربيعي الموجب لتباين التمثيل (متوسط الخطأ المرتكب) $s_{y\tilde{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2}{n-m}}$

لنتنبأ بعدد الطلاب 2016في عام و ننشئ حدي ثقة لعدد الطلاب في عام 2016 حيث نجد (حيث سنستخدم المعادلة الأولى):

$$\tilde{y}_{2016} = 439202 + 41.96*(8) = 4727.7$$

$$t_{0.05,6} = 2.4469$$

y_i	$\tilde{y}$	$y_i - \tilde{y}_i$	$(y_i - \tilde{y}_i)^2$
4325	4437.98	-112.98	12764.5
4521	4479.94	41.06	1685.9
4623	4521.9	101.1	10221.2
4765	4563.86	201.14	40457.3
4220	4605.82	-385.82	148857.
4800	4647.78	152.22	23170.9
4665	4689.74	-24.74	612.1
31919	31919	═══	237769

$$S_{y\tilde{y}} = \sqrt{\frac{237769}{7-2}} = 218.06$$

$$y_{2016} = 4727.7 \mp 2.4469 * 218.06$$

(4194.13 , 5261.27)

من أجل استعمال معادلة من الدرجة الثانية (معادلة قطع مكافئ)

$$\tilde{y}_i = a_0 + a_2 t_i + a_2 t_i^{\,2}$$

$$\sum y_i = n a_0 + a_1 \sum t_i + a_2 \sum t_i^2$$

$$\sum y_i t_i = a_0 \sum t_i + a_1 \sum t_i^2 + a_2 \sum t_i^3$$

$$\sum y_i t_i^2 = a_0 \sum t_i^2 + a_1 \sum t_i^3 + a_2 \sum t_i^4$$

بالطريقة المختصرة

$$\sum y_i = n a_0 + a_2 \sum t_i^{\,2}$$

$$\sum y_i t_i = a_1 \sum t_i^{\,2}$$

$$\sum y_i t_i^{\,2} = a_0 \sum t_i^{\,2} + a_2 \sum t_i^{\,2}$$

فيما إذا كان تغير قيم السلسلة الزمنية يظهر نزعة نحو ثبات الميل، فإن تمثيل السلسلة الزمنية ينصح بأن يكون باستخدام معادلة أسية من الشكل

$$\tilde{y}_i = a_0 + a_1^{t_i} \longrightarrow \log \tilde{y}_i = \log a_0 + t_i \log a_1$$

$$\sum \log y_i = n \log a_0 + \log a_1 \sum t_i$$

$$\sum t_i \log y_i = \log a_0 \sum t_i + \log a_1 \sum t_i^{\,2}$$

بالطريقة المختصرة

$$\sum \log y_i = n \log a_0 + \log a_1 \sum t_i$$

$$\sum t_i \log y_i = \log a_0 \sum t_i + \log a_1 \sum t_i^{\,2}$$

دراسة أثر التغيرات الموسمية

تسمى الموسمية: الظواهر التي تظهر في تطورها تغيرات منتظمة خلال العام. وبكلمات أخرى، تكون تغيرات القيم إلى حد ما ثابتة ومتكررة من سنة لأخرى

وكمثال على الظواهر الموسمية نذكر استهلاك وقود التدفئة و أجهزة التكييف و المثلجات و أعداد السياح

عند الحديث عن موضوع الموسمية يجب أن نقوم بما يلي:

- التأكد من وجود هذه التغيرات الموسمية، والتعبير الرقمي عنها وإظهار قوتها وصفاتها في مختلف مراحل الحلقة السنوية.
- تحليل العوامل المؤدية لهذه التغيرات الموسمية.
- تقدير نتيجة هذه التغيرات الموسمية.
- التمثيل الرياضي لها.

طرق قياس الانحرافات (التغيرات) الموسمية

- طريقة الفروقات المطلقة.
- طريقة الفروقات النسبية.
- طريقة الأرقام القياسية الموسمية.

