محاضرات مادة الفيزياء /1/

لطلاب السنة الأولى

(ميكاترونيكس – معلوماتية – عمارة)

الأستاذ الدكتور جبُّور نوفل جبُّور

2025 - 2024

المحاضرة السادسة

الكهرباء

(القوى الكهربائية والحقول الكهربائية)

Electric

(Electric Forces and Electric Fields)

1- مقدمة - Introduction

2- خصائص الشحنات الكهربائية – Properties of Electric Charges

3- شحن الأجسام بالتحريض – Charging Objects by Induction

4- قانون كولون – Coulomb's Law

5- الحقل الكهربائي – Electric Field

6- الحقل الكهربائي لتوزع مستمر للشحنة – Electric Field of a Continuous Charge

7- خطوط الحقل الكهربائي – Electric Field Lines

8- حركة جسيم مشحون في حقل كهربائي منتظم – Motion of a Charged Particle in a Uniform Electric Field

MANARA UNIVERSITY

1- مقدمة – Introduction

إن دراسة يقتضي دراسة خصائص الشحنات الكهربائية، القوة الكهربائية. إن دراسة القوى الناتجة بين الجسيمات المشحونة يقود إلى دراسة **"قانون كولون" "Coulomb's Law"**، ومن ثم إلى دراسة مفهوم الحقل الكهربائي المرافق لتوزع الشحنة ودراسة تأثيره على جسيمات مشحونة أخرى. وسندرس أيضاً حركة جسيم مشحون تحت تأثير حقل كهربائي منتظم.

تعاريف:

إن الحقل الكهربائي، الذي نرمز له بـ $\vec{E}$، في نقطة من الفراغ يُعرَّف بأنه القوة $\vec{F}_e$ التي تؤثر على شحنة اختبارية صغيرة موجبة موضوعة في نقطة مقسومة على قيمة الشحنة الاختبارية q_0:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} \qquad (1)$$

2- خصائص الشحنات الكهربائية – Properties of Electric Charges

خصائص الشحنات الكهربائية:

- الشحنات المتعاكسة بالإشارة تتجاذب، بينما التي لها نفس الشحنة تتدافع.
- الشحنة الكلية في جملة معزولة محفوظة.
- الشحنة مكممة (أي تأخذ قيم متقطعة).

3- شحن الأجسام بالتحريض – Charging Objects by Induction

اصطلح على تصنيف المواد بحسب قابلية حركة الإلكترونات في المادة إلى:

- **النو اقل**: هي مواد تحتوي إلكترونات تتحرك بشكل حر،
- **العوازل**: هي مواد لا تحتوي إلكترونات تتحرك بشكل حر،

4- قانون كولون – Coulomb's Law

يمثل قانون كولون القوة الكهربائية التي تؤثر بها شحنة نقطية أولى q_1 على شحنة نقطية أخرى q_2، ويعطى بالعلاقة الآتية:

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_{12} \qquad (2)$$

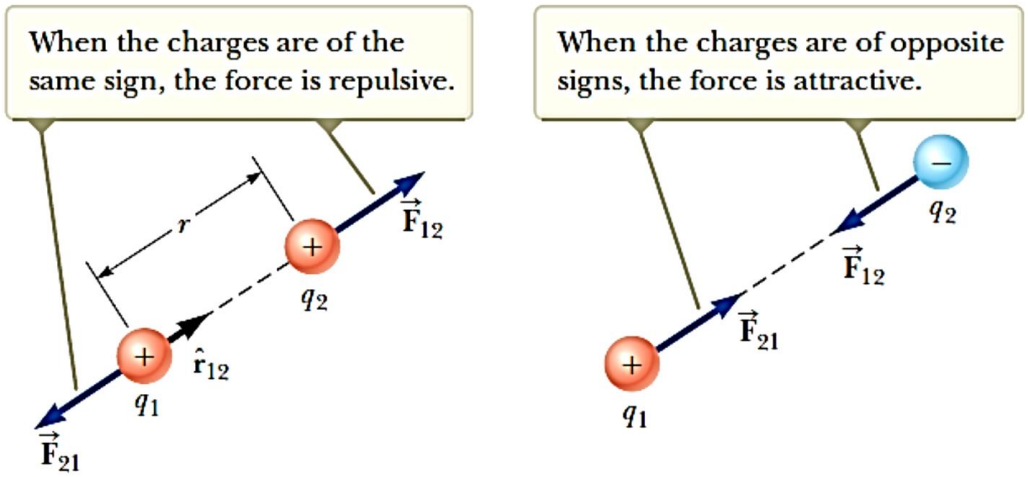
حيث r المسافة الفاصلة بين الشحنتين، والشعاع $\vec{r}_{12}$ شعاع الواحدة للاتجاه من q_1 باتجاه q_2. والمقدار k_e يُدعى بثابت كولون، وقيمته تساوي:

