جامعة المنارة

كلية الهندسة

هندسة معلوماتية

الدارات الرقمية

Digital Circuits

مدرسة المقرر

د. بشرى علي معلا

CHAPTER ONE

أنظمة العد

(Number Systems)

الغاية من المحاضرة الأولى :

- ✓ استيعاب مفهوم أنظمة العد
- ✓ وصف أنظمة العد المختلفة : العشري، الثنائي، الثماني، الست عشري
- ✓ توضيح كيفية التحويل من نظام عد لآخر للأعداد الصحيحة و الكسرية
- ✓ التعرف على العمليات الرياضية (جمع-طرح-ضرب-قسمة) في النظام الثنائي
- ✓ التعرف على مفهوم المتممات (المتمم الأول، المتمم الثاني...)

أنواع أنظمة العد الأساسية

- نظام العد العشري (Decimal System)
- نظام العد الثنائي (Binary System)
- نظام العد الثماني (Octal System)
- نظام العد الست عشري (Hexadecimal System)

نظام العد العشري (Decimal System)(1/3)

- تعريفه:

هو نظام عد أساسه العدد عشرة أي (b=10) .

تعود حقيقة اختياره كون الإنسان يمتلك 10 أصابع يستخدمها للعد.

- جاءت التسمية (Decimal) من الجذر اللاتيني (Decem) أي عشرة.
- نظام العد ممثل بـ 10 رموز: $S=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

✓ عادة يشار إلى نظام العد هذا بـ Decimal digits أو Digit

✓ رياضياً: $n=(S_{K-1}\ldots.S_2S_1S_0)_{10}$

- من أجل العدد الصحيح n الممثل كما يلي:

$$\boxed{n=S_{k-1}\times10^{k-1}+\ldots.+S_2\times10^2+S_1\times10^1+S_0\times10^0}$$

أمثلة على نظام العد العشري (1/2)
(عدد صحيح)

➢ **مثال (١):**

وضح قيم المواقع للعدد $n = (2314)_{10}$ باستخدام نظام العد العشري:

$$\begin{array}{lccccc} \text{موقع الرمز} \longrightarrow & 3 & 2 & 1 & 0 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n = & 2 & 3 & 1 & 4 \end{array}$$

$$n = 2\times10^3 + 3\times10^2 + 1\times10^1 + 4\times10^0$$

$$= 2000 + 300 + 10 + 4 = 2314$$

أمثلة على نظام العد العشري (2/2)
(عدد صحيح)

مثال (٢):

وضح قيم المواقع للعدد $n=(101)_{10}$ باستخدام نظام العد العشري:

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n=1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$n=1\times10^{2}+0\times10^{1}+1\times10^{0}$$

$$=100+0+1=101$$

ملاحظة:

1 Digit في الموقع 2 له القيمة 100

1 Digit في الموقع 0 له القيمة 1

تختلف قيمة الرمز حسب موقعه

نظام العد العشري (2/3)
(عدد كسري)

➢ من أجل **العدد الكسري n** الممثل كما يلي: n=$(S_{K-1} \ldots S_0 \,.\, S_{-1} \ldots S_{-L})_{10}$

$$n=(S_{K-1} \times 10^{K-1} + \cdots + S_0 \times 10^0 + S_{-1} \times 10^{-1} + \cdots S_{-L} \times 10^{-L})_{10}$$

أمثلة على نظام العد العشري (1/2)
(عدد كسري)

➢ **مثال (١):**

وضح قيم المواقع للعدد $n=(13.14)_{10}$ باستخدام نظام العد العشري:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & -2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 3. & 1 & 4 \end{array}$$

$$n=1\ \ 3.\,1\ \ 4$$

$$n=1\times10^{1}+3\times10^{0}+1\times10^{-1}+4\times10^{-2}$$

$$=10+3+0.1+0.04=13.14$$

أمثلة على نظام العد العشري (2/2)
(عدد كسري)

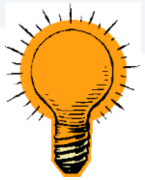
➢ **مثال (٢):**

وضح قيم المواقع للعدد $n = (42.102)_{10}$ باستخدام نظام العد العشري:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & & -1 & -2 & -3 \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n = 4 & 2 & . & 1 & 0 & 2 \end{array}$$

$$n = 4\times10^{1} + 2\times10^{0} + 1\times10^{-1} + 0\times10^{-2} + 2\times10^{-3}$$
$$= 40 + 2 + 0.1 + 0.002 = 42.102$$

نظام العد الثنائي (Binary System)(1/2)

	
On	Off
True	False
Yes	No
1	0

➢تعريفه:

نظام العد الذي أساسه العدد 2 أي (b=2) .

➢جاءت التسمية من الجذر اللاتيني (bini) أي اثنين.