حيث نعتمد على إيجاد الفرق بين القيم الفعلية والقيم المحسوبة (النظرية) باستخدام معادلة الاتجاه العام

في بعض الحالات، وخاصة للسلاسل الزمنية المستقرة فيمكن استعمال الفرق بين القيم الفعلية والمتوسط الأسبوعي أو الشهري أو الفصلي لقيم عام كامل

مثال : مبيعات أجهزة التكييف خلال الأعوام 2014- 2015

البيان	الفصول				المجموع
	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	
2014	120	130	370	180	800
2015	140	150	420	210	920
المجموع لكامل المدة	260	280	790	390	1720
متوسط الفصل $\bar{y}_i$	130	140	395	195	215
الانحراف المطلق عن المتوسط العام $\bar{y}_i - \bar{y}$	- 85	- 75	+ 180	- 20	===
الانحراف النسبي عن المتوسط العام $\frac{\bar{y}_i - \bar{y}}{\bar{y}} * 100\%$	- 39.53	- 34.88	+ 83.72	- 9.30	===
الرقم القياسي للموسمية $\frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} * 100\%$	60.47	65.12	183.72	90.70	===

دراسة أثر التغيرات الدورية والعشوائية

يمكن عزل تأثير القوى الدورية والعشوائية من خلال **طريقة البواقي** التي تعتمد على عزل تأثير الاتجاه العام، وكذلك تأثير التغيرات الموسمية وما يتبقى يمثل التغيرات الدورية والعشوائية معاً

عند عزل المركبات الأساسية للسلسلة الزمنية لا بد من معرفة العلاقة بين هذه المركبات، ولذلك نستخدم أحد النموذجين التاليين:

نموذج الضرب:

يعد النموذج الأكثر انتشاراً واستعمالاً في دراسة السلاسل الزمنية

$$Y = T.S.C.I$$

اذا كانت السلسلة سنوية $Y = T.C.I$

اذا كانت السلسلة قصيرة $Y = T.S.I$

حتى نستخدم نموذج الضرب يجب أن تكون قيم الاتجاه العام عبارة عن قيم عددية مطلقة، بينما تكون قيم المركبات الأخرى نسبية (أرقام قياسية).

نموذج الجمع:

في هذا النموذج تعدّ السلسلة على أنها حاصل جمع مكوناتها الأربعة

$$Y = T + S + C + I$$

وحتى نستخدم نموذج الجمع يجب أن تكون جميع مركبات السلسلة الزمنية على شكل قيم عددية مطلقة.

إن نموذج الجمع غالباً ما يستخدم عندما تكون التغيرات الموسمية ثابتة من سنة لأخرى ومستقلة عن قيم الاتجاه العام، ويكون التشتّت حول الاتجاه العام ثابتاً ويقاس بالانحراف المعياري السنوي

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \bar{y})^2}{n}}$$

حيث: y_t القيم الفعلية لمشاهدات سنة من السنوات.

$\bar{y}$ الوسط الحسابي لقيم المشاهدات الفعلية في سنة من السنوات.

n عدد المشاهدات في السنة وبالتالي فإن n=4 إذا كانت السلسلة فصلية و n=12 إذا كانت السلسلة شهرية

يصبح لدينا عدد من الأوساط الحسابية و الانحرافات المعيارية يساوي عدد سنوات السلسلة نوجد معادلة انحدار الانحراف المعياري على الوسط الحسابي $\sigma = a_0 + a_1 \bar{y}$

$a_1 \prec 0.05$ نستخدم نموذج الجمع.

$a_1 \succ 0.10$ نستخدم نموذج الضرب

$0.05 \leq a_1 \leq 0.10$ لا فرق ولكن علينا استخدام النموذج الذي يعطينا أفضل قيمة للسلسلة.

حيث: y_t القيم الفعلية لمشاهدات سنة من السنوات.

$\bar{y}$ الوسط الحسابي لقيم المشاهدات الفعلية في سنة من السنوات.

نموذج جمعي ← $a < 0.05$

نموذج جدائي ← $a > 0.1$

نموذج مختلط ← $0.05 \leq a \leq 0.1$

$a_1 \prec 0.05$ نستخدم نموذج الجمع.