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \times 10^9 \left[\frac{N.m^2}{C^2}\right]$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}8542 \times 10^{-12} [\frac{C^2}{N.m^2}]$$

إن القوة الكهربائية لشحنة q موضوعة في حقل كهربائي $\vec{E}$ تساوي:

$$\vec{F}_e = \mathbf{q}\,\vec{E}$$



شحنتان المسافة بينهما r تؤثران على بعضهما بعضاً بقوة وفق قانون كولون. إن $\vec{F}_{21}$ هي القوة التي تؤثر بها الشحنة q_2 على الشحنة q_1 هي قوة تساوي بالقيمة وتعاكس بالاتجاه القوة $\vec{F}_{12}$ التي تؤثر بها الشحنة q_1 على q_2.

مثال: (ذرة الهيدروجين – Hydrogen Atom)

إن المسافة الفاصلة بين إلكترون وبروتون ذرة الهيدروجين تساوي تقريباً $(5{,}3 \times 10^{-11} m)$. المطلوب إيجاد القوة الكهربائية والقوة التجاذبية بين الجسيمين (الإلكترون والبروتون). قارن بين القوتين، ماذا تستنتج؟

معطيات عددية:

شحنة كتلة الإلكترون، البروتون، والنترون.

Particle	Charge (C)	Mass (kg)
Electron (e)	$-1.602\,176\,5 \times 10^{-19}$	$9.109\,4 \times 10^{-31}$
Proton (p)	$+1.602\,176\,5 \times 10^{-19}$	$1.672\,62 \times 10^{-27}$
Neutron (n)	0	$1.674\,93 \times 10^{-27}$

وثابت التجاذب العام لنيوتن يساوي: $G = 6{,}67 \times 10^{-11} \left[\frac{m^2}{kg^2}\right]$.

الحل:

باستخدام قانون كولون نجد أن القيمة العددية (القيمة المطلقة) للقوة الكهربائية تساوي:

$$F_e = k_e \frac{|e||-e|}{r^2} = 8{,}99 \times 10^9 \left[\frac{N.m^2}{C^2}\right] \frac{(1{,}6 \times 10^{-19}C)^2}{((5{,}3 \times 10^{-11}m)^2)}$$
$$\cong 8{,}2 \times 10^{-8}N$$

وباستخدام قانون التجاذب العام لنيوتن نجد أن القيمة العددية للقوة التجاذبية F_g تساوي:

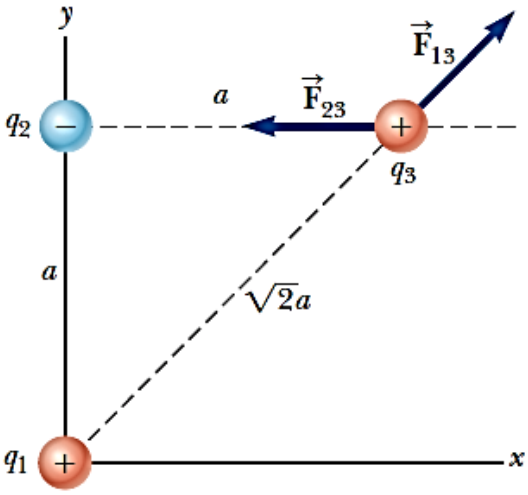
$$F_g = G\frac{m_e.m_p}{r^2} =$$
$$= (6{,}67 \times 10^{-11}) \left[\frac{m^2}{kg^2}\right] \frac{(9{,}11 \times 10^{-31}kg)(1{,}67 \times 10^{-27}kg)}{(5{,}3 \times 10^{-11}m)^2}$$
$$\cong 3{,}6 \times 10^{-47}N$$