➢نظام العد ممثل برمزين: $S=\{0,1\}$

✓عادة يشار إلى نظام العد هذا بـ binary digits أو digit

✓رياضياً:

▪ من أجل العدد الصحيح n الممثل كما يلي: $n=(S_{k-1}.....S_2S_1S_0)_2$

$$\boxed{n=S_{k-1}\times 2^{k-1}+....+S_2\times 2^2+S_1\times 2^1+S_0\times 2^0}$$

نظام العد الثنائي (Binary System) (2/2)

➢ من أجل **العدد الكسري n** الممثل كما يلي:

$$n = (S_{k-1} \dots \dots S_2 S_1 S_0 . S_{-1} S_{-2} \dots S_{-L})_2$$

$$n = (S_{k-1} \times 2^{K-1} + \cdots + S_1 \times 2^1 + S_0 \times 2^0 + S_{-1} \times 2^{-1} + \cdots S_{-L} \times 2^{-L})_2$$

أمثلة عن نظام العد الثنائي (1/2)
(عدد صحيح)

➢ **مثال (١):**

وضح قيم المواقع للعدد $n = (10011)_2$ باستخدام نظام العد الثنائي:

$$\begin{array}{cccccc} & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \mathrm{n} = & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

$$n = 1\times 2^4 + 0\times 2^3 + 0\times 2^2 + 1\times 2^1 + 1\times 2^0$$
$$= 16 + 0 + 0 + 2 + 1$$

و هذا هو المكافئ بالنظام العشري $n = 16 + 2 + 1 = 19$

أمثلة عن نظام العد الثنائي (٢/٢)
(عدد كسري)

➢ **مثال (٢):**

وضح قيم المواقع للعدد $n=(101.01)_2$ باستخدام نظام العد الثنائي:

$$\begin{array}{ccccc} 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 0 & 1. & 0 & 1 \end{array}$$

$$n = 1\ \ 0\ \ 1.\ \ 0\ \ 1$$

$$n = 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0 + 0\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2}$$

$$= 4+0+1+0+0.25$$

وهذا هو المكافئ بالنظام العشري $n = 4+1+0.25 = 5.25$

نظام العد الثماني (Octal System)(1/ 2)

➢ تعريفه:

نظام العد الذي أساسه العدد 8 أي (b=8) .

➢ جاءت التسمية من الجذر اللاتيني (octo) أي ثمانية

➢ نظام العد ممثل بثمانية رموز: $S = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

✓ رياضياً:

▪ من أجل العدد الصحيح n الممثل كما يلي: $n = (S_{k-1}.....S_2 S_1 S_0)_8$

$$\boxed{n = S_{k-1} \times 8^{k-1} + ... + S_2 \times 8^2 + S_1 \times 8^1 + S_0 \times 8^0}$$

نظام العد الثماني (Octal System)(2/2)

➢ **مثال**

وضح قيم المواقع للعدد $n=(123)_8$ باستخدام نظام العد الثماني:

$$\begin{array}{lccc} & 2 & 1 & 0 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ n= & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$n=1\times 8^{2}+2\times 8^{1}+3\times 8^{0}$$

$$=64+16+3$$

نظام العد الست عشري (Hexadecimal System)(1/2)

➢ تعريفه:

نظام العد الذي أساسه العدد 16 أي (b=16) .

➢ جاءت التسمية من الجذر الاغريقي hex ستة و من الجذر اللاتيني (Decem) أي عشرة

➢ نظام العد ممثل بستة عشر رمزاً:

$$S = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F\}$$

✓ حيث :

A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15

✓ عادة يشار إلى الرموز في نظام العد هذا بـ hexadecimal digits

نظام العد الست عشري (Hexadecimal System)(2/2)

✓ رياضياً:

- من أجل العدد الصحيح n الممثل كما يلي: $n=\left(S_{k-1}.....S_2S_1S_0\right)_{16}$

$$\boxed{n=S_{k-1}\times 16^{k-1}+....+S_2\times 16^2+S_1\times 16^1+S_0\times 16^0}$$

➢ مثال

أثبت أن قيمة المكافئ العشري للعدد الست عشري $n=\left(2AC\right)_{16}$ هي 684

$$n=\left(2\ A\ C\right)_{16}$$

$$n=2\times 16^2+A\times 16^1+C\times 16^0$$

$$n=2\times 16^2+10\times 16^1+12\times 16^0$$

$$n=684$$

و هذا هو المكافئ بالنظام العشري

ملخص أنظمة العد الأربعة الأساسية

الرموز	الأساس	نظام العد
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	10	العشري (Decimal)
0,1	2	الثنائي (Binary)
0,1,2,3,4,5,6,7	8	الثماني (Octal)
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F	16	الست عشري (Hexadecimal)

تحويل عدد صحيح من نظام عد (عشري) إلى نظام عد آخر (ثنائي)

- بفرض لدينا عدد N معطى في الأساس (b=١٠) و نريد تحويله إلى الأساس (r=٢) نقوم بقسمة هذا العدد على الأساس r و نأخذ بالحسبان بواقي القسمة أي:

		بواقي القسمة		
r	N			
r	N1	A0	$\longrightarrow$	N=r.N1+A0
r	N2	A1	$\longrightarrow$	N1=r.N2+A1
⋮		⋮		⋮
r	0	An	$\longrightarrow$	Nn=r.0+An

- عندها يكون العدد N من الشكل: N=r.(r.N2+A1)+A0

$$\boxed{N = A_n \times r^n + A_{n-1} \times r^{n-1} \ldots + A_1 \times r^1 + A_0}$$

مثال عن تحويل من نظام عد عشري إلى نظام عد ثنائي

- حول العدد $n=(732)_{10}$ إلى الإساس 2.

الخانة الأقل أهمية LSD (Least Significant Digits)

		الباقي
732	2	
366	2	0
183	2	0
91	2	1
45	2	1
22	2	1
11	2	0
5	2	1
2	2	1
1	2	0
0		1

إلى اليمين

من اليسار

$$n=(732)_{10}=(1\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,0)_2$$

الخانة الأكثر أهمية MSD (Most Significant Digits)

تحويل عدد كسري من نظام عد (عشري) إلى نظام عد آخر (ثنائي)

- يكون العدد الكسري من الشكل:

N=NI+NF

$$N = \Big(\underbrace{A_{n-1} \times r^{n-1} + \ldots + A_1 \times r^1 + A_0 \times r^0}_{\text{الجزء الصحيح}} + \underbrace{A_{-1} \times r^{-1} + \ldots + A_{-L} \times r^{-L}}_{\text{الجزء الكسري}}\Big)$$

الجزء الصحيح

يحول باتباع طريقة تحويل العدد الصحيح ذاتها

الجزء الكسري

يحول بشكل منفصل

تحويل عدد كسري من نظام عد (عشري) إلى نظام عد آخر (ثنائي)

- تحويل الجزء الكسري NF :

$$NF = A_{-1} \times r^{-1} + A_{-2} \times r^{-2} + \dots$$

١. نضرب بـ r فيكون:

$$r.NF = A_{-1} + A_{-2} \times r^{-1} + \dots$$

٢. يظهر جزء صحيح نقوم بطرحه

٣. نضرب بـ r فيكون:

$$r.(r.NF - A_{-1}) = A_{-2} + A_{-3} \times r^{-1} \dots$$

- و هكذا .....

مثال عن تحويل عدد كسري من نظام عد عشري إلى نظام عد ثنائي

➢ حول العدد $N = (633.61)_{10}$ إلى الأساس 2.

$$N = (633.61)_{10} = \underbrace{633}_{\text{الجزء الصحيح}} + \underbrace{0.61}_{\text{الجزء الكسري}}$$

١. تحويل الجزء الصحيح: $NI = 633$

		الباقي
633	2	
316	2	1
158	2	0
79	2	0
39	2	1
19	2	1
9	2	1
4	2	1
2	2	0
1	2	0
0		1

$$NI = (633)_{10} = (1001111001)_2$$

٢. تحويل الجزء الكسري:

١. نضرب بـ r=2 فيكون:

$$\Rightarrow NF = 0.61$$

$$\Rightarrow r.NF = 2.(0.61) = 1.22$$

$$= A_{-1} + A_{-2}.r^{-1} = 1 + 0.22$$

٢. نطرح الجزء الصحيح:

$$\Rightarrow A_{-1} = 1$$

٣. فنحصل على جزء كسري نقوم بضربه بـ r=2 و نكرر العملية عدة مرات

$$\Rightarrow 2.(0.22) = 0.44 = 0 + 0.44 \quad \Rightarrow A_{-2} = 0$$
$$\Rightarrow 2.(0.44) = 0.88 = 0 + 0.88 \quad \Rightarrow A_{-3} = 0$$
$$\Rightarrow 2.(0.88) = 1.76 = 1 + 0.76 \quad \Rightarrow A_{-4} = 1$$
$$\Rightarrow 2.(0.76) = 1.52 = 1 + 0.52 \quad \Rightarrow A_{-5} = 1$$
$$\Rightarrow 2.(0.52) = 1.04 = 1 + 0.04 \quad \Rightarrow A_{-6} = 1$$
$$\Rightarrow 2.(0.04) = 0.08 = 0 + 0.08 \quad \Rightarrow A_{-7} = 0$$
$$\Rightarrow 2.(0.08) = 0.16 = 0 + 0.16 \quad \Rightarrow A_{-8} = 0$$

....

فيكون الجزء الكسري:

$$NF = (0.61)_{10} = (1\,0\,0\,1\,1\,1\,0\,0....)_2$$

٣. فيكون العدد المكافئ بالثنائي:

$$N = (633.61)_{10}$$
$$= (1001111001\,.10011100..)_2$$

➢ للتأكد:

$$N = (1001111001\,.10011100..)_2$$

$$= 1\times 2^9 + 0\times 2^8 + 0\times 2^7 + 1\times 2^6 + 1\times 2^5 + 1\times 2^4 + 1\times 2^3 + 0\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0$$
$$+ 1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 0\times 2^{-3} + 1\times 2^{-4} + 1\times 2^{-5} + 1\times 2^{-6} + 0\times 2^{-7} + 0\times 2^{-8}$$
$$= 633.59$$

العلاقة بين نظام العد الثنائي و نظامي العد الثماني و الست عشري

- تأتي أهمية نظامي العد الثماني والست عشري من كونهما مرتبطين ارتباطاً وثيقاً بنظام العد الثنائي كونه النظام الأساس في الحاسبات.

- في نظام العد الثماني :

كل خانة ثمانية تمثل ثلاث خانات ثنائية : $2^3 = 8$

- في نظام العد الست عشري:

كل خانة ست عشرية تمثل أربع خانات ثنائية : $2^4 = 16$

التحويل من نظام العد الثنائي إلى نظام العد الثماني

- يعتمد التحويل على حقيقة أن **كل خانة ثمانية تمثل ثلاث خانات ثنائية:** $2^3 = 8$

- **مثال:**

أوجد المكافئ الثماني للعدد الثنائي $n = (101110010)_2 = (\quad)_8$

نقسم العدد كل ثلاث خانات على حدى: $101 \quad 110 \quad 010$

$101 \quad 110 \quad 010$

نقابل كل ثلاث خانات بما يقابلها بنظام العد الثماني $5 \quad 6 \quad 2$

و منه: $n = (101110010)_2 = (562)_8$

التحويل من نظام العد الست عشري إلى نظام العد الثنائي

- يعتمد التحويل على حقيقة أن كل خانة ست عشرية تمثل أربع خانات ثنائية : $2^4 = 16$

- **مثال:**

أوجد المكافئ الست عشري للعدد الثنائي $n = (110011100010)_2 = (\quad\quad)_{16}$

نقسم العدد إلى كل أربع خانات على حدى: $1100 \quad 1110 \quad 0010$

نقابل كل أربع خانات بما يقبلها بنظام العد الست عشري $1100 \quad 1110 \quad 0010$

$$C \quad E \quad 2$$

و منه: $n = (1100111000\,10)_2 = (CE2)_{16}$

https://manara.edu.sy/

التحويل من نظام العد الثماني إلى نظام العد الثنائي

- بما أن كل خانة ثمانية تمثل ثلاث خانات ثنائية : $2^3 = 8$

لذا نستبدل كل خانة ثمانية بثلاث خانات ثنائية تقابلها

- **مثال:** أوجد المكافئ الثنائي للعدد الثماني: $(562)_8 = (\quad)_2$ $(274.130)_8 = (\quad)_2$

$$\begin{array}{ccc} 5 & 6 & 2 \\ 101 & 110 & 010 \end{array}$$

نستبدل كل خانة ثمانية بالخانات الثنائية الثلاثة المقابلة لها

$$(562)_8 = (101110010)_2$$

$$(274.130)_8 = (\,010\;111\;100.001\;011\;000\,)_2$$

التحويل من نظام العد الست عشري إلى نظام العد الثنائي

- بما أن كل خانة ست عشرية تمثل أربع خانات ثنائية : $2^4 = 16$

لذا نستبدل كل خانة ست عشرية بالخانات الثنائية الأربعة المقابلة لها.

- **مثال:** أوجد المكافئ الثنائي للعدد الست عشري $(CE2)_{16} = (\quad)_2$ $(6FD.134)_{16} = (\quad)_2$

نستبدل كل خانة ست عشرية بالأربع خانات الثنائية المقابلة لها:

C	E	2
1100	1110	0010

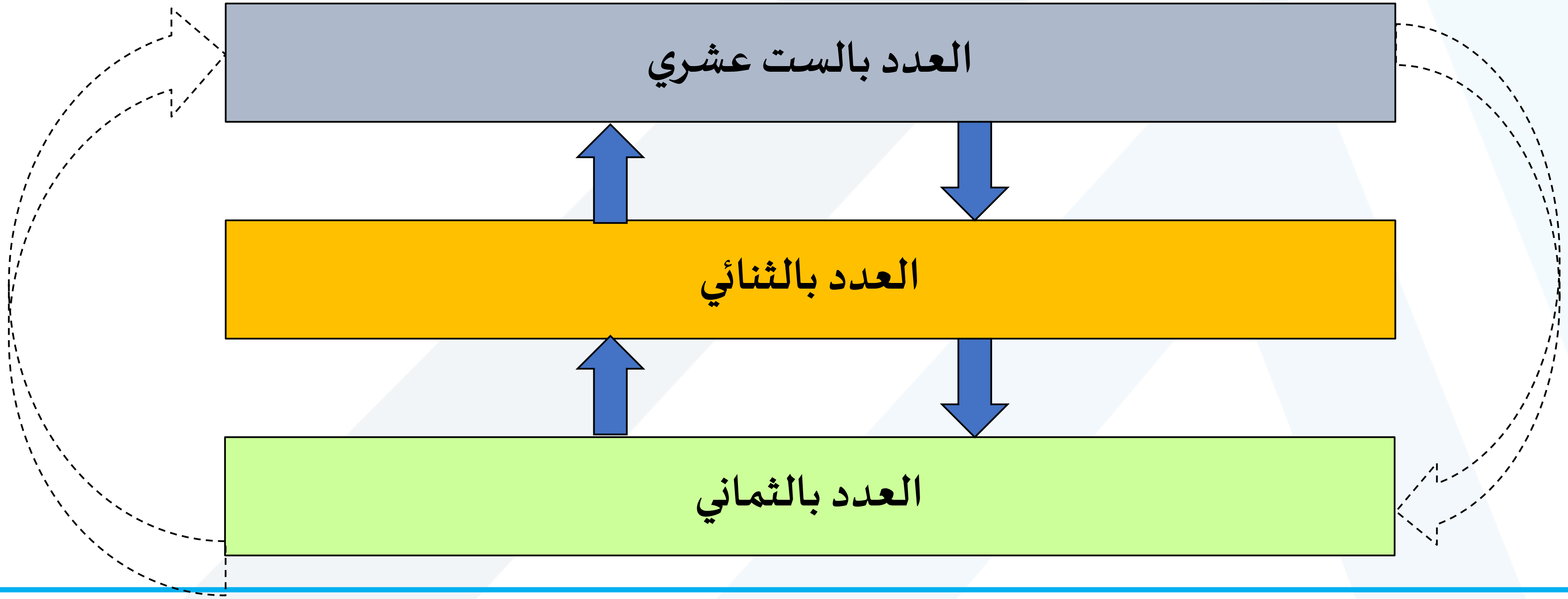
$$(CE2)_{16} = (110011100010)_2$$

$$(6FD.134)_{16} = (\,0110\ 1111\ 1101.0001\ 0011\ 0100\,)_2$$

التحويل من نظام العد الست عشري إلى نظام العد الثماني و بالعكس

التحويل من النظام الست عشري إلى النظام الثماني يتم على مرحلتين :

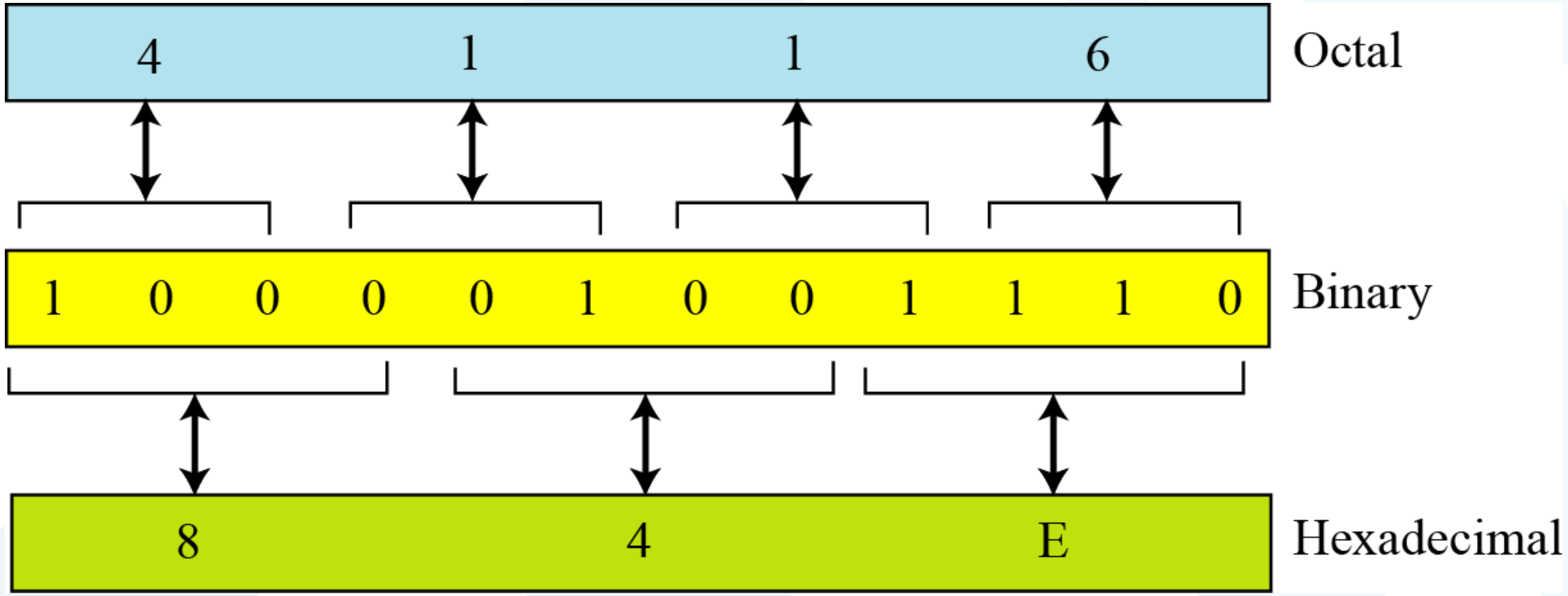
- نحول من النظام الست عشري إلى النظام الثنائي <u>و من ثم</u> نحول من النظام الثنائي إلى النظام الثماني .



التحويل من نظام العد الست عشري إلى نظام العد الثماني وبالعكس

➢ **مثال:** أوجد المكافئ الست عشري للعدد الثماني $(4116)_8 = (\quad\quad)_{16}$

$$(4116)_8 = (100\ 001\ 001\ 110)_2 = (1000\ 0100\ 1110)_2 = (84E)_{16}$$



القسم الثاني

العمليات في النظام الثنائي و مفهوم المتمم

الجمع الثنائي
Binary Addition (1 / 5)

- تكون عملية الجمع وفق القاعدة الآتية:
- من أجل جمع عددين ثنائيين من خانة واحدة يكون:

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

“2”

الجمع الثنائي
Binary Addition (2 / 5)

❖ من أجل جمع عددين مكونين من **n** خانة ثنائية يكون:

✓ جمع الخانات المتقابلة بشكل مستقل

✓ الانتباه إلى وجود حامل حيث:

▪ **تكون لدينا <u>إحدى</u> حالتين:**

١. إما أن يضاف الحامل إلى عملية الجمع التالية

٢. أو أن يوضع كخانة أخيرة في الجواب النهائي إذا كان الحامل ناتج عن جمع آخر خانتين في العددين

قيمة الحامل 1

$$\begin{array}{r} 1 \\ +1 \\ \hline 0 \end{array}$$

الجمع الثنائي
Binary Addition (3 / 5)

➢ مثال :أوجد ناتج جمع العددين الثنائيين : 10101+11001

$$\begin{array}{cccccc} 1 & & & & 1 & \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & +1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

10101+11001=101110

الجمع الثنائي

Binary Addition (4 / 5)

➢ ملاحظة: يمكن جمع ثلاثة أعداد ثنائية

A	B	C	A+B+C	Carry
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

الجمع الثنائي
Binary Addition (5 / 5)

➢ مثال :أوجد ناتج جمع الأعداد الثنائية الآتية: 0010+0001+0111

$$
\begin{array}{rrrr}
{\color{red}1} & {\color{red}1} & {\color{red}1} & \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
+\,0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 1 \\
\hline
1 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

0010+0001+0111=1010

الضرب الثنائي

Binary Multiplication (1 /2)

- تكون عملية الضرب وفق القاعدة الآتية:

  - من أجل ضرب عددين من خانة واحدة يكون:

A	B	A × B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

الضرب الثنائي
Binary Multiplication (2 /2)

❖ من أجل ضرب عددين مكونين من **n** خانة ثنائية يكون:

✓ تجرى عملية الضرب الثنائي كما في العشري اعتماداً على جدول الضرب الثنائي.

➢ مثال :أوجد ناتج ضرب العددين الثنائيين :

1110 x 1011

```
       1 1 1 0
x    1 0 1 1
-------------------
       1 1 1 0
     1 1 1 0
   0 0 0 0
 1 1 1 0
-------------------
1 0 0 1 1 0 1 0
```

الطرح الثنائي

Binary Subtraction (1 /2)

➢ تكون عملية الطرح وفق القاعدة الآتية:

❖ من أجل طرح عددين من خانة واحدة يكون:

A	B	A - B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

مع الاستعارة (10)

الطرح الثنائي

Binary Subtraction (2 /2)

➢ مثال :أوجد ناتج طرح العددين الثنائيين :

$$
\begin{array}{rcccc}
 & 0 & 10 & & \\
 & \cancel{1} & \cancel{0} & 0 & 1 \\
- & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcccc}
 & & 10 & & \\
 & 0 & \cancel{0} & 10 & \\
 & \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{0} & 1 \\
- & 0 & 1 & 1 & 1 \\
\hline
 & 0 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

قسمة الثنائي

Binary Division (1 /3)

- تشبه عملية القسمة في النظام العشري و تكون كما يأتي:

١. نأخذ من المقسوم عدد خانات مساو لعدد خانات المقسوم عليه

٢. نقوم بالمقارنة بين خانات المقسوم المأخوذة وخانات المقسوم عليه فنميز حالتين:

- خانات المقسوم المأخوذة أصغر من المقسوم عليه نضع في جواب القسمة **0** و ننزل الخانة التالية و نقوم بعملية الضرب الثنائي و من ثم الطرح
- خانات المقسوم المأخوذة أكبر أو تساوي المقسوم عليه نضع في جواب القسمة **1** و نقوم بعملية ضرب ثنائية و من ثم عملية طرح ثنائية

قسمة الثنائي

Binary Division (2 /3)

➢ **مثال: أوجد ناتج قسمة 10010 على 1000**

```
             1  0
          ___________
1 0 0 0  | 1 0 0 1 0
           1 0 0 0
          ___________
           0 0 0 1 0
```

➢ 10010÷1000=10 remainder=10

قسمة الثنائي

Binary Division (3 /3)

➢ **مثال:** **أوجد ناتج قسمة 111010 على 110**

1 0 0 1

1 1 0 | 1 1 1 0 1 0

1 1 0

0 0 1 0

0 0

1 0 1

0 0 0

1 0 1 0

1 1 0

1 0 0

111010÷110=1001 remainder=100

الأعداد ذات الإشارة و الأعداد دون إشارة (1/2)
(Signed/Unsigned Numbers)

- تقسم الأعداد الصحيحة حسب المساحة المستخدمة في التخزين إلى:
  - ✓ عدد صحيح قصير (Short Integer) : طوله= 1Byte=8bits
  - ✓ عدد صحيح (Integer): طوله= 2Bytes=16bits
  - ✓ عدد صحيح طويل (Long Integer) : طوله= 4Bytes=32bits

الأعداد ذات الإشارة و الأعداد دون إشارة (2/2)
(Signed/Unsigned Numbers)

- تقسم الأعداد الصحيحة حسب طبيعة الأعداد التي يتم تخزينها إلى نوعين:

  - ✓ الأعداد الصحيحة دون إشارة (Unsigned Integer Numbers)
  - ✓ الأعداد الصحيحة مع إشارة (Signed Integer Numbers)

الأعداد الصحيحة دون إشارة (1/3)
(Unsigned Integer Numbers)

- الأعداد دون إشارة هي الأعداد التي تدل على أن مقدار أكبر أو مساو للصفر
- حيث يحول العدد من الشكل العشري إلى الشكل الثنائي و من ثم يتم تخزينه بدءاً من الخانة الأقل أهمية (LSB).
- يتم ملء الخانات الفائضة بالأصفار.

الأعداد الصحيحة دون إشارة (2/3)
(Unsigned Integer Numbers)

➢ مثلاً: $(135)_{10} = (10000111)_2$

إذا كانت المساحة المتاحة للتخزين 1 Bytes=8bits

يكون:

7	6	5	4	3	2	1	0
1	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**

الخانة الأكثر أهمية

Most Significant Bit (MSB)

الخانة الأقل أهمية

Least Significant Bit (LSB)

الأعداد الصحيحة دون إشارة (3/3)
(Unsigned Integer Numbers)

- مثلاً: $(135)_{10} = (10000111)_2$

إذا كانت المساحة المتاحة للتخزين 2 Bytes=16 bits

يكون:

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1

الخانات الفائضة توضع أصفار

LSB

الأعداد الصحيحة مع إشارة (1/4)
(signed Integer Numbers)

- الأعداد ذات الإشارة هي الأعداد التي تأخذ إشارة لتدل على كمية سالبة أو موجبة.
- تستخدم في الأنظمة الحاسوبية لتمثيل الأعداد الثنائية ذات الإشارة .
- يتم إضافة خانة إضافية تدعى خانة الإشارة و تكون هذه الخانة هي الخانة الأكثر أهمية(MSB).
- هذه الخانة تستخدم لتدل فيما إذا كان هذا العدد موجب أو سالب.

العدد سالب ⟵ MSB =1

العدد موجب ⟵ MSB =0

الأعداد الصحيحة مع إشارة (2/4)
(signed Integer Numbers)

➢ مثلاً مثِّل العدد + 50 هو عدد صحيح قصير :

نكتب العدد بالشكل الثنائي: $(50)_{10} = (110010)_2$

المساحة المتاحة للتخزين 1 Bytes=8bits

يكون:

		1	1	0	0	1	0

0	0	1	1	0	0	1	0

0	0	1	1	0	0	1	0

MSB=0 العدد موجب

الأعداد الصحيحة مع إشارة (3/4)
(signed Integer Numbers)

- مثلاً مثِّل العدد (- 50) هو عدد صحيح قصير :

نكتب العدد بالشكل الثنائي: $(50)_{10} = (110010)_2$

المساحة المتاحة للتخزين 1 Bytes=8bits

يكون:

		1	1	0	0	1	0

0	0	1	1	0	0	1	0

1	0	1	1	0	0	1	0

MSB=1 العدد سالب

الأعداد الصحيحة مع إشارة (4/4)
(signed Integer Numbers)

➢ نتيجة لهذه الطريقة في تمثيل الأعداد ذات الإشارة ظهرت مشكلة <u>الصفر الموجب و الصفر السالب</u> الأمر الذي يجعل النظام الرقمي ضعيفاً. لأنه عند مقارنة أي عدد مع الصفر فإن عملية المقارنة ستتم مرتين مع قيمتين للصفر.

الصفر الموجب (+0)	0	0	0	0	0	0	0	0
الصفر السالب (-0)	1	0	0	0	0	0	0	0

لحل هذه المشكلة ظهر ما يسمى مفهوم **المتمم (complement)**

المتممات الثنائية

Complements of Binary Numbers

- يوجد نوعين من أنواع المتممات:

✓المتمم الأول (one `s complement)

✓المتمم الثاني (two`s complement)

المتمم الأول (1/2)

One`s Complements of Binary Numbers

- هو إحدى الطرائق المستخدمة لتمثيل الأعداد السالبة
- **للحصول على المتمم الأول:**

يكتب العدد بالشكل الثنائي و من ثم تستبدل الأصفار بواحدات و الواحدات بأصفار

- **مثال: مثِّل العدد (-15) وهو عدد قصير باستخدام المتمم الأول**

نكتب العدد بالشكل الثنائي: $(15)_{10} = (00001111)_2$

فيكون تمثيل العدد باستخدام المتمم الأول: $(-15)_{10} = (11110000)_2$

- نلاحظ أنه في تمثيل الأعداد باستخدام المتمم الأول تستخدم الخانة الأخيرة لإظهار الإشارة

خانة الإشارة

1	1	1	1	0	0	0	0

-15

المتمم الأول (2/2)
One`s Complements of Binary Numbers

Integers	One’s complement representation
-7	1000
-6	1001
-5	1010
-4	1011
-3	1100
-2	1101
-1	1110
-0	1111
+0	0000
+1	0001
+2	0010
+3	0011
+4	0100
+5	0101
+6	0110
+7	0111

نلاحظ أن الصفر هنا أيضاً يمثل بطريقتين

المتمم الثاني (1/5)

Two`s Complements of Binary Numbers

- من الطرائق الأكثر شيوعاً لتمثيل الأعداد السالبة في عالم الحواسيب

- يوجد طريقتين لحساب المتمم الثاني :

❖ **الطريقة الأولى:**

1. حساب المتمم الأول
2. إضافة واحد إلى المتمم الأول

❖ **الطريقة الثانية:**

1. الحفاظ على الخانات الصفرية الدنيا حتى أول خانة ذات القيمة واحد (1)
2. الخانات التالية لهذه الخانة تتمم أي نجعل الواحدات أصفار و الأصفار واحدات

المتمم الثاني (2/5)

Two`s Complements of Binary Numbers

- **مثال: أوجد المتمم الثاني للعدد الثنائي 10110000**

باستخدام الطريقة الأولى :

1. نقلب الأصفار واحدات والعكس بالعكس.

10110000 → **01001111**

2. نضيف 1

```
  1111
 01001111
+       1
---------
 01010000
```

المتمم الثاني (3/5)

Two`s Complements of Binary Numbers

- **مثال: أوجد المتمم الثاني للعدد الثنائي 10110000**

باستخدام الطريقة الثانية :

١.نحافظ على قيم الخانات الصفرية الدنيا حتى أول خانة واحدية.

1 0 1 1 0 0 0 0

٢.بدءاً من الخانة التالية لأول خانة واحدية نبدل الأصفار واحدات و الواحدات أصفار

0 1 0 1 0 0 0 0

المتمم الثاني (4/5)

Two`s Complements of Binary Numbers

- مثال: مثل العدد (15-) باستخدام المتمم الثاني:

نكتب العدد بالثنائي: $(15)_{10} = (00001111)_2$

نطبق الطريقة الثانية فيكون: 1 1 1 1 0 0 0 1

- نلاحظ أنه في تمثيل الأعداد باستخدام المتمم الثاني تستخدم الخانة الأخيرة لإظهار الإشارة

خانة الإشارة

1	1	1	1	0	0	0	1

-15

المتمم الثاني (5/ 5)

Two`s Complements of Binary Numbers

Integers	Two's complement representation
-7	1001
-6	1010
-5	1011
-4	1100
-3	1101
-2	1110
-1	1111
-0	**0000**
+0	**0000**
+1	0001
+2	0010
+3	0011
+4	0100
+5	0101
+6	0110
+7	0111

نلاحظ أن الصفر هنا أيضاً يمثل بطريقة واحدة فقط

إيجاد قيمة عدد صحيح بإشارة (1/2)

- **لإيجاد قيمة عدد صحيح بإشارة نتبع الخوارزمية الآتية:**

- يتم النظر بشكل أساسي إلى الخانة الأكثر أهمية MSB حيث نميز حالتين:

  - **إذا كانت MSB=0 يكون العدد موجب:**

    يحول العدد من ثنائي إلى عشري مباشرة

  - **إذا كانت MSB=1 يكون العدد سالب:**

    1. يحسب المتمم الثاني
    2. يحول المتمم الثاني من ثنائي إلى عشري

إيجاد قيمة عدد صحيح بإشارة (2/2)

- أوجد القيمة العشرية للعدد الثنائي 11100101 ، إذا علمت أنه عدد صحيح قصير بإشارة.

بما أن العدد بإشارة نلاحظ أن MSB=1 أي أنه عدد سالب. لإيجاد قيمته بالعشري نحسب المتمم الثاني له.

١. إيجاد المتمم الأول فيكون :المتمم الأول = 00011010

٢. نضيف واحد فيكون : المتمم الثاني = 00011011

$$\begin{array}{rr} & 00011010 \\ + & 00000001 \\ \hline & 00011011 \end{array}$$

٣. نحسب القيمة العشرية:

$$(00011011)_2 = (11011)_2 = 1\times 2^4 + 1\times 2^3 + 0\times 2^2 + 1\times 2^1 + 1\times 2^0 = 27$$

٤. يكون العدد العشري هو (27-)

الوظيفة (١)

١-أكمل ما يأتي:

$(\dots\dots)_{16} = (\dots\dots\dots)_{10}=(754)_8$

$(\dots\dots\dots\dots\dots\dots)_2=(102)_{10}$

$(31.625)_{10} = (\ \dots.\ \ \dots\ )_2$

$(1011010101101)_2 = (\dots\dots)_8$

٢. أوجد ناتج مايلي:

$$\begin{array}{rrrrrr} & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ - & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \times & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ + & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$1011100 \div 100$$

➢ أوجد القيمة العشرية للعدد الثنائي **10100101** ، إذا علمت أنه عدد صحيح بإشارة.

➢ أوجد القيمة العشرية للعدد الثنائي **10100101** ، إذا علمت أنه عدد صحيح قصير بإشارة.

Thanks