$a_1 \succ 0.10$ نستخدم نموذج الضرب

$0.05 \leq a_1 \leq 0.10$ لا فرق ولكن علينا استخدام النموذج الذي يعطينا أفضل قيمة للسلسلة.

الأعوام	الفصول	القيم الفصلية Y	$\overline{Y}$	σ
1	1	120	122	7.65
	2	125		
	3	132		
	4	111		
2	1	122	127	9.85
	2	132		
	3	140		
	4	114		
3	1	125	130	7.38
	2	130		
	3	142		
	4	123		

المعادلة من الشكل: $\sigma = a_0 + a_1 \bar{y}$

لإيجاد ثوابتها نستخدم إحدى الطرق المعروفة، وبحسابها وجدنا:

$$a_0 = 6.45 \qquad a_1 = 0.01$$

$$\sigma = 6.45 + 0.01 \bar{y}$$

بما أن $a_1 \prec 0.05$ لذلك يجب أن نستخدم نموذج الجمع للتعبير عن محصلة التغيرات المؤثرة في قيم السلسلة الزمنية.

قياس التغيرات الدورية والعشوائية

لقياس أثر التغيرات الدورية والعشوائية على سلسلة زمنية سنوية معينة ننسب القيم الفعلية (المشاهدة) للسلسلة الزمنية المعنية إلى قيم السلسلة المحسوبة وفق معادلة الاتجاه العام فنحصل على القوى الدورية والعشوائية معاً

و إذا كانت السلسلة الزمنية فصلية أو شهرية:

- نحسب أولاً الرقم القياسي الموسمي، ومن ثم لتخليص القيم الفعلية للسلسلة من التغيرات الموسمية،
- نقسم القيم الفعلية للسلسلة على الأرقام القياسية المعدلة ونضرب الناتج بـ 100%
- ننسب القيم الأخيرة إلى قيم الاتجاه العام (القيم النظرية)، ونضرب الناتج بـ 100% فنحصل على الأرقام القياسية للتغيرات الدورية والعشوائية معاً.

ملاحظة :

نظراً لصعوبة قياس أو التنبؤ بالتغيرات العشوائية فإننا نعتبر دوماً أنها مدمجة مع التغيرات الدورية.

مثال:

لتكن لدينا المعلومات التالية عن مبيعات أجهزة التكييف في أحد المتاجر خلال ثلاث سنوات موزعة على فصول السنة، و المطلوب:

- ✓ حساب معادلة خط الاتجاه العام، وكذلك القيم النظرية (مركبة الاتجاه العام).
- ✓ حساب الأرقام القياسية الموسمية.
- ✓ حساب الأرقام القياسية الدورية والعشوائية.

الحل:

بفرض أننا نمثل معادلة الاتجاه العام بمعادلة مستقيم من الشكل:

$$\tilde{y} = a_0 + a_1 t$$

الأعوام	الفصول	y_i	t_i	$y_i t_i$	t_i^2
2013	1	120	1	120	1
	2	125	2	250	4
	3	132	3	396	9
	4	111	4	444	16
2014	1	122	5	610	25
	2	132	6	792	36
	3	140	7	980	49
	4	114	8	912	64
2015	1	125	9	1125	81
	2	130	10	1300	100
	3	142	11	1562	121
	4	123	12	1476	144
$\sum$	===	1516	78	9967	650

$$\sum y_i = na_0 + a_1 \sum t$$

$$\sum t.y = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2$$

$$1516 = 12a_0 + 78a_1$$

$$9967 = 78a_0 + 650a_1$$

بالحـــــــل

$$a_0 = 121.2 \qquad a_1 = 0.79$$

$$T = \tilde{y} = 121.2 + 0.79t$$

نعوض قيم t في المعادلة السابقة فنحصل على القيم النظرية لمبيع أجهزة التكييف في المتجر المذكور (مركبة الاتجاه العام) بعد ذلك ننسب القيم الفعلية إلى القيم النظرية ونضرب الناتج بـ 100% فنحصل على الرقم القياسي الموسمي لكل فصل من الفصول