وبالمقارنة بين القوتين يتم بنسبة القوتين على بعضهما البعض، فنجد:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8{,}2 \times 10^{-8}N}{3{,}6 \times 10^{-47}N} \cong 2{,}28 \times 10^{39}$$

مثال: (إيجاد القوة المحصلة – Find the Resultant Force)

لنعتبر ثلاثة شحنات نقطية متوضعة في زوايا مثلث قائم الزاوية كما هو موضح في الشكل المرفق، انظر الشكل. المطلوب إيجاد القوة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3.



$$q_1 = q_3 = 5{,}00\ \mu C$$
$$q_2 = 2{,}00\ \mu C$$
$$a = 0{,}100\ m$$

الحل:

إن الشحنة q_3 تخضع لقوتين: الأولى ناتجة عن الشحنة q_1، والتي نرمز لها بـ F_{13} وهي قوة تدافعية لأن الشحنتين لهما نفس الإشارة. والثانية ناتجة عن الشحنة q_2، والتي نرمز لها بـ F_{23} وهي قوة تجاذبية لأن

الشحنتين لهما إشارتين مختلفتين. وهاتان القوتان موجهتان كما هو موضح في الشكل، الشحنة q_3 تدفع الشحة q_2 لأن قيمتها العددية أكبر.

إيجاد القوة F_{13}:

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2}$$

$$= 8{,}99 \times 10^9 \left[\frac{N.m^2}{C^2}\right] \frac{(5{,}00 \times 10^{-6} C)(5{,}00 \times 10^{-6} C)}{2(0{,}100\ m)^2}$$

$$\cong 11{,}2\ N$$

إيجاد القوة F_{23}:

$$F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{(a\sqrt{2})^2}$$

$$= 8{,}99 \times 10^9 \left[\frac{N.m^2}{C^2}\right] \frac{(2{,}00 \times 10^{-6} C)(5{,}00 \times 10^{-6} C)}{(0{,}100\ m)^2}$$

$$\cong 8{,}99\ N$$

ولإيجاد المحصلة يجب إيجاد المركبات على محوري الإحداثيات x و y لكل من القوتين $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$. **إيجاد مركبتي القوة $\vec{F}_{13}$:**

$$F_{13x} = F_{13}\ cos\ 45^o = 7{,}92\ N$$
$$F_{13y} = F_{13}\ sin\ 45^o = 7{,}92\ N$$

إيجاد مركبتي القوة $\vec{F}_{23}$:

هذه القوة موازية للمحور oy، فمركبتها وفق هذا المحور معدومة، فالمركبة وفق المحور ox تساوي (قيمة سالبة لأنها بالاتجاه السالب للمحور ox):

$$F_{23x} = F_{23} = -8{,}99\ N$$
$$F_{23y} = 0\ \ N$$

إيجاد القوة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3:

$$F_{3x} = F_{13x} + F_{23x} = 7{,}92\ N + (-8{,}99\ N) = -1{,}07\ N$$
$$F_{3y} = F_{13y} + F_{23y} = 7{,}92\ N + (0\ N) = 7{,}92\ N$$

ويمكن أن نعبر عن المحصلة بشكل شعاعي (بتابعية أشعة الواحدة) على النحو الآتي:

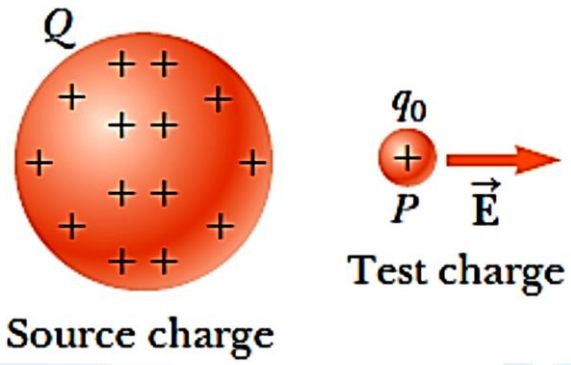
$$\vec{F}_3 = (-1{,}07\ \vec{i} + 7{,}92\ \vec{j})N$$

5- الحقل الكهربائي – Electric Field

نذكر بحقل الجاذبية: إن وجود حقل الجاذبية $\vec{g}$ في نقطة من الفضاء سببه وجود منبع جسم، حيث هذا الحقل يساوي إلى قوة الجاذبية $\vec{F}_g$ المؤثرة على الجسم مقسوماً كتلته m:

$$\vec{F}_g = m.\vec{g} \rightarrow \vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

إن مفهوم الحقل الكهربائي تم تطويره من قبل الفيزيائي Michael Faraday (1791-1869)، انطلاقاً من مفهوم القوى الكهربائية. ضمن هذا التقريب، فإننا نقول إنه يوجد حقل كهربائي في منطقة من الفضاء حول جسم مشحون، يُدعى منبع الشحنة source charge، عندما يدخل جسم مشحون ضمن مجال حقل كهربائي، فهناك قوة كهربائية تؤثر على هذا الجسم المشحون، انظر الشكل المرفق.



شحنة المنبع Q شحنة اختبارية q_0

ويعرف الحقل الكهربائي بالعلاقة الآتية:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} \qquad (3)$$

حيث شعاع الحقل $\vec{E}$ يُقدر في الجملة الدولية (SI-System International) بوحدة النيوتن على الكولون (N/C). إن اتجاه الحقل $\vec{E}$ موضح بالشكل السابق، وهو اتجاه القوة المؤثرة على الشحنة الاختبارية الموضوعة داخل الحقل. ويمكن أن نستنتج من العلاقة السابقة أن:

$$\vec{F}_e = q_0.\vec{E} \qquad (4)$$

وبحسب قانون كولون فإن القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q على الشحنة الاختبارية q_0 تُعطى بالعلاقة:

$$\vec{F}_e = k_e \frac{q.q_0}{r^2}\vec{r} \qquad (5)$$

حيث شعاع الواحدة $\vec{r}$ متجه من الشحنة q باتجاه الشحنة q_0، والشكل التالي يوضح اتجاه القوة من أجل شحنات موجبة وسالبة. وبحسب تعريف الحقل الكهربائي $\vec{E} = \vec{F}_e/q_0$، فإن الحقل الكهربائي المتولد عن الشحنة q في النقطة P يساوي:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} = k_e \frac{q}{r^2}\vec{r}$$

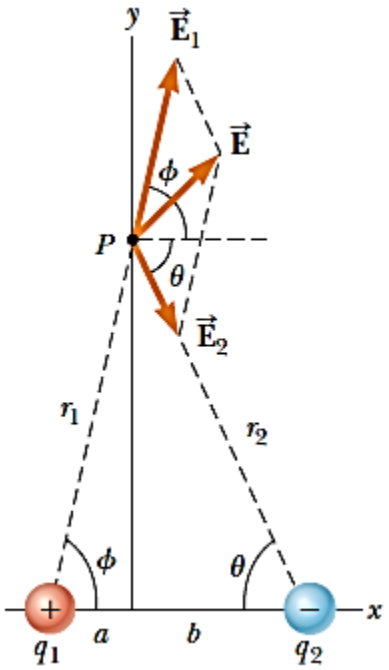
إن اتجاه الحقل الكهربائي هو اتجاه قطري (عمودي) يخرج من الشحنة الموجبة ويدخل في الشحنة السالبة.

ويمكن الحصول على الحقل الكهربائي المتولد عن مجموعة من الشحنات النقطية باستخدام مبدأ التراكب. هذا يعني أن الحقل الكهربائي الكلي في نقطة يساوي الشعاع المُحصل للحقول الكهربائية الناتجة عن كل الشحنات:

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2}\vec{r}_i \qquad (6)$$

مثال: (الحقل الكهربائي الناتج عن شحنتين)

شحنتان كهربائيتان q_1 و q_2 متوضعتان على المحور **x**، المسافة بينهما **a** و **b** على الترتيب، عن المبدأ، كما هو موضح على الشكل الآتي. المطلوب إيجاد مركبات الحقل الكهربائي في النقطة **P**، التي إحداثياتها $(0, y)$.



الحل:

إيجاد قيمة الحقل الكهربائي في النقطة **P** المتولد عن الشحنة q_1:

$$E_1 = k_e \frac{|q_{1|}}{r_1^2} = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2}$$

إيجاد قيمة الحقل الكهربائي في النقطة **P** المتولد عن الشحنة q_2:

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2}$$

عبارة الحقل كشعاع:

$$\vec{E}_1 = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} cos\phi\, \vec{\imath} + k_e \frac{|q_2|}{a^2 + y^2} \sin\phi\, \vec{j}$$

$$\vec{E}_2 = k_e \frac{|q_1|}{b^2 + y^2} cos\theta\, \vec{\imath} - k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \sin\theta\, \vec{j}$$

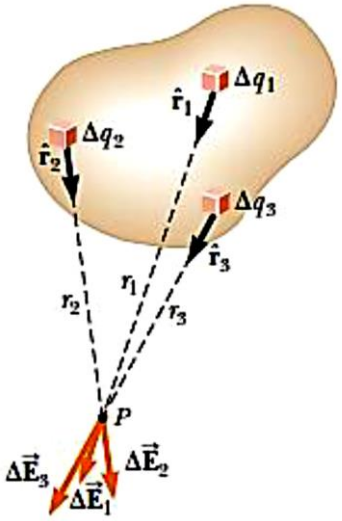
كتابة المركبات للحقل الكهربائي الشعاعي:

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} cos\phi + k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} cos\theta$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} sin\phi - k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \sin\theta$$

6- الحقل الكهربائي لتوزع مستمر للشحنة – Electric Field of a Continuous Charge

الحقل الكهربائي في نقطة بسبب توزع مستمر للشحنة هو الشعاع الذي يمثل مجموع الحقول الناتج عن كل العناصر للتوزع المستمر للشحنة، وهذا موضح على الشكل الآتي من أجل ثلاثة عناصر فقط.



والعلاقة الرياضية التي تسمح بحساب هذا الحقل تُعطى بالشكل الآتي:

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \vec{r}$$

حيث dq الشحنة لعنصر واحد (الشحنة العنصرية) من توزع الشحنة، و r المسافة بين العنصر والنقطة المعتبرة.

ونشير هنا إلى أن توزع الشحنة يمكن أن يكون خطياً، سطحياً (توزع سطحي)، أو توزع حجمي. ولهذه الغاية يجب إعطاء مفهوم كثافة الشحنة في الحالات المذكورة.

إذا كانت الشحنة Q موزعة بشكل منتظم ضمن حجم V، فالكثافة الحجمية للشحنة ρ تُعرف بالعلاقة:

$$Volume\ charge\ density\ \rho = \frac{Q}{V}$$

وتقدر ρ بوحدة الكولون على المتر المكعب (C/m^3).

إذا كانت الشحنة Q موزعة بشكل منتظم على سطح مساحته A، فالكثافة السطحية للشحنة σ تُعرف بالعلاقة:

$$Surface\ charge\ density\ \sigma = \frac{Q}{A}$$

وتقدر σ بوحدة الكولون على المتر المربع (C/m^2).

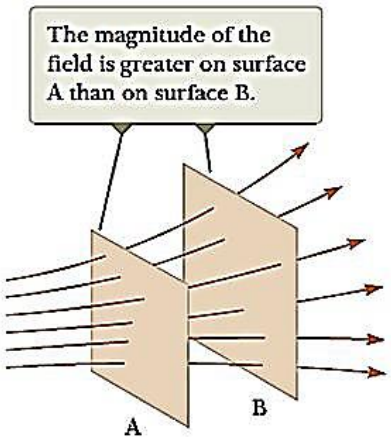
إذا كانت الشحنة Q موزعة بشكل منتظم على طول خط (سلك) ℓ، فالكثافة السطحية للشحنة λ تُعرف بالعلاقة:

$$Linear\ charge\ density\ \lambda = \frac{Q}{\ell}$$

وتقدر σ بوحدة الكولون على المتر (C/m).

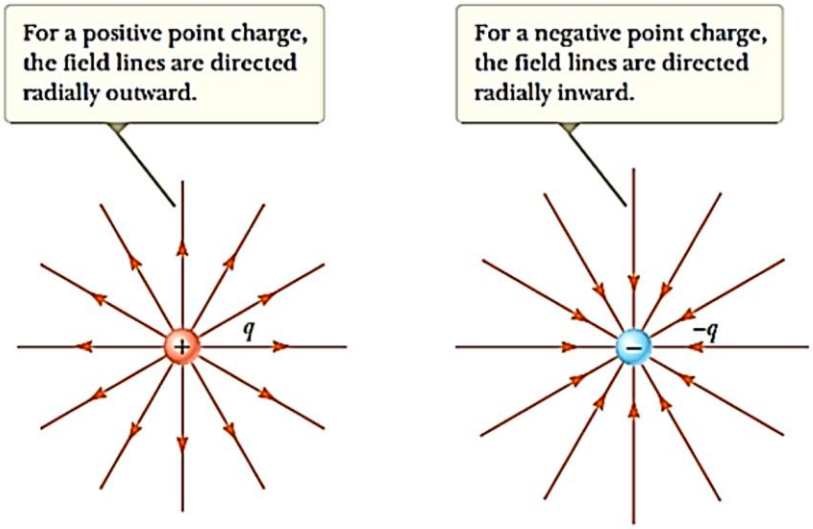
7- خطوط الحقل الكهربائي – Electric Field Lines

الأشكال التالية توضح خطوط الحقل الكهربائي: خطوط حقل تجتاز سطحين، وخطوط حقل لشحنات نقطية موجبة وسالبة.



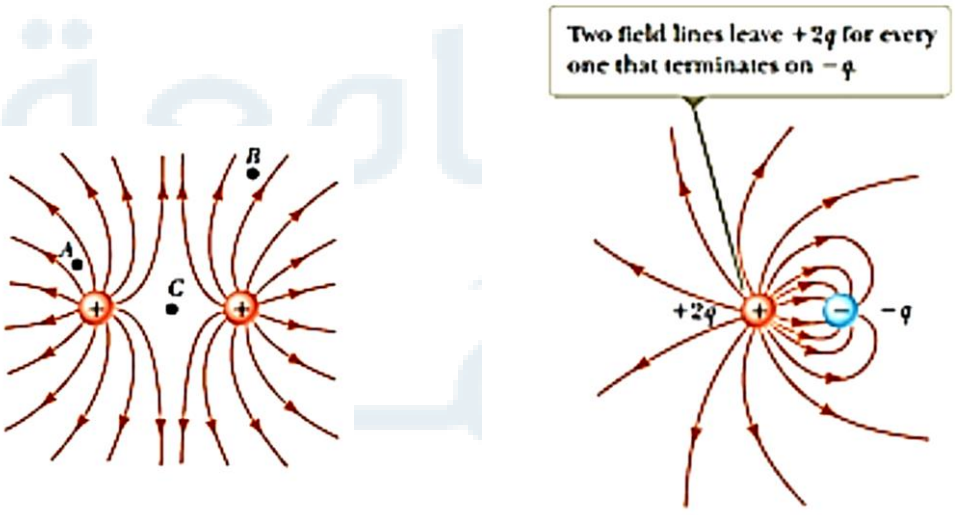
Electric field lines penetratiing two surfsces

خطوط حقل كهربائي تعبر سطحين (تدخل بسطحين)



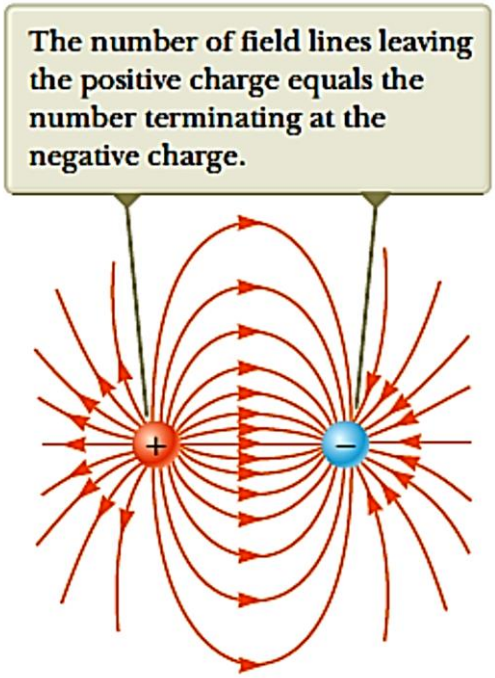
Electric field lines for a point charge. Notice that the figures show only those firld lines that lie in the plane of the page.

خطوط حقل كهربائي شحنة نقطية. لاحظ هنا أن الشكل يبين فقط خطوط الحقل المتعلقة في مستوى الصفحة



خطوط الحقل كهربائي لشحنة نقطية $+2q$ ، وشحنة نقطية $-q$.

خطوط الحقل كهربائي لشحنتين نقطيتين متساويتين موجبتين.



خطوط الحقل كهربائي لشحنتين نقطيتين متساويتين بالقيمة ومتعاكستين بالإشارة (ثنائي قطب كهربتائي).

8- حركة جسيم مشحون في حقل كهربائي منتظم – Motion of a Charged Particle in a Uniform Electric Field

عندما يكون لدينا جسم مشحون يحمل شحنة كهربائية q، وكتلته m، وموضوع في حقل كهربائي $\vec{E}$، فإن هذا الحقل يؤثر عليه بقوة (أي على الشحنة) تساوي $\overrightarrow{qE}$، وفق ما رأيناه سابقاً. وإذا كانت هذه القوة هي القوة الوحيدة التي تؤثر على هذا الجسيم، وتؤدي لتسارعه، فيمكننا أن نكتب:

$$\vec{F}_e = q.\vec{E} = m.\vec{a}$$

ومنه فإن تسارع الجسيم يساوي:

$$\vec{a} = \frac{q.\vec{E}}{m}$$

وإذا كان الحقل $\vec{E}$ منتظم (أي ثابت بالقيمة والاتجاه)، فإن القوة الكهربائية المؤثرة في الجسيم تكون ثابتة، يمكننا تطبيق القوانين الناظمة المستخدمة في نموذج التسارع الثابت لحركة جسيم. إذا كان الجسيم مشحون

إيجابياً، فإن اتجاه تسارعه باتجاه الحقل الكهربائي، وإذا كان الجسيم مشحون سلبياً، فإن اتجاه تسارعه بعكس اتجاه الحقل الكهربائي.

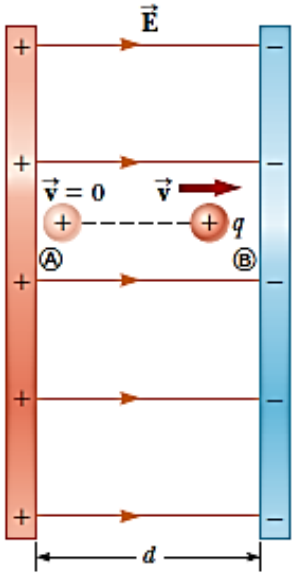
مثال: (تسارع شحنة موجبة – An Accelerating Positive Charge)

حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$ موجه وفق المحور x بين صفيحتين متوازيتين المسافة بينهما d، كما هو موضح في الشكل المرفق. شحنة كهربائية موجبة q كتلتها m في حالة السكون (أي أن السرعة البدائية معدومة) موضوعة في النقطة A. ويتم تسريعها إلى النقطة B، من الصفيحة الموجبة إلى الصفيحة السالبة.

المطلوب:

(1) إيجاد سرعة الجسيم المشحون في النقطة B بفرض أن هذا الجسيم يخضع لتسارع ثابت.

(2) استنتج العلاقة التي تسمح بحساب السرعة انطلاقاً من مفهوم انحفاظ الطاقة (باعتبار أن الجملة معزولة).



يوضح الشكل الشروط البدائية لحركة جسيم مشحون إيجابياً خاضع لحقل كهربائي منتظم $\vec{E}$، ينتقل من النقطة A إلى النقطة B.

الحل:

الطلب الأول:

باستخدام العلاقة التي تسمح بحساب السرعة بتابعية الموضع:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) = 0 + 2a(d - 0) = 2ad$$

وبحل المعادلة السابقة بعد استبدال التسارع بقيمته:

$$\vec{a} = \frac{q.\vec{E}}{m}$$

نجد أن:

$$v_f = \sqrt{2ad} = \sqrt{2\left(\frac{qE}{m}\right)d} = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

الطلب الثاني:

إن العمل W المقدم للشـحنة (القوة مضـروباً بالانتقال) يتحول إلى طاقة حركية K، بعبارة أخرى العمل المبذول (المقدم للشحنة) يتحول إلى طاقة حركية (الشحنة تتحرك من النقطة A إلى النقطة B):

$$W = \Delta K$$

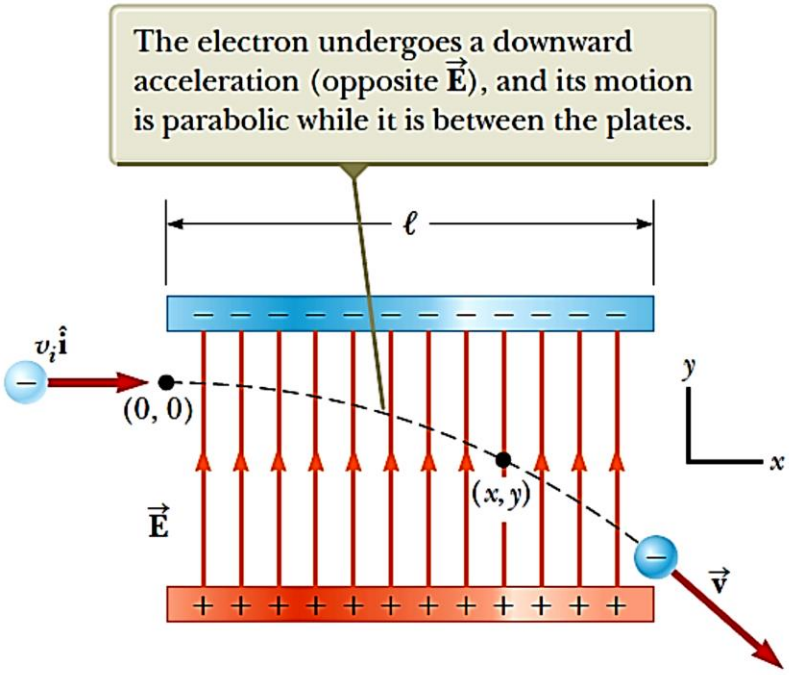
$$F_l.\Delta x = K_B - K_A = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0 \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2F_l.\Delta x}{m}}$$

$$\rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2(qE).(d)}{m}} = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

وهي نفس العلاقة التي تم الحصول عليها في الطلب الأول.

مثال: (تسريع إلكترون – An Accelereted Eletronc)

يدخل إلكترون من منطقة حيث هناك حقل كهربائي منتظم، كما هو موضـح في الشـكل المرفق. السـرعة البدائية للإلكترون تسـاوي $v_i = 3{,}00 \times 10^6 (m/s)$، والحقل الكهربائي يسـاوي $E = 200\ (N/C)$. الطول الأفقي للصفائح يساوي $\ell = 0{,}100\ m$. المطلوب: (1) إيجاد تسارع الإلكترون في هذا الحقل. حيث $(m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ kg)$ كتلة الإلكترون، وشحنة الإلكترون السالبة تساوي $(e = -1{,}60 \times 10^{-19}\ C)$. (2) وبفرض أن الإلكترون يدخل مجال الحقل الكهربائي باللحظة $(t = 0)$، أوجد الزمن اللازم لكي يغادر الإلكترون مجال هذا الحقل:



الحل:

الطلب الأول:

انطلاقاً من قانون نيوتن الثاني الذي يسمح بكتابة أن مجموع القوى المؤثرة على الإلكترون حيث الحقل الكهربائي موجه وفق الاتجاه الموجب للمحور y، تساوي إلى:

$$\sum F_y = ma_y \rightarrow a_y = \frac{\sum F_y}{m} = -\frac{eE}{m_e}$$

وبالتبديل بالقيم العددية نجد أن:

$$a_y = -\frac{(1{,}60 \times 10^{-19}\ C)\left(200\frac{N}{C}\right)}{(9{,}11 \times 10^{-31}\ kg)} \cong -3{,}51 \times 10^{13}\ m/s^2$$

الطلب الثاني:

وبفرض أن الإلكترون يدخل مجال الحقل الكهربائي باللحظة $(t = 0)$، فيمكننا أن نكتب:

$$x_f = x_i + v_f t \rightarrow t = \frac{x_f - x_i}{v_x}$$

حيث x_i المسافة البدائية، و x_f المسافة النهائية، و v_f السرعة النهائية للإلكترون وفق المحور x علماً أن سرعته البدائية معدومة. وبالتبديل بالقيم العددية نجد أن:

$$t = \frac{\ell - 0}{v_x} = \frac{0{,}100\ m}{3{,}00 \times 10^6 (m/s)} \cong 3{,}33 \times 10^{-8} s$$