الأعوام	الفصول	y_i	قيم الاتجاه العام $T = \tilde{y}$	الرقم القياسي الموسمي $y/\tilde{y} * 100$
2013	1	120	121.99	98.37
	2	125	122.78	101.81
	3	132	123.57	106.82
	4	111	124.36	89.26
2014	1	122	125.15	97.48
	2	132	125.94	104.81
	3	140	126.73	110.47
	4	114	127.52	89.40
2015	1	125	128.31	97.42
	2	130	129.10	100.70
	3	142	129.89	109.32
	4	123	130.68	94.12

تعديل الأرقام القياسية الموسمية

الفصول / السنوات	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	المجموع
2013	98.37	101.81	106.82	89.26	====
2014	97.48	104.81	110.47	89.40	====
2015	97.42	100.70	109.32	94.12	====
الأرقام القياسية الموسمية	97.75	102.44	108.87	90.92	399.98
الأرقام القياسية الموسمية المعدلة	97.75	102.45	108.88	90.92	400

لتخليص قيم السلسلة من آثار التغيرات الموسمية نقسم القيم الفعلية للسلسلة على الأرقام القياسية المعدلة ونضرب الناتج بـ 100% فنحصل على القيم الفعلية للسلسلة الزمنية بعد استبعاد آثار التغيرات الموسمية

ننسب القيم الفعلية بعد استبعاد التغيرات الموسمية إلى قيم الاتجاه العام (القيم النظرية) ونضرب الناتج بـ 100% فنحصل على الأرقام القياسية الدورية والعشوائية معاً،

نطرح من الناتج الأخير المقدار 100% فنحصل على التغير في قيم السلسلة الزمنية الناتج بسبب تأثير القوى الدورية

السنوات	الفصول	y_i الفعلية (1)	ر ق م معدل (2)	القيم الفعلية بعد استبعاد القوى الموسمية 3=1/2	قيم الاتجاه العام (4) $T = \tilde{y}$	الأرقام القياسية الدورية 5=3/4	التغير بسبب القوى الدورية 6=5-100
2013	1	120	97.75	122.76	121.99	100.63	+ 0.63
	2	125	102.45	122.01	122.78	99.37	- 0.63
	3	132	108.88	121.23	123.57	98.11	- 1.89
	4	111	90.92	122.08	124.36	98.17	- 1.83
2014	1	122	97.75	124.81	125.15	99.73	- 0.27
	2	132	102.45	128.84	125.94	102.30	+ 2.30
	3	140	108.88	128.58	126.73	101.46	+ 1.46
	4	114	90.92	125.38	127.52	98.32	- 1.68
2015	1	125	97.75	127.88	128.31	99.66	- 0.34
	2	130	102.45	126.89	129.10	98.29	- 1.71
	3	142	108.88	130.42	129.89	100.41	+ 0.41
	4	123	90.92	135.28	130.68	103.52	+ 3.52

تحليل وتقويم ونتائج التمثيل الرياضي

تحليل وتقويم نتائج التمثيل الرياضي للسلاسل الزمنية لا يختلف عن الارتباط ، فندرس أولاً توافق إشارات الثوابت مع طبيعة الظاهرة المدروسة . ثم نحسب التباينات التالية:

التباين الكلي

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n}$$

تباين القيم النظرية (التباين المفسر)

$$\sigma_{\tilde{y}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\tilde{y}_{t_i} - \bar{y})^2}{n}$$

تباين التمثيل (التباين غير المفسر)

$$S_{y\tilde{y}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \tilde{y}_{t_i})^2}{n}$$

معامل التحديد النظري

$$R^2 = \frac{\sigma_{\tilde{y}}^2}{\sigma_y^2}$$

$$F = \frac{\sigma_{\tilde{y}}^2}{S_{y\tilde{y}}^2} \cdot \frac{n-m}{m-1}$$

موضوعية معامل التحديد لفعالية

ν_1، ν_2 درجات حرية، ومن اجل مستوى دلالة معين

دراسة الخطأ المرتكب $S_{y\tilde{y}}$ واستعماله لإيجاد مدى الثقة للتقديرات النظرية، ومن ثم القيام بعمليات التنبؤ والاستطلاع المطلوبة

نهاية محاضرة
السلاسل الزمنية
مطلوبة كاملاً في
الامتحان

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح