تطبيقات الخرسانة المسلحة /1+2+3/

جامعةالمنارة - كلية الهندسة – قسم الهندسة المدنية

إعداد: أ.د. بسام حويجة

أولاً- مقدمة وتعاريف واشتراطات خاصة وترتيبات مفيدة

- إجهاد القص الحدي الأعظمي المسموح تشكله في المقطع $(\tau_{u\max})$:

يجب ألا تزيد إجهادات القص الحدية في المقطع البيتوني عن حد معين $(\tau_{u\max})$ ، يحسب من العلاقات التالية، وفي حال عدم تحقيق هذا الشرط يجب تغيير أبعاد المقطع.

- حالة تسليح عرضاني قائم:

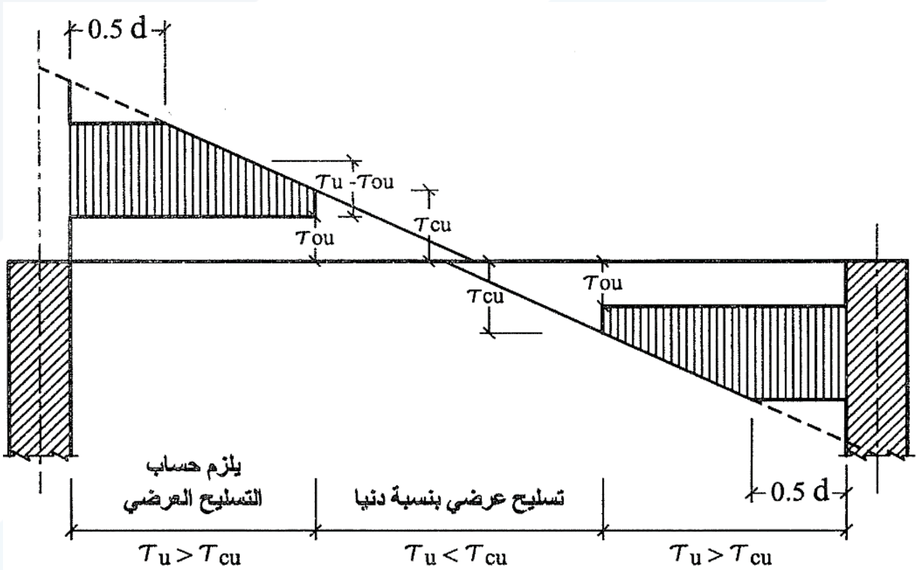
$$\tau_{u\max}(MPa) = 0.65\sqrt{f_c'}(MPa)$$

- حالة تسليح عرضاني قائم ومائل (قضبان تسليح مكسحة بزاوية (45°) مع تسليح الشد الرئيس):

$$\tau_{u\max}(MPa) = 0.80\sqrt{f_c'}(MPa)$$

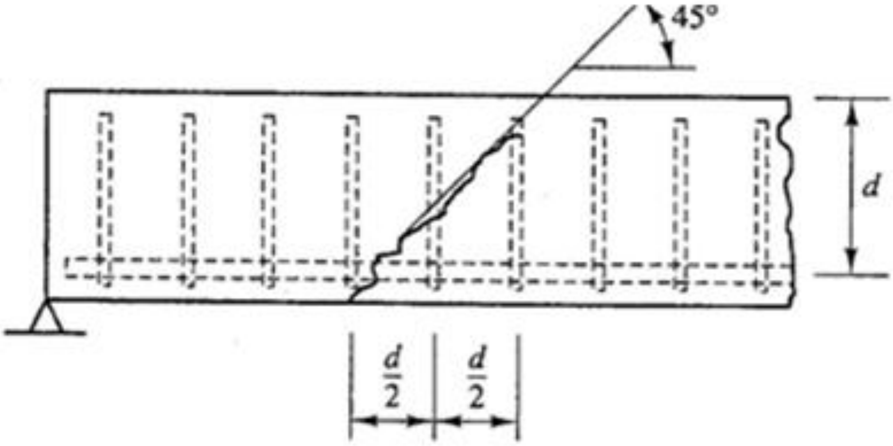
- حساب التسليح العرضي لمقاومة القص الحدي (A_{st}):

يبين الشكل التالي، كيفية افتراض إجهادات القص التصميمية اللازمة لحساب التسليح العرضي المقاوم للقص.



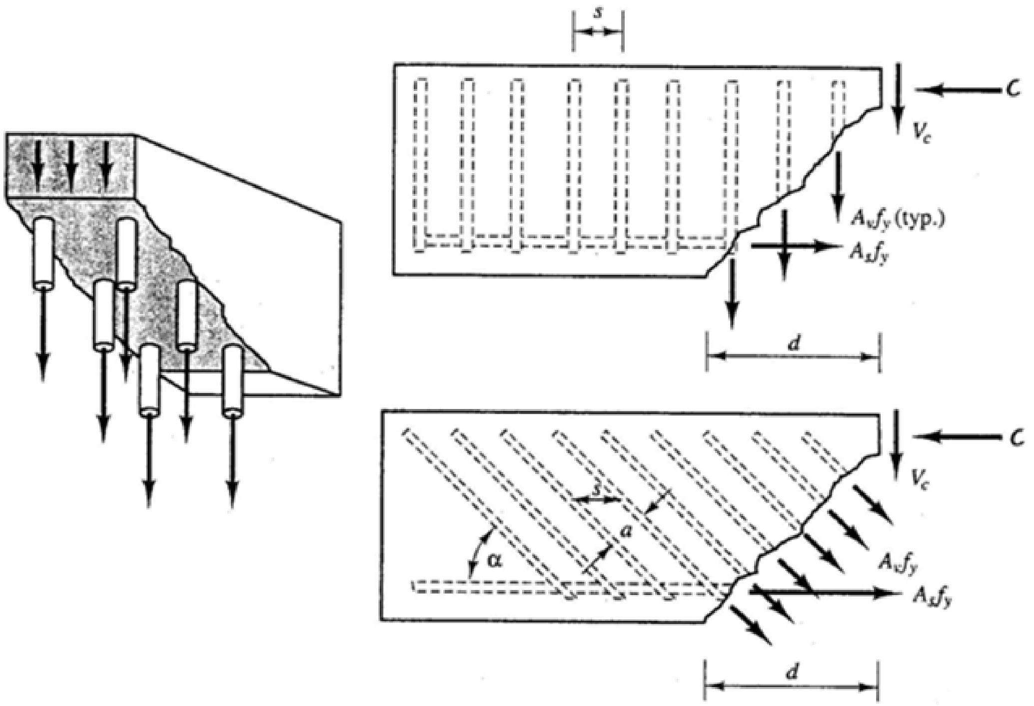
مخطط افتراض اجهادات القص التصميمية بهدف حساب تسليح القص

يوضح الشكل التالي التباعد الأعظمي للتسليح العرضاني في الجائز.



التباعد الأعظمي للتسليح العرضي

وأما الشكل التالي فإنه يمكننا من فهم فعل هذا التسليح وآلية مقاومته للقص.



آلية مقاومة التسليح العرضي للقص

ولحساب مساحة التسليح العرضي، يمكن التمييز بين الحالتين التاليتين:

- في حال استعمال تسليح عرضي قائم على التسليح الطولي، يؤخذ الحد الأدنى لمقطعها:

$$A_{st} = \frac{(\tau_u - \tau_{ou})}{f_y} b_w\, s$$

- في حال استعمال تسليح عرضي مائل بزاوية (α) عن التسليح الطولي، يؤخذ الحد الأدنى لمقطعها:

$$A_{st} = \frac{(\tau_u - \tau_{ou})}{f_y(\sin\alpha + \cos\alpha)} b_w\, s$$

$$if \quad \alpha = 45^\circ \quad \Rightarrow A_{st} = \frac{(\tau_u - \tau_{ou})}{\sqrt{2}\, f_y} b_w\, s$$

حيث s : التباعد بين التسليح العرضاني.

ملاحظة: عندما يكون $\tau_u \le \tau_{cu}$ ، يكتفى بأدنى مساحة تسليح عرضي مسموح بها (تسليح عرضي أصغري)، وهي:

$$A_{st\,\min} = \frac{0.35}{f_y} b\, s$$

- إجهادات القص الافتراضية (τ_{tu}) الناتجة عن الفتل الحدي (T_u):

في البداية، نشير إلى أن معظم الكودات العالمية توصي بأن تؤخذ قيمة عزم الفتل الحدي (T_u) ، للعناصر المحملة على ركائز (جوائز...)، عند المقاطع الواقعة على مسافة نصف الارتفاع الفعال من وجه الركيزة أو المسند $(0.5d)$.

سنعتمد فيما يلي قيم هذه الاجهادات المماسية كما هو وارد في الكود السوري الأساس:

- في حالة المقاطع المستطيلة والمقاطع ذات الأجنحة، تؤخذ قيمة الاجهاد المماسي الافتراضي (τ_{tu}) من العلاقة التالية:

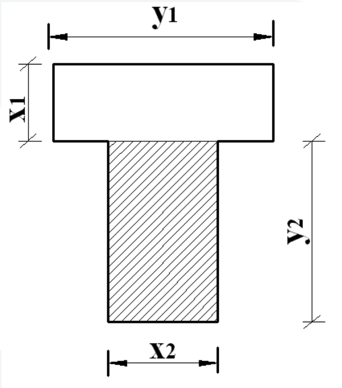
$$\tau_{tu} = \frac{3T_u}{\sum x^2 y}$$

حيث:

T_u : عزم الفتل الحدي الأقصى.

x : عرض كل من المستطيلات التي يتألف منها المقطع.

y : طول كل من المستطيلات التي يتألف منها المقطع، بشرط أن يكون $y \le 3x$ ، في حال جناح الجوائز بشكل حرف T.



– في حالة المقاطع الدائرية المليئة، تؤخذ قيمة $\left(\tau_{tu}\right)$ من العلاقة التالية:

$$\tau_{tu} = \frac{3.2 T_u}{{d_k}^3}$$

حيث d_k يمثل قطر نواة المقطع.

ويجب، في هذه الحالة، التحقق من سمك الغطاء البيتوني (c)، بحيث لا يقل عن $(1/12)$ من قطر المقطع (d).

- الحد الأدنى للتسليح العرضي في حالة الفتل الحدي $\left(T_u\right)$:

يهمل تأثير الفتل في الحسابات، عندما تكون قيمة الاجهاد المماسي الافتراضي $\left(\tau_{tu}\right)$ المحسوب أقل من قيمة معينة تحدد من العلاقة التالية:

$$\tau_{tu} \leq 0.13\sqrt{f_c'}$$

ويكتفي بأدنى مساحة تسليح عرضي مسموح بها (تسليح عرضي أصغري)، وهي:

$$A_{st\min} = \frac{0.35}{f_y} b\, s$$

أما عندما يكون $\tau_{tu} > 0.13\sqrt{f_c'}$ ، فيجب أن يؤخذ تأثير الفتل في الحسابات.

- إجهاد القص الحدي الأعظمي الناتج عن الفتل والمسموح تشكله في المقطع $\left(\tau_{tu\,\max}\right)$:

يجب ألا تزيد الإجهادات المماسية المحسوبة $\left(\tau_{tu}\right)$، والناتجة عن الفتل ما يلي:

$$\tau_{tu} \leq \tau_{tu\,\max} = \frac{0.8\sqrt{f_c'}}{\sqrt{1+\left(\frac{1.2\,\tau_u}{\tau_{tu}}\right)^2}}\ (MPa)$$

- حساب التسليح اللازم لمقاومة الفتل الحدي (T_u):

يقاوم الفتل بنوعين من التسليح، الأول طولي (A_{sl}) موزع بانتظام على كامل محيط المقطع، والثاني عرضي (A_{st}) مكون من أساور أو إطارات أو أتاري مغلقة (تسليح قائم)، ومطوق تطويقاً كاملاً للمقطع.

– التسليح العرضي (A_{st}):

$$\frac{A_{st}}{s}=\frac{(\tau_{tu}-\tau_{tcu})}{\alpha_t\, x_1\, y_1\, f_y}\frac{\sum x^2 y}{3}$$

حيث:

y_1 : طول اسوارة التسليح المستطيلة (الأصغر).

x_1 : عرض اسوارة التسليح المستطيلة (الأصغر).

$s\le\frac{x_1+y_1}{4}$: التباعد بين الأساور.

$$\alpha_t=\left[0.66+0.33\left(\frac{y_1}{x_1}\right)\right]\le 1.5$$

إذا استعملت أساور مائلة على التسليح الطولي بزاوية ، أو قضبان حلزونية، تكون المساحة المطلوبة لهذا التسليح معادلة لـ: $0.7\,A_{st}$.

– التسليح الطولي (A_{sl}): تؤخذ مساحة التسليح الطولي أكبر قيمة تنتج عن المعادلتين التاليتين:

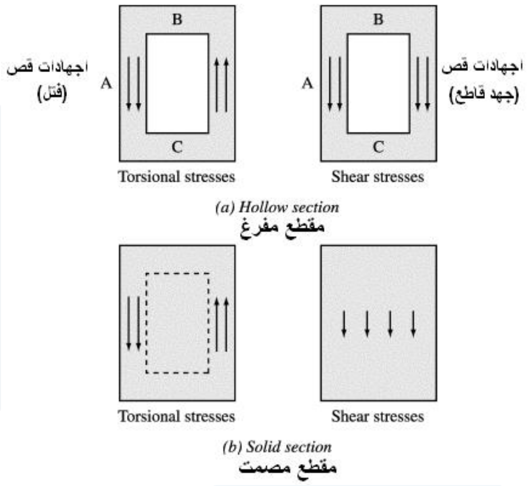
$$A_{sl}\ge\begin{cases} * \quad A_{sl1}=2\,A_{st}\left(\frac{x_1+y_1}{s}\right), \ Torsion\,only \\ * \quad A_{sl2}=\left[\frac{2.8\,x\,s}{f_y}\left(\frac{\tau_{tu}}{\tau_{tu}+\tau_u}\right)-2\,A_{st}\right]\left[\frac{x_1+y_1}{s}\right], \ Torsion\,\&\,Shear \quad , \\ \qquad with\ 2\,A_{st}\ge\frac{0.35}{f_y}b_w\,s \end{cases}$$

إذا كانت المقاومة المميزة للتسليح العرضي f_{yt} ، مختلفة عن المقاومة المميزة للتسليح الطولي f_y ، فتستبدل A_{st} بالمقدار $A_{st}\left(\frac{f_{yt}}{f_y}\right)$.

في حال وجود القص والفتل معاً (الشكل التالي)، تحسب مساحة التسليح العرضي لمقاومة الاجهادات المماسية الناتجة عن القص والفتل، كل على حده.

مع افتراض القيمة العظمى للإجهاد المماسي الذي يتحمله البيتون لحالة القص كما تم تحديده سـابقاً، وقيمة عظمى من العلاقة التالية لحالة الفتل:

$$\tau_{tcu} = \frac{0.16\sqrt{f'_c}}{\sqrt{1+\left(\frac{1.2\tau_u}{\tau_{tu}}\right)^2}} \ (MPa)$$



اجهادات القص الناجمة عن القص والفتل في مقطع ما

- مقاومة البيتون للشد – الاجهادات المسموحة للمواد وفق الكود السوري

نبين فيما يلي قيم هذه الخواص بدلالة المقاومة المميزة للبيتون على الضغط، المفيدة عند دراسة حالة الحد من التشـقق المعيب:

– مقاومة البيتون للشد البسيط: $f_{ct} = 0.45\sqrt{f'_c} \ (MPa)$

– مقاومة البيتون للشد بالانعطاف: $f_{cb} = 0.74\sqrt{f'_c} \ (MPa)$

– الإجهاد المسموح للبيتون على الشد البسيط (حمولات استثمارية)، مع وجود تقلص:

$$\bar{f}_{ct} = 0.40\sqrt{f'_c} \ (MPa)$$

– الإجهاد المسموح للبيتون على الشد البسيط (حمولات استثمارية)، بإهمال التقلص:

$$\bar{f}_{ct} = 0.75\times 0.40\sqrt{f'_c} = 0.30\sqrt{f'_c} \ (MPa)$$

– الإجهاد المسموح للبيتون على الشد بالانعطاف (حمولات استثمارية)، مع وجود تقلص:

$$\bar{f}_{cb} = 0.57\sqrt{f_c'}\ (MPa)$$

– الإجهاد المسموح للبيتون على الشد بالانعطاف (حمولات استثمارية)، بإهمال التقلص:

$$\bar{f}_{cb} = 0.75 \times 0.57\sqrt{f_c'} = 0.43\sqrt{f_c'}\ (MPa)$$

– الإجهاد المسموح لفولاذ التسليح على الشد (حمولات استثمارية):

$$\bar{\sigma}_s = 0.55\, f_y\ (MPa)$$

- حالة حد التشقق المعيب وفق الكود السوري

تقسم المنشآت حسب حد التشقق المسموح، إلى ثلاثة أنواع:

1. النوع الأول: يتمثل بالمنشآت التي لا يسمح بحصول تشققات فيها (تشققات غير مسموحة)، وهي مجموعة الإنشاءات المعرضة لعوامل ضارة شديدة التأثير على البيتون، كحالة خزانات المياه، العناصر القريبة من البحر، وتلك المنشآت الواقعة في وسط ضار جداً (بيئة هجومية فتاكة). وفي هذا النوع من المنشآت لا يجوز أن تزيد سعة الشقوق على $(a \le 0.1mm)$.
2. النوع الثاني: يشمل الإنشاءات الموجود في العراء، مثل الجسور والإنشاءات العادية والعناصر الخارجية، التي يمكن أن تتأثر بعوامل الرطوبة، أو العناصر الإنشائية للمصانع الموجودة في جو رطب أو فيه كميات كبيرة من الأبخرة، وكذلك الصوامع أو المشابهة لها، ولا يجوز في هذا النوع أن تزيد سعة الشقوق على $(a \le 0.2mm)$.
3. النوع الثالث: يشمل العناصر المحمية من الإنشاءات العادية، والتي لا تؤثر فيها سعة الشقوق المحددة على السلامة الإنشائية، ولا يجوز في هذا النوع أن تزيد سعة الشقوق على $(a \le 0.3mm)$.

- وسائل تلافي الوصول إلى حد التشقق:

لتلافي تشققات متسعة في العناصر الإنشائية، يتوجب اتخاذ الإجراءات التالية:

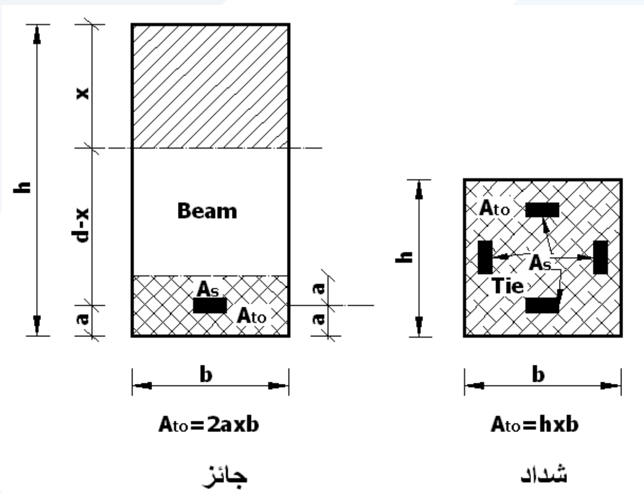
1) استعمال بيتون كثيف ما أمكن، بحيث يتحقق خلطة بيتونية بتدرج حبي مستمر وبقوام جيد.
2) تحقيق اشتراطات الكود من حيث تأمين السماكة الكافية لطبقة تغطية فولاذ التسليح.
3) تأمين أطوال التثبيت اللازمة لقضبان التسليح، وفق منصوص الكود السوري.
4) التحقق من شرط قطر قضبان التسليح ϕ، وفق ما يلي:

$$\phi \le \max \begin{cases} \phi_1 = \psi_s \left[\dfrac{800}{f_y} \right]^2 \\ \phi_2 = \psi_s \left[\dfrac{75000}{f_y} \dfrac{\mu_t}{1+10\mu_t} \right] \end{cases}$$

حيث:

الأقطار : $\phi_1 \& \phi_2 \; (mm)$ ، المقاومة المميزة لفولاذ التسليح : $f_y \; (MPa)$.

النسبة بين تسليح الشد A_s ، ومقطع بيتون التغطية A_{to} الذي يحيط بالتسليح، (تطابق بين مركز ثقل التسليح ومقطع البيتون. $\mu_t = \dfrac{A_s}{A_{to}}$:



مقطع بيتون التغطية لتسليح الشد في حالة شداد وحالة جائز معرض لانعطاف

وتحدد قيمة العامل ψ_s ، حسب حد التشقق ونوع التسليح، من الجدول التالي.

حد التشقق المسموح	تسليح محلزن (ذو نتوءات)	تسليح أملس مستدير	
0.1mm	1.8	1.0	ψ_s
0.2mm	3.6	2.0	
0.3mm	5.4	3.0	

5) عند عدم تحقيق شرط القطر ϕ، يتحتم الحد من سعة التشققات بتقليل الاجهادات في فولاذ التسليح، وحساب هذه السعة باستخدام العلاقات التالية وفقاً لطبيعة الحمولات المطبقة.

– حمولات استاتيكية دون اهتزازات:

$$a_{i\max} = \left[0.15C + \frac{0.016\phi}{\mu_t}\right]\left[10\sigma_s - \frac{10}{\mu_t}\right]\times 10^{-5} \le \text{limit } of \ a_i$$

– حمولات تسبب اهتزازات:

$$a_{i\max} = \left[0.15C + \frac{0.016\phi}{\mu_t}\right][\sigma_s]\times 10^{-4} \le \text{limit } of \ a_i$$

حيث:

$\phi\ (mm)$: قطر قضيب التسليح، $C\ (mm)$: سماكة التغطية البيتونية لقضيب التسليح.

$a_{i\max}\ (mm)$: أكبر سعة للشقوق، $\sigma_s\ (MPa)$: أقصى إجهاد شد في فولاذ التسليح، تحت حمولات الاستثمار للمقطع المتشقق (حالة حد الاستثمار)، وتضرب بالعامل 1.6 في حال استعمال تسليح أملس.

- حالة خاصة - تصميم الشدادات

– حالة التشققات مسموحة $(a \le 0.2mm \ or \ a \le 0.3mm)$:

1- الفولاذ يتحمل قوة الشد بمفرده:

$$N_u = \Omega A_s f_y = 0.9 A_s f_y$$
$$N_u = 1.4N_g + 1.7N_p$$

2- أما البيتون، تحدد الأبعاد استناداً لشرط السعة، وعادة نأخذ من العلاقة التالية:

$$A_c \ge \frac{N_{(g+p)}}{f_{ct}}$$

– حالة التشققات غير مسموحة $(a \le 0.1mm)$:

تلخص فرضيات الحساب على النحو التالي:

– المقطع متجانس، ويعمل ضمن مجال المرونة.

- التسليح يقاوم قوة الشد لوحده.
- اعتماد قيمة لعامل التعادل مقدارها: $n = \frac{E_s}{E_{ct}} \approx 10$
- كتابة معادلة توازن القوى في المقطع:

1- حالة عدم وجود تقلص (إهماله):

$$N_{(g+p)} = \bar{f}_{ct}\left(A_c + n\,A_s\right)$$
$$A_s = \frac{N_{(g+p)}}{\bar{\sigma}_s}$$

2- حالة وجود تقلص:

$$N_{(g+p)} + \Delta N = \bar{f}_{ct}\left(A_c + n\,A_s\right)$$
$$\Delta N = A_s \varepsilon_{sh} E_s$$

$$A_c = \frac{N_{(g+p)} + \Delta N}{\bar{f}_{ct}} - n\,A_s$$

وتؤخذ قيمة تشوهات التقلص ε_{sh} وفقاً للوسط المحيط، كما يلي:

✓ وسط رطب جداً: $\varepsilon_{sh} = \frac{\Delta L}{L} = 2\times 10^{-4}$

✓ وسط جاف جداً: $\varepsilon_{sh} = \frac{\Delta L}{L} = 5\times 10^{-4}$

- حساب السهوم في العناصر الخاضعة لانعطاف

أ - متطلبات الاستغناء عن حساب السهوم:

يمكن الاستغناء عن حسابات السهوم في المقاطع الخاضعة لعزوم انعطاف في كل من الحالات التالية:

- عندما تحقق الحدود الدنيا، المتعلقة بنسبة الارتفاع الكلي للمقطع إلى طول مجازه.
- عندما لا تزيد نسبة تسليح الشد الناتجة حسابياً في المقطع عن $\mu_s = \frac{A_s}{b_w d} \le 0.18 \frac{f_c'}{f_y}$

ب - وعندما يكون العنصر المدروس غير محقق لأي من الاشتراطات السابقة، يجب دراسة السهم والتحقق من أنه أصغر من السهم المسموح المحدد من قبل الكود، بمعنى دراسة حالة الحد من السهم المعيب. وفي كل الأحوال يجب التحقق من السهوم للجوائز التي يزيد مجازها الفعال عن $(L > 15m)$، وللبلاطات عن $(L > 8m)$، حتى وإن تم تحقيق شرط الارتفاع.

ج - السهوم النهائية المفيدة عند المقارنة مع السهوم المسموحة:

- ✓ δ_{pi}: السهم الآني الناجم عن الحمولات الإضافية (P)، حيث مدة تطبيق الحمولة $t \le 24 hours$.
- ✓ $\delta_{max} = \delta_{gi} + \delta_{gf} + \delta_{pi}$: السهم الأعظمي الكلي.
- ✓ $\delta'_{max} = \delta_{max} - \delta_{g0i}$: السهم الكلي المؤثر بالقواطع والاكساءات.

حيث:

δ_{g0i}: السهم الآني الناجم عن الوزن الذاتي والحمولات الدائمة قبل الاكساء إن وجدت.

δ_{gi}: السهم الآني الناجم عن الحمولات الدائمة (G).

$\delta_{gf} = \alpha\, \delta_{gi}$: السهم طويل الأمد الناجم عن الحمولات الدائمة (G) (جريان: $t > 24 hours$).

$$\alpha = \frac{\xi}{1 + 50 \dfrac{A'_s}{b_w\, d}} \ge 0.8$$

A'_s: مساحة تسليح الضغط في المقطع، عند منتصف المجاز للجوائز البسيطة أو المستمرة، وعند المسند للجائز الظفري.

$\xi = f(t, \ldots)$: عامل تجريبي يتعلق بمدة التحميل للحمولات الدائمة المطبقة، التي انقضت وقت حساب السهم. ويؤخذ من الجدول التالي.

مدة التحميل (t)	شهر واحد	ستة أشهر	سنة واحدة	ثلاث سنوات أو أكثر
ξ	1	1.2	1.4	2

ملاحظة: في حالة البلاطات العاملة باتجاهين نعتمد $\xi = 3$، عندما يكون $(t \ge 5 years)$.

د - السهوم المسموحة وفق الكود السوري:

لا يجوز أن تتجاوز قيمة السهم المحسوب (السهم الكلي أو الآني)، القيم المسموحة الواردة في الجدول التالي.

نوع العنصر	قيمة السهم المدروس	الحد الأعلى للسهم بدلالة *L
السطوح الأخيرة غير المرتبطة بعناصر غير إنشائية يمكن أن تتأثر بالسهم الكبير.	السهم الآني الناتج عن الأحمال الحية فقط.	$\frac{L}{180}$
السقوف غير المرتبطة بعناصر غير إنشائية يمكن أن تتأثر بالسهم الكبير.	السهم الآني الناتج عن الأحمال الحية فقط.	$\frac{L}{360}$
السقوف أو السطوح الأخيرة المرتبطة أو الحاملة لعناصر غير إنشائية أو إكساءات عادية لا تتأثر كثيراً بالسهم الكبير.	السهم الكلي من الأحمال الميتة والحية والافعال غير المباشرة مطروحاً منه السهم الآني الناتج عن الوزن الذاتي. كما يمكن أن يطرح منه السهم الآني الناتج عن الجزء من الأحمال الثابتة التي يكون مؤكداً أنها ستطبق على المنشأة قبل تحميلها بالعناصر غير الإنشائية أو الإكساءات.	$\frac{L}{240}$
السقوف أو السطوح الأخيرة المرتبطة أو الحاملة لعناصر غير إنشائية أو تجهيزات دقيقة يمكن أن تتأثر إلى حد بالغ بالسهم الكبير (**)		$\frac{L}{480}$
جميع العناصر (***)على أن يدرس تأثيره على العناصر الإنشائية وغير الإنشائية أيضاً.	السهم الكلي (ويمكن أن يطرح منه السهم المعاكس على أن يطلب تنفيذ هذا السهم المعاكس صراحة على المخططات).	$\frac{L}{180}$
الجائز الحامل للرافعة في المنشآت الصناعية	السهم الكلي من وزن الرافعة والحمل الحي	$\frac{L}{600}$

السهوم المسموحة وفق الكود السوري

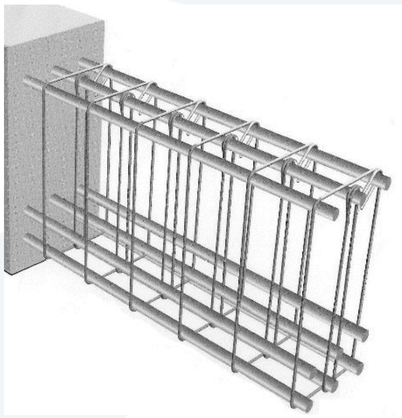
ملاحظات:

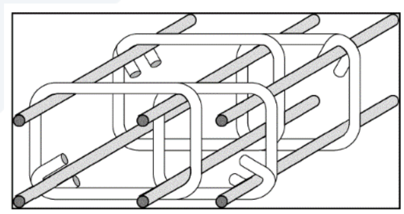
* تؤخذ قيمة L مساوية إلى مجاز العنصر الحر، للعناصر المستندة على أعمدة وجدران، ومجاز العنصر من المحور إلى المحور، بالنسبة للعناصر المستندة على عناصر أخرى معرّضة للانعطاف. أما بالنسبة للظفر فتؤخذ L مساوية لضعف مجاز الظفر.

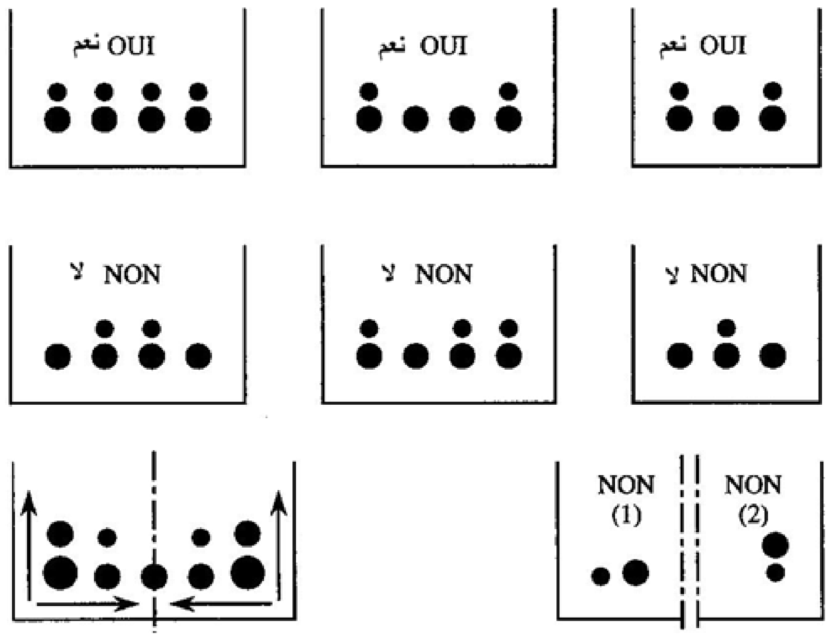
** لا يُطبّق هذا الشرط، إلا في الحالات الاستثنائية للعناصر المرتبطة أو الحاملة لتجهيزات أو إنهاءات دقيقة، يمكن أن تتضرر نتيجة السهوم التي تزيد على الحدّ المعيّن، ويمكن أن يُخفض هذا الحدّ إذا أخذنا بالحسبان قيمة التسامح في الحركة، التي يمكن أن تسمح بها العناصر أو التجهيزات المتأثرة بالسهم.

*** هذا الشرط يُطبّق على الدوام، بالإضافة إلى ما يتوجب تطبيقه من الشروط الأخرى.

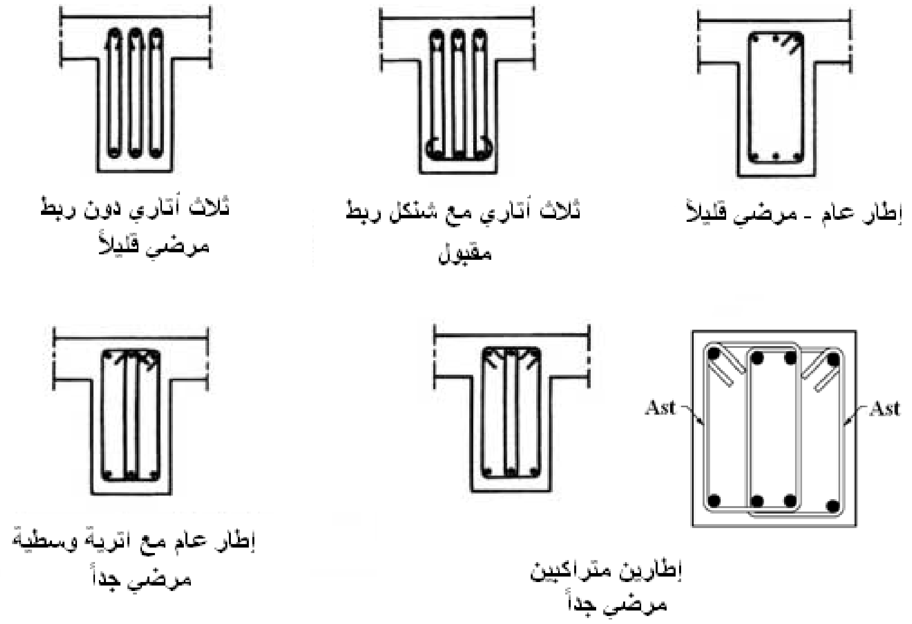
- ترتيبات التسليح وتفصيلات إنشائية خاصة بالجوائز:



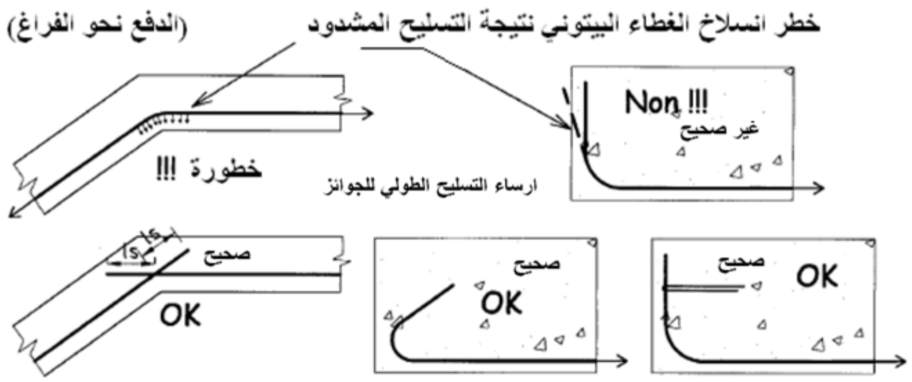




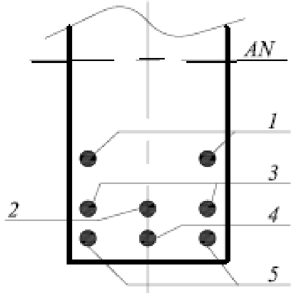
توزيع التسليح الطولي في المقطع وفق القطر



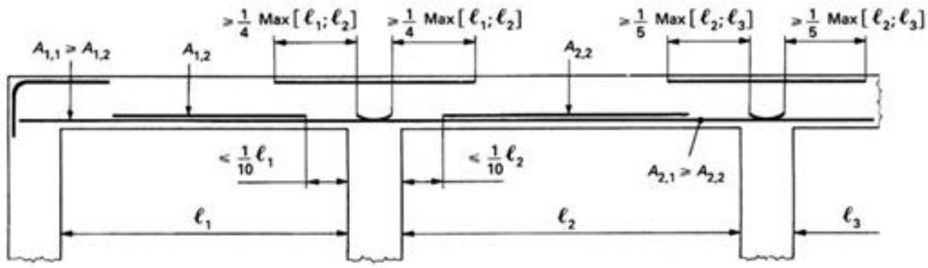
أنواع التسليح العرضي المقبول للجوائز



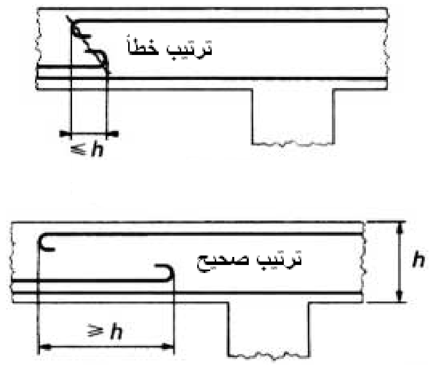
ارساء التسليح الطولي للجوائز



تسلسل إيقاف قضبان التسليح في مقطع جائز

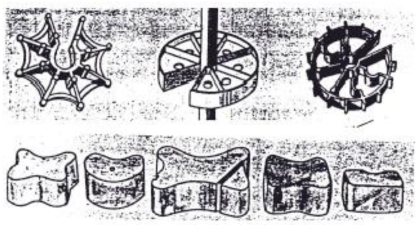


قاعدة إيقاف قضبان التسليح في الجوائز وفق الكود الفرنسي



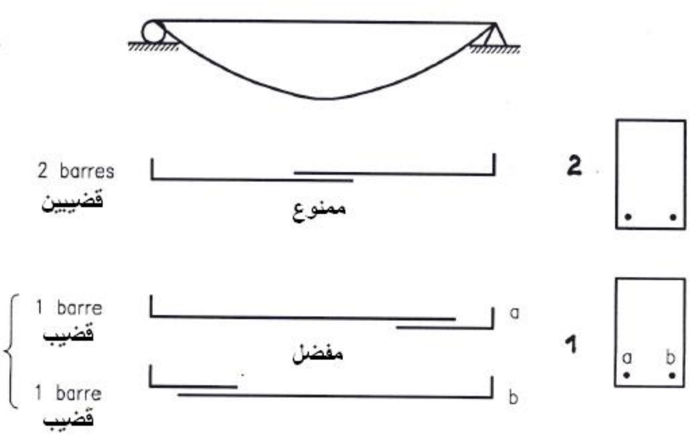
التباعد بين التسليحين الموقوفين

(السفلي والعلوي)

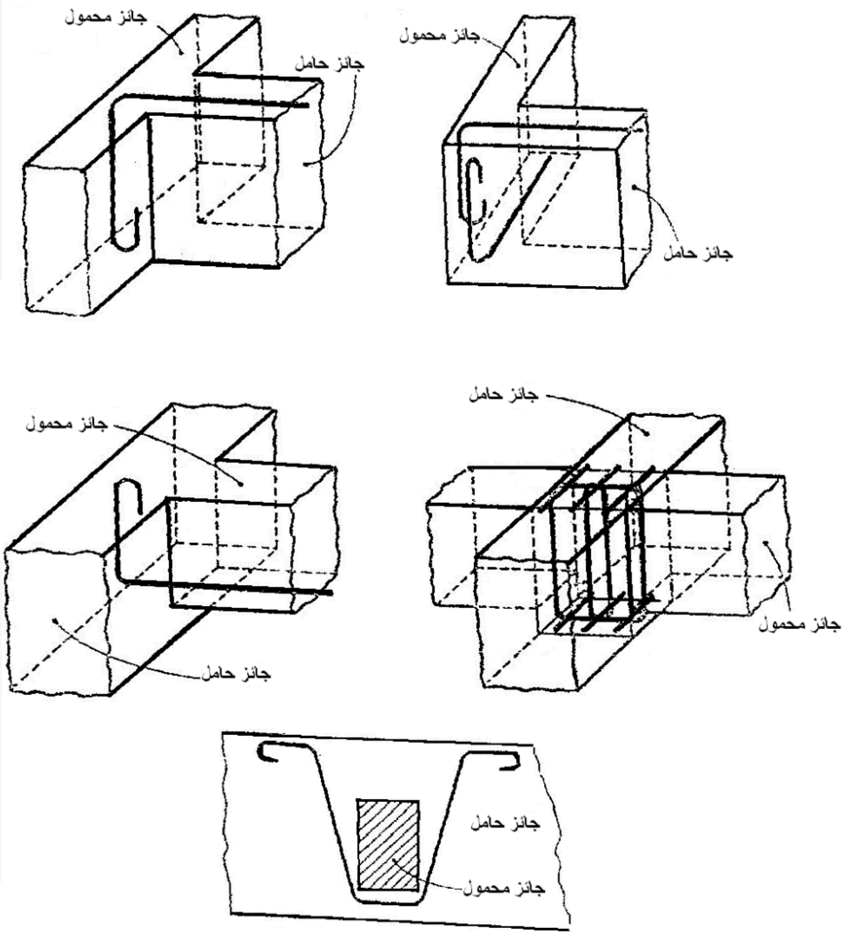


أنواع المساند الخاصة بتأمين طبقة التغطية لقضبان التسليح

المصنوعة من الاسمنت الليفي أو من البلاستيك



وصل قضبان التسليح الطولي



اتصال الجوائز الحاملة مع المحمولة

ملاحظة: يجب أن تكثف الأتاري عند منطقة الاتصال لكل من الجائزين ولمسافة لا تقل عن ارتفاع الجائز الحامل

ثانياً- تطبيقات حول تحديد خواص فولاذ التسليح والبيتون المتصلب (المقاومات المميزة) والتشوهات في البيتون

التطبيق الأول: حساب المقاومة المميزة للبيتون $f_c^{`}$

تم اختبار مجموعة من العينات الاسطوانية (15*30cm) لبيتون بعمر 28 يوم وكانت الاجهادات عند الكسر على الضغط البسيط كما يلي:

رقم العينة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
مقاومة الانكسار (MPa)	29	29.5	25.5	26.5	25	28.5	30	27	26.9	29.9	25.4

والمطلوب:

1. حساب الانحراف المعياري S ومن ثم عامل التحول V وكيف تقيم هذا البيتون من خلال تحليلك لقيمة هذا العامل.
2. حدد قيمة المقاومة المميزة لهذا البيتون $f_{c28}^{`}$ باعتبار أن تابع عامل الخطر (t=0.8).
3. ما هي مقاومة البيتون بعمر 3 و7 أيام و60 يوم باعتبار أن $f_{cj}^{`} = \frac{j}{4.26+0.83j} * f_{c28}^{`}$.

الحل:

.1

$$S = \sqrt{\frac{\sum(f_{ci}^{`}-f_{cm}^{`})^2}{n-1}} \quad , \quad V = 100 * \frac{S}{f_{cm}^{`}} \ (\%)$$

$$f_{cm}^{`} = \frac{\sum f_{ci}^{`}}{n} = \frac{29+29.5+25.5+26+\cdots}{11} = 27.6\ MPa$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum(29-27.6)^2+\cdots.}{11-1}} = 1.885\ MPa$$

$$\left(\text{عامل التحول}\right) V = 100 * \frac{1.885}{27.6} = 6.83\ \%$$

$$V = 6.83\ \% < 8\%$$

القيمة لعامل التحول صغيرة وهذا يعني أن عامل التبعثر ضعيف وبالتالي البيتون متجانس ومراقب.

2. المقاومة المميزة للبيتون $f_{c28}^{`}$

$$f_{c28}^{`} = f_{c28m}^{`} - t * S$$

$$f_{c28}^{`} = 27.6 - 0.8 * 1.885 = 26\ MPa$$

3. حساب مقاومات البيتون بأعمار مختلفة كتابع $f_{c28}^{`}$:

$$f_{cj}^{`} = \frac{j}{4.76 + 0.83j} f_{c28}^{`}, j \lesssim 60 \text{ يوم}$$

عمر 3 أيام $f_{c3}^{`} = \frac{3}{4.76 + 0.83 * 3} * 26 = 0.414 * 26 = 10.76\ MPa$

عمر 7 أيام $f_{c7}^{`} = \frac{7}{4.76 + 0.83 * 7} * 26 = 0.662 * 26 = 17.21\ MPa$

عمر 60 أيام $f_{c60}^{`} = \frac{60}{4.76 + 0.83 * 60} * 26 = 1.1 * 26 = 28.6\ MPa$

وعندما يزيد العمر عن 60 يوم تطلب الكودات اعتماد عامل تصعيد لا يزيد عن (1.1).

التطبيق الثاني: اختبار فولاذ التسليح على الشد

تم اختبار ثلاث عينات من فولاذ التسليح على الشد البسيط والنتائج مبينة في الجدول التالي:

N	قطر العينة ϕ_T	قوة المرونة (KN)	قوة الانقطاع (KN)	تطاول العينة ΔL (cm)	طول العينة الأساس L
1	20mm	126.50	161.00	2.3	L=10cm
2		127.50	162.30	2.2	
3		128.40	162.00	2.1	

والمطلوب حساب حد المرونة (المقاومة المميزة/اجهاد الخضوع) وكذلك حد الانقطاع لكل من العينات الثلاثة مقدرا ب(N/mm^2). ومن ثم احسب متوسط التشوهات القصوى عند الانقطاع، وهل هذا الفولاذ مطاوع أم عالي المقاومة.

الحل:

يبين الجدول التالي الحل لكافة الأسئلة.

N	قطر العينة (mm)	مساحة مقطع العينة (mm^2)	حد المرونة (N/mm^2)	حد الانقطاع (N/mm^2)	التشوهات القصوى $\Delta L/L$	متوسط التشوهات
1	20	314	403	513	23%	22%
2	20	314	406	517	22%	
3	20	314	409	516	21%	

نلاحظ أن حد المرونة الوسطي حوالي $f_y = 406\ MPa$ أي الفولاذ عالي المقاومة ويرمز للقطر بالرمز T.

التطبيق الثالث: تحديد المقاومة المتوسطة للبيتون وفق شكل العينة.

تم صب ثلاث عينات مكعبية من البيتون العادي (15*15*15cm) وحفظت في المخبر بشروط نظامية. اختبرت هذه العينات على الضغط البسيط عند عمر 28 يوم وكانت النتائج كما يلي:

رقم العينة	1	2	3
قوة الكسر (KN)	560	570	565

والمطلوب تحديد قيمة المقاومة الاسطوانية المتوسطة لهذا البيتون إذا علمت أن عامل تصحيح شكل العينة هو 0.8.

الحل:

$$f_{cm}^{`} = \alpha * \sigma_{ccm}^{`}$$

$\sigma_{ccm}^{`}$: المقاومة المكعبية المتوسطة عند 28 يوم

$$\sigma_{ccm}^{`} = \frac{\frac{(565+570+560)}{3} * 10^3}{A = 150 * 150} = 25.11\ N/mm^2$$

بالتالي:

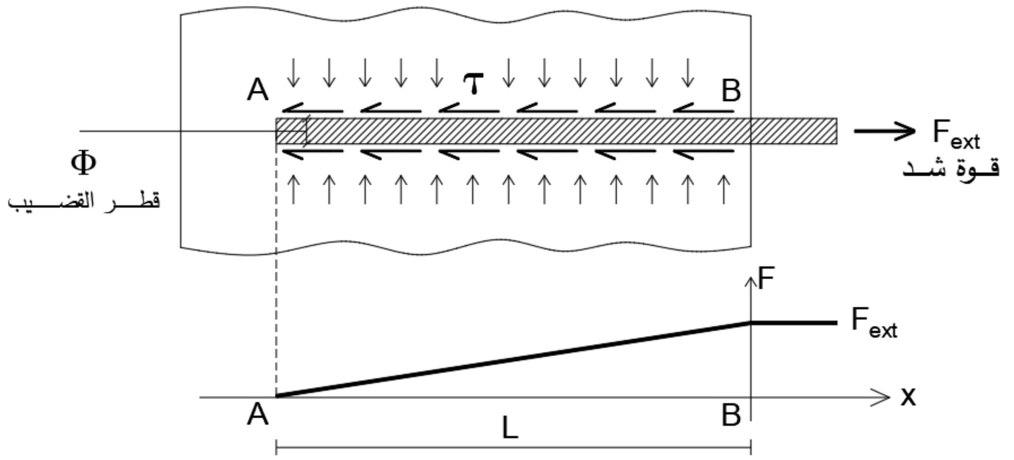
$$f_{cm}^{`} = 0.8 * 25.11 = 20\ N/mm^2$$

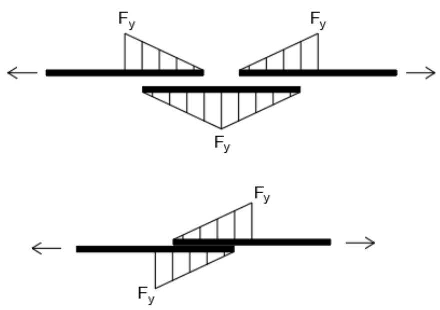
التطبيق الرابع: التلاحم بين الفولاذ والبيتون.

التلاحم: هو فعل قوى الارتباط التي تعاكس انزلاق قضبان التسليح وفق محورها الطولاني بالنسبة للبيتون الذي يغلفها بصورة ملائمة. وهذه الظاهرة هي التي سمحت بتنفيذ البيتون المسلح حيث بفضلها تنتقل الجهود من الفولاذ الى البيتون أو بالعكس.

هذه الظاهرة تعود ال عدم استواء سطوح البيتون مما يؤدي الى تغلغل البيتون المصبوب في التجاويف المجهرية على سطوح تلك القضبان، بالتالي عند محاولة قلع القضيب الفولاذي من كتلة البيتون المتصلب سوف تتولد قوى مماسية في البيتون المحيط بالفولاذ مانعة هذا القضيب من الانزلاق (ظاهرة الاحتكاك).

يبين الشكل التالي تجربة القلع الكلاسيكية وظاهرة التلاحم بمعنى تشكل اجهادات التلاحم المماسية.





$$f_{ext} = \sigma_s * A_s = f_y * A_s = f_y * \frac{\pi\phi^2}{4}$$

$$f_{int} = \tau_s * (np) * L = \tau_s * (\pi\phi) * L$$

$$f_{int} = f_{ext}$$

$$f_y * \frac{\pi\phi^2}{4} = \tau_s * (\pi\phi) * L$$

بالتالي نحسب الطول اللازم لتفريغ اجهادات التسليح الاعظمية وهي $\sigma_s = f_y$

$$4 * \tau_s * L = \phi * f_y$$

$$L = \frac{\phi * f_y}{4 * \tau_s}$$

باعتبار أن

f_y=400 MPa , τ_s=4 MPa

يكون لدينا

$$L = \frac{\phi * 400}{4 * 4} = 25\phi$$

f_y=400 MPa , τ_s=2 MPa

$$L = \frac{\phi * 400}{4 * 2} = 50\phi$$

حالة خاصة: عندما يكون لدينا حزمة من القضبان فإن أثر هذه الحزمة على ظاهرة التلاحم لا يساوي مجموع آثار القضبان بشكل منعزل لأن درجة تغليف القضبان بالبيتون تنقص بالتالي نعتمد المحيط الفعال (p) التالي:

n=1 $n=2$ $n=3$ $n=4$

$P=\pi\phi$ $P=(\pi+2)\phi$ $P=(\pi+3)\phi$ $P=(\pi+4)\phi$ لا ينصح بها

التطبيق الخامس: التشوهات الآنية وطويلة الأمد في البيتون.

العوامل المؤثرة على التغيرات (التشوهات) في البيتون:

- نوعية الاجهادات المطبقة: يزداد التشوه في حالة الانعطاف عنه بالضغط ويكون أكبر ما يمكن بالشد المباشر.
- سرعة التحميل.
- عمر البيتون.
- الظروف المناخية.
- خواص مكونات البيتون.
- أبعاد العنصر المدروس.

أولاً: التقلص والتمدد الحراريين:

ناجم عن تغير في درجات الحرارة سواء للبيتون الطري أم للبيتون المتصلب.

$$\varepsilon_{ct} = \alpha_t * \Delta T_t^o$$

ΔT_t^o: مقدار تغير درجة الحرارة، $\alpha_t = (0.6 \rightarrow 1.4) * 10^{-5}$: عامل التمدد الحراري للبيتون.

تطبيق: باعتبار حصل تغير في درجة الحرارة بين الصيف والشتاء مقداره $\Delta T_t^o = \pm 50^o$ وبافتراض أن

$\alpha_t = 10^{-5}$ ، يكون التغير في الطول الناجم عن تغير الحرارة:

$$\varepsilon_{ct} = 10^{-5} * 50 = 0.5 * 10^{-3} mm/m$$

أي يحصل تقاصر مقداره 0.5mm كل 1 متر.

باعتبار أن $E_c = 15000\ MPa$ ← الاجهادات المتشكلة:

$$\sigma = E_c * \varepsilon_{ct} = 15000 * 50 * 10^{-5} = 7.5\ MPa$$ → تشققات كبيرة

لأنها قيمة كبيرة أكبر من مقاومة البيتون على الشد.

ثانيا: التقلص والتمدد الهيدروليكي (انكماش وانتفاخ):

ناجمة عن نقص أو زيادة في كمية الماء في البيتون.

يتم حساب تشوهات الانكماش كما يلي:

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{sho} * k_b * k_d * k_p * k_t$$

$$\varepsilon_{sho} = (0 \rightarrow 5 * 10^{-4}) = f(\text{الرطوبة النسبية})$$

$$k_b = f\left(\frac{W}{C}, c\right), k_d = f(dm), k_p = f(\mu_s) = \frac{1}{1 + 20\mu_s}, k_t = f(j, dm)$$

$dm = \frac{A(\text{مساحة المقطع})}{0.5P(\text{محيط المقطع})}$ السمك الافتراضي للعنصر المدروس.

j : عمر المنشأة أو العنصر بالأيام، μ_s : نسبة التسليح، $\frac{W}{C}$: نسبة الماء إلى الاسمنت،

تطبيق: لدينا عنصر بيتوني مقطعه مستطيل b*h=25*50cm في منطقة رطوبتها 40% عيار الاسمنت C=400Kg/m^3

وW/C=0.5، نسبة تسليحه $\mu_{s=0.01}$ ، والمطلوب حساب الانكماش الناجم عن فقدان المياه بعد عمر 50 يوم.

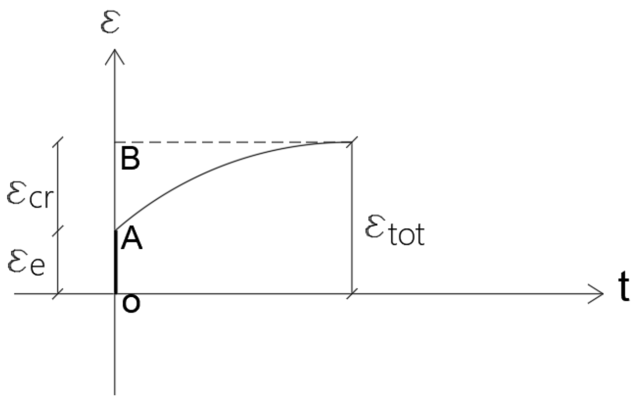
$$dm = \frac{b * h}{b + h} = \frac{250 * 500}{250 + 500} = 167mm\, , k_p = \frac{1}{1 + 20 * 0.01} = 0.83$$

$$\varepsilon_{sh} = 5 * 10^{-4} * 1.2 * 0.85 * 0.83 * 0.1 = 4.2 * 10^{-4}$$

ثالثا: الجريان (الزحف)، تشوهات طويلة الأمد (ε_{cr}) - السيلان...Creep.

يضاف هذا التشوه طويل الأمد ε_{cr} إلى

التشوهات اللحظية المرنة ε_e.



$$\sigma = Constante$$

$$\text{تزداد}\ \ \varepsilon_{cr}$$

$$OB = (1.2 \rightarrow 3)OA$$

حالة عنصر مضغوط: خاضع لإجهاد ضغط مرن $\sigma_c \leq 0.5 f_c^{`}$

$$\varepsilon_{ce}=\frac{\sigma_c}{E_c}\ ,\quad E_c=4750\sqrt{f_c^{`}}$$ تشوهات مرنة

يحسب التشوه الناجم عن الجريان كما يلي:

$$\varepsilon_{cr}=\phi*\varepsilon_{ce}$$

يكون التشوه الكلي = التشوه اللحظي + التشوه طويل الأمد

$$\varepsilon_{ct}=\varepsilon_{ce}+\varepsilon_{cr}=\varepsilon_{ce}+\phi*\varepsilon_{ce}=\varepsilon_{ce}(1+\phi)$$

ϕ: هو عامل الجريان أو الزحف.

$$\phi=k_c*\ k_a*k_b*k_d*k_t$$

$$k_b=f\left(\frac{w}{c},c\right),k_c=f\left(\text{الرطوبة النسبية}\right),k_d=f(dm)\ ,k_t=f(j,dm)$$

$$k_a=\ f\left(j,\text{نوع الاسمنت}\right)$$

j: العمر بالأيام عند التحميل.

تطبيق: لدينا عمود مربع من البيتون المسلح مقطعه $a*a=60*60cm$ طوله الحسابي L=6m خاضع لحمولة طويلة الأمد مسببة اجهاد ثابت مقداره $\sigma_c=8.5MPa$

باعتبار أن: الرطوبة النسبية للوسط المحيط $=(90\%,55\%)$, $f_c^{`}=28\ MPa$ ، وعمر البيتون عند التحميل 40 يوم.

$$\frac{w}{C}=0.5\quad ,\quad C=400Kg/m^3$$

والمطلوب تحديد تقاصر هذا العمود بعد ثلاثة سنوات من الخدمة.

الحل:

$$\sigma_c=8.5MPa\ \le\ 0.5f_c^{`}=0.5*28=14MPa\ \underline{\underline{ok}}$$

$$\varepsilon_{ct}=\frac{\Delta L}{L}\rightarrow\Delta L=\varepsilon_{ct}*L$$

$$\varepsilon_{ct}=\varepsilon_{ce}+\varepsilon_{cr}=\varepsilon_{ce}+\phi*\varepsilon_{ce}=\varepsilon_{ce}(1+\phi)$$

$$\varepsilon_{ce}=\frac{\sigma_c}{E_c}=\frac{8.5}{4750\sqrt{28}}=\frac{8.5}{25135}=0.00034$$

$$\phi = k_c * k_a * k_b * k_d * k_t$$

$k_c = 2.5 \leftarrow$ الرطوبة = 55% ، $k_c = 1.45 \leftarrow$ الرطوبة = 90%

$$dm = 0.5 * a = 0.5 * 600 = 300mm$$

$$k_a = 1 , k_b = 1.2 , k_d = 0.67 , k_t = 0.9$$

يكون لدينا:

- حالة الرطوبة النسبية للوسط المحيط: 90%

$$\phi = 1.45 * 1 * 1.2 * 0.67 * 0.9 = 1.05$$
$$\varepsilon_{ct} = 0.00034(1 + 1.05) = 0.0007$$
$$\Delta L = 0.0007 * 6000 = 4.2mm$$

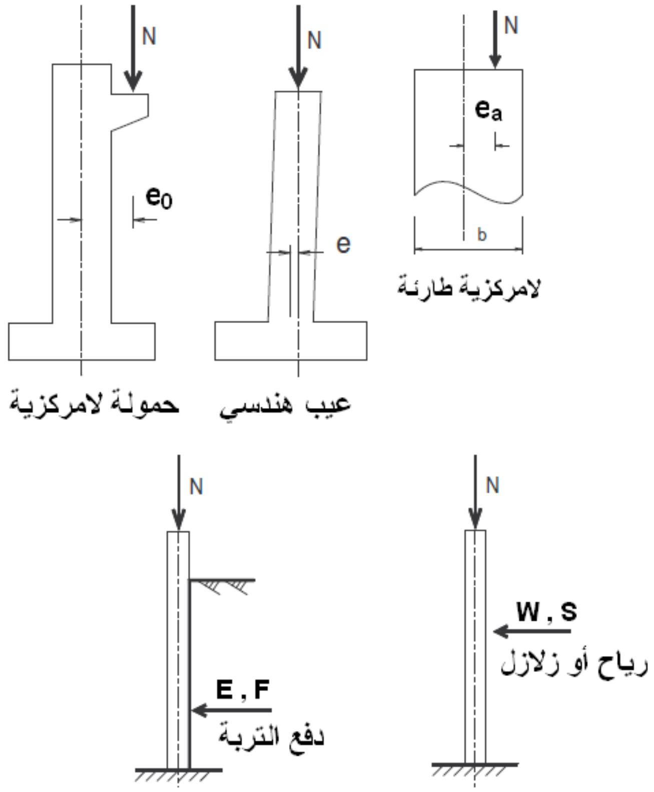
- حالة الرطوبة النسبية للوسط المحيط: 55%

$$\varepsilon_{ct} = 0.00034(1 + \phi)$$
$$\phi = 2.5 * 1 * 1.2 * 0.67 * 0.9 = 1.81$$
$$\varepsilon_{ct} = 0.00034(1 + 1.81) = 0.00096$$
$$\Delta L = 0.00096 * 6000 = 5.76mm$$

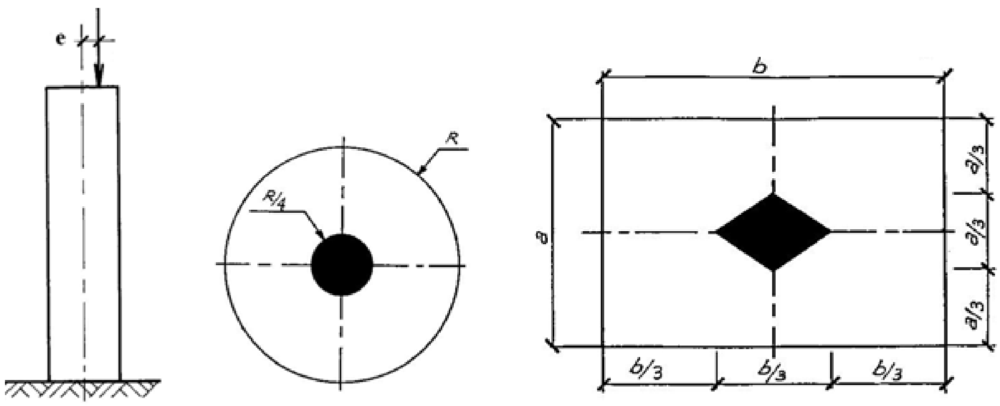
ثالثاً- مفهوم الاجهادات في حالة الضغط اللامركزي

عندما يتعرض المقطع لعزم انعطاف (M) وقوة ضغط مركزية (N) ، أو قوة ضغط (N) بلا مركزية (e)، وهذا ما يسمى بالضغط اللامركزي، الشكل المرفق.

وتكون الإجهادات في المقطع إجهادات ضغط عندما تكون القوة الخارجية مطبقة بلا مركزية صغيرة تقع ضمن حدود النواة المركزية المبينة في الشكل المرفق.



عدم تطابق بين مركز مرور القوة الخارجية ومركز الثقل $(M = N \times e)$



النواة المركزية لمقطع مستطيل ودائري

يتم تحديد الإجهادات في المقطع كما يلي:

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{a \times b} \pm \frac{M}{I} y$$

حيث: N : القوة الناظمية المطبقة.

a×b : مساحة المقطع.

y : بعد الليف المراد حساب الإجهاد عنده، عن مركز الثقل.

I : عزم عطالة المقطع بالاتجاه المدروس.

ولكن لدينا: $y = b/2$ عند الأطراف، و $I = a \times b^3 / 12$ ، بالتالي:

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{a \times b} \pm \frac{12N \times e \times b}{2a \times b^3} = \frac{N}{a \times b}\left(1 \pm \frac{6e}{b}\right) = \frac{N}{a \times b}\left(1 \pm \frac{e}{k}\right)$$

باعتبار أن: $k = b/6$ تمثل نصف قطر النواة المركزية لحالة المستطيل.

من المعادلة السابقة يمكننا ملاحظة الحالات التالية:

- توزع منتظم للإجهادات: $e = 0 \Rightarrow \sigma = N / a \times b$
- تشكل إجهادات ضغط (توزع خطي): $e \leq k$

حتى لا تتشكل إجهادات شد يجب أن تكون القوة الناظمية مطبقة في النواة المركزية، وعندما يكون $e = k$ يتشكل لدينا مثلث ضغط.

k =b/6 مقطع مستطيل

k =R/4 مقطع دائري

التطبيق الأول:

يطلب حساب القطر الأصغري لعمود دائري من البيتون المسلح، الذي يحقق شرطي التحنيب والمقاومة، إذا علمت أن:

الحمولات الاستثمارية التي يتلقاها العمود:

- حمولات ناظمية دائمة: $N'_G = 800kN$
- حمولات ناظمية إضافية: $N'_P = 200kN$
- $f'_C = 25MPa$ المقاومة المميزة للبيتون
- $L_O = 400cm$: طول التحنيب.

الحل:

نتحقق من شرط التحنيب:

$$\lambda = \frac{L_0}{i} \le 40 \quad ; \quad i = \sqrt{\frac{I}{A'_c}} \quad ; \quad I = \frac{\pi R^4}{4} \quad ; \quad A'_c = \pi R^2$$

حيث: $A'_c \;\; ; \;\; I \;\; ; \;\; i \;\; ; \;\; \lambda$ تمثل بالترتيب مساحة مقطع العمود، عزم عطالة مقطع العمود، نصف قطر العطالة، وعامل التحنيب.

ملاحظة: عندما يكون مقطع العمود مستطيلاً $(b \times h)$، فإن عزم عطالته بالاتجاه h هو: $I = \frac{bh^3}{12}$.

$$\lambda = \frac{L_0}{\sqrt{\frac{\pi R^4}{4 \times \pi R^2}}} = \frac{L_0}{\frac{R}{2}} = \frac{4L_0}{D} \le 40$$

$$\Rightarrow D = 2R \ge \frac{L_0}{10} = \frac{400}{10} = 40cm$$

ونحسب القطر المحقق لشرط المقاومة (الإجهاد المسموح للبيتون على الضغط البسيط يساوي $\bar{\sigma}_m = 0.3 f'_C$)، باعتبار أن التسليح يقاوم 15% من الحمولة الناظمية الاستثمارية:

$$A'_c \ge \frac{N'}{1.15 \times (\bar{\sigma}_m)} = \frac{N'_G + N'_P}{1.15 \times (0.3 f'_c)} = \frac{(800+200) \times 10^3}{1.15 \times 0.3 \times 25} = 115942 mm^2$$

$$A'_c = \frac{\pi D^2}{4} \approx 1160 cm^2 \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \times 1160}{3.14}} = 38.44 cm$$

بالتالي إن شرط التحنيب هو الذي يحدد القطر: $D = 40cm$

التطبيق الثاني:

يطلب حساب مساحة مقطع عمود من البيتون المسلح معرض لضغط مركزي استثماري مقداره $N' = 4000kN$ ، وأنه محقق لشرط التحنيب، وأن المقاومة المميزة للبيتون تساوي $f'_C = 20MPa$ ، وباعتبار أن التسليح يقاوم 15% من الحمولة الناظمية الاستثمارية.

ومن ثم حدد أبعاد المقطع الواجب اعتمادها عندما يكون المقطع مربعاً ودائرياً، وكذلك مستطيلاً أحد أبعاده يساوي $50cm$.

الحل:

نحدد مساحة مقطع العمود البيتوني المسلح من العلاقة التالية:

$$A'_c \geq \frac{N'}{1.15\times(\overline{\sigma}_m)}=\frac{(4000)\times 10^3}{1.15\times 0.3\times 20}=579710mm^2$$

$$A'_c=\frac{\pi D^2}{4}=579710mm^2 \Rightarrow D=\sqrt{\frac{4\times 579710}{3.14}}=85.9\,cm \quad USE\ D=90\,cm$$

$$A'_c=b\times b \Rightarrow b=\sqrt{579710}=76.1\,cm \quad USE\ b\times b=80\times 80\,cm$$

$$A'_c=b\times h \Rightarrow h=\frac{579710}{500}=115.9\,cm \quad USE\ b\times h=50\times 120\,cm$$

التطبيق الثالث:

لدينا مقطع عمود من الحجر أبعاده $(b\times h=100cm\times h)$، خاضـع لحمولة ضـغط تسـاوي $N'=50t$، بلامركزية (e) باتجاه البعد (h) تسـاوي $(e=0.2\,m)$. بافتراض أن مقاومة الحجر على الشـد مهملة، ومقاومته على الضـغط تساوي $\sigma'=20\,kg/cm^2$.

يطلب:

1- تحديد القيمة الأصغرية للبعد (h) بحيث لا تتشكل إجهادات شد في المقطع.

2- ماهي قيمة إجهادات الضغط الأعظمية في المقطع، قارن هذه القيمة مع مقاومة الحجر على الضغط.

الحل:

$$M=N'\times e$$

$$\sigma'_{1,2}=\frac{N'}{A}\pm M\times\frac{y}{I}=\frac{N'}{b\times h}\pm N'\times e\frac{h/2}{b\,h^3/12}\Rightarrow$$

$$\sigma'_{1,2}=\frac{N'}{b\times h}\left(1\pm\frac{6e}{h}\right)=\frac{N'}{b\times h}\left(1\pm\frac{e}{k}\right)$$

حيث $k=h/6$ يمثل نصف قطر النواة المركزية لمقطع مستطيل.

بالتالي عندما تكون $e=k=h/6$، نحصل على توزيع مثلثي لإجهادات الضغط، ويكون:

$$e=0.2\,m=k=h/6 \Rightarrow h_{\min}=6\times 0.2=1.2\,m$$

نحسب الإجهادات:

$$\sigma'_{1,2}=\frac{N'}{b\times h}\left(1\pm\frac{e}{k}\right)=\frac{50000}{100\times 120}(1\pm 1)=4.17(1\pm 1)$$

$$\sigma'_1=4.17\times(1+1)=8.34\,kg/cm^2 << 20\,kg/cm^2 \quad O.K.$$

$$\sigma'_2=4.17\times(1-1)=0 \quad O.K.$$

التطبيق الرابع:

لدينا عمود دائري من الحجر قطره $(D=2R)$، خاضع لحمولة ضغط تساوي $N'=50t$، بلامركزية (e) باتجاه أحد المحاور تساوي $(e=0.2m)$. بافتراض أن مقاومة الحجر على الشد مهملة، ومقاومته على الضغط تساوي $\sigma'=20kg/cm^2$.

يطلب:

1- تحديد القيمة الأصغرية لنصف قطر العمود (R) بحيث لا تتشكل إجهادات شد في المقطع.

2- ماهي قيمة إجهادات الضغط الأعظمية في المقطع، قارن هذه القيمة مع مقاومة الحجر على الضغط.

الحل:

$$M=N'\times e$$

$$\sigma_{1,2}=\frac{N'}{A}\pm M\times\frac{y}{I}=\frac{N'}{\pi R^2}\pm N'\times e\times\frac{R}{\pi R^4/4}\Rightarrow$$

$$\sigma_{1,2}=\frac{N'}{\pi R^2}\left(1\pm\frac{e}{R/4}\right)\Rightarrow k=\frac{R}{4}$$

حيث $k=R/4$ يمثل نصف قطر النواة المركزية لمقطع دائري الشكل.

بالتالي عندما تكون $e=k=R/4$، نحصل على توزيع مثلثي لإجهادات الضغط، ويكون:

$$e=0.2m=k=R/4\Rightarrow R_{\min}=4\times 0.2=0.8m$$

نحسب الإجهادات:

$$\sigma'_{1,2}=\frac{N'}{b\times h}\left(1\pm\frac{e}{k}\right)=\frac{50000}{\pi\times 80^2}(1\pm 1)=4.17(1\pm 1)$$

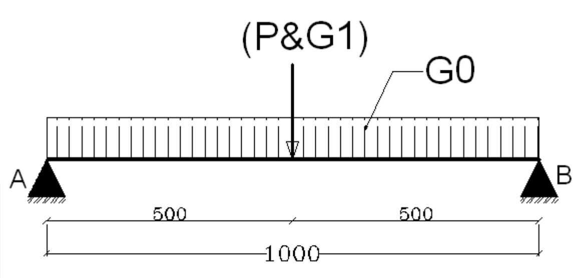
$$\sigma'_1=2.49\times(1+1)\approx 5kg/cm^2<<20kg/cm^2\quad O.K.$$

$$\sigma'_2=0\quad O.K.$$

رابعاً- تطبيقات على تصميم المقاطع المستطيلة (انعطاف وقص)

التطبيق الأول:

لدينا جائز من البيتون المسلح (الشكل المرفق)، مجازه الفعال: $L = 10m$ ، مقطعه العرضي: $b \times h = 40 \times 80cm$ ، مستند بشكل بسيط عند طرفيه (A&B).



Dimensions in cm

إضافة للوزن الذاتي $(G0)$ ، يخضع هذا الجائز للحمولات التالية:

- قوة استثمارية إضافية مركزة (غير مصعدة)، مقدارها: $P = 125kN$
- قوة استثمارية دائمة مركزة (غير مصعدة)، مقدارها: $G1 = 100kN$

$$f_y = 400MPa\,;\; f_c' = 20MPa\,;\; \Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$$

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f_c'} \quad ; \quad \tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} \;;\; \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'}$$

والمطلوب :

1. رسم مخططات عزم الانعطاف والجهد القاطع لهذا الجائز.
2. حساب التسليح اللازم لمقاومة الانعطاف والقص للمقطع العرضي الواقع عند وسط مجاز هذا الجائز.
3. رسم هذا المقطع العرضي بمقياس مناسب، مبيناً عليه الأبعاد والتسليح الطولاني والعرضاني.

الحل:

الطلب الأول: رسم مخططات عزم الانعطاف والجهد القاطع.

- الحمولة الاستثمارية الدائمة الناجمة عن الوزن الذاتي:

$$G0 = 0.4 \times 0.8 \times 25 = 8kN/ml$$

- قيمة عزم الانعطاف الحدي عند وسط الجائز:

$$M_u = 1.4M_G + 1.7M_P$$

$$M_u = 1.4\left(\frac{8 \times 10^2}{8} + \frac{100 \times 10}{4}\right) + 1.7\left(\frac{125 \times 10}{4}\right) = 1021.25kN.m$$

- الجهد القاطع الحدي عند المساند (A & B):

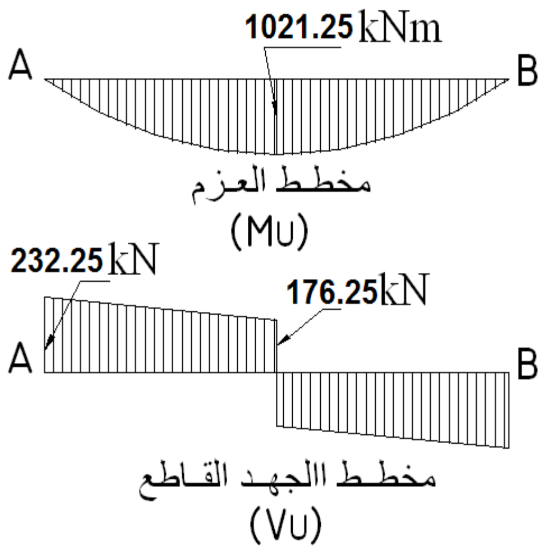
$$V_{u\,A,B} = 1.4V_G + 1.7V_P$$

$$V_{u\,A,B} = 1.4\left(\frac{8\times 10}{2}+\frac{100}{2}\right)+1.7\left(\frac{125}{2}\right) = 232.25kN$$

- الجهد القاطع الحدي عند وسط الجائز:

$$V_u = 1.4\left(\frac{100}{2}\right)+1.7\left(\frac{125}{2}\right) = 176.25kN$$

بالتالي نرسم مخططات العزم والجهد القاطع الحديين.



الطلب الثاني: تصميم المقطع الواقع عند وسط المجاز، وحساب التسليح اللازم لمقاومة الانعطاف والقص.

- تسليح الانعطاف:

$$M_u(\max) = +1021.25kN.m$$

$$b\times h = 40\times 80cm,\quad d = 74cm$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' b d^2} = \frac{1021.25\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 20\times 400\times 740^2} = 0.3047$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.3751 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.8123 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{1021.25\times10^6}{0.9\times0.8123\times740\times400} = 4719mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{4719}{400\times740} = 0.016$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\left[\frac{455}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}\right] = 0.5\left[\frac{455}{630+400}\times\frac{20}{400}\right] = 0.011$$

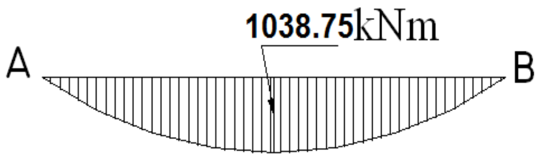
$$\mu_{s\min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{400} = 0.00225$$

$$\mu_s = 0.016 > \mu_{s\max} = 0.011 \quad N.G.$$

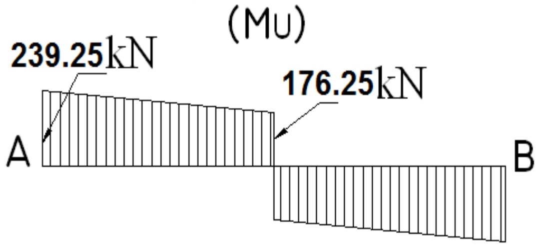
نلاحظ أن نسبة التسليح أكبر من النسبة الأعظمية، وعندما يتعذر زيادة مقاومة البيتون، نعمل على زيادة أبعاد المقطع، أو نعمل على استخدام تسليح ثنائي (مضغوط)، وفق ما يلي:

نزيد الارتفاع ليصبح المقطع : $b\times h = 40\times90cm$.

ويكون الوزن الذاتي الجديد: $G0 = 0.4\times0.9\times25 = 9\,kN/ml$ ، بالتالي تصبح قيم العزم والقص الحديين كما يلي:



مخطط العزم
(MU)



مخطط الجهد القاطع
(VU)

$$M_u(\max) = +1038.75\,kN.m$$
$$b \times h = 40 \times 90\,cm, \quad d = 84\,cm$$
$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85\, f_c' b d^2} = \frac{1038.75 \times 10^6}{0.9 \times 0.85 \times 20 \times 400 \times 840^2} = 0.2405$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 - \sqrt{1 - 2A_0} = 0.2796 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.8602 \end{cases}$$
$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{1038.75 \times 10^6}{0.9 \times 0.8602 \times 840 \times 400} = 3993\,mm^2$$
$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{3993}{400 \times 840} = 0.012$$
$$\mu_s = 0.012 > \mu_{s\max} = 0.011 \quad N.G.$$
$$> \mu_{s\min}$$

بالتالي، نبقى على أبعاد المقطع الأساس $b \times h = 40 \times 80\,cm$ ، ونحسب المقطع المستطيل ثنائي التسليح.

– تسليح الانعطاف: كون التسليح الطولي كبير، نزيد من قيمة (a) ليصبح $(d = 80 - 8 = 72\,cm)$. ونحسب العزم الحدي الذي يتحمله البيتون (M_{u1}) والتسليح المناسب (A_{s1}) .

$$M_u = M_{u1} + \Delta M_u = +1021.25\,kN.m$$
$$b \times h = 40 \times 80\,cm, \quad d = 72\,cm$$
$$M_{u1} = \Omega 0.85\, f_c' b d^2 A_{0\max}$$
$$\mu_{s1} = \mu_{s\max} = 0.011$$
$$\alpha_{\max} = \mu_{s\max} \frac{f_y}{0.85\, f_c'} = 0.011 \times \frac{400}{0.85 \times 20} = 0.2588$$
$$A_0 = \alpha_{\max}(1 - 0.5\alpha_{\max}) = 0.2588(1 - 0.5 \times 0.2588)$$
$$= 0.2588 \times 0.8706 = 0.2253$$
$$M_{u1} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 400 \times 720^2 \times 0.2253 = 715\,kN.m$$
$$A_{s1} = \frac{M_{u1}}{\Omega \gamma d f_y} = \frac{715 \times 10^6}{0.9 \times 0.8706 \times 720 \times 400} = 3168\,mm^2$$
$$\Delta M_u = 1021.25 - 715 = 306.25\,kN.m$$

نتحقق من أن التسليح المضغوط وصل حد الخضوع:

$$y = \alpha\, d = 0.2588 \times 720 = 186mm \geq 2\,d' = 2 \times 60 = 120mm\ O.K.$$

or

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_c' \frac{y - 0.85d'}{y} \geq \frac{f_y}{E_s} \Rightarrow$$

$$0.003 \times \frac{186 - 0.85 \times 60}{186} = 0.0022 \geq \frac{400}{210000} = 0.0019\, O.K.$$

نحسب التسليح المضغوط:

$$A_s' = A_{s2} = \frac{\Delta M_u}{\Omega (d - d') f_y} = \frac{306.25 \times 10^6}{0.9 \times (720 - 60) \times 400} = 1289mm^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 3168 + 1289 = 4457mm^2$$

$$A_s - A_s' \leq 0.5A_{sb} = \quad O.K.$$

نستخدم تسليح تقلص وفق متطلبات واشتراطات الكود السوري، كما هو مبين في المقطع العرضي، ويكون لدينا:

تسليح سفلي مشدود: $10T25mm$

تسليح علوي مضغوط: $5T20mm$

تسليح تقلص: $2 \times 2T14mm$

- دراسة التسليح المقاوم للجهد القاطع عند وسط المجاز:

$$V_u = 176.25kN$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega\, b\, d} = \frac{176250}{0.85 \times 400 \times 720} = 0.72MPa$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} = 0.16\sqrt{20} = 0.72MPa$$

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f_c'} = 0.23\sqrt{20} = 1.03MPa > \tau_u = 0.72MPa \quad O.K.$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'} = 0.65\sqrt{20} = 2.91MPa \quad O.K.$$

بالتالي، يقاوم البيتون لوحده القص مع تسليح عرضاني أصغري: $A_{st\min} = \frac{0.35}{f_y} b\, s$

نختار إطار بقطر لايقل عن ثلث قطر التسليح الطولي وبتباعد محقق لاشتراط الكود، يكون لدينا:

$$\frac{A_{st}}{s} \geq \frac{0.35}{f_y} b = \frac{0.35 \times 400}{400} = 0.35$$

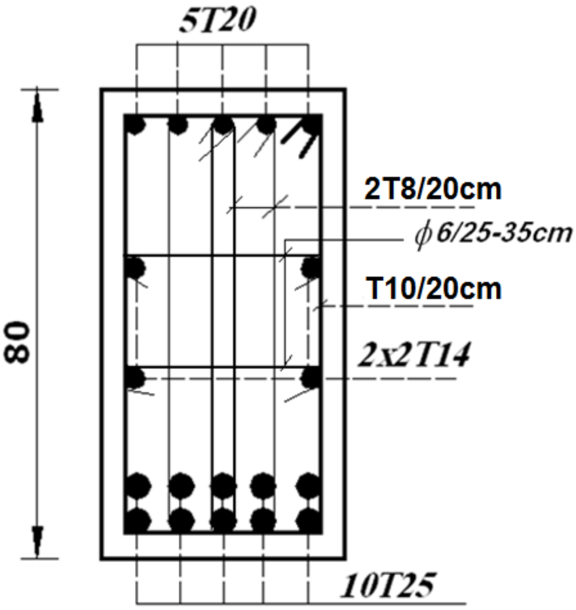
ليكن إطار قطره 10 ملم، يكون: $A_{st} = 2 \times 78.5 = 157\ mm^2$

$$s \leq \frac{157}{0.35} = 448mm$$

$$s \le \begin{cases} 200mm \\ d/2 = 720/2 = 360mm \\ 15\phi_{lc} = 15 \times 20mm = 300mm \end{cases}$$

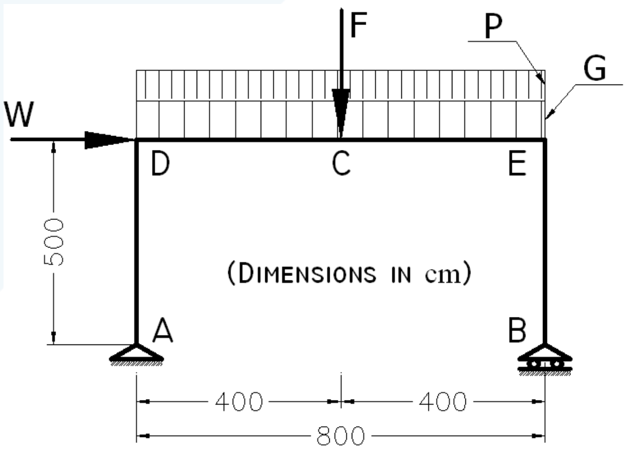
إطار مغلق بقطر 10 ملم، وبتباعد 20 سم. وسوف نعمل على إضافة إطارين مغلقين في المنتصف بقطر 8 ملم.

الطلب الثالث: رسم المقطع العرضي بمقياس مناسب، مبيناً عليه الأبعاد والتسليح:



التطبيق الثاني:

لدينا إطار من البيتون المسلح، معرض للحمولات الاستثمارية التالية (غير مصعدة):



– حمولة دائمة مركزة عند منتصف مجاز الجائز (C): $F = 50kN$

– حمولة دائمة موزعة بانتظام على الجائز (متضمنة الوزن الذاتي): $G = 50kN/m.l$

- حمولة إضافية للجائز موزعة بانتظام: $P = 20kN/m.l$
- فعل استثنائي أفقي (رياح) مركز في العقدة (D): $W = 50kN$

بافتراض أن التراكبات المعتمدة في التحليل هي الناجمة عن الحالتين التاليتين:

- $U = 0.8[1.4G + 1.4F + 1.7P + 1.7W]$
- $U = [1.4G + 1.4F + 1.7P]$

إذا علمت أن:

أبعاد مقطع الجائز: $b \times h = 40 \times 100 cm$ ، ومجازه الحسابي: $L_{beam} = 8m$

وأن أبعاد مقطع العمود: $50 \times 80 cm$ ، وطوله الحسابي: $L_{column} = 5m$

$$f_y = 400 MPa\,;\; f_c' = 25 MPa\,;\; \Delta_{Concrete} = 25 kN/m^3$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'}\,;\; \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max} = 0.014;\; \mu_{s\min} = 0.002$$

يطلب:

1. رسم مخططات عزم الانعطاف والجهد القاطع لهذا الإطار لكل حالة تحميل.
2. حساب التسليح المقاوم لعزم الانعطاف عند وسط مجاز الجائز (C).
3. حساب التسليح المقاوم للجهد القاطع عند طرف الجائز (E).

الحل:

الطلب الأول:

تحديد الحمولات الحدية:

- الحمولة الحدية الدائمة الموزعة بانتظام على الجائز DE:

$$G_U = 1.4(50) = 70 kN/m.l$$

- الحمولة الحدية الدائمة المركزة عند وسط الجائز DE:

$$F_U = 1.4(50) = 70 kN$$

- الحمولة الحدية الاضافية الموزعة بانتظام على الجائز DE:

$$P_U = 1.7(20) = 34 kN/m.l$$

- الحمولة الحدية الاستثنائية المركزة في العقدة D، والناجمة عن الريح:

$$W_U = 1.7(50) = 85 kN$$

حساب ردود الأفعال :

الجملة مقررة ، ومن معادلات التوازن يكون لدينا :

- حالة التحميل الأولى (رياح) :

$$U = 0.8[1.4G + 1.4F + 1.7P + 1.7W]$$

$$0.8W_U = 0.8 \times 85 = 68kN$$
$$0.8(G_U + P_U) = 0.8(70 + 34) = 83.2\,kN/m.l$$
$$0.8(F_U) = 0.8(70) = 56kN$$

وبأخذ العزوم حول المسند A، يكون لدينا:

$$8R_{VB} = 68 \times 5 + 83.2 \times \frac{8^2}{2} + 56 \times 4 \Rightarrow R_{VB} = 403.3\ kN$$
$$\therefore R_{VA} = 83.2 \times 8 + 56 - 403.3 = 318.3kN$$
$$R_{HA} = 68kN$$

- حالة التحميل الثانية (بدون رياح) :

$$U = [1.4G + 1.4F + 1.7P]$$
$$(G_U + P_U) = (70 + 34) = 104kN/m.l$$
$$(F_U) = 70kN$$

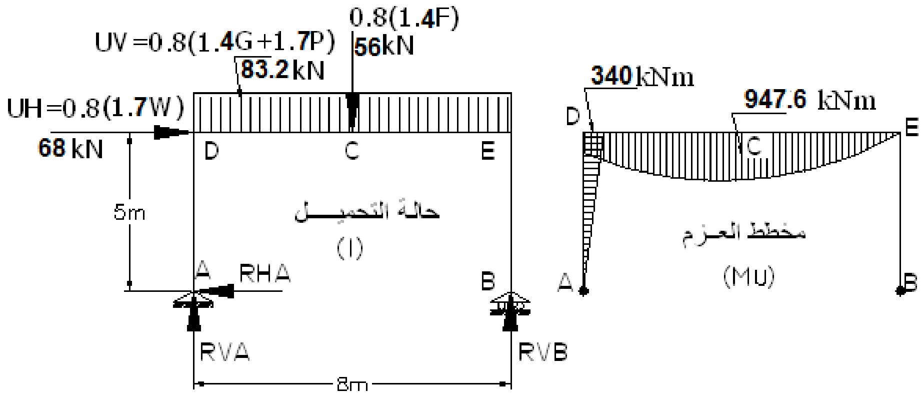
$$8R_{VB} = 104 \times \frac{8^2}{2} + 70 \times 4 \Rightarrow R_{VB} = 451kN$$
$$\therefore R_{VA} = 104 \times 8 + 70 - 451 = 451kN$$
$$R_{HA} = 0$$

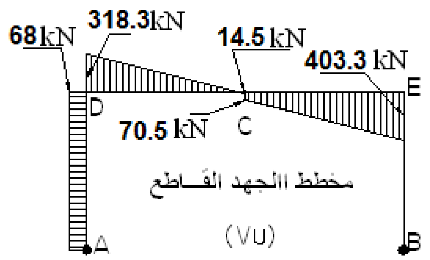
رسم مخططات القوى الداخلية :

نعمل على تحديد القيم المميزة ومن ثم نرسمها كما هو مبين جانباً، مثلاً نحسب قيمة عزم الانعطاف الحدي عند وسط المجاز (C) وفي العقدة (D) ، وكذلك الجهود القاطعة والناظمية :

- حالة التحميل الأولى :

$$M_{uC} = 318.3 \times 4 + 68 \times 5 - 83.2 \times \frac{4^2}{2} = +947.6\,kN.m$$
$$\therefore M_{uD} = \pm 68 \times 5 = \pm 340kN.m$$
$$V_{u(AD)} = 68kN \quad ; \quad V_{UD} = -318.3kN \quad ; \quad V_{UE} = +403.3kN$$
$$V_{uCL} = +14.5kN\,;\, V_{uCR} = +70.5kN$$





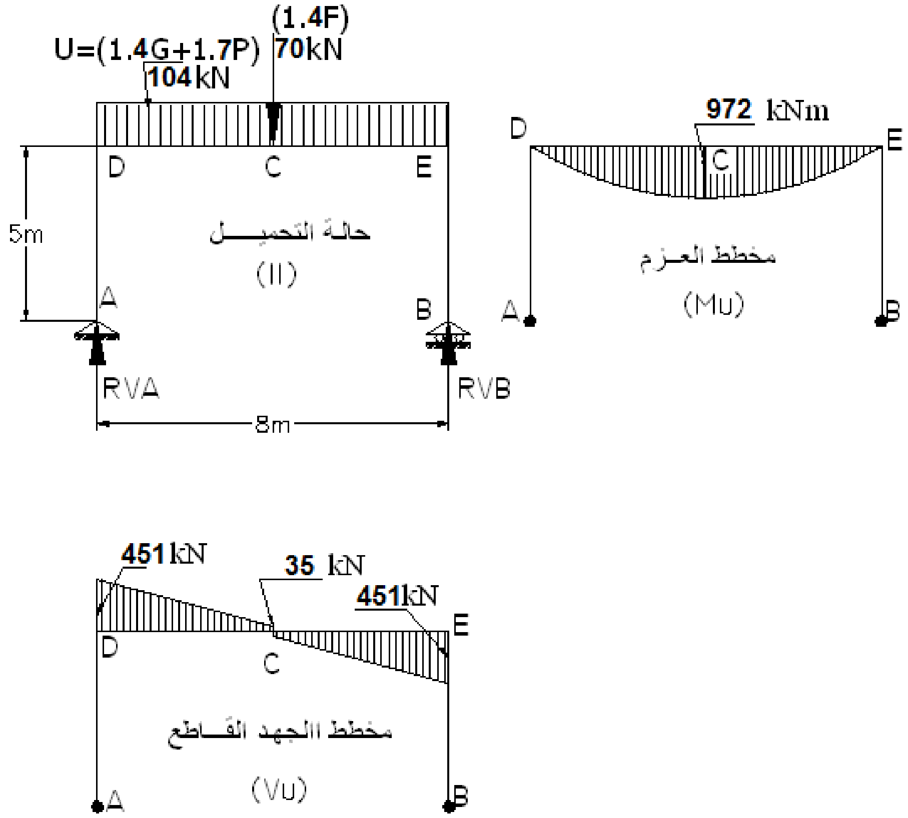
- حالة التحميل الثانية:

$$M_{uC} = 451\times 4 - 104\times\frac{4^2}{2} = \frac{104\times 8^2}{8} + \frac{70\times 8}{4} = +972kN.m$$

$$\therefore M_{uD} = 0$$

$$V_{u(AD)} = 0 \quad ; \quad V_{uD} = -V_{uE} = 451kN$$

$$V_{uC} = \pm 35kN$$



الطلب الثاني :

حساب تسليح الانعطاف عند وسط الجائز (استناداً لمغلف العزوم) :

$$M_{uC}(\max) = +972 kN.m$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' b d^2} = \frac{972\times10^6}{0.9\times0.85\times25\times400\times900^2} = 0.1569$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.1716 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9143 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{972\times10^6}{0.9\times0.9143\times900\times400} = 3281.2\, mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{3281.2}{400\times900} = 0.00911 < \mu_{s\max} = 0.014 \quad O.K.$$

$$\mu_s = 0.00911 > \mu_{s\min} = 0.002 \quad O.K.$$

الطلب الثالث :

حساب التسليح المقاوم للجهد القاطع عند أطراف الجائز (استناداً لمغلف الجهد القاطع):

$$V_u\,(\max) = 451kN$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{451\times10^3}{0.85\times400\times900} = 1.474MPa$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'} = 0.65\sqrt{25} = 3.25MPa > \tau_U \quad O.K.$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} = 0.16\sqrt{25} = 0.8MPa < \tau_U$$

$$\therefore \quad A_{st} \geq \frac{(\tau_u - \tau_{0u})}{f_y}.b.s = \frac{(1.474-0.8)}{400}\times400\times200 = 134.8mm^2$$

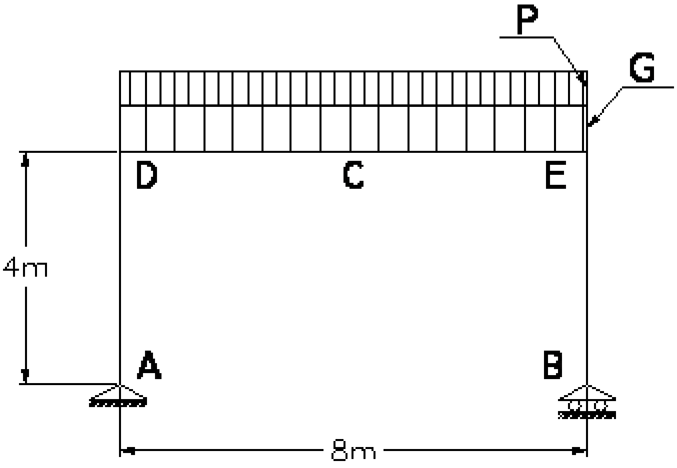
بافتراض أن التباعد بين الأتاري $s = 200mm$

ويتم بعد ذلك اختيار أقطار قضبان التسليح العرضاني والطولاني المناسبة.

التطبيق الثالث:

لدينا المنشأة المبينة جانباً (إطار من البيتون المسلح) والمعرضة للحمولات الاستثمارية التالية:

- حمولة دائمة للجائز (DCE) موزعة بانتظام (متضمنة الوزن الذاتي): $G = 48kN/m.l$
- حمولة إضافية للجائز موزعة بانتظام: $P = 20kN/m.l$



وبافتراض أن التراكب المعتمد في التحليل هي: $U = [1.4G + 1.7P]$ ، يطلب رسم مخططات عزم الانعطاف والجهد القاطع و الجهد الناظمي لهذا الإطار.

الحل :

– تحديد الحمولات الحدية:

$$U = (1.4G + 1.7P) = 1.4 \times 48 + 1.7 \times 20 = 101.2\, kN / ml$$

– حساب ردود الأفعال : الجملة مقررة ، ومن معادلات التوازن يكون لدينا:

$$8R_{VB} = 101.2 \times \frac{8^2}{2} \Rightarrow R_{VB} = 404.8\, kN$$

$$\therefore\ R_{VA} = 101.2 \times 8 - 404.8 = 404.8\, kN$$

$$R_{HA} = 0$$

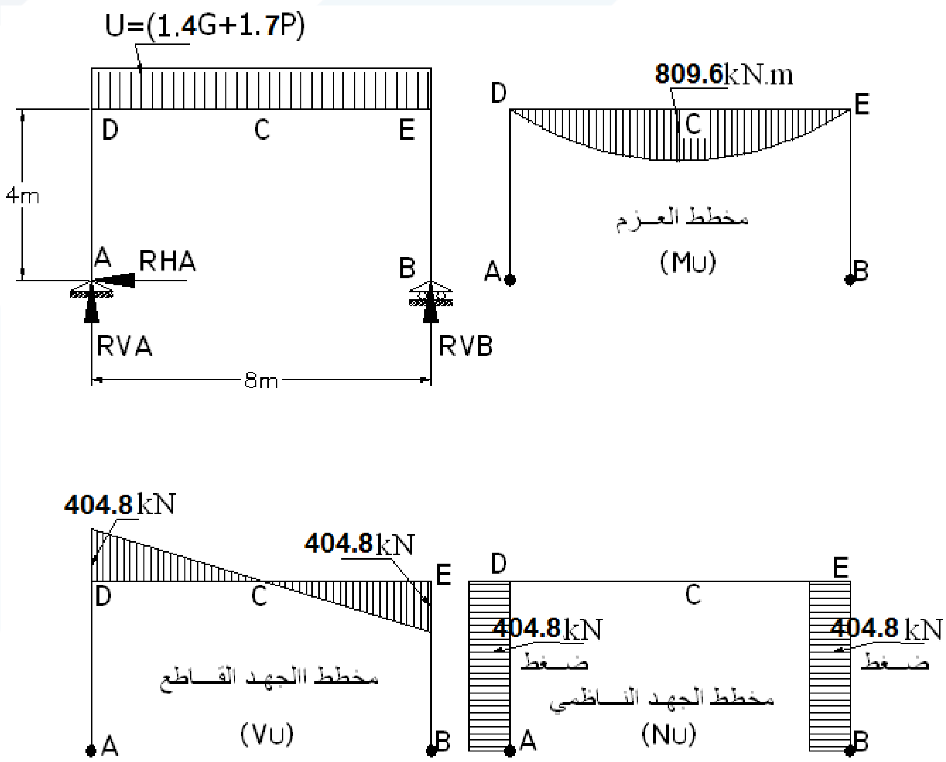
– رسم مخططات القوى الداخلية: نعمل على تحديد القيم المميزة ومن ثم نرسمها كما هو مبين جانباً، مثلاً نحسب قيمة عزم الانعطاف الحدي عند وسط المجاز (C) ، وكذلك الجهود القاطعة والناظمية :

$$M_{uC} = 404.8 \times 4 - 101.2 \times \frac{4^2}{2} = \frac{101.2 \times 8^2}{8} = +809.6\, kN.m$$

$$\therefore\ M_{uD} = 0$$

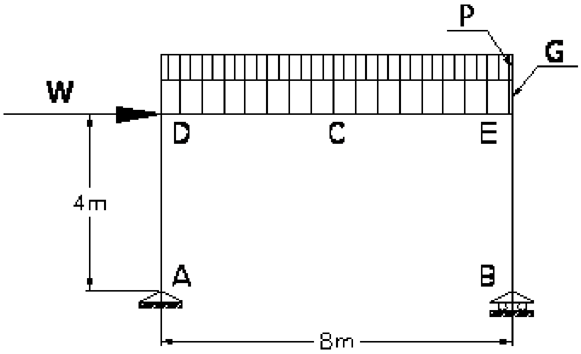
$$V_{u(AD)} = 0 \quad ; \quad V_{uD} = -V_{uE} = 404.8\, kN$$

$$N_{u(DE)} = 0 \quad ; \quad N_{u(AD)} = N_{u(BE)} = 404.8\, kN$$



التطبيق الرابع:

لدينا المنشأة المبينة جانباً (إطار من البيتون المسلح) والمعرضة للحمولات الاستثمارية التالية:



- حمولة دائمة للجائز (DCE) موزعة بانتظام (متضمنة الوزن الذاتي) : $G = 48kN/m.l$
- حمولة إضافية للجائز موزعة بانتظام : $P = 20kN/m.l$
- فعل استثنائي (رياح) مركز في النقطة (D): $W = 50kN$

بافتراض أن التراكبات المعتمدة في التحليل هي:

$$U = 0.8[1.4G + 1.7P + 1.7W]$$

$$U = [1.4G + 1.7P]$$

يطلب :

1. رسم مخططات عزم الانعطاف والجهد القاطع و الجهد الناظمي لهذا الإطار.
2. حساب التسليح المقاوم لعزم الانعطاف عند وسط مجاز الجائز (C) .
3. حساب التسليح المقاوم للجهد القاطع عند طرف الجائز (E) .

مع العلم :

$$f_y = 400MPa\ ;\ f_c' = 25MPa$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'}\ ;\ \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.014;\ \mu_{s\min} = \frac{0.9}{f_y}$$

أبعاد مقطع الجائز :

$$b \times h = 40 \times 100cm$$

الحل:

الطلب الأول:

تحديد الحمولات الحدية:

- الحمولة الحدية على الجائز DE:

$$U=UV=0.8(1.4G+1.7P)=0.8(1.4\times 48+1.7\times 20)=81kN/ml$$

$$U=UV=(1.4G+1.7P)=1.4\times 48+1.7\times 20=101.2\,kN/ml$$

- الحمولة الحدية الأفقية (رياح) :

$$U=UH=0.8(1.7W)=0.8(1.7\times 50)=68kN$$

- حساب ردود الأفعال : الجملة مقررة ، ومن معادلات التوازن يكون لدينا :

  - حالة التحميل الأولى :

$$8R_{VB}=68\times 4+81\times\frac{8^2}{2}\Rightarrow R_{VB}=358kN$$

$$\therefore R_{VA}=81\times 8-358=290kN$$

$$R_{HA}=68kN$$

  - حالة التحميل الثانية :

$$8R_{VB}=101.2\times\frac{8^2}{2}\Rightarrow R_{VB}=404.8\,kN$$

$$\therefore R_{VA}=101.2\times 8-404.8=404.8\,kN$$

$$R_{HA}=0$$

- رسم مخططات القوى الداخلية : نعمل على تحديد القيم المميزة ومن ثم نرسمها كما هو مبين جانباً، مثلاً نحسب قيمة عزم الانعطاف الحدي عند وسط المجاز (C) وفي العقدة (D) ، وكذلك الجهود القاطعة والناظمية :

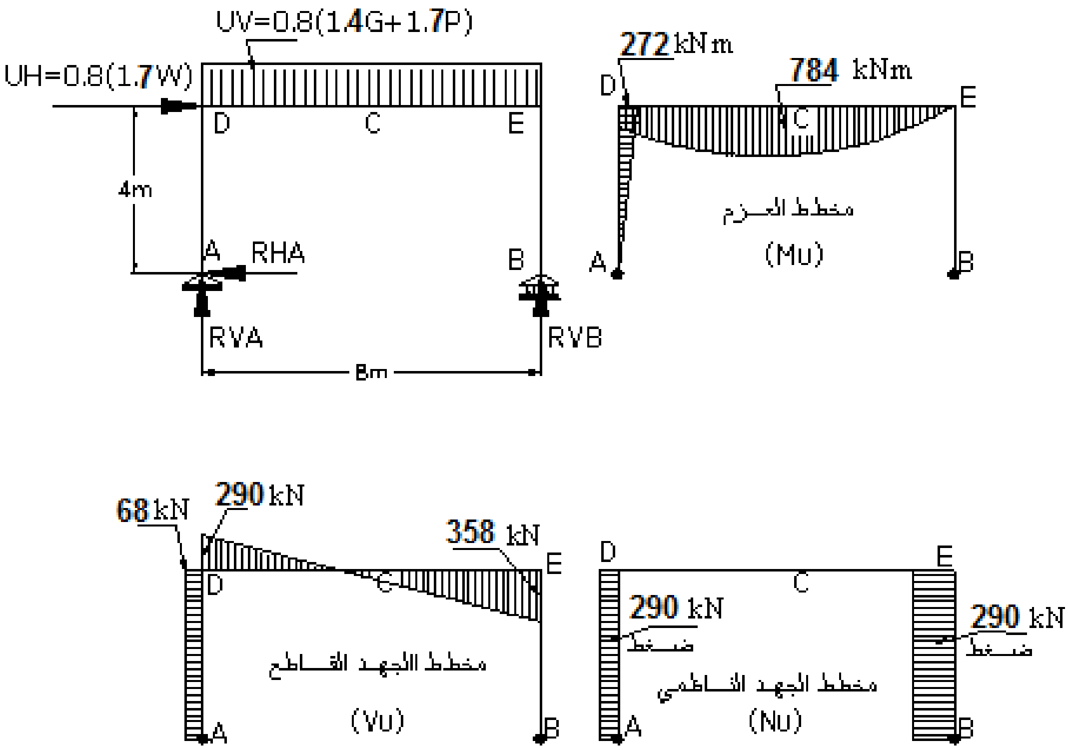
  - حالة التحميل الأولى :

$$M_{uC}=290\times 4+68\times 4-81\times\frac{4^2}{2}=+784kN.m$$

$$\therefore M_{uD}=\pm 68\times 4=\pm 272kN.m$$

$$V_{u(AD)}=68kN\quad ;\quad V_{uD}=290kN\quad ;\quad V_{uE}=358kN$$

$$N_{u(DE)}=0\quad ;\quad N_{u(AD)}=290kN\quad ;\quad N_{u(BE)}=358kN$$



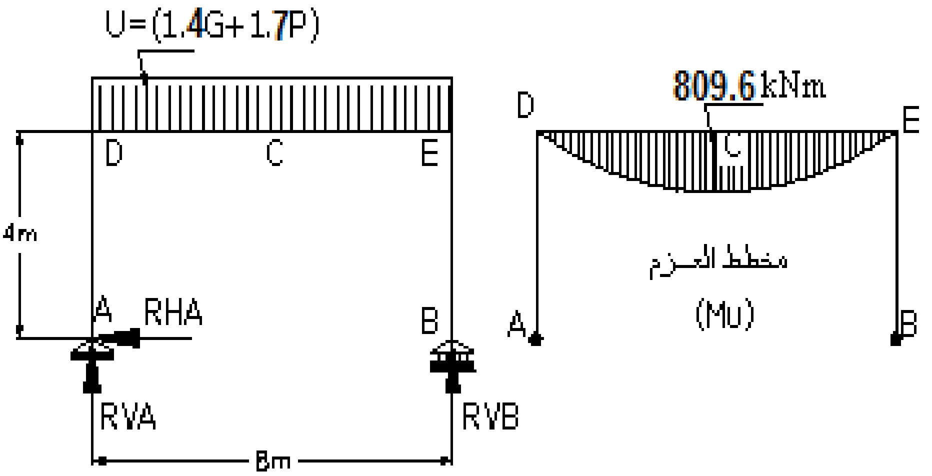
- حالة التحميل الثانية:

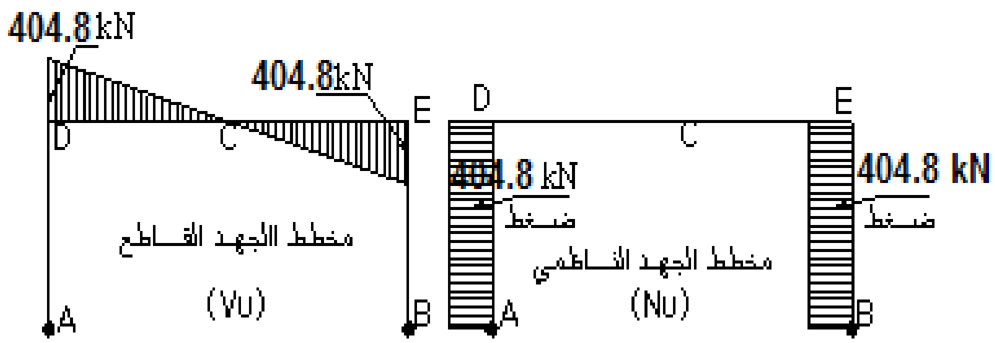
$$M_{uC} = 404.8 \times 4 - 101.2 \times \frac{4^2}{2} = \frac{101.2 \times 8^2}{8} = +809.6\,kN.m$$

$$\therefore M_{uD} = 0$$

$$V_{u(AD)} = 0 \quad ; \quad V_{uD} = -V_{uE} = 404.8\,kN$$

$$N_{u(DE)} = 0 \quad ; \quad N_{u(AD)} = N_{u(BE)} = 404.8\,kN$$





الطلب الثاني:

حساب تسليح الانعطاف عند وسط الجائز (استناداً لمغلف العزوم) :

$$M_{uC}\,(\max) = +809.6\,kN.m$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85\, f_c'\, b\, d^2} = \frac{809.6\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 25\times 400\times 900^2} = 0.1307$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.1405 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9302 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{809.6\times 10^6}{0.9\times 0.9302\times 900\times 400} = 2686\,mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{2686}{400\times 900} = 0.00746 < \mu_{s\max} = 0.014 \quad O.K.$$

$$\mu_s = 0.00746 > \mu_{s\min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{400} = 0.00225 \quad O.K.$$

الطلب الثالث:

حساب التسليح المقاوم للجهد القاطع عند أطراف الجائز (استناداً لمغلف الجهد القاطع):

$$V_u\,(\max) = 404.8\,kN$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{404.8\times 10^3}{0.85\times 400\times 900} = 1.323\,MPa$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'} = 0.65\sqrt{25} = 3.25\,MPa > \tau_u \quad O.K.$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} = 0.16\sqrt{25} = 0.8\,MPa < \tau_u$$

$$\therefore \quad A_{st} \geq \frac{(\tau_u - \tau_{0u})}{f_y}.b.s = \frac{(1.323-0.8)}{400}\times 400\times 200 = 105\,mm^2$$

بافتراض أن التباعد بين الأتاري $s = 200\,mm$

ويتم بعد ذلك اختيار أقطار قضبان التسليح العرضاني والطولاني المناسبة.

خامساً- تطبيقات عملية حول تصميم المقطع تي T

التطبيق الأول: (مقطع T - تحقيق):

لدينا مقطع لجائز من البيتون المسلح، على شكل تي (T) بأبعاد مبينة على الشكل المرفق.

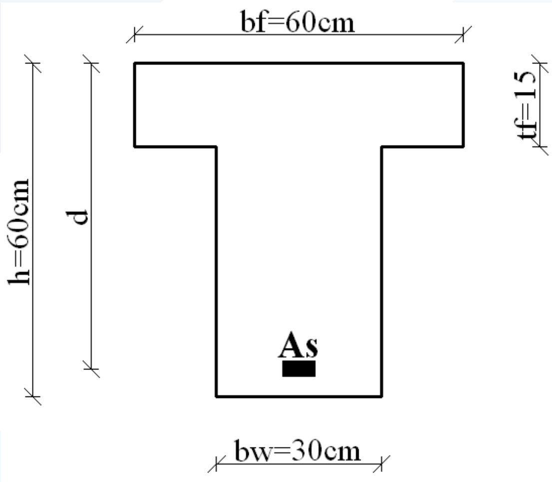
مقاومات المواد: $f_y = 400MPa\,;\; f_c' = 20MPa$ ،

والمطلوب حساب ما يلي:

1- تحمل المقطع لمقاومة الانعطاف الحدي عند تسليحه بـ: $A_s = 8T20mm$

2- العزم الأعظمي الحدي الذي يتحملة المقطع بشكل مستطيل عرضه $b_f = 600\ mm$ ، مع تسليح شد فقط.

3- تحمل المقطع لمقاومة الانعطاف الحدي عند تسليحه بـ: $A_s = 8T25mm$



الحل:

أولاً - الطلب الأول:

تحمل المقطع لمقاومة الانعطاف الحدي عند تسليحه بـ: $A_s = 8T20mm$

- التسليح الطولي: $A_s = 8T20mm = 2512mm^2$

- نعتمد ارتفاع فعال يساوي $d = h - a = 600 - 55 = 545mm$

- دراسة نسب التسليح:

- تحدد نسبة التسليح التوازني في حالة المقطع الذي يعمل كمستطيل عرضه b_f:

$$\mu_{sb} = \frac{A_{sb}}{b_f d} = \left[\frac{455}{630 + f_y}\frac{f_c'}{f_y}\right] = \left[\frac{455}{630+400}\frac{20}{400}\right] = 0.022$$

- تحدد نسبة التسليح الأصغرية للجوائز:

$$\mu_{s\min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{400} = 0.00225$$

- تكون نسبة التسليح الأعظمية في المقاطع الأحادية التسليح: $\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb}$ ، ويمكن أن نزيد هذه النسبة لتصل $\mu_{s\max} \le 0.75\mu_{sb}$ ، وبحيث يتم وضع كمية تسليح ضغط دنيا بحيث يكون $(A_s - A_s') \le 0.5A_{sb}$ ، وأن يتم التحقق من السهم (حسابه ومقارنته مع المسموح) وعدم إجراء إعادة توزيع عزوم للجوائز المستمرة.

- آلية عمل المقطع المدروس:

نقارن قوة الضغط في الجناح مع قوة الشد في التسليح:

$$A_s f_y \overset{?}{\le} 0.85 f_c' t_f b_f$$
$$2512 \times 400 \overset{?}{\le} 0.85 \times 20 \times 150 \times 600$$
$$1004800N \le 1530000N$$

بالتالي، يعمل المقطع بشكل مستطيل عرضه $b_f = 600\ mm$ ، ونحسب العزم المقاوم الحدي باستخدام تسليح مشدود وفقاً لعلاقات الحساب التالية:

$$M_{ur} = \Omega\ A_0 0.85 f_c' b_f\ d^2$$
$$\mu_f = \frac{A_s}{b_f\ d} = \frac{2512}{600 \times 550} = 0.0076 < 0.5\mu_{sb} = 0.5 \times 0.022 = 0.011\ O.K.$$
$$\alpha = \frac{y}{d} = \mu_f \frac{f_y}{0.85 f_c'} = 0.0076 \times \frac{400}{0.85 \times 20} = 0.18$$
$$\Rightarrow \quad A_0 = 0.164$$
$$\therefore \quad M_{ur} = 0.9 \times 0.164 \times 0.85 \times 20 \times 600 \times 545^2 = 447.18kN.m$$

ثانياً - الطلب الثاني:

حساب العزم الأعظمي الحدي للمقطع بشكل مستطيل عرضه $b_f = 600\ mm$ ، (تسليح شد فقط)

$$d = h - a = 600 - 60 = 540mm$$

$$M_{ur\max} = \Omega\, A_0 0.85 f'_c b_f\, d^2$$

$$\alpha_{\max} = \mu_{s\max} \frac{f_y}{0.85 f'_c} = 0.011 \times \frac{400}{0.85 \times 20} = 0.26$$

$$\Rightarrow \quad A_0 = 0.226$$

$$\therefore \quad M_{ur} = 0.9 \times 0.226 \times 0.85 \times 20 \times 600 \times 540^2 = 604.98 kN.m$$

$$A_s = 0.011 \times 600 \times 540 = 3564 mm^2$$

ثالثاً - الطلب الثالث:

تحمل المقطع لمقاومة الانعطاف الحدي عند تسليحه بـ: $A_s = 8T25mm$

- التسليح الطولي: $A_s = 8T25mm = 3925mm^2$

- نعتمد ارتفاع فعال يساوي $d = h - a = 600 - 60 = 540mm$

$$A_s f_y \overset{?}{\leq} 0.85 f'_c t_f b_f$$

$$3925 \times 400 \overset{?}{\leq} 0.85 \times 20 \times 150 \times 600$$

$$1570000N > 1530000N$$

المقطع يعمل بشكل تي وليس مستطيل، والمحور السليم يمر من الجسد وليس بالجناح.

ويكون العزم الداخلي الحدي المقاوم مؤلفاً من عزمين:

$$M_u = M_{uT} + M_{u1}$$

حيث:

M_{u1} العزم الأقصى الذي تتحمله منطقة الضغط للجسد بعرض b_w.

M_{uT} العزم الأقصى الذي تتحمله الأجنحة.

وتحدد قيم هذه العزوم بالعلاقات التالية:

$$M_{uT} = \Omega (0.85 f'_c t_f)(b_f - b_w)\left(d - \frac{t_f}{2}\right)$$

$$M_{u1} = \Omega (0.85 f'_c b_w\, y)\left(d - \frac{y}{2}\right)$$

نحدد ارتفاع منطقة الضغط (y)، من شرط توازن القوى في المقطع كما يلي:

$$A_s f_y = 0.85 f'_c \left[(b_f - b_w) t_f + b_w\, y\right] \Rightarrow$$

$$y = \frac{A_s f_y - 0.85 f'_c (b_f - b_w) t_f}{0.85 f'_c b_w} = \frac{3925 \times 400 - 0.85 \times 20 \times (600 - 300) \times 150}{0.85 \times 20 \times 300}$$

$$\Rightarrow \quad y = 157.84 mm$$

العزم الذي يتحمله الجسد:

$$M_{u1} = \Omega(0.85 f'_c b_w y)\left(d - \frac{y}{2}\right)$$

$$= 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 300 \times 157.84 \times \left(540 - \frac{157.84}{2}\right) = 334.05 kN.m$$

العزم الذي تتحمله الأجنحة:

$$M_{uT} = \Omega(0.85 f'_c t_f)(b_f - b_w)\left(d - \frac{t_f}{2}\right)$$

$$= 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 150 \times (600 - 300) \times \left(540 - \frac{150}{2}\right) = 320.15 kN.m$$

بالتالي يكون العزم المقاوم الحدي للمقطع:

$$M_u = M_{uT} + M_{u1} = 320.15 + 334.05 = 654.20 kN.m$$

في الواقع يمكننا اعتماد هذا العزم المقاوم عندما نحقق اشتراط نسبة التسليح في حالة تسليح أحادي:

$$\mu_s = \frac{A_s}{b_w\, d} = \frac{3925}{300 \times 540} = 0.024 \overset{?}{\leq} 0.5\mu_{sb} = 0.5 \times 0.034 = 0.017 \quad N.G.$$

ويمكن أن نزيد هذه النسبة لتصل $\mu_{s\max} \leq 0.75\mu_{sb}$ ، بحيث نتحقق من وجود تسليح ضغط دنيا، وأن يكون $(A_s - A'_s) \leq 0.5A_{sb}$ ، فضلاً عن التحقق من السهم (حسابه ومقارنته مع المسموح).

وتحدد نسبة التسليح التوازني في حالة المقطع الذي يعمل بشكل تي (T):

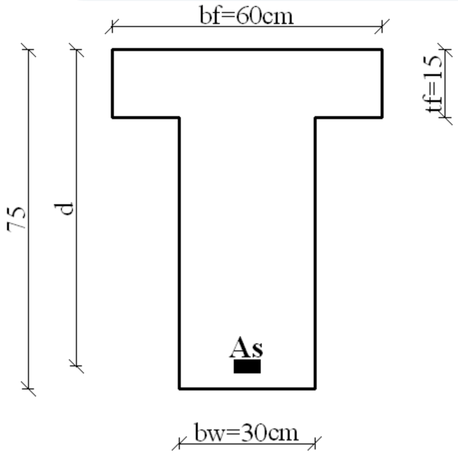
$$\mu_{sb} = \frac{A_{sb}}{b_w d} = \left[\frac{455}{630 + f_y}\frac{f'_c}{f_y} + \frac{0.85 f'_C (b_f - b_w) t_f}{b_w\, d\, f_y}\right]$$

$$= \left[\frac{455}{630 + 400}\frac{20}{400} + \frac{0.85 \times 20(600 - 300) \times 150}{300 \times 540 \times 400}\right] = [0.022 + 0.012] = 0.034$$

بالتالي:

$$\mu_s = \frac{A_s}{b_w\, d} = \frac{3925}{300 \times 540} = 0.024 \overset{?}{\leq} 0.75\mu_{sb} = 0.75 \times 0.034 = 0.026 \quad O.K.$$

التطبيق الثاني: (مقطع T - تصميم):



لدينا جائز من البيتون المسلح، مقطعه على شكل تي (T)

بأبعاد مبينة على الشكل المرفق، والمطلوب حساب تسليح هذا المقطع

عند تعرضه لعزم حدي يساوي $M_u = 960 kN.m$.

علماً أن مقاومات المواد: $f_y = 400 MPa\ ;\ f_c' = 20 MPa$

الحل:

نبحث عن موقع المحور السليم لنحدد آلية عمل المقطع

وذلك عن طريق دراسة المتراجحة التالية:

$$M_u \overset{?}{\leq} \Omega\left(0.85 f_c' t_f\, b_f\right)\left(d - \frac{t_f}{2}\right)$$

$$M_u = 960 kN.m > 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 150 \times 600 \times \left(670 - \frac{150}{2}\right) = 819.32 kN.m$$

باعتبار أن: $d = h - a = 750 - 80 = 670 mm$

بالتالي، يقع المحور السليم ضمن الجسد والمقطع يعمل بشكل تي (T).

ونحسب العزم الأقصى M_{uT} الذي تتحمله الأجنحة، و العزم الأقصى M_{u1} الذي تتحمله منطقة الضغط للجسد بعرض b_w.

$$M_u = M_{uT} + M_{u1}$$

$$M_{uT} = \Omega\left(0.85 f_c' t_f\right)\left(b_f - b_w\right)\left(d - \frac{t_f}{2}\right)$$

$$M_{u1} = \Omega\left(0.85 f_c' b_w\, y\right)\left(d - \frac{y}{2}\right)$$

$$M_{uT} = 0.9 \times 0.85 \times 20 \times 150 (600 - 300)\left(670 - \frac{150}{2}\right) = 409.66 kN.m$$

نحسب التسليح الموافق A_{sT}:

$$A_{sT}=\frac{M_{uT}}{\Omega\, f_y\left(d-\frac{t_f}{2}\right)}=\frac{409.66\times10^6}{0.9\times400\times\left(670-\frac{150}{2}\right)}=1912.50mm^2$$

or

$$A_{sT}=\frac{0.85f_c'(b_f-b_w)t_f}{f_y}=\frac{0.85\times20\times(600-300)\times150}{400}=1912.50mm^2$$

$$M_{u1}=M_u-M_{uT}=960-409.66=550.34kN.m$$

$$M_{u1}=550.34\times10^6=\Omega(0.85f_c'b_w\,y)\left(d-\frac{y}{2}\right)=0.9\times0.85\times20\times300\left(670y-\frac{y^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y=212.73mm$$

$$\alpha=\frac{y}{d}=\frac{212.73}{670}=0.32<\alpha_{\max}=0.39$$

$$\Rightarrow\gamma=0.84$$

$$\alpha_{\max}=\mu_{s\max}\frac{f_y}{0.85f_c'}=0.75\times0.022\times\frac{400}{0.85\times20}=0.39$$

نحسب التسليح الموافق A_{s1}:

$$A_{s1}=\frac{M_{u1}}{\Omega\,\gamma\,d\,f_y}=\frac{550.34\times10^6}{0.9\times0.84\times670\times400}=2716.28mm^2$$

يكون التسليح الكلي المطلوب:

$$A_s=A_{sT}+A_{s1}=1912.5+2716.28=4629mm^2$$

$$\mu_s=\frac{A_s}{b_w\,d}=\frac{4629}{300\times670}=0.023\overset{?}{\leq}0.75\mu_{sb}=0.75\times0.032=0.024\quad O.K.$$

باعتبار أن نسبة التسليح التوازني في حالة المقطع الذي يعمل بشكل تي (T):

$$\mu_{sb}=\frac{A_{sb}}{b_w d}=\left[\frac{455}{630+f_y}\frac{f_c'}{f_y}+\frac{0.85f_c'(b_f-b_w)t_f}{b_w\,d\,f_y}\right]$$

$$=\left[\frac{455}{630+400}\frac{20}{400}+\frac{0.85\times20(600-300)\times150}{300\times670\times400}\right]=[0.022+0.010]=0.032$$

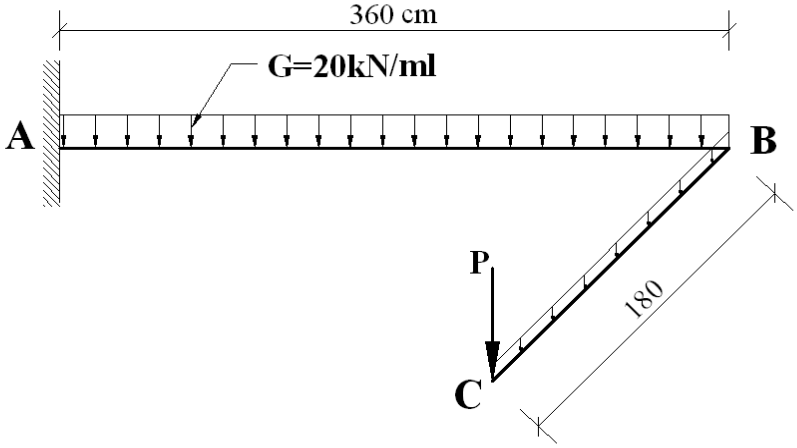
وأننا نؤمن تسليح ضغط محقق للمتراجحة $(A_s-A_s')\leq0.5A_{sb}$، ونتحقق من السهم المعيب.

بالتالي:

$$A_s=4629mm^2\quad USE\,10T25$$
$$A_s'=4\,or\,5T25$$

سادساً- تطبيق عام حول تصميم المقاطع الخاضعة إلى انعطاف وقص وفتل

لدينا المنشأة الظفرية المبينة جانباً، الموثوقة في النقطة A.



يتعرض هذا الجائز الظفري المنكسر إلى قوة مركزة P عند النقطة /C/ مؤلفة من :

- حمولة دائمة مقدارها: $P_G = 26kN$
- حمولة إضافية مقدارها: $P_P = 22kN$

وأيضاً لحمولة دائمة موزعة بانتظام شدتها بالمتر الطولي $(20kN/ml)$ مطبقة على العنصر AB فقط.

إذا علمت أن $f'_c = 25\,MPa$ ، $f_y = 400\,MPa$ ، $\Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$

يطلب تصميم هذه المنشأة ورسم المخططات التنفيذية اللازمة كافة، على الحالات الحدية التالية:

- حالة الحد من السهم المعيب.
- الحالة الحدية القصوى

مع ضرورة الالتزام الكامل باشتراطات وقواعد الكود السوري، مع العلم أن التنفيذ سيتم بصورة مثالية. يمكن اعتماد الأبعاد الأولية التالية في الدراسة:

الجائز AB : $b \times h = 40 \times 80\,cm$

الجائز BC: $b \times h = 40 \times 40\,cm$

الحل:

أولاً- دراسة أولية:

نتحقق من شرط السهم من حيث الأبعاد المفروضة في هذه المرحلة، وسنعمل على التحقق من شرط نسبة التسليح الخاصة بالسهم المعيب بعد حساب التسليح المقاوم.

$$\mu_S \le 0.18\frac{f_c^{'}}{f_y} = 0.18\frac{25}{400} = 0.0113$$

الجائز الحامل AB: $h \ge \frac{L}{6} = \frac{360}{6} = 60cm < 80cm \quad O.K.$

الجائز المحمول BC: $h \ge \frac{L}{6} = \frac{180}{6} = 30cm < 40cm \quad O.K.$

بالتالي نتابع الحل ونحسب الحمولات كاملة مع الوزن الذاتي.

ثانياً- تحديد الحمولات الحدية:

1- الجائز المحمول BC: يتعرض هذا العنصر لما يلي:

الوزن الذاتي المصعد: $G_{u0} = 1.4(0.4\times 0.4\times 25) = 5.6kN/ml$

الحمولة المركزة الدائمة المصعدة: $P_{uG} = 1.4\times 26 = 36.4kN$

الحمولة المركزة الإضافية المصعدة: $P_{uP} = 1.7\times 22 = 37.4kN$

تكون الحمولة المركزة الكلية المصعدة:

$$P_u = P_{uG} + P_{uP} = 36.4 + 37.4 = 73.8kN$$

2- الجائز الحامل AB والموثوق عند A:

الوزن الذاتي المصعد: $G_{u0} = 1.4(0.4\times 0.8\times 25) = 11.2kN/ml$

الحمولة الدائمة المصعدة: $G_{u1} = 1.4\times 20 = 28kN/ml$

تكون الحمولة الدائمة الكلية المصعدة:

$$G_u = G_{u0} + G_{u1} = 11.2 + 28 = 39.2kN/ml$$

إضافة لردود أفعال العنصر BC عند B وهي:

$$R_{uB} = V_{uB} = 5.6\times 1.8 + 73.8 = 83.88kN$$

$$T_u = M^-_{uB} = 5.6\times\frac{1.8^2}{2} + (73.6)\times 1.8 = -141.6kN.m$$

إن عزم الانعطاف المتشكل عند النقطة B والناجم عن تحميل العنصر BC ، هو عزم فتل على الجائز الحامل AB.

ثالثاً- رسم مخططات القوى الداخلية:

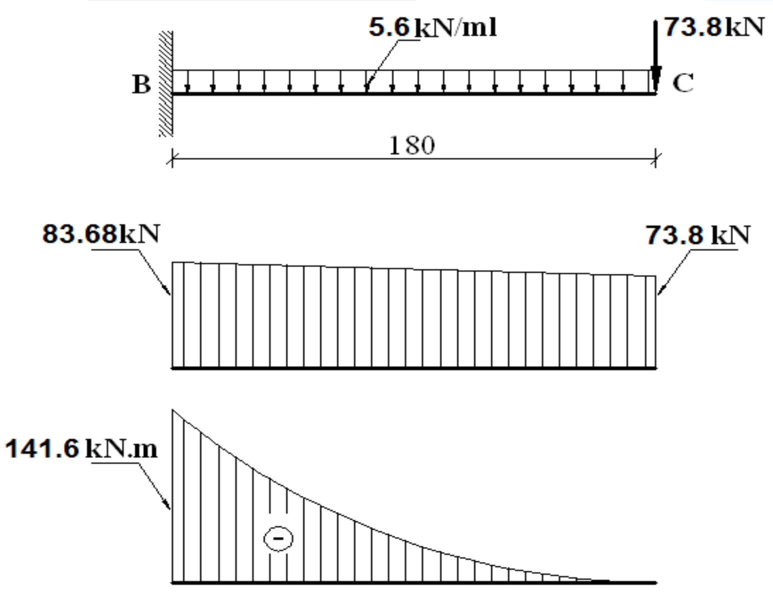
1- العنصر المحمول BC:

– الجهد القاطع الحدي V_u:

$$V_{uC} = 36.4 + 37.4 = 73.8\,kN$$

$$V_{uB} = 5.6\times1.8 + 73.8 = 83.68\,kN$$

– الانعطاف الحدي M_u: $M^{-}_{uB} = -141.6\,kN.m$



مخططات القوى الداخلية للعنصر المحمول BC

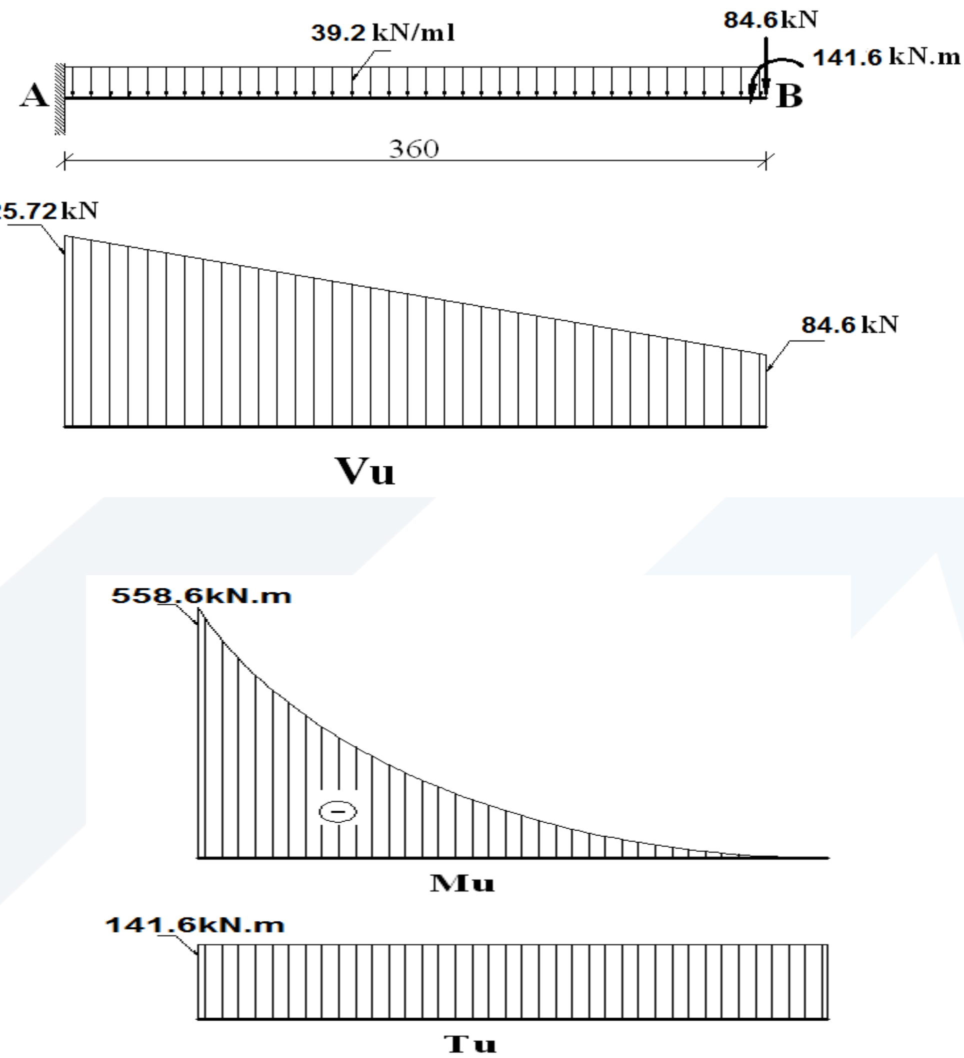
2- العنصر الحامل AB:

$$V_{uB} = 84.6\,kN$$

$$V_{uA} = 84.6 + (39.2)\times3.6 = 225.72\,kN$$

$$M^{-}_{uA} = 84.6\times3.6 + (39.2)\times\frac{3.6^2}{2} = -558.6\,kN.m$$

$$T_u = M^{-}_{uB} = 141.6\,kN.m$$



مخططات القوى الداخلية للعنصر الحامل AB

رابعاً- دراسة الانعطاف:

1- العنصر المحمول BC: $b \times h = 40 \times 40\, cm$

$f'_c = 25\, MPa$ ، $f_y = 400\, MPa$.

العزم الحدي عند المقطع B:

$$M^{-}_{UB} = 141.6\, kN.m$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega \times 0.85 \times f_c^{'} \times b \times d^2} = \frac{141.6 \times 10^6}{0.9 \times 0.85 \times 25 \times 400 \times 365^2}$$

$$A_0 = 0.1389 \quad \Rightarrow \alpha = 1 - \sqrt{1 - 2A_0} = 0.1502$$

$$\gamma = \frac{A_0}{\alpha} = 0.9248$$

$$A_s = \frac{M_u}{\Omega \gamma d \; f_y} = \frac{141.6 \times 10^6}{0.9 \times 0.9248 \times 365 \times 400}$$

$$A_s = 11.66 cm^2 \quad \Rightarrow \mu_s = \frac{11.66}{40 \times 36.5} = 0.8\%$$

$$\mu_{s\min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{400} = 0.225\%$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.5\left(\frac{455}{630 + f_y} \times \frac{f_c^{'}}{f_y}\right) = 0.5(0.0276)$$

$$\mu_{s\max} = 1.38\%$$

ولكننا سنحدد نسبة التسليح الأعظمية المحققة لشرط السهم المعيب وهي:

$$\mu_s = 0.18\frac{f_c^{'}}{f_y} = 0.18\frac{25}{400} = 1.125\% > 0.86\% \quad O.K.$$

$$\therefore \quad USE \quad 5T18\,(12.72\,cm^2)$$

$$or \quad 4T\,20(12.56\,cm^2)$$

2- العنصر الحامل AB: $b \times h = 40 \times 80\,cm$

$$M_{uA} = 558.6\,kN \qquad d = 80 - 8 = 72\,cm$$

$$A_0 = 0.1409 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \alpha = 0.1525 \\ \gamma = 0.9239 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A_s = 23.33 cm^2 \Rightarrow \quad \mu_s = 0.81\% < 1.125\% \quad O.K.$$

سيتم تحديد التسليح النهائي (اختيار القضبان) بعد حساب التسليح الطولي اللازم لمقاومة الفتل.

خامساً- دراسة القص والفتل:

1- العنصر المحمول BC: يخضع لجهد قاطع حدي مقداره $83.68\,kN$ ولا يخضع لفتل.

بما أن المقطع خاضع لقص ولعزم انعطاف فقط يكون لدينا:

- المقاومة على القص للبيتون:

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f_c^{'}} = 0.23\sqrt{25} = 1.15\,MPa$$

- مساهمة البيتون لمقاومة القص حيث التنفيذ مثالي:

$$\tau_{0u} = 0.7\,\tau_{cu} = 0.7 \times 1.15 = 0.81 MPa$$

- إجهادات القص الأعظمية المسموحة في المقطع:

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c^{'}} = 0.65\sqrt{25} = 3.25\, MPa$$

- إجهادات القص الحدية في المقطع الحرج:

$$\tau_u = \frac{V_u}{0.75 \cdot b \cdot d} = \frac{83.68 \times 10^3}{0.75 \times 400 \times 365} = 0.76\, MPa < \tau_{0u} = 0.81 MPa$$

بالتالي يلزم تسليح أصغري:

$$A_{st\min} = \frac{0.35}{f_y} \cdot b \cdot S$$

$$S = \min \begin{cases} 300mm \\ \dfrac{365}{2} = 180mm \end{cases}$$

باستخدام إطار بقطر $8mm$ يكون التباعد:

$$S \le \frac{A_{st}}{0.35} \times \frac{f_y}{b} = \frac{2 \times 50 \times 400}{0.35 \times 400} = 285mm$$

بالتالي: $T8/18mm$ إطار USE

2- العنصر الحامل AB: يخضع هذا العنصر لقص ولفتل ولانعطاف.

$T_U = 141.6kN.m$ و $V_U = 225.72kN$

- إجهادات القص الحدية الناجمة عن الفتل المطبق:

$$\tau_{tu} = \frac{3T_U}{\sum x^2 \cdot y} = \frac{3 \times 141.6 \times 10^6}{400^2 \times 800} = 3.32 MPa$$

- إجهادات القص الحدية الناجمة عن الجهد القاطع الحدي المطبق:

$$\tau_u = \frac{225.72 \times 10^3}{0.75 \times 400 \times 720} = 1.045 MPa$$

- إجهادات القص الحدية الأعظمية الناجمة عن الفتل بوجود قص:

$$\tau_{tu\max} = \frac{0.8\sqrt{f_c'}}{\sqrt{1+(\frac{1.2\times\tau_u}{\tau_{tu}})^2}} = \frac{0.8\sqrt{25}}{\sqrt{1+(\frac{1.2\times 1.045}{3.32})^2}} = 3.742MPa$$

$$\tau_{tu\max} = 3.742MPa > 3.32MPa \quad O.K.$$

- إجهادات القص الحدية الأعظمية الناجمة عن الجهد القاطع المطبق (تسليح قائم):

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'} = 0.65\sqrt{25} = 3.25\ MPa > 1.045MPa \quad O.K.$$

- مساهمة البيتون لمقاومة القص الناجم عن الجهد القاطع بوجود فتل (تنفيذ مثالي):

$$\tau_{0u} = 0.7\times\tau_{cu}$$

$$= 0.7\left[\frac{0.16\sqrt{f_c'}}{\sqrt{1+(\frac{\tau_{tu}}{1.2\times\tau_u})^2}}\right] = 0.7[0.283] = 0.2\ MPa$$

- مقاومة البيتون للقص الناجم عن الفتل بوجود الجهد القاطع:

$$\tau_{tc} = \frac{0.16\sqrt{f_c'}}{\sqrt{1+(\frac{1.2\times\tau_u}{\tau_{tu}})^2}} = 0.748MPa$$

- التسليح العرضي القائم اللازم لمقاومة الجهد القاطع :

$$\frac{A_{tv}}{S} \geq \frac{\tau_u - \tau_{0u}}{f_y}\cdot b = \frac{(1.045-0.2)}{400}\times 400 = 0.845$$

- التسليح العرضي القائم اللازم لمقاومة الفتل :

$$\frac{A_{tt}}{S} \geq \frac{(\tau_{tu}-\tau_{tc})}{\alpha_t\times x_1\times y_1\times f_y}\cdot\frac{\sum x^2\cdot y}{3}$$

$$\alpha_t = \left[0.66+0.33\frac{y_1}{x_1}\right] \leq 1.5$$

$$\alpha_t = \left[0.66+0.33\times\frac{740}{340}\right] = 1.38$$

$$\frac{A_{tt}}{S} \geq \frac{(3.32-0.748)}{1.38\times 340\times 740\times 400}\times\frac{400^2\times 800}{3} = 0.79$$

- يكون التسليح العرضي القائم الإجمالي لمقاومة الفتل والقص:

$$\frac{A_{tv}}{S}+\frac{2A_{tt}}{S}=0.845+2\times 0.79=2.425$$

نقارن هذه النسبة مع النسبة الأصغرية للتسليح العرضاني المحدد في الكود:

$$\frac{A_t}{S}=\frac{A_{tv}+2A_{tt}}{S}\geq\frac{0.35}{f_y}\cdot b=\frac{0.35}{400}\times 400=0.35<<2.425\quad O.K.$$

نختار قيمة لـ S محققة لاشتراطات الكود:

$$S\leq\begin{cases}300mm\\ \frac{d}{2}=\frac{720}{2}=360mm\\ \frac{x_1+y_1}{4}=\frac{340+740}{4}=270mm\end{cases}$$

$$\frac{A_t}{S}\geq 2.425$$

باستخدام ثلاثة إطارات بقطر $10mm$ بمعنى ستة فروع $10mm$ يكون:

$$A_t=6\times 0.785=4.71cm^2\Rightarrow S\leq\frac{471}{2.425}=194mm$$

بالتالي: ثلاثة إطارين وإترية $USE\quad 6T10/18cm$

- التسليح الطولي اللازم لمقاومة الفتل:

$$A_{stl}=\max\begin{cases}*\,2A_{tt}\dfrac{(x_1+y_1)}{S}\\ *\left[\dfrac{2.8\times x\times S}{f_y}\left(\dfrac{\tau_{tu}}{\tau_{tu}+\tau_u}\right)-2\times A_t\right]\left[\dfrac{x_1+y_1}{S}\right]\end{cases}$$

$$A_{stl}=\max\begin{cases}*=2\times 0.79\times(340+740)=1706.4\,mm^2\\ *=\left[\dfrac{2.8\times 400\times 180}{400}\left(\dfrac{3.32}{3.32+1.045}\right)-2\times 471\right]\left[\dfrac{340+740}{180}\right]\\ \quad=-(\ldots)\\ \therefore\ A_{stl}=1706.4\,mm^2=17.06\,cm^2\end{cases}$$

يتم توزيع هذا التسليح على أربعة أو خمسة مستويات (على محيط الجائز):

$$\frac{17.06}{5}=3.412cm^2$$

في كل طبقة وسطية $USE\quad 2T16mm$.

وبخصوص التسليح العلوي والسفلي يكون لدينا:

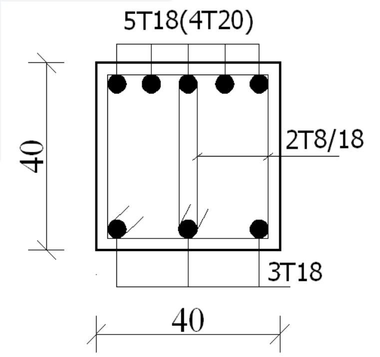
1- التسليح العلوي:

$$A_S = 3.412 + 23.33 = 28.36 cm^2 \Rightarrow \quad USE \quad 10T20mm$$
$$\Rightarrow \quad \mu_S \approx 1\% < 1.125\% \quad O.K.$$

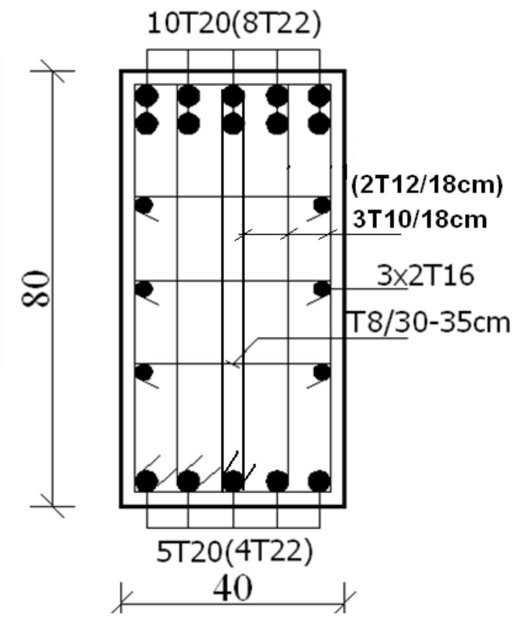
2- التسليح السفلي:

$$A_S / 2 \Rightarrow \quad USE \quad 5T20mm$$

وتبين الأشكال التالية تسليح وأبعاد المقاطع العرضية لكل من الجائزين المدروسين، عند الوثاقات.



مقطع في الجائز BC (عند اتصاله بالجائز AB)



مقطع في الجائز AB (عند الوثاقة)

سابعاً- تطبيقات عملية على الشد البسيط

التطبيق الأول:

يطلب تصميم شداد من البيتون المسلح، مقطعه مربع الشكل، خاضع لقوة شد ناظمية دائمة مقدارها $N_g = 150\,kN$ ، ولقوة شد ناظمية إضافية (حية) $N_p = 100\,kN$ ، وذلك في الحالات التالية:

1. التشققات مسموحة (الوسط غير ضار)، $(a \le 0.2mm\ or\ a \le 0.3mm)$.
2. التشققات غير مسموحة (الوسط ضار)، $(a \le 0.1mm)$ ، مع إهمال التقلص.
3. التشققات غير مسموحة (الوسط ضار)، $(a \le 0.1mm)$ ، مع وجود تقلص.

علماً أن الحمولات المطبقة لها طابع استاتيكي ولا تولد اهتزازات، وخواص المواد هي كما يلي:

$$f_y = 400MPa \quad ; \quad f'_c = 18\,MPa \quad ; \quad E_s = 210000MPa$$

الحل:

أولاً – التشققات مسموحة:

- تحديد حمولة الشد الحدية: $N_u = 1.4\times150 + 1.7\times100 = 380kN$
- حساب التسليح وفق الحالة الحدية القصوى:

$$A_s = \frac{N_u}{\Omega\, f_y} = \frac{380\times10^{+3}}{0.9\times400} = 1056mm^2$$

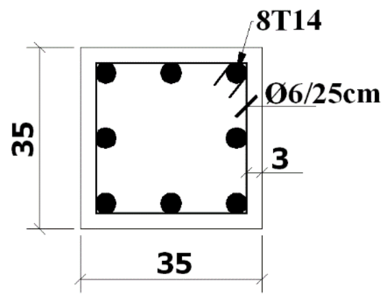
- حساب مقطع البيتون:

$$A_c = \frac{N}{f_{ct}} = \frac{(150+100)\times10^{+3}}{0.45\sqrt{18}} \approx 1310cm^2$$

$$\Rightarrow A_c = a\times a = 35\times35cm$$

$$USE\ 8T14\ or\ 10T12$$

- رسم مقطع عرضي للشداد مبين عليه التسليح المعتمد:



- التحقق من سعة التشقق:

في البداية، نعمل على التحقق من شرط قطر قضبان التسليح المستخدمة $(\phi 14mm)$ ، وإذا لم يتحقق هذا الشرط نعمل على دراسة سعة لتشققات $(a \le 0.2mm \; or \; a \le 0.3mm)$.

$$a = 0.2\,mm \Rightarrow \psi_s = 3.6$$

$$\mu_t = \frac{A_s}{A_{to}} = \frac{A_{8T14} = 12.32}{A_c = 35 \times 35} = 0.01$$

$$\phi_{(a=0.2mm)} \le \max \begin{cases} \phi_1 = 3.6 \times \left[\dfrac{800}{400}\right]^2 = 14.4mm \\ \phi_2 = 3.6\left[\dfrac{75000}{400}\,\dfrac{0.01}{1+10\times 0.01}\right] = 6.14mm \end{cases}$$

$$USE \; \phi \le 14mm$$

$$a = 0.3mm \Rightarrow \psi_s = 5.4$$

$$\mu_t = \frac{A_s}{A_{to}} = \frac{A_s = 10.56}{35 \times 35} \approx 0.0086$$

$$\phi_{(a=0.3mm)} \le \max \begin{cases} \phi_1 = 5.4 \times \left[\dfrac{800}{400}\right]^2 = 21.6mm \\ \phi_2 = 5.4\left[\dfrac{75000}{400}\,\dfrac{0.0086}{1+10\times 0.0086}\right] = 8.02mm \end{cases}$$

$$USE \; \phi \le 20mm$$

بالتالي، إن اختيارنا لقضبان التسليح $(8T14mm)$ محقق من حيث القطر لحالة السعة $(a \le 0.2mm)$ حيث الحد الأعظمي هو $(\phi 14mm)$. وفيما يخص السعة $(a \le 0.3mm)$ ، نلاحظ أنه بالإمكان استخدام قطر $(\phi 20mm)$ كحد أعظمي، ليصبح التسليح $(4T20mm)$. بالتالي لا داعي لدراسة حالة الحد من السعة عندما نلتزم بهذه الأقطار.

ثانياً – التشققات غير مسموحة مع إهمال التقلص:

يتم الحساب وفق حالة الاجهادات المسموحة، وحالة الحد من سعة التشقق $(a \le 0.1mm)$.

- حساب التسليح:

$$A_s = \frac{N}{\bar{\sigma}_s} = \frac{N}{0.55 f_y} = \frac{250 \times 10^{+3}}{0.55 \times 400} = 1136mm^2$$

- حساب مقطع البيتون:

$$N = \bar{f}_{ct}\left(A_c + n\,A_s\right)$$

$$\Rightarrow A_c = \frac{N}{\bar{f}_{ct}} - n\,A_s = \frac{250\times10^{+3}}{0.3\sqrt{18}} - 10\times1136 = 1851cm^2$$

$$USE\ a\times a = 45\times45cm \Leftrightarrow A_c = 2025cm^2$$

- تحديد القطر الأعظمي لهذه الحالة:

$$a = 0.1mm \Rightarrow \psi_s = 1.8$$

$$\mu_t = \frac{A_s}{A_{to}} = \frac{A_s = 11.36}{45\times45} = 0.0056$$

$$\phi_{(a=0.2mm)} \le \max\begin{cases}\phi_1 = 1.8\times\left[\dfrac{800}{400}\right]^2 = 7.2mm\\[2ex] \phi_2 = 1.8\left[\dfrac{75000}{400}\dfrac{0.0056}{1+10\times0.0056}\right] = 1.8mm\end{cases}$$

$$\phi_{\max} \le 7.2mm$$

نلاحظ أنه لا بد من دراسة وتحقيق شرط السعة. والأفضل في هذه الحالة استعمال قضبان تسليح بأقطار صغيرة، ليصير بعدها دراسة الحد من السعة.

- الحد من سعة التشقق المعيب:

نختار تسليح $(8T14mm)$، وبما أن الحمولات ذات طابع استاتيكي، نكتب معادلة الحد من سعة التشقق:

$$a_{i\max} = \left[0.15C + \frac{0.016\phi}{\mu_t}\right]\left[10\sigma_s - \frac{10}{\mu_t}\right]\times10^{-5}$$

$$\mu_t = \frac{12.32}{2025} \approx 0.006 \quad ; \quad a = 0.1mm \quad ; \quad C = 30mm$$

$$0.1 = \left[0.15\times30 + \frac{0.016\times14}{0.006}\right]\left[10\sigma_s - \frac{10}{0.006}\right]\times10^{-5}$$

$$\Rightarrow \sigma_s = 190MPa$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{N}{\sigma_s} = \frac{250\times10^{+3}}{190} = 13.16cm^2 > 11.36cm^2 \quad N.G.$$

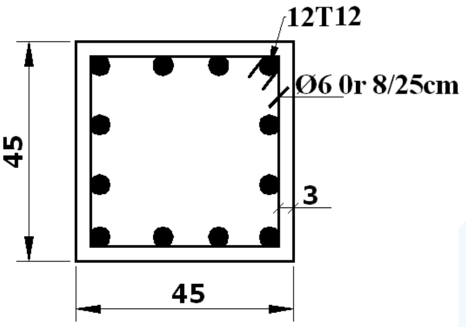
بالتالي، نحتاج لتسليح أكبر من المحسوب سابقاً، بهدف تخفيض الاجهادات في القضبان. لذلك نختار تسليح $\left(12T12mm \Leftrightarrow A_s = 13.56cm^2\right)$. نعود ونحسب الاجهاد في التسليح الجديد.

$$\mu_t = \frac{13.56}{2025} \approx 0.0067$$

$$0.1 = \left[0.15\times30 + \frac{0.016\times12}{0.0067}\right]\left[10\sigma_s - \frac{10}{0.0067}\right]\times10^{-5}$$

$$\Rightarrow \sigma_s = 179MPa \le 0.55 f_y = 0.55\times400 = 220MPa \quad O.K.$$

ويكون تسليح مقطع الشداد، في هذه الحالة، كما هو مبين أدناه.



ثالثاً – التشققات غير مسموحة مع وجود تقلص:

يتم الحساب وفق حالة الاجهادات المسموحة، وحالة الحد من سعة التشقق $(a \le 0.1mm)$.

– استناداً لما ورد أعلاه، نختار التسليح $\left(12T12mm \Leftrightarrow A_s = 13.56cm^2\right)$.

– حساب مقطع البيتون:

$$A_c = A_{to} = \frac{N + A_s\,\varepsilon_{sh}\,E_s}{f_{ct}} - n\,A_s$$

- الجو جاف جداً: $\varepsilon_{sh} = 0.0005$

$$A_c = A_{to} = \frac{250\times10^{+3} + 1356\times0.0005\times210000}{0.4\sqrt{18}} - 10\times1356$$

$$A_c = 2177cm^2$$

$$USE\ a\times a = 50\times50cm \Leftrightarrow A_c = 2500cm^2$$

- الجو رطب جداً: $\varepsilon_{sh} = 0.0002$

$$A_c = A_{to} = \frac{250\times10^{+3} + 1356\times0.0002\times210000}{0.4\sqrt{18}} - 10\times1356$$

$$A_c = 1673cm^2$$

$$USE\ a\times a = 45\times45cm \Leftrightarrow A_c = 2025cm^2$$

أخيراً، يمكن التحقق من شرط الحد من سعة التشقق $(a \le 0.1mm)$، باعتماد التسليح المفروض $(12T12mm)$، وذلك وفق المنهجية المعتمدة أعلاه.

التطبيق الثاني:

لدينا خزان ماء مستطيل ومكشوف (دفع جانبي للتربة معدوم)، عمق المياه المحجوزة يساوي $(H=3m)$، والمطلوب تصميم الجدار الطويل لهذا الخزان، بافتراض أنه موثوق بالقاعدة وحر من الأعلى. علماً أن:

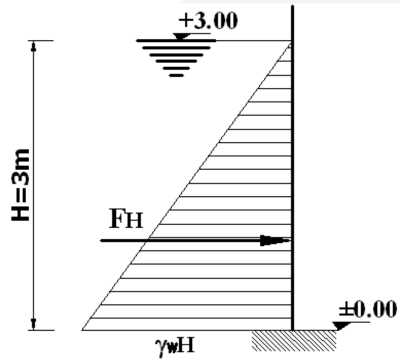
$$f_y = 240MPa \quad ; \quad f'_c = 20\,MPa \quad ; \quad E_s = 210000MPa$$

$\bar{f}_{cb} = 0.43\sqrt{f'_c}$: الاجهاد المسموح للبيتون على الشد بالانعطاف مع إهمال التقلص.

$\gamma_W = 10\,kN/m^3$: الوزن الحجمي للماء.

الحل:

بما أن المنشأة المدروسة هي خزان مياه، فإن معايير التصميم ترتبط بحالة الحد من التشقق المعيب (تشققات غير مسموحة حيث $a \le 0.1mm$)، والدراسة تتم وفق حالة الاجهادات المسموحة.



أولاً- رسم مخطط دفع الماء:

يبين الشكل التالي مخطط دفع الماء على شريحة مترية من الجدار، وبالتالي يمكن تحديد محصلة الضغط وعزم الانعطاف عند منسوب ما.

محصلة الضغط الكلية:

$$F_H = \frac{1}{2}\gamma_W H^2 = \frac{1}{2}\times 10\times 3^2 = 45kN/ml$$

عزم الانعطاف عند أسفل الجدار: $M = F_H \dfrac{H}{3} = 45\times\dfrac{3}{3} = 45kN.m/ml$

ثانياً – تحديد سماكة الجدار:

تحدد السماكة المطلوبة عند الأسفل، اعتماداً على شرط الاجهادات المسموحة حيث المقطع يعمل في المرحلة الأولى (مرحلة المرونة). وتكون الاجهادات أقل من المسموحة في حالة الشد بالانعطاف.

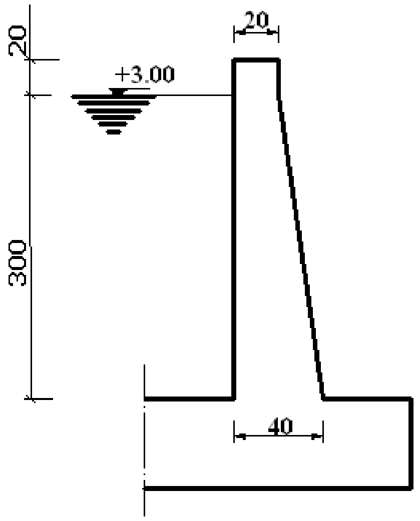
$$\sigma = M\frac{y}{I} \le \bar{f}_{cb} = 0.43\sqrt{20} = 1.92MPa$$

$$y = \frac{h}{2}\,;\, I = \frac{b\,h^3}{12}\,; b = 1m$$

$$\Rightarrow h \ge \sqrt{\frac{6M}{b\,\bar{f}_{cb}}} = \sqrt{\frac{6\times 45\times 10^{+6}}{1000\times 1.92}} = 375mm$$

وبالتالي حتى لا يتشقق الجدار عند القاعدة، نحتاج إلى سماكة لا تقل عن $h \ge 37.5cm$، وسوف نختار $h_{H=3m} = 40cm$. وقبل الاستمرار بالحل، نحسب السماكة المطلوبة للجدار حتى لا يتشقق عند المنتصف، فيكون لدينا:

$h_{H=1.5m} = 13.3cm$ ، في الواقع، تنص معظم الكودات على ألا تقل سماكة الجدران لمثل هذا النوع من الخزانات عن 20 سم. بالتالي سنعتمد المقطع التالي للجدار:



ملاحظة: نشير إلى القيمة المعتمدة للإجهادات المسموحة هي قيمة صغيرة لأنه تم إهمال التقلص في هذه المسألة، وذلك لتسهيل الحل، باعتبار أن إدخال مفعول التقلص لمسائل الانعطاف هو عملية أكثر صعوبة مقارنة مع مسائل الشد البسيط. وهذا هو الذي يبرر السماكة الكبيرة عند القاعدة. وعندما نستعمل بيتون بمقاومة أعلى، مثلاً $f_c' = 25\,MPa$ ، نلاحظ أننا نحتاج لسماكة $h_{H=3m} = 35cm$.

ثالثاً – حساب التسليح عند أسفل الجدار:

$$A_s = \frac{M}{\bar{\sigma}_s\, z} = \frac{M}{0.55 f_y (0.87d)} = \frac{45\times10^{+6}}{0.55\times240\times(0.87)\times(400-40)}$$

$$A_s = 1089mm^2 \Rightarrow \mu_s = \frac{1089}{1000\times360} = 0.003$$

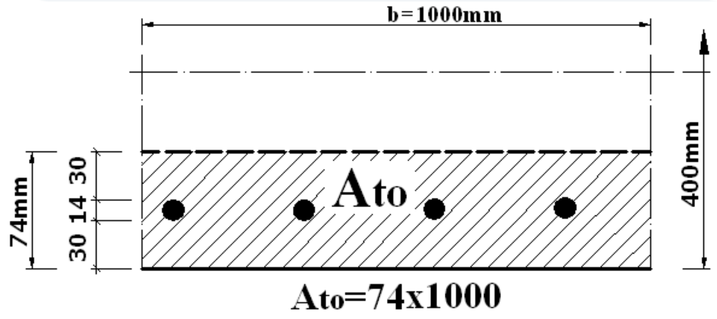
وعند اعتماد نسبة تسليح دنيا مساوية لحالة الجوائز، بمعنى:

$$\mu_{s\min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{240} = 0.00375$$

يكون التسليح المحسوب أقل من التسليح الأصغري، بالتالي نعتمد:

$$\mu_s = \mu_{s\min} = 0.00375 \Rightarrow A_s = 0.00375\times1000\times360 = 1350mm^2$$
$$USE\ 9\phi14mm/ml\left(A_s = 1386mm^2\right)$$

رابعاً – التحقق من القطر المقترح:



$$a = 0.1mm \Rightarrow \psi_s = 1$$

$$\mu_t = \frac{A_s}{A_{to}} = \frac{A_s = 13.86}{100 \times 7.4} = 0.0187$$

$$\phi_{(a=0.2mm)} \le \max \begin{cases} \phi_1 = 1 \times \left[\frac{800}{240}\right]^2 = 11.11mm \\ \phi_2 = 1 \times \left[\frac{75000}{240}\frac{0.0187}{1+10\times 0.0187}\right] = 4.92mm \end{cases}$$

$$\phi 14mm > \phi_{\max} \le 11.11mm \quad N.G.$$

بالتالي القطر المقترح غير محقق، ويجب التحقق من حالة الحد من سعة التشقق $a \le 0.1mm$. وبافتراض أن الحمولات لا تسبب اهتزازات، يكون لدينا:

$$a_{i\max} = \left[0.15C + \frac{0.016\phi}{\mu_t}\right]\left[1.6 \times 10\sigma_s - \frac{10}{\mu_t}\right] \times 10^{-5}$$

$$0.1 = \left[0.15 \times 30 + \frac{0.016 \times 14}{0.0187}\right]\left[16\sigma_s - \frac{10}{0.0187}\right] \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \sigma_s = 71MPa < 0.55 \times 240 = 132MPa \quad O.K.$$

خامساً – حساب التسليح عند منتصف ارتفاع الجدار $H = 1.5m$:

محصلة الضغط: $F_H = \frac{1}{2}\gamma_W H^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1.5^2 = 11.25kN/ml$

عزم الانعطاف عند المنتصف:

$$M = F_H \frac{H}{3} = 11.25 \times \frac{1.5}{3} = 5.625kN.m/ml$$

$$A_s=\frac{M}{\bar{\sigma}_s\,z}=\frac{M}{0.55f_y(0.87d)}=\frac{5.625\times10^{+6}}{0.55\times240\times(0.87)\times(300-40)}$$

$$A_s=188mm^2\Rightarrow\mu_s=\frac{188}{1000\times260}=0.0007<<\mu_{s\,min}=0.00375$$

$$\therefore\mu_s=\mu_{s\,min}=0.00375\Rightarrow A_s=0.00375\times1000\times260=975mm^2$$

$$USE\ 9\phi12mm/ml\left(A_s=1017mm^2\right)$$

بالتالي:

- يسلح الجدار من القاعدة حتى المنتصف (جهة الماء)، مضافاً له طول تراكب لا يقل عن $L_b=50\phi$ ، بتسليح شاقولي رئيس مقداره $9\phi14mm/ml$. وبتسليح مقداره $9\phi12mm/ml$ على امتداد التسليح السابق من المنتصف حتى الأعلى وصولاً للشيناج المحيطي الرابط $(b\times h=20\times20cm)$ عند أعلى الجدار.
- ومن الجهة المقابلة، يسلح الجدار بتسليح شاقولي (ثانوي) بمقدار $5\phi12mm/ml$.
- وبالنسبة للتسليح الأفقي الإنشائي، نعتمد $5\phi10mm/ml$ للجانبين.
- وفيما يخص الشيناج العلوي المحيطي، يسلح بقضبان طولية $4\phi12mm$ ، محاطة بإسوارة $\phi6/20cm$.

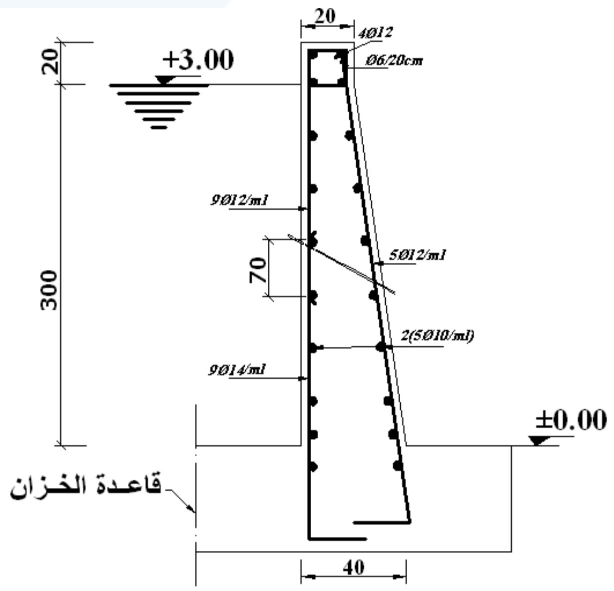
سادساً – التحقق من القص:

البيتون لوحده يقاوم اجهادات القص، حيث:

$$\tau=\frac{F_H}{0.85b_w\,d}=\frac{45\times10^{+3}}{0.85\times1000\times360}$$

$$\tau=0.15MPa<<\tau_c=0.128\sqrt{f_c'}=0.57MPa\quad O.K.$$

أخيراً، نبين في الشكل التالي تسليح الجدار.



التطبيق الثالث:

لدينا خزان ماء دائري ، مكشوف وغير مطمور (غياب الدفع الجانبي للتربة)، نصف قطره الداخلي $(R=3m)$ ، وعمق المياه المحجوزة يساوي $(H=3m)$. بافتراض أن جدار الخزان يستند استناداً بسيطاً مع قاعدته، يطلب تصميم هذا الجدار، علماً أن:

$$f_y = 240MPa \quad ; \quad f_c' = 20\,MPa \quad ; \quad E_s = 210000MPa$$

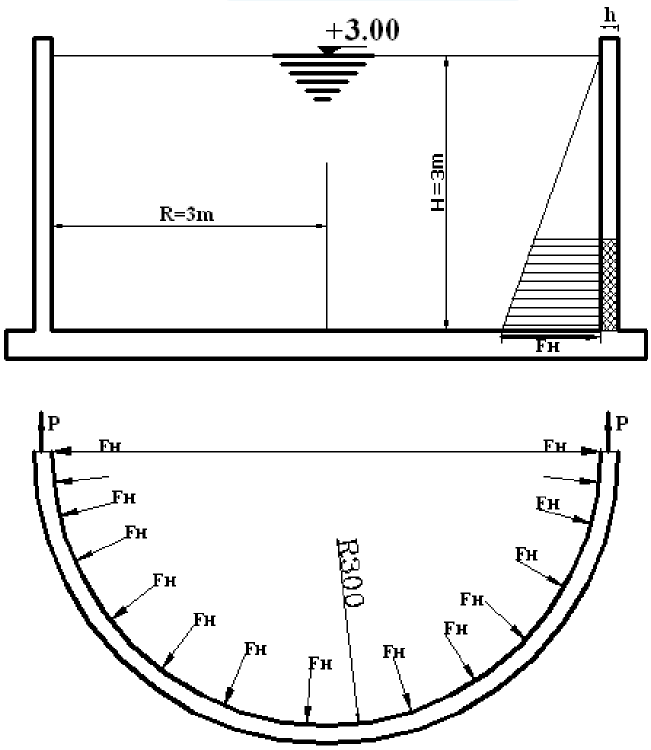
$\bar{f}_{cb} = 0.3\sqrt{f_c'}$: الاجهاد المسموح للبيتون على الشد البسيط مع إهمال التقلص.

$\gamma_W = 10\,kN/m^3$: الوزن الحجمي للماء.

الحل:

بما أن المنشأة المدروسة هي خزان مياه، تكون التشققات ضارة جداً وغير مسموحة أصلاً، وهذا الأمر يتطلب دراسة حالة الحد من التشقق المعيب (تشققات غير مسموحة حيث $a \le 0.1mm$)، والتحقق من حالة الاجهادات المسموحة.

ولدراسة هذا النوع من الخزانات، يصار إلى تحديد مجموعة من الشرائح الأفقية على كامل ارتفاع الجدار. ولكن في حالتنا هذه، الارتفاع صغير نسبياً $(H=3m)$ ، وسوف نعتمد الشريحة الأفقية الواقعة عند الأسفل مع ضغط أفقي ثابت على كامل ارتفاع هذه الشريحة، ومن ثم نعمم الحل على الجدار.



1- حساب قوة الشد الحلقية في الشريحة المترية عند القاعدة:

$$P = N = F_H R = \gamma_W H R = 10\times3\times3 = 90kN/ml$$

2- حساب التسليح:

$$A_s = \frac{P}{\bar{\sigma}_s} = \frac{P}{0.55 f_y} = \frac{90\times10^{+3}}{0.55\times240} = 682mm^2$$

3- حساب مقطع البيتون (سماكة الجدار h):

$$N = P = \bar{f}_{ct}(A_c + n A_s)$$
$$\Rightarrow A_c = \frac{N}{\bar{f}_{ct}} - n A_s = \frac{90\times10^{+3}}{0.3\sqrt{20}} - 10\times682 = 60262mm^2$$
$$1000\times h = 60262 \Rightarrow h = 60mm$$

نلاحظ أننا نحتاج إلى سماكة دنيا تحددها القواعد والأنظمة الخاصة بهذا النوع من المنشآت وهي: $h \geq 8cm$.

نختار سماكة مساوية $h = 10cm$، مع شبكة تسليح وسطية وفق ما يلي:

- تسليح حلقي رئيس بالاتجاه الأفقي: $10\phi10mm/ml$
- تسليح شاقولي (توزيع): $10\phi10mm/ml$

نشير هنا إلى ضرورة تحقيق شرط التباعد بين القضبان وفقاً للكودات الناظمة، على ألا يزيد هذا التباعد عن سماكة الجدار.

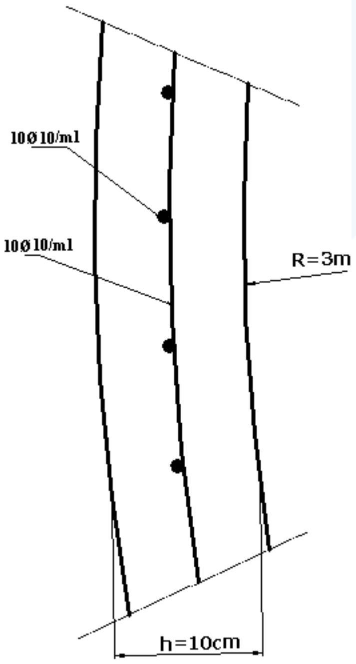
4- التحقق من شرط القطر:

$$a = 0.1mm \Rightarrow \psi_s = 1$$

$$\mu_t = \frac{A_s}{A_{to}} = \frac{10\times78.5}{1000\times100} = 0.00785$$

$$\phi \leq \max\begin{cases}\phi_1 = 1\times\left[\dfrac{800}{240}\right]^2 = 11.11mm \\ \phi_2 = 1\left[\dfrac{75000}{240}\ \dfrac{0.00785}{1+10\times0.00785}\right] = 2.27mm\end{cases}$$

$$\phi = 10mm < \phi_{max} = 11.11mm \quad O.K.$$



ثامناً- تطبيقات عن حساب السهوم

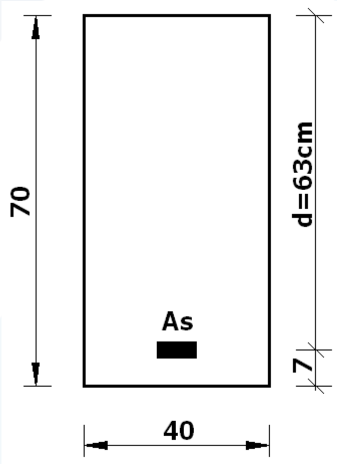
التطبيق الأول:

لدينا جائز من البيتون المسلح، مجازه الحسابي: $L = 10m$ ، مقطعه العرضي: $b \times h = 40 \times 70cm$ ، مستند بشكل بسيط عند طرفيه. إذا علمت أن:

- العزم في الوسط، الناجم عن حمولة التغطية: $M_{g1} = 150\, kN.m$
- العزم في الوسط، الناجم عن الوزن الذاتي والحمولات الدائمة قبل الاكساء: $M_{g0} = 150\, kN.m$
- العزم في الوسط، الناجم عن الحمولات الإضافية: $M_p = 150\, kN.m$

$$f_y = 400MPa\, ;\, f'_c = 20MPa$$

$$E_s = 210000MPa \quad ; \quad E_c = 4750\sqrt{f'_c}\,(MPa)$$



والمطلوب، دراسة السهوم والتحقق منها وفقاً لمتطلبات الكود السوري، وذلك عندما تكون الاكساءات والقواطع تتأثر بالسهم الكبير، أو لا تتأثر، وذلك على عمر مقداره سنة واحدة (مدة التحميل)، وذلك باستخدام العلاقة التالية للسهم:

$$\delta = \frac{M_a L^2}{10 E_c I_e}$$

الحل:

أولاً – حساب تسليح المقطع في وسط الجائز:

نصمم المقطع وفق الحالة الحدية القصوى، ومن ثم ندرس المسائل الأخرى.

$$M_u = 1.4M_g + 1.7M_P$$

$$M_u = 1.4(150 + 150) + 1.7(150) = 675KN.m$$

$$b \times h = 40 \times 70cm \Rightarrow \quad d = h - a = 63cm$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' b d^2} = \frac{675 \times 10^6}{0.9 \times 0.85 \times 20 \times 400 \times 630^2} = 0.2779$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 - \sqrt{1 - 2A_0} = 0.3335 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.8333 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_S = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{675 \times 10^6}{0.9 \times 0.8333 \times 630 \times 400} = 3572mm^2$$

$$USE \quad 8T25mm$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{3572}{400 \times 630} = 0.0142$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.5\left[\frac{455}{630 + f_y}\frac{f_c'}{f_y}\right] = 0.5\left[\frac{455}{630 + 400} \times \frac{20}{400}\right] = 0.011$$

$$\mu_{s\min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{400} = 0.00225$$

$$\mu_s = 0.0142 > \mu_{s\max} = 0.011 \quad N.G.$$

نستنتج أن مساحة التسليح المطلوبة لهذا المقطع هو أكبر من المسموح بها، والمساوية لنصف مساحة التسليح التوازنية.

ومع هذا سنكمل المسألة لدراسة السهوم.

ثانياً – دراسة السهوم:

بما أن المسألة تنص على دراسة السهوم، فإنه يجب الالتزام بذلك، ومع هذا سنعمل على التحقق من ضرورة دراسة السهوم في الحالات العادية:

- شرط الارتفاع:

$$h \geq \frac{L}{14} = \frac{1000}{14} = 71.42cm > 70cm \quad N.G.$$

- التحقق من نسبة التسليح (الخاصة بتحقيق السهم)، وهي غير محققة أصلاً كما رأينا سابقاً فهي أكبر من نسبة التسليح العادية $(0.5\mu_{sb})$:

$$\mu_s = 1.42\% > 0.18\frac{f_c'}{f_y} = 0.18 \times \frac{20}{400} = 0.9\% \quad N.G.$$

- عزم عطالة المقطع الكلية I_g:

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{400 \times 700^3}{12} = 1.143 \times 10^{10}\ mm^4$$

- عامل مرونة البيتون:

$$E_c = 4750\sqrt{f'_c} = 4750 \times \sqrt{20} = 21243 MPa$$

- عامل التعادل:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210000}{21243} = 9.89$$

- مقاومة الشد الأقصى للبيتون بالانعطاف:

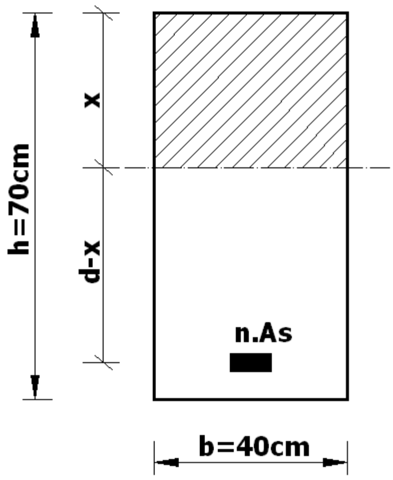
$$f_{cb} = 0.74\sqrt{f'_C} = 0.74 \times \sqrt{20} = 3.31 MPa$$

- عزم الانعطاف الأصغري المسبب للتشقق:

$$M_{cr} = \frac{f_{cb}\, I_g}{y_t} = \frac{3.31 \times 1.143 \times 10^{10}}{700/2} = 108 kN.m$$

- عزم عطالة المقطع المتشقق I_{cr}:

$$I_{cr} = \frac{bx^3}{3} + nA_s(d-x)^2 < I_g$$



نحدد موقع المحور المحايد x ، من معادلة العزم الستاتيكي للمقطع المتشقق:

$$\frac{bx^2}{2} - nA_s(d-x) = 0$$

$$A_s = A_s(8T25) = 3925mm^2$$

$$\frac{400\times x^2}{2} - 9.89\times 3925(630-x) = 0$$

$$\Rightarrow x = 266mm$$

$$I_{cr} = \frac{400\times 266^3}{3} + 9.89\times 3925\times(630-266)^2 = 0.765\times 10^{10}\,mm^4$$

- حساب السهوم:

1) δ_{g0i}: السهم الآني الناجم عن الوزن الذاتي والحمولات الدائمة قبل الاكساء:

$$\delta_{g0i} = \frac{M_a L^2}{10E_c I_e}$$

$$M_a = M_{g0} = 150kN.m$$

$$\frac{M_a}{M_{cr}} = \frac{150}{108} = 1.39$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1-\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$$

$$I_e = \left(\frac{108}{150}\right)^3 \times 1.143\times 10^{10} + \left[1-\left(\frac{108}{150}\right)^3\right]\times 0.765\times 10^{10}$$

$$I_e = 0.906\times 10^{10}\,mm^4$$

$$\delta_{g0i} = \frac{150\times 10^6 \times 10000^2}{10\times 21243\times 0.906\times 10^{10}} = 7.79mm$$

2) δ_{gi}: السهم الآني الناجم عن الحمولات الدائمة الكلية:

$$M_a = M_{g0} + M_{g1} = 150+150 = 300kN.m$$

$$\frac{M_a}{M_{cr}} = \frac{300}{108} = 2.78$$

$$I_e = \left(\frac{108}{300}\right)^3 \times 1.143\times 10^{10} + \left[1-\left(\frac{108}{300}\right)^3\right]\times 0.765\times 10^{10}$$

$$I_e = 0.783\times 10^{10}\,mm^4$$

$$\delta_{gi} = \frac{300\times 10^6 \times 10000^2}{10\times 21243\times 0.783\times 10^{10}} = 18.04mm$$

3) δ_{pi}: السهم الآني الناجم عن الحمولات الإضافية:

$$\delta_{pi} = \delta_{(p+g)i} - \delta_{gi}$$

$$M_a = M_{g0} + M_{g1} + M_p = 150+150+150 = 450 kN.m$$

$$\frac{M_a}{M_{cr}} = \frac{450}{108} = 4.16 > 3 \Rightarrow I_e = I_{cr} = 0.765\times10^{10}$$

$$\delta_{(p+g)i} = \frac{450\times10^6\times10000^2}{10\times21243\times0.765\times10^{10}} = 27.69 mm$$

$$\Rightarrow \delta_{pi} = 27.69 - 18.04 = 9.65 mm$$

4) δ_{gf}: السهم طويل الأمد الناجم عن الحمولات الدائمة:

$$\delta_{gf} = \alpha\,\delta_{gi}$$

$$\alpha = \frac{\xi}{1+50\dfrac{A'_s}{b_w\,d}} \geq 0.8$$

$$t = 1 year \Rightarrow \xi = 1.4$$

$$A'_s = 0$$

$$\alpha = \xi = 1.4$$

$$\Rightarrow \delta_{gf} = 1.4\times18.04 = 25.26 mm$$

5) $\delta_{max} = \delta_{gi} + \delta_{gf} + \delta_{pi}$: السهم الأعظمي الكلي في وسط الجائز بعد عام من التحميل:

$$\delta_{max} = 18.04 + 25.26 + 9.65 = 52.95 mm$$

6) $\delta'_{max} = \delta_{max} - \delta_{g0i}$: السهم الكلي المؤثر بالقواطع والاكساءات في وسط الجائز بعد عام من التحميل:

$$\delta'_{max} = 52.95 - 7.79 = 45.16 mm$$

ثالثاً – مقارنات مع السهوم المسموحة:

- حالة القواطع والاكساءات تتأثر بالسهم الكبير:

بما أن الاكساءات والقواطع تتأثر بالسهم الكبير (شرط قاسي جداً)، يكون المطلوب التحقق من تأثير الحمولات الكلية، وفق ما يلي:

$$\delta'_{max} = \delta_{max} - \delta_{g0i} = 45.16 mm > \frac{L}{480} = \frac{10000}{480} = 20.83 mm\ N.G.$$

- حالة القواطع والاكساءات لا تتأثر بالسهم:

بما أن الاكساءات والقواطع لا تتأثر بالسهم، يكون المطلوب التحقق من تأثير الحمولات الكلية والحمولات الإضافية، وفق ما يلي:

$$\delta'_{\max}=\delta_{\max}-\delta_{g0i}=45.16mm>\frac{L}{240}=\frac{10000}{240}=41.67mm\ N.G.$$

$$\delta_{pi}=9.65mm<\frac{L}{360}=\frac{10000}{360}=27.78mm\ O.K.$$

التطبيق الثاني:

يطلب حساب تسليح المقطع الوسطي $(b\times h=40\times 75cm)$ ، لجائز مستند استناداً بسيطاً مجازه الحسابي $L=10m$ ، محمل بحمولات موزعة بانتظام:

حمولة التغطية: $g_1=5kN/ml$ ، حمولة إضافية: $p=7.5kN/ml$

وكذلك يطلب دراسة السهوم والتحقق من حالة الحد من السهم المعيب في الحالات التالية:

1. الجائز عائد لبلاطة سقف غير مرتبطة بالعناصر غير الإنشائية تتأثر بالسهم الكبير.
2. الجائز عائد لبلاطة سقف حامل لعناصر غير إنشائية وإكساءات عادية لا تتأثر كثيراً بالسهم الكبير.
3. الجائز عائد لبلاطة سقف حامل لعناصر غير إنشائية وإكساءات مهمة وحساسة تتأثر بالسهم الكبير.

علماً أن مدة التحميل (عمر المنشأة) أكثر من ثلاث سنوات، ويتم حساب السهم بالعلاقة $\delta=\frac{M_a L^2}{10E_c I_e}$ ، وتعتمد خواص المواد كما يلي:

$$f_y=240MPa\ ;\ f'_c=20MPa$$

$$E_s=210000MPa\quad ;\quad E_c=4750\sqrt{f'_c}\,(MPa)$$

الحل:

أولاً – حساب العزوم الاستثمارية والحدية في وسط الجائز:

الوزن الذاتي للجائز: $g_0=0.4\times 0.75\times 25=7.5kN/ml$

تكون الحمولات الدائمة: $g=g_0+g_1=7.5+5=12.5kN/ml$

العزوم الاستثمارية المفيدة في الحساب (غير المصعدة) M_a :

– العزم الناجم عن الوزن الذاتي: $M_{g0}=\frac{7.5}{8}(10)^2=93.75kN.m$

– العزم الناجم عن حمولة التغطية: $M_{g1}=\frac{5}{8}(10)^2=62.5kN.m$

- العزم الناجم عن الحمولات الدائمة: $M_g = \frac{12.5}{8}(10)^2 = 156.25 kN.m$

- العزم الناجم عن الحمولات الإضافية: $M_p = \frac{7.5}{8}(10)^2 = 93.75 kN.m$

العزم الحدي الكلي M_u :

$$M_u = 1.4M_g + 1.7M_P$$
$$M_u = 1.4(156.25) + 1.7(93.75) = 378.125 KN.m$$

ثانياً – حساب التسليح:

$$b \times h = 40 \times 75cm \Rightarrow \quad d = h - a = 75 - 7 = 68cm$$

$$\mathrm{A}_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' b d^2} = \frac{378.125 \times 10^6}{0.9 \times 0.85 \times 20 \times 400 \times 680^2} = 0.1336$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 - \sqrt{1 - 2\mathrm{A}_0} = 0.144 \\ \gamma = \frac{\mathrm{A}_0}{\alpha} = 0.9278 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_S = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{378.125 \times 10^6}{0.9 \times 0.9278 \times 680 \times 240} = 2775 mm^2$$

$USE \quad 10\phi 20mm$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{2775}{400 \times 680} = 0.0102$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.5\left[\frac{455}{630 + f_y}\frac{f_c'}{f_y}\right] = 0.5\left[\frac{455}{630 + 240} \times \frac{20}{240}\right] = 0.0218$$

$$\mu_{s\min} = \frac{0.9}{f_y} = \frac{0.9}{240} = 0.00375$$

$$0.00375 < \mu_s = 0.0102 < \mu_{s\max} = 0.0218 \quad O.K.$$

ثالثاً – دراسة السهوم:

بما أن المسألة تنص على دراسة السهوم، فإنه يجب الالتزام بذلك، فسنعمل على التحقق من ضرورة دراسة السهوم في الحالات العادية:

- شرط الارتفاع:

$$h \geq \frac{L}{14} = \frac{1000}{14} = 71.42cm < 75cm \quad O.K.$$

- التحقق من نسبة التسليح (الخاصة بتحقيق السهم):

$$\mu_s = 1.02\% < 0.18\frac{f_c'}{f_y} = 0.18 \times \frac{20}{240} = 1.5\% \quad O.K.$$

- عزم عطالة المقطع الكلية I_g:

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{400 \times 750^3}{12} = 1.40625 \times 10^{10}\, mm^4$$

- عامل مرونة البيتون:

$$E_c = 4750\sqrt{f_c'} = 4750 \times \sqrt{20} = 21243 MPa$$

- عامل التعادل:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210000}{21243} = 9.89$$

- مقاومة الشد الأقصى للبيتون بالانعطاف:

$$f_{cb} = 0.74\sqrt{f_C'} = 0.74 \times \sqrt{20} = 3.31 MPa$$

- عزم الانعطاف الأصغري المسبب للتشقق:

$$M_{cr} = \frac{f_{cb}\, I_g}{y_t} = \frac{3.31 \times 1.40625 \times 10^{10}}{750/2} = 124.125 kN.m$$

- عزم عطالة المقطع المتشقق I_{cr}:

$$I_{cr} = \frac{bx^3}{3} + nA_s(d-x)^2 < I_g$$

نحدد موقع المحور المحايد x ، من معادلة العزم الستاتيكي للمقطع المتشقق:

$$\frac{bx^2}{2} - nA_s(d-x) = 0$$
$$A_s = A_s(10\phi 20) = 3140 mm^2$$
$$\frac{400 \times x^2}{2} - 9.89 \times 3140(680 - x) = 0$$
$$\Rightarrow x = 256 mm$$

$$I_{cr} = \frac{400 \times 256^3}{3} + 9.89 \times 3140 \times (680-256)^2 = 0.782 \times 10^{10}\, mm^4$$

- حساب السهوم:

1) δ_{g0i}: السهم الآني الناجم عن الوزن الذاتي:

$$\delta_{g0i} = \frac{M_a L^2}{10 E_c I_e}$$

$$M_a = M_{g0} = 93.75 kN.m$$

$$\frac{M_a}{M_{cr}} = \frac{93.75}{124.125} = 0.75 \le 1 \Rightarrow I_e = I_g = 1.40625 \times 10^{10}$$

$$\delta_{g0i} = \frac{93.75 \times 10^6 \times 10000^2}{10 \times 21243 \times 1.40625 \times 10^{10}} = 3.14 mm$$

2) δ_{gi}: السهم الآني الناجم عن الحمولات الدائمة الكلية:

$$\frac{M_a}{M_{cr}} = \frac{156.25}{124.125} = 1.26$$

$$I_e = \left(\frac{124.125}{156.25}\right)^3 \times 1.40625 \times 10^{10} + \left[1 - \left(\frac{124.125}{156.25}\right)^3\right] \times 0.782 \times 10^{10}$$

$$I_e = 1.09495 \times 10^{10} mm^4$$

$$\delta_{gi} = \frac{156.25 \times 10^6 \times 10000^2}{10 \times 21243 \times 1.09495 \times 10^{10}} = 6.72 mm$$

3) δ_{pi}: السهم الآني الناجم عن الحمولات الإضافية:

$$\delta_{pi} = \delta_{(p+g)i} - \delta_{gi}$$

$$M_a = M_g + M_p = 156.25 + 93.75 = 250 kN.m$$

$$\frac{M_a}{M_{cr}} = \frac{250}{124.125} = 2.01$$

$$I_e = \left(\frac{124.125}{250}\right)^3 \times 1.40625 \times 10^{10} + \left[1 - \left(\frac{124.125}{250}\right)^3\right] \times 0.782 \times 10^{10}$$

$$I_e = 0.8584 \times 10^{10} mm^4$$

$$\delta_{(p+g)i} = \frac{250 \times 10^6 \times 10000^2}{10 \times 21243 \times 0.8584 \times 10^{10}} = 13.71 mm$$

$$\Rightarrow \delta_{pi} = 13.71 - 6.72 = 6.99 mm$$

4) δ_{gf}: السهم طويل الأمد الناجم عن الحمولات الدائمة:

$$\delta_{gf} = \alpha \, \delta_{gi}$$

$$\alpha = \frac{\xi}{1+50\dfrac{A'_s}{b_w\,d}} \geq 0.8$$

$$t \leq 3\,years \Rightarrow \xi = 2$$

$$A'_s = 0$$

$$\alpha = \xi = 2$$

$$\Rightarrow \delta_{gf} = 2\times 6.72 = 13.44mm$$

5) السهم الأعظمي الكلي في وسط الجائز: $\delta_{max} = \delta_{gi} + \delta_{gf} + \delta_{pi}$

$$\delta_{max} = 6.72 + 13.44 + 6.99 = 27.15mm$$

6) السهم الكلي المؤثر بالقواطع والاكساءات: $\delta'_{max} = \delta_{max} - \delta_{g0i}$

$$\delta'_{max} = 27.15 - 3.14 = 24.01mm$$

رابعاً – مقارنات مع السهوم المسموحة:

1. الجائز عائد لبلاطة سقف غير مرتبطة بعناصر غير إنشائية تتأثر بالسهم الكبير.

$$\delta_{pi} = 6.99mm < \frac{L}{360} = \frac{10000}{360} = 27.78mm\ O.K.$$

2. الجائز عائد لبلاطة سقف حامل لعناصر غير إنشائية وإكساءات عادية لا تتأثر كثيراً بالسهم الكبير.

$$\delta'_{max} = \delta_{max} - \delta_{g0i} = 24.01mm < \frac{L}{240} = \frac{10000}{240} = 41.67mm\ O.K.$$

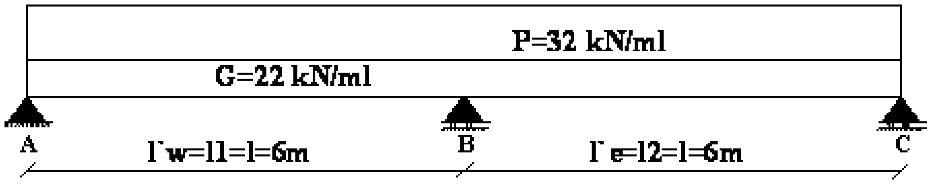
3. الجائز عائد لبلاطة سقف حامل لعناصر غير إنشائية وإكساءات مهمة وحساسة تتأثر بالسهم الكبير.

$$\delta'_{max} = \delta_{max} - \delta_{g0i} = 24.01mm > \frac{L}{480} = \frac{10000}{480} = 20.83mm\ N.G.$$

تاسعاً- دراسة جائز بفتحتين وفق طريقة العوامل التقريبية و طريقة كاكو

لدينا الجائز المبين في الشـــكل التالي، مجازات فتحاته متســـاوية $l = 6\,m$ ، وخاضـــع لحمولات دائمة، متضـــمنة وزنه الذاتي، وإضافية موزعة بانتظام. إذا علمت أن شدة هذه الحمولات الاستثمارية (بدون تصعيد):

$$G = 22kN/ml \;\&\; P = 32kN/ml$$



والمطلوب:

ارسم مغلف القوى الداخلية (عزم و قص) ومن ثم احسب ردود أفعال المساند.

الحل:

1) الدراسة وفق طريقة العوامل التقريبية (الواردة في الكود السوري الأساس):

تعطي هذه الطريق القيم المميزة التصـــميمية، بالتالي تشـــكل بحد ذاتها مغلفاً للقوى الداخلية الناجمة عن الحمولات المطبقة. وقبل حســـاب قيم القوى الداخلية يتوجب تحديد قيمة المجاز الفعال لكل فتحة وفق ما ورد في الكود، ولكننا سنعتمد القيمة $L = 6\,m$ في مثالنا هذا.

نحدد قيم الحمولات المصعدة:

$$w_U = 1.4G + 1.7P = 1.4\times 22 + 1.7\times 32 = 30.8 + 54.4 = 85.2kN/ml$$

$$\frac{P_U}{G_U} = \frac{54.5}{30.8} = 1.77 < 2 \quad O.K.$$

$$\frac{\Delta L}{L_{\max}} = \frac{6-6}{6} = 0 < 0.25 \quad O.K.$$

والحمولات موزعة بانتظام، بالتالي يمكن تطبيق هذه الطريقة في حساب الجوائز.

مغلف العزوم:

- قيمة العزم التصميمي السالب عند المسند اليساري (A) :

$$M_{uA} = -\frac{w_u L^2}{24} = -\frac{85.2\times 6^2}{24} = -127.8kNm$$

- قيمة العزم التصميمي السالب عند المسند اليميني (C) :

$$M_{UC} = -\frac{w_u L^2}{24} = -\frac{85.2\times 6^2}{24} = -127.8kNm$$

- قيمة العزم التصميمي السالب عند المسند الوسطي (B) :

$$M_{uB}=-\frac{w_u L^2}{9}=-\frac{85.2\times 6^2}{9}=-340.8kNm$$

- قيمة العزم التصميمي الموجب في الفتحة (AB) :

$$M_{uAB}=\frac{w_u L^2}{11}=\frac{85.2\times 6^2}{11}=+278.8kNm$$

- قيمة العزم التصميمي الموجب في الفتحة (BC) :

$$M_{uBC}=\frac{w_u L^2}{11}=\frac{85.2\times 6^2}{11}=+278.8kNm$$

- قيمة العزم الموجب في حالة فتحة مستقلة (استناد بسيط) :

$$M_{U0}=\frac{w_u L^2{}_{AB}}{8}=\frac{w_u L^2{}_{BC}}{8}=\frac{85.2\times 6^2}{8}=+383.4kNm$$

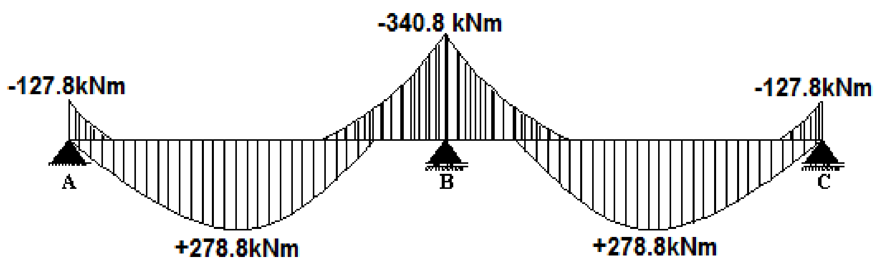
نرسم مخطط العزم، وفي هذه الحالة يجب الانتباه إلى ضرورة تحديد أطوال منطقة العزم السالب عند المساند بحيث لا تقل عن المحددة في الكود الأساس وملحقة رقم /3/. وفي حالتنا هذه نلاحظ أن طول هذه المنطقة يجب ألا يقل عن:

- عند المسند الطرفي (A,B):

$$\geq\left(\frac{L_{AB}}{4};\frac{L_{BC}}{4}\right)+b_{A,C}=\frac{600}{4}+b_{A,C}=150cm+b_{A,C}$$

- عند المسند الوسطي (C):

$$\geq\max\left(\frac{L_{AB}}{3};\frac{L_{BC}}{3}\right)\times(2)+b_{A,C}=\frac{600}{3}\times 2+b_{A,C}=400cm+b_{A,C}$$



مغلف الجهود القاطعة (قوى القص):

- القص عند المسند اليساري للفتحة (AB) والمسند اليميني للفتحة (BC):

$$V_{AB}=0.9\frac{w_u L}{2}=0.9\times\frac{85.2\times 6}{2}=230kN$$

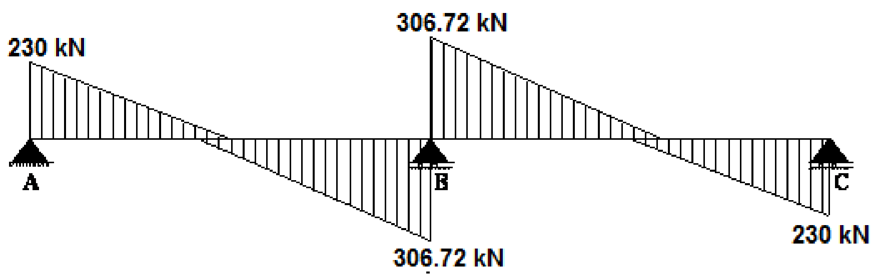
- القص عند المسند اليميني للفتحة (AB) والمسند اليساري للفتحة (BC):

$$V_{BA} = 1.2\frac{w_u L}{2} = 1.2 \times \frac{85.2 \times 6}{2} = 306.72kN$$

ردود الأفعال:

- المسندين الطرفيين $(A \& C)$: $R_A = R_C = 0.45 w_u L = 0.45 \times 85.2 \times 6 = 230kN$
- المسند الوسطي (B): $R_B = 1.15 w_u L = 1.15 \times 85.2 \times 6 = 587.88kN$

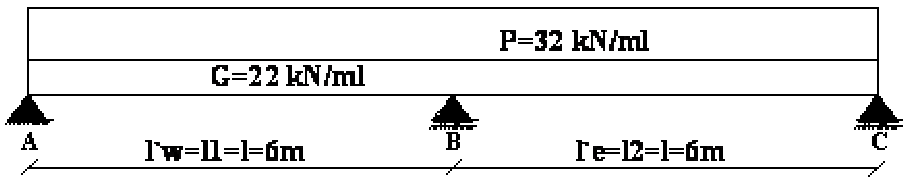
أخيراً نرسم مغلف القوى القاصة:



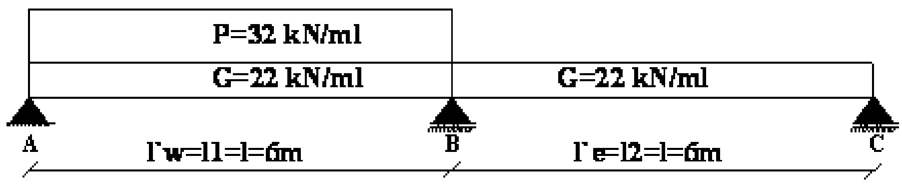
2) الدراسة وفق طريقة كاكو:

في البداية، يجب التنويه إلى أننا سـنعتمد نفس المجاز المعتمد في الطريقة السـابقة، بالرغم من أنه يجب التمييز بين القيمتين: في حالة الطريقة التقديرية يجب اعتماد المجاز المحدد من قبل الكود، أما في طريقة كاكو فيجب اعتماد طول الفتحة الحر أي بين وجوه المساند، وفي حالتنا هذه $L = 6m$.

حالة تحميل (1):



حالة تحميل (2):



أ- **مخططات العزم – حالة تحميل** (1):

- أطوال الفتحات الوهمية: $L'_w = L'_e = L = 6\,m$

- الحمولة الإضافية المصعدة:

$$w_{uw} = w_{ue} = w_u = G_u + P_u = 30.8 + 54.4 = 85.2 kN/ml$$

- العزم الأعظمي في المسند الوسطي (B): من علاقة كاكو

$$M_{uB} = -\frac{w_{uw} L'^3_w + w_{ue} L'^3_e}{8.5(L'_w + L'_e)} = -\frac{w_u L^2}{8.5} = -\frac{85.2 \times 6^2}{8.5} = -360.85 kNm$$

- العزم في منتصف الفتحة $(AB\ or\ BC)$:

$$M_{u(l/2)} = M_{uO} - \frac{M_{uw} + M_{ue}}{2} = 383.4 - \frac{0 + 360.85}{2} = 203 kNm$$

علماً أن قيمة العزم الموجب في حالة فتحة مستقلة (استناد بسيط):

$$M_{u0} = \frac{w_u L^2{}_{AB}}{8} = \frac{w_u L^2{}_{BC}}{8} = \frac{85.2 \times 6^2}{8} = +383.4 kNm$$

- العزم الأعظمي في الفتحة $(AB\ or\ BC)$:

$$x = x_O = \frac{L}{2} + \frac{M_{uw} - M_{ue}}{w_u L} \Rightarrow V_u = 0\,;\, M_u = M_{u\max}$$

$$x = x_O = \frac{6}{2} + \frac{0 - 360.85}{85.2 \times 6} = 2.29 m$$

$$M_{u\max} = M_{uO} - \frac{M_{uw} + M_{ue}}{2} + \frac{(M_{uw} - M_{ue})^2}{2 w_u L^2}$$

$$M_{u\max} = 383.4 - \frac{0 + 360.85}{2} + \frac{(0 - 360.85)^2}{2 \times 85.2 \times 36}$$

$$M_{u\max} = 224.2 kNm$$

ب- **مخططات العزم – حالة تحميل** (2):

- أطوال الفتحات الوهمية: $L'_w = L'_e = L = 6\,m$

- الحمولة الإضافية المصعدة:

$$w_{uw} = w_u = G_u + P_u = 30.8 + 54.4 = 85.2 kN/ml$$
$$w_{ue} = G_u = 30.8 kN/ml$$

- العزم الأعظمي عند المسند الوسطي (B):

$$M_{uB} = -\frac{w_{uw} L'^3_w + w_{ue} L'^3_e}{8.5(L'_w + L'_e)} = -\frac{85.2 \times 6^3 + 30.8 \times 6^3}{8.5(6+6)} = -245.65 kNm$$

- العزم في منتصف الفتحة (AB):

$$M_{u(l/2)}=M_{uO}-\frac{M_{uw}+M_{ue}}{2}=383.4-\frac{0+245.65}{2}=260.58kNm$$

- العزم الأعظمي في الفتحة (AB):

$$x=x_O=\frac{L}{2}+\frac{M_{uw}-M_{ue}}{w_uL}\Rightarrow V_u=0\,;M_u=M_{u\max}$$

$$x=x_O=\frac{6}{2}+\frac{0-245.65}{85.2\times 6}=2.52m$$

$$M_{u\max}=M_{uO}-\frac{M_{uw}+M_{ue}}{2}+\frac{(M_{uw}-M_{ue})^2}{2w_uL^2}$$

$$M_{u\max}=383.4-\frac{0+245.65}{2}+\frac{(0-245.65)^2}{2\times 85.2\times 36}$$

$$M_{u\max}=270.41kNm$$

- العزم في منتصف الفتحة (BC):

$$M_{uO}=\frac{30.8\times 36}{8}=138.6kNm$$

$$M_{u(l/2)}=M_{uO}-\frac{M_{uw}+M_{ue}}{2}=\frac{30.8\times 36}{8}-\frac{245.65+0}{2}=15.78kNm$$

- العزم الأعظمي في الفتحة (BC):

$$x=x_O=\frac{L}{2}+\frac{M_{uw}-M_{ue}}{w_uL}\Rightarrow V_u=0\,;M_u=M_{u\max}$$

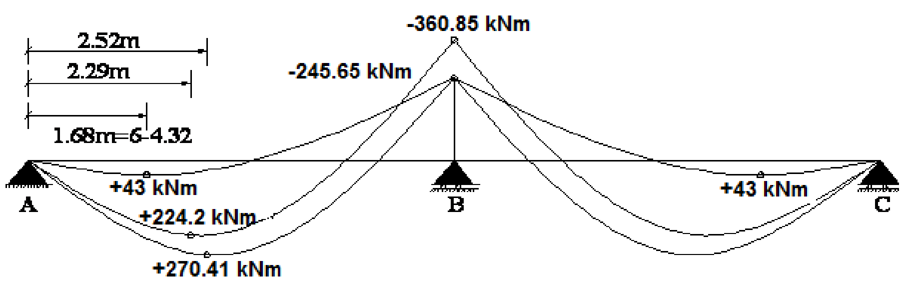
$$x=x_O=\frac{6}{2}+\frac{245.65-0}{30.8\times 6}=4.33m\rightarrow(6-4.33=1.67m)$$

$$M_{u\max}=M_{uO}-\frac{M_{uw}+M_{ue}}{2}+\frac{(M_{uw}-M_{ue})^2}{2w_uL^2}$$

$$M_{u\max}=138.6-\frac{245.65+0}{2}+\frac{(245.65-0)^2}{2\times 30.8\times 36}$$

$$M_{u\max}=43kNm$$

نرسم مخططات العزوم الموافقة لحالات التحميل السابقة، ومن ثم نرسم مغلف العزوم:



ت- مخططات القص:

- القص الأعظمي عند المسند (A) - الفتحة (AB) - حالة تحميل (2):

$$V_{uA}=\frac{w_uL}{2}+\frac{M_{uw}-M_{ue}}{L}=\frac{85.2\times 6}{2}+\frac{0-245.65}{6}=214.66kN$$

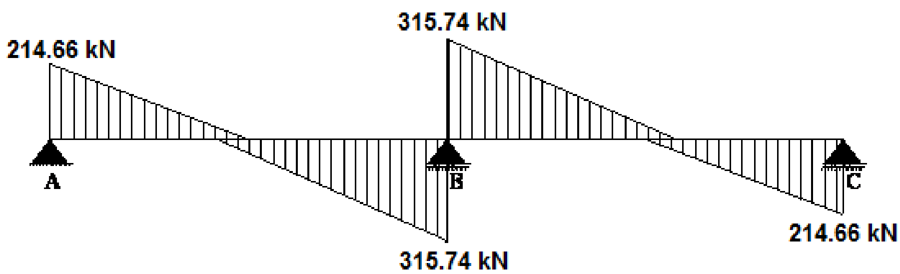
- القص الأعظمي على يسار المسند (B) - الفتحة (AB) - حالة تحميل (1):

$$V_{uBA}=-\frac{w_uL}{2}+\frac{M_{uw}-M_{ue}}{L}=-\frac{85.2\times 6}{2}+\frac{0-360.85}{6}=315.74kN$$

- بسبب التناظر، يكون لدينا:

$$V_{uA}=V_{uC}=214.66kN$$
$$V_{uBA}=V_{uBC}=315.74kN$$

بالتالي، نرسم مغلف الجهود القاطعة.



ث- ردود الأفعال:

$$R_{uA}=R_{uC}=214.66kN$$
$$R_{uB}=2\times 314.74=631.48kN$$
$$\sum R_i=2\times 214.66+631.48=1060.8kN\geq 85.2\times 12=1022.4kN$$

عاشراً - تطبيقات على حساب الأعمدة القصيرة

التطبيق الأول: عمود مستطيل قصير مع تسليح عرضي قائم:

يطلب حساب تسليح عمود مقطعه مستطيل $b \times h = 40 \times 80 cm$، وخاضع للحمولات الاستثمارية التالية (غير مصعدة):

- حمولات ناظمية دائمة: $N'_G = 2000 kN$
- حمولات ناظمية إضافية: $N'_P = 300 kN$

علماً أن:

- $f'_C = 25 MPa \quad ; \quad f_y = 400 MPa$
- طول التحنيب: $L_O = 450 cm$.
- عامل التكافؤ: $K_e = 1$.
- التسليح العرضي المستخدم قائم.

الحل:

1. **دراسة التحنيب:**

نتحقق من اشتراطات العمود القصير (الضغط البسيط):

$$\frac{L_O}{b} = \frac{450}{40} = 11.25 \leq 12 \quad O.K.$$

وسوف نتحقق انطلاقاً من عامل النحافة:

$$\lambda = \frac{L_O}{i} \leq 40 \quad ; \quad i = \sqrt{\frac{I}{A'_c}} \quad ; \quad I = \frac{hb^3}{12} \quad ; \quad A'_c = bh$$

$$\Rightarrow b \geq \frac{L_O}{11.55} \approx 39 cm \quad O.K.$$

بالتالي التحنيب محقق.

2. **الحمولة الحدية القصوى:**

$$N'_u = 1.4 N'_G + 1.7 N'_P = 1.4 \times 2000 + 1.7 \times 300 = 3310 kN$$

معادلة توازن القوى:

$$N'_u = 0.8\Omega\left[0.85 f'_c A'_c + f_y A'_s\right]\frac{1}{K_e}$$

$$N'_U = 3310\times10^3 = 0.8\times0.65\left[0.85\times25\times400\times800+400A'_s\right]\frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow A'_s = -1087mm^2 < 0$$

وهذا يعني أن البيتون يقاوم الحمولة الخارجية لوحده، وأننا نحتاج لتسليح أصغري وفق اشتراطات الكود.

3. **حساب التسليح:**

باستخدام تسليح أصغري وفق الكود يلزمنا مقطع حسابي مقداره:

$$3310\times10^3 = 0.8\times0.65\left[0.85\times25(A'_c)+400(0.01A'_c)\right]\frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow A'_c = 2521cm^2 < 40\times80 = 3200cm^2$$

يكون التسليح الطولي هو الأكبر من ما يلي:

$$A'_{s1} = 0.01\times2521 = 25.21cm^2$$

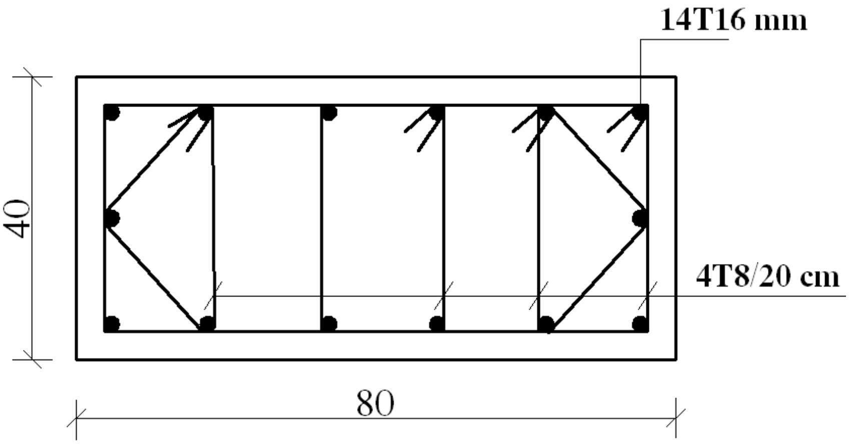
$$A'_{s2} = 0.006\times3200 = 19.20cm^2$$

$$\therefore A'_s = 25.21cm^2 \quad USE\ 14T16mm$$

التسليح العرضي:

$$\phi_t = \max\begin{cases}8mm \Leftrightarrow \left(A'_C = 0.32m^2 \geq 0.25m^2\right)\\ \dfrac{\phi_l}{3} = \dfrac{16}{3} = 5.3cm\end{cases} \Rightarrow \phi_t = 8mm$$

$$t = \min\begin{cases}30cm\\ b = 40cm\\ 15\phi_{l\min} = 15\times1.6 = 24cm\end{cases} \Rightarrow t = 20cm$$



التطبيق الثاني: عمود دائري قصير مع تسليح عرضي قائم:

يطلب حساب تسليح عمود دائري، وسطي وعائد لطابق متكرر في بناء سكني، وخاضع للحمولات الاستثمارية التالية:

- حمولات ناظمية دائمة: $N'_G = 800kN$
- حمولات ناظمية إضافية: $N'_P = 200kN$

علماً أن:

- $f'_C = 20MPa \quad ; \quad f_y = 400MPa$
- طول التحنيب: $L = L_O = 400cm$.
- التسليح العرضي المستخدم قائم.

الحل:

1. **دراسة التحنيب:**

نتحقق من اشتراطات العمود القصير (الضغط البسيط):

$$\lambda = \frac{L_O}{i} \leq 40 \quad ; \quad i = \sqrt{\frac{I}{A'_c}} \quad ; \quad I = \frac{\pi R^4}{4} \quad ; \quad A'_c = \pi R^2$$

$$\Rightarrow D = 2R \geq \frac{L_O}{10} = 40cm$$

بالتالي يلزمنا عمود بقطر لا يقل عن 40 سم حتى نستطيع حسابه كعمود قصير(ضغط بسيط).

2. **الحمولة الحدية القصوى:**

$$N'_u = 1.4N'_G + 1.7N'_P$$
$$N'_u = 1.4 \times 800 + 1.7 \times 200 = 1460kN$$

3. **حساب التسليح:**

باستخدام تسليح طولي أصغري وفق الكود يلزمنا مقطع حسابي مقداره:

$$N'_u = 1460 \times 10^3 = 0.8 \times 0.65[0.85 \times f'_c A'_c + f_y A'_s]\frac{1}{K_e}$$

$$= 0.52[0.85 \times f'_c A'_c + f_y \mu'_s A'_c]\frac{1}{1}$$

$$= 0.52A'_c[0.85 \times f'_c + f'_y(0.01)]$$

$$N'_u = 1460 \times 10^3 = 0.52A'_c[0.85 \times 20 + 400 \times 0.01]$$

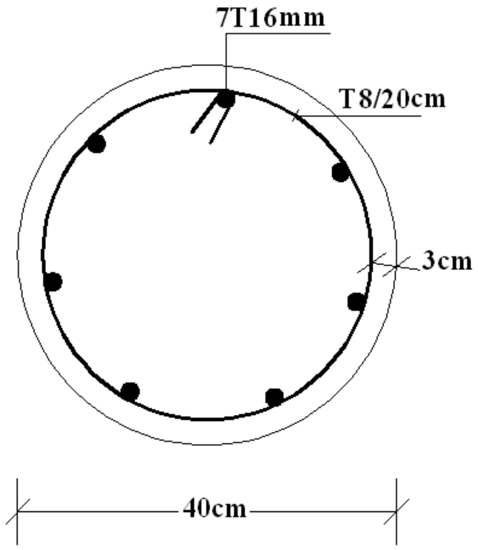
$$\Rightarrow A'_c \approx 1337cm^2 \rightarrow D \approx 40cm$$

نلاحظ أن شرط التحنيب المحدد لقطر العمود هو مطابق نسبياً لتحقيق شرط المقاومة، بالتالي سوف نختار مساحة التسليح الأصغرية:

$$\therefore A'_s = 0.01 \times 1337 = 13.37 cm^2 \quad USE\ 7T16mm\ or\ 9T14mm$$

التسليح العرضي:

$$\phi_t = T8mm \quad ; \quad t = 20cm$$



التطبيق الثالث: عمود دائري قصير مع تسليح عرضي قائم و حلزوني:

يطلب تصميم عمود دائري باستخدام تسليح عرضي قائم وآخر حلزوني، علماً أن:

- الحمولات الناظمية الدائمة غير المصعدة: $N'_G = 1200kN$
- الحمولات الناظمية الإضافية غير المصعدة: $N'_P = 300kN$
- $f'_C = 20MPa$: المقاومة المميزة للبيتون.
- $f_y = f_{ysp} = 400MPa$: المقاومة المميزة للتسليح الطولي والعرضي.
- $L_O = 400cm$: طول التحنيب، $K_e = 1$: عامل التكافؤ.

الحل:

أولاً- التسليح العرضي المستخدم قائم:

1. دراسة التحنيب:

$$D \geq \frac{L_O}{10} = \frac{400}{10} = 40cm$$

2. الحمولة الحدية القصوى:

$$N'_u = 1.4N'_G + 1.7N'_P$$
$$N'_u = 1.4\times 1200 + 1.7\times 300 = 2190kN$$

3. حساب مساحة مقطع البيتون مع نسبة تسليح أصغرية:

$$\mu'_s = 1\%$$

$$N'_u = 2190\times 10^3 = 0.8\times 0.65\left[0.85\times f'_c A'_c + f_y A'_s\right]\frac{1}{K_e}$$
$$= 0.52\left[0.85\times f'_c A'_c + f_y \mu'_s A'_c\right]\frac{1}{1}$$
$$= 0.52A'_c\left[0.85\times f'_c + f'_y(0.01)\right]$$
$$= 0.52A'_c\left[0.85\times 20 + 400\times 0.01\right]$$
$$\Rightarrow A'_c \approx 2005.5cm^2 \rightarrow D = 50.5cm$$
$$USE \begin{cases} D = 55cm\left(A'_c = 2375cm^2\right) \\ 10T16mm \end{cases} \quad \begin{pmatrix} A_S = 0.01\times 2005.5 = \underline{20.06cm^2} \\ A_S = 0.006\times 2375 = 14.25cm^2 \end{pmatrix}$$

التسليح العرضي:

$$\phi_t = T8mm \quad ; \quad t = 20cm$$

4. حساب مساحة مقطع البيتون مع نسبة تسليح أعظمية:

$$\mu'_s = 2.5\%$$

$$N'_u = 2190\times 10^3 = 0.8\times 0.65\left[0.85\times f'_c A'_c + f_y A'_s\right]\frac{1}{K_e}$$
$$= 0.52A'_c\left[0.85\times 20 + 400\times 0.025\right]$$
$$\Rightarrow A'_c \approx 1560cm^2 \rightarrow D = 44.6cm$$
$$USE \begin{cases} D = 45cm\left(A'_c = 1590cm^2\right) \\ A'_s = 0.025\times 1560 = 39cm^2 \Leftrightarrow 10T22mm \end{cases}$$

التسليح العرضي:

$$\phi_t = T8mm \quad ; \quad t = 20cm$$

ثانياً – حالة التسليح الحلزوني:

ننطلق من شرط التحنيب:

$$D \geq 40cm \Rightarrow A'_c = 1256cm^2$$

$$d_k = 40 - 2\times 3 = 34cm \Rightarrow A'_k = \frac{\pi \times \overline{34}^2}{4} = 907cm^2$$

$$N'_u = 2190kN$$

$$N'_u = 0{,}85\Omega\left[0{,}85\, f'_c\, A'_k + f_y\, A'_s + 2{,}50\, f_{ysp}\, A_{sp}\right]\frac{1}{K_e}$$

$$\mu'_{ks} = \frac{A'_s}{A'_k} \quad ; \quad \mu_{sp} = \frac{A_{sp}}{A'_k} \quad ; \quad A_{sp} = \frac{\pi\, d_k\, a_{sp}}{s}$$

$$A'_c = \frac{\pi D^2}{4} \quad ; \quad A'_k = \frac{\pi\, d_k^2}{4} \quad ; \quad a_{sp} = \frac{\pi\, \phi_{sp}^2}{4}$$

نحدد نسبة التسليح الحلزوني (μ_{sp}):

$$\mu_{sp} \geq 0.45\frac{f'_c}{f_{ysp}}\left(\frac{A'_c}{A'_k} - 1\right) = 0.45\frac{20}{400}\left(\frac{1256}{907} - 1\right) = 0.009$$

نحدد نسبة التسليح الطولي (μ'_{ks}) من معادلة التوازن:

$$N'_u = 0{,}85\Omega\left[0{,}85\, f'_c\, A'_k + f_y\, A'_s + 2{,}50\, f_{ysp}\, A_{sp}\right]\frac{1}{K_e}$$

$$N'_u = 0{,}85\times 0.65\left[0{,}85\, f'_c\, A'_k + \mu'_{ks}\, A'_k\, f_y + 2{,}50\mu_{sp}\, A'_k\;\, f_{ysp}\right]\frac{1}{1}$$

$$N'_u = 0{,}85\times 0.65\times A'_k\left[0{,}85\, f'_c + \mu'_{ks}\, f_y + 2{,}50\mu_{sp}\;\, f_{ysp}\right]$$

$$2190\times 10^3 = 0{,}85\times 0.65\times 90700\left[0{,}85\times 20 + \mu'_{KS}\times 400 + 2{,}50\times 0.009\times 400\right]$$

$$\Rightarrow \quad \mu'_{ks} = 0.0443 >> 0.025 \quad N.G.$$

نعود ونختار نسبة التسليح الأعظمية:

$$\mu'_{ks} = 0.025 \Rightarrow \quad A'_s = 0.025\times 907 = 22.68cm^2$$

نحسب الآن (μ_{sp}) اللازمة:

$$2190\times 10^3 = 0{,}85\times 0.65\times 90700\left[0{,}85\times 20 + 0.025\times 400 + 2{,}50\times 400\mu_{sp}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \mu_{sp} = 0.0167$$

$$\mu_{sp\max} = 0.34\left[\left(1.412\frac{A'_c}{A'_k} - 1\right)\frac{f'_c}{f_{ysp}} + 0.484\frac{A'_s}{A'_k}\frac{f_y}{f_{ysp}}\right]$$

$$\mu_{sp\max} = 0.34\left[\left(1.412\frac{1256}{907} - 1\right)\frac{20}{400} + 0.484\frac{22.68}{907}\frac{400}{400}\right] = 0.02$$

$$\mu_{sp} = 0.0167 < \mu_{sp\max} = 0.02 \quad O.K.$$

بالتالي نحسب المقطع المكافئ للتسليح الحلزوني:

$$A_{sp} = \mu_{sp}\, A'_k = 0.0167 \times 907 = 15.15 cm^2$$

نختار خطوة الحلزون:

$$4cm \le s = 6cm \le \min[8cm\,;\, d_K/5 = 34/5 = 6.8cm]$$

ونحدد مقطع وقطر قضيب الحلزون:

$$a_{sp} = \frac{A_{sp}\, s}{\pi\, d_k} = \frac{15.15 \times 6}{3.14 \times 34} = 0.85 cm^2$$

$$\phi_{sp} = \sqrt{\frac{4a_{sp}}{\pi}} = 1.04 cm$$

$$USE\ \phi_{sp} = 10\,mm \quad ; \quad s = 5\,cm$$

$$\Rightarrow a_{sp} = \frac{\pi \times 1^2}{4} = 0.785 \Rightarrow A_{sp} = \frac{\pi\, d_k\, a_{sp}}{s} = \frac{3.14 \times 34 \times 0.785}{5} = 16.76 cm^2$$

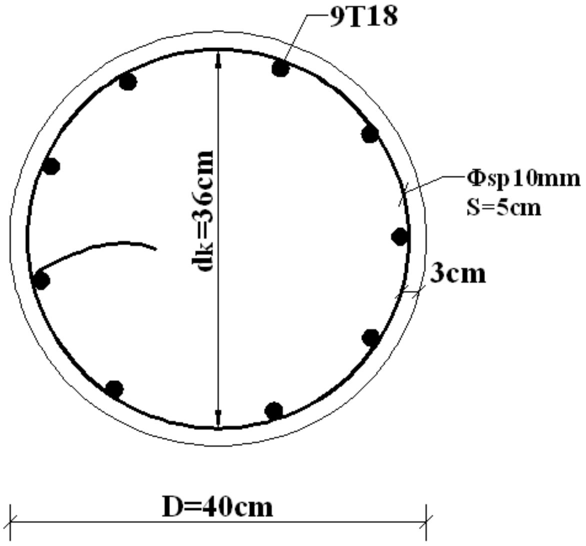
$$\Rightarrow \mu_{sp} = \frac{16.76}{907} = 0.0185 < \mu_{sp\max} = 0.02 \quad O.K.$$

ويكون التسليح الطولي: $A'_s = 22.68\ cm^2 \quad USE \quad 9T18\ mm = 22.9\ cm^2$

أخيراً نتحقق من شرط عدم انهيار طبقة التغطية:

$$N'_{uR} = 0{,}85 \times 0.65\,[0{,}85 \times 20 \times 90700 + 400 \times 2290 + 2{,}50 \times 400 \times 1676] = 2284 kN$$

$$2284\,kN \le 1.5 \times 0.52[0.85 \times 20 \times 125600 + 400 \times 2290] = 2380\,kN \quad O.K.$$



أحد عشر- تطبيقات على البلاطات المستوية

التطبيق الأول:

لدينا بلاطة من البيتون المسلح سماكتها $t = 10cm$ ، تستند بحرية على أطرافها الأربعة، وتؤمن تغطية فتحة في مصنع، أطوال مجازاتها $(L_1 \times L_2 = 2 \times 2m)$.

إضافة للوزن الذاتي $(G0)$ ، تخضع هذا البلاطة للحمولات التالية:

- حمولة إضافية: $P = 23kN/m^2$
- حمولة تغطية: $G1 = 2kN/m^2$

$$f_y = 400MPa\,;\; f_c' = 20MPa\,;\; \Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$$

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f_c'} \quad ; \quad \tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} \;\; ; \;\; \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.011$$

والمطلوب تعيين تسليح هذه البلاطة.

الحل:

البلاطة مربعة، وهي عاملة باتجاهين، ويكون التحقق من شرط السماكة:

$$\frac{\sum l}{140} = \frac{4 \times 200}{140} = 5.71cm < 10cm \quad O.K.$$

نبحث عن قيم عزوم الانعطاف الحدية في منتصف البلاطة في واحدة الطول، تحت تأثير الحمولات المطبقة:

- الوزن الذاتي: $G_0 = 0.1 \times 25 = 2.5kN/m^2$
- الحمولة الحدية: $w_u = 1.4(2.5+2) + 1.7 \times 23 = 45.4kN/m^2$
- العزم الحدي في اتجاه المجاز القصير (L_2): $M_{u02} = \mu_2\, w_u\, L_2^2$
- العزم الحدي في اتجاه المجاز الطويل (L_1): $M_{u01} = \mu_1 . M_{u02}$
- $\rho = \frac{L_2}{L_1} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \mu_2 = 0.0423 \\ \mu_1 = 1 \end{cases}$
- $M_{u01} = M_{u02} = 0.0423 \times 45.4 \times 2^2 = 7.682kN.m/ml$
- قوة القص الحدية القصوى:

$$V_{u2}(kN/m.l) = \frac{w_u\, L_1\, L_2}{2L_1 + L_2} = V_{u1} = \frac{45.4 \times 2 \times 2}{2 \times 2 + 2} = 30.3kN/m.l$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f'_c b d^2} = \frac{7.682\times10^6}{0.9\times0.85\times20\times1000\times75^2} = 0.0893$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.0936 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9541 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{7.682\times10^6}{0.9\times0.9541\times75\times400} = 298 mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{298}{1000\times75} = 0.004 < \mu_{s\max} = 0.011 \quad O.K.$$

$$\mu_s > \mu_{s\min} = 0.002 \quad O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 5T10/ml$$

ومن أجل قضبان التسليح بالاتجاه الثاني، لدينا: $d = 6.5cm$

وبعد الحساب، يكون: $A_s = 351mm^2$ ، ونستخدم نفس التسليح $5T10/ml$.

- التحقق من القص:

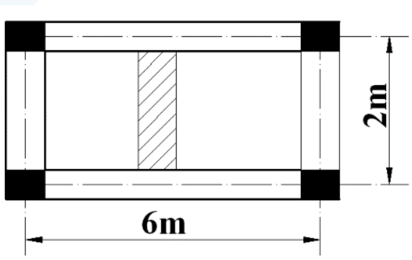
$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{30.3\times10^3}{0.85\times1000\times65} = 0.55MPa$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f'_c} = 0.65\sqrt{20} = 2.91MPa > \tau_u \quad O.K.$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f'_c} = 0.16\sqrt{20} = 0.72MPa > \tau_u \quad O.K.$$

التطبيق الثاني:

لدينا بلاطة من البيتون المسلح سماكتها $t = 8cm$ ، تستند على أربعة جوائز، بتباعد $(2m)$ في الاتجاه القصير، وبالاتجاه الآخر تستند على جائزين بتباعد $(6m)$.



- المجاز الفعال بالاتجاه القصير: $L_2 = 2m$ ، و

- المجاز الفعال بالاتجاه الطويل: $L_2 = 6m$.

إضافة للوزن الذاتي$(G0)$ ، تخضع هذا البلاطة للحمولات التالية:

- حمولة إضافية: $P = 3kN/m^2$
- حمولة تغطية: $G1 = 3kN/m^2$

$$f_y = 400MPa\ ;\ f'_c = 20MPa\ ;\ \Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$$

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f'_c}\quad ;\quad \tau_{0u} = 0.16\sqrt{f'_c}\ ;\ \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f'_c}$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.011$$

والمطلوب تعيين تسليح هذه البلاطة.

الحل:

نحدد آلية عمل البلاطة، من خلال نسبة الاستطالة: $r = \frac{m_1 L_1}{m_2 L_2} = \frac{1\times 6}{1\times 2} = 3$. البلاطة تعمل باتجاه واحد، مع استناد بسيط.

التحقق من شرط السماكة: $\frac{L_2}{25} = \frac{200}{25} = 8cm \quad O.K.$

نبحث عن قيمة عزوم الانعطاف الحدية في الاتجاه القصير في واحدة الطول (L_2) ، تحت تأثير الحمولات المطبقة:

- الوزن الذاتي: $G_0 = 0.08\times 25 = 2kN/m^2$
- الحمولة الحدية: $w_u = 1.4(2+3) + 1.7\times 3 = 12.1kN/m^2$
- العزم الحدي في منتصف البلاطة:

$$M_u = \frac{+w_u L_2^2}{8} = \frac{+12.1\times 2^2}{8} = +6.05kN.m/ml$$

- العزم الحدي فوق المسند:

$$M_u = \frac{-w_u L_2^2}{20} = \frac{-12.1\times 2^2}{20} = -2.42kN.m/ml$$

- قوة القص الحدية القصوى:

$$V_u(kN/m.l) = \frac{w_u L_2}{2} = \frac{12.1\times 2}{2} = 12.1kN/m.l$$

نحسب التسليح المقاوم للعزم الموجب بالاتجاه القصير:

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f'_c b d^2} = \frac{6.05\times10^6}{0.9\times0.85\times20\times1000\times55^2} = 0.1307$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.1406 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9296 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{6.05\times10^6}{0.9\times0.9296\times55\times400} = 329mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{329}{1000\times55} = 0.006 < \mu_{s\max} = 0.011 \quad O.K.$$

$$\mu_s > \mu_{s\min} = 0.002 \quad O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 8T8mm/ml$$

وثم نحسب التسليح المقاوم للعزم السالب بالاتجاه القصير:

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f'_c b d^2} = \frac{2.42\times10^6}{0.9\times0.85\times20\times1000\times55^2} = 0.0523$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.0537 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9739 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{2.42\times10^6}{0.9\times0.9739\times55\times400} = 126mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{126}{1000\times55} = 0.0023 < \mu_{s\max} = 0.011 \quad O.K.$$

$$\mu_s > \mu_{s\min} = 0.002 \quad O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 5T8/ml$$

وفي الاتجاه الطويل، يجب أن تسلح البلاطة بتسليح ثانوي سفلي موجب، وعلوي سالب، يحققان اشتراطات وترتيبات التسليح المنصوص عنه في الكود السوري. ونلاحظ أن التسليح $(4T8/ml)$ ، يغطي هذا الأمر. ويكون التباعد بين القضبان هو $(25cm)$ ، ونسبة التسليح أكبر من المطلوبة:

$$\left(\frac{4\times50.24}{1000\times55} = 0.36\% > 0.1\%\right).$$

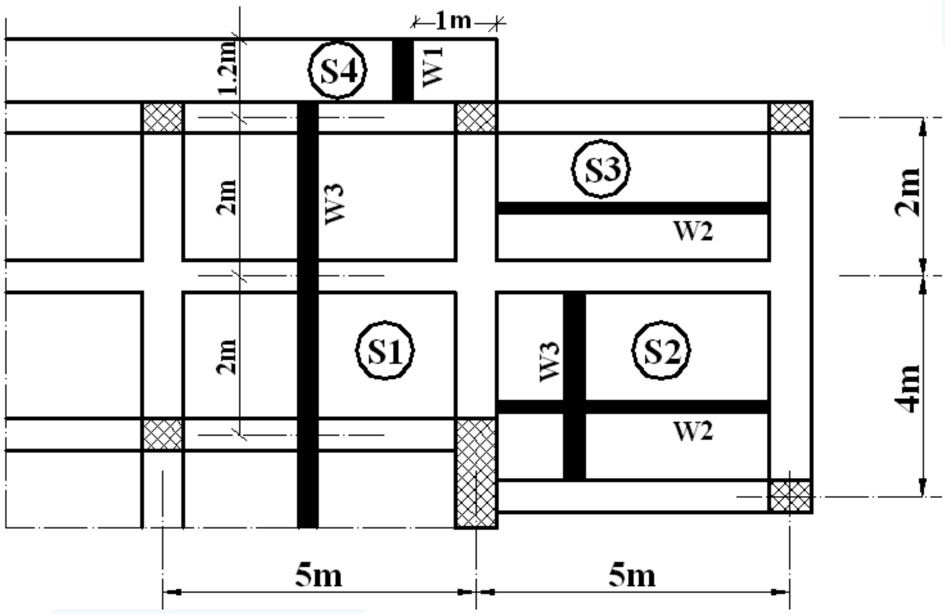
وبالنسبة للقص، البيتون يقاوم لوحده إجهادات القص، حيث:

$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{12.1\times10^3}{0.85\times1000\times55} = 0.26MPa$$
$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f'_C} = 0.65\sqrt{20} = 2.91MPa > \tau_u \quad O.K.$$
$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f'_C} = 0.16\sqrt{20} = 0.72MPa > \tau_u \quad O.K.$$

التطبيق الثالث:

لدينا سقف مكون من مجموعة من البلاطات البيتونية المسلحة المصمتة، المبينة جانباً، والمستندة عند محيطها على جوائز متدلية بارتفاع كلي يزيد عن مثلي سماكة البلاطة.

والمطلوب تحديد شدة الحمولة الكلية الحدية لكل من البلاطات: $S1, S2, S3 \& S4$ ، بعد أن يتم تحديد السماكة استناداً لتحقيق شرط السهم.



علماً أن:

- الحمولة الإضافية لحالة البروزات والبلاكين: $P = 4kN/m^2$
- الحمولة الإضافية لبقية الفتحات: $P = 3kN/m^2$
- وزن التغطية: $2kN/m^2$
- سماكة الطينة الإسمنتية: 2 سم من كل جهة
- ارتفاع الجدران: 3 م
- الجدران $(W1\&W2)$ من البلوك القرميدي المفرغ، و الجدار $(W3)$ من البلوك الإسمنتي المفرغ.
- سماكة الجدران $(W1\&W3)$ 15 سم ، وسماكة الجدار $(W2)$ 10 سم

- الوزن الحجمي للبيتون المسلح: $25kN/m^3$
- الوزن الحجمي للبلوك الإسمنتي المفرغ: $14kN/m^3$
- الوزن الحجمي للبلوك القرميدي المفرغ: $7kN/m^3$
- الوزن الحجمي للطينة الإسمنتية: $20kN/m^3$

الحل:

- تحديد سماكة ووزن البلاطة:

نحدد سماكة السقف بعد دراسة السماكة المطلوبة لكل بلاطة والمحققة لشرط السهم، ومن ثم اختيار أو تعميم السماكة.

البلاطة نموذج $(S1)$: البلاطة مصمتة عاملة باتجاه واحد، حيث: $\frac{L_1}{L_2}=\frac{5}{2}=2.5$ ، وهي مستمرة من طرفين،

بالتالي نحدد السماكة: $\frac{L_2}{30}=\frac{200}{30}=6.67cm$.

البلاطة نموذج $(S3)$: البلاطة مصمتة عاملة باتجاه واحد، حيث: $\frac{L_1}{L_2}=\frac{5}{2}=2.5$ ، وهي مستمرة من طرف واحد، بالتالي نحدد السماكة: $\frac{L_2}{27}=\frac{200}{27}=7.41cm$.

البلاطة نموذج $(S2)$: البلاطة مصمتة عاملة باتجاهين، حيث: $\frac{L_1}{L_2}=\frac{5}{4}=1.25$ ، وهي ركنية، بالتالي نحدد السماكة:

$$\frac{\sum l_i}{140}=\frac{(500+400)+0.76(500+400)}{140}=11.31cm$$

البلاطة نموذج $(S4)$: البلاطة ظفرية، وتكون السماكة: $\frac{L}{10}=\frac{120}{10}=12cm$.

وتكون سماكة بلاطة السقف : $t=12cm$.

ويكون وزن البلاطة: $G_S=0.12\times 25=3kN/m^2$

- تحديد وزن القواطع أو الجدران بالمتر الطولي:

الجدار نموذج $(W1)$ ، هو جدار ثقيل:

$$G_{W1}=0.15\times 3\times 7+0.04\times 3\times 20=3\times(1.85)=5.55kN/ml$$

الجدار نموذج $(W2)$ ، هو جدار خفيف:

$$G_{W2}=0.10\times3\times7+0.04\times3\times20=3\times(1.5)=4.5kN/ml$$

الجدار نموذج $(W3)$ ، هو جدار ثقيل:

$$G_{W3}=0.15\times3\times14+0.04\times3\times20=3\times(2.9)=8.7kN/ml$$

- حمولات البلاطة نموذج $(S1)$:

✓ الحمولة المكافئة للجدار نموذج $(W3)$: البلاطة مصمتة باتجاه واحد، والجدار ثقيل ومتوضع بصورة موازية لاتجاه عملها. يحدد العرض الفعال من العلاقة:

$$e=h_p+0.6L_2=(0.15+0.04)+0.6\times2=1.39m$$

وتكون الحمولة المكافئة لهذا الجدار (دائمة):

$$G_W=\frac{G_{W3}}{e}=\frac{8.7}{1.39}=6.26kN/m^2$$

✓ وزن التغطية: $G_c=2kN/m^2$

✓ وزن البلاطة: $G_S=3kN/m^2$

✓ الحمولة الإضافية: $P=3kN/m^2$

بالتالي تكون الحمولة الكلية الحدية على هذه البلاطة:

$$W_{uS1}=1.4(3+2+6.26)+1.7(3)=20.864kN/m^2$$

- حمولات البلاطة نموذج $(S2)$:

✓ الحمولة المكافئة للجدار نموذج $(W3)$: بلاطة مصمتة باتجاهين، وتكون الحمولة المكافئة لهذا الجدار الثقيل (دائمة):

$$G_W=1.5\frac{G_{W3}L_2}{L_1L_2}=1.5\times\frac{8.7\times4}{5\times4}=2.61kN/m^2$$

✓ الحمولة المكافئة للجدار الخفيف نموذج $(W2)$: حمولة إضافية، وفق الكود:

$$P_{W3}=1.5kN/m^2\Rightarrow P_W=1.75kN/m^2$$

✓ وافتراض أن هذا الحمل ثقيل فتكون الحمولة الدائمة المكافئة:

$$G_W=1.5\frac{G_{W2}L_1}{L_1L_2}=1.5\times\frac{4.5\times5}{5\times4}=1.69kN/m^2$$

✓ وزن التغطية: $G_c=2kN/m^2$

✓ وزن البلاطة: $G_S=3kN/m^2$

✓ الحمولة الإضافية: $P=3kN/m^2$

بالتالي تكون الحمولة الكلية الحدية على هذه البلاطة:

$$W_{uS2}=1.4(3+2+2.61+1.69)+1.7(3)=18.12kN/m^2$$

أو

$$W_{uS2}=1.4(3+2+2.61)+1.7(3+1.75)=18.73kN/m^2$$

- حمولات البلاطة نموذج $(S3)$:

✓ الحمولة المكافئة للجدار نموذج $(W2)$: البلاطة مصمتة باتجاه واحد، والجدار متوضع بصورة متعامدة لاتجاه عملها.

وتكون الحمولة المكافئة لهذا الجدار، باعتباره جدار ثقيل، (دائمة)، حيث البلاطة مستمرة من طرف وبسيطة الاستناد من طرف آخر:

$$G_W=1.75\frac{G_{W2}}{L}=1.75\times\frac{4.5}{2}=3.94kN/m^2$$

✓ وتكون الحمولة المكافئة للجدار الخفيف نموذج $(W2)$: (إضافية)، وفق الكود:

$$P_{W3}=1.5kN/m^2\Rightarrow P_W=1.75kN/m^2$$

✓ وزن التغطية: $G_c=2kN/m^2$

✓ وزن البلاطة: $G_S=3kN/m^2$

✓ الحمولة الإضافية: $P=3kN/m^2$

بالتالي تكون الحمولة الكلية الحدية على هذه البلاطة:

$$W_{uS3}=1.4(3+2+3.94)+1.7(3)=17.62kN/m^2$$

أو

$$W_{uS3}=1.4(3+2)+1.7(3+1.75)=15.08kN/m^2$$

- حمولات البلاطة الظفرية نموذج $(S4)$:

✓ الحمولة المكافئة للجدار نموذج $(W1)$: البلاطة ظفرية، والجدار ثقيل ومتوضع بصورة موازية لاتجاه عملها. يحدد العرض الفعال من العلاقة:

$$e=h_p+0.6L=(0.15+0.04)+0.6\times1.2=0.91m$$

وتكون الحمولة المكافئة لهذا الجدار (دائمة):

$$G_W = \frac{G_{W1}}{e} = \frac{5.55}{0.91} = 6.1 kN/m^2$$

✓ وزن التغطية: $G_c = 2kN/m^2$

✓ وزن البلاطة: $G_S = 3kN/m^2$

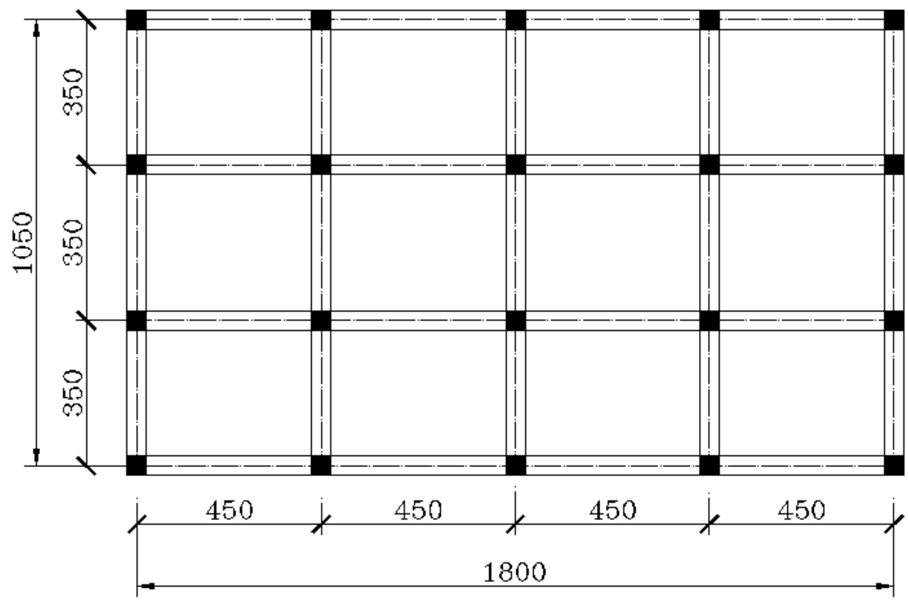
✓ الحمولة الإضافية: $P = 4kN/m^2$

بالتالي تكون الحمولة الكلية الحدية على هذه البلاطة الظفرية:

$$W_{uS4} = 1.4(3+2+6.1)+1.7(4) = 22.34 kN/m^2$$

التطبيق الرابع:

يبين الشكل التالي سقفاً من البيتون المسلح، مكوناً من بلاطات مصمتة مستندة على جملة من الجوائز الحاملة باتجاهين (متدلية)، وبارتفاع كلي يزيد عن مثلي سماكة البلاطة $\left(\frac{h}{t} > 2\right)$. يخضع هذا السقف إلى حمولة إضافية موزعة بانتظام مقدارها $P = 3kN/m^2$ ، وحمولة تغطية $2kN/m^2$ إضافة للوزن الذاتي.



يطلب دراسة البلاطة وحساب العزوم، علماً أن المواد لها الخواص التالية:

$$f_y = 400MPa\,;\; f_c' = 20MPa\,;\; \Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$$

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f_c'} \quad ; \quad \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.011 \quad ; \quad \mu_{s\min} = 0.002$$

الحل:

تحديد السماكة:

نعتمد المسافات بين محاور الاستناد لأطوال المجازات الفعالة (الحسابية) للبلاطات، كون المسافات الداخلية بين المساند لا يمكن تحديدها إلا بمعرفة عرض الجوائز الحاملة، يكون لدينا ولكافة البلاطات:

$$L_1 = 450cm \quad , \quad L_2 = 350cm$$

البلاطات عاملة باتجاهين، حيث: $\frac{L_1}{L_2} = \frac{450}{350} = 1.29$، ونحدد سماكة السقف (البلاطة) استناداً للمحيط المكافئ للبلاطة الركنية:

$$\frac{\sum l_i}{140} = \frac{(350+450)(1+0.76)}{140} = 10.06cm$$
$$USE \quad t = 12cm$$

حساب الحمولات:

- حمولة التغطية: $2kN/m^2$
- الوزن الذاتي للبلاطة: $0.12 \times 25 = 3kN/m^2$
- الحمولة الإضافية (الحية): $P = 3kN/m^2$

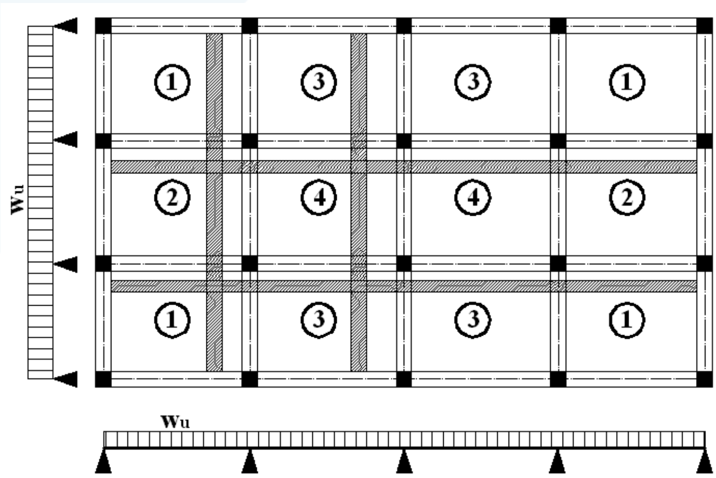
تكون الحمولة الكلية الحدية: $w_u = 1.4 \times (2+3) + 1.7 \times 3 = 12.1kN/m^2$

حساب العزوم وفق طريقة الشرائح:

نحسب عزوم الانعطاف لشرائح باتجاهين، بعد توزيع الحمولة الكلية الحدية باتجاهين:

$$w_{u1} = \alpha_1 w_u \quad , \quad w_{u2} = \alpha_2 w_u$$

لهذا الغرض، يتم ترقيم بلاطات السقف وفقاً لنوع الاستناد وحالات الاستمرارية عند محيطها، وفق ما يلي:



نحدد نسبة الاستطالة لكل بلاطة بهدف تحديد عوامل التوزيع:

- البلاطة رقم (1) و (4):

$$r=\frac{m_1L_1}{m_2L_2}=\frac{450}{350}=1.29$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha_1=0.19\Rightarrow w_{u1}=0.19\times 12.1=2.3kN/ml\\ \alpha_2=0.51\Rightarrow w_{u2}=0.51\times 12.1=6.17kN/ml\end{cases}$$

- البلاطة رقم (2):

$$r=\frac{m_1L_1}{m_2L_2}=\frac{0.87\times 450}{0.76\times 350}=1.47$$

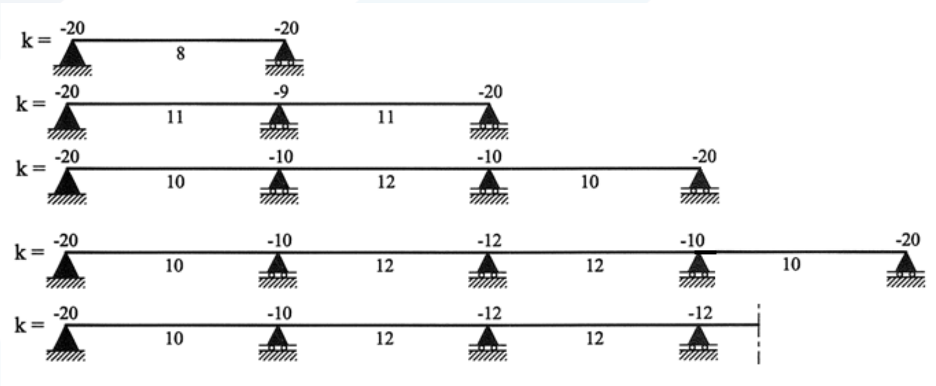
$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha_1=0.15\Rightarrow w_{u1}=0.15\times 12.1=1.82kN/ml\\ \alpha_2=0.60\Rightarrow w_{u2}=0.60\times 12.1=7.26kN/ml\end{cases}$$

- البلاطة رقم (3):

$$r=\frac{m_1L_1}{m_2L_2}=\frac{0.76\times 450}{0.87\times 350}=1.12$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha_1=0.27\Rightarrow w_{u1}=0.27\times 12.1=3.27kN/ml\\ \alpha_2=0.41\Rightarrow w_{u2}=0.41\times 12.1=4.96kN/ml\end{cases}$$

ويتم حساب العزوم في الشرائح بالاتجاهين استناداً لمغلف العزوم الخاص بالبلاطات ذات الاتجاه الواحد، وفق ما يلي:



بالتالي، نحدد عزوم الانعطاف بالاتجاه الطويل، للشريحتين: $(1-3-3-1)$ و $(2-4-4-2)$:

- البلاطة (1):

العزم الموجب: $M_u^{+}=\frac{w_uL^2}{10}=\frac{2.3\times 4.5^2}{10}=4.66kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي:

$$M_u^{-}=\frac{w_uL^2}{10}=-\frac{\left(\frac{2.3+3.27}{2}\right)\times 4.5^2}{10}=-5.64kN.m/ml$$

العزم السالب عند المسند الطرفي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{20} = -\frac{2.3\times 4.5^2}{20} = -2.33 kN.m/ml$$

- البلاطة (3):

العزم الموجب والسالب:

$$M_u^+ = M_u^- = \frac{w_u L^2}{12} = \frac{3.27\times 4.5^2}{12} = \pm 5.52 kN.m/ml$$

- البلاطة (2):

العزم الموجب: $M_u^+ = \frac{w_u L^2}{10} = \frac{1.82\times 4.5^2}{10} = 3.69 kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{10} = -\frac{\left(\frac{2.3+1.82}{2}\right)\times 4.5^2}{10} = -4.17 kN.m/ml$$

العزم السالب عند المسند الطرفي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{20} = -\frac{1.82\times 4.5^2}{20} = -1.84 kN.m/ml$$

- البلاطة (4):

العزم الموجب والسالب:

$$M_u^+ = M_u^- = \frac{w_u L^2}{12} = \frac{2.3\times 4.5^2}{12} = \pm 3.88 kN.m/ml$$

ونحسب عزوم الانعطاف بالاتجاه القصير، حيث لدينا شريحتان: $(1-2-1)$ و $(3-4-3)$:

- البلاطة (1):

العزم الموجب: $M_u^+ = \frac{w_u L^2}{10} = \frac{6.17\times 3.5^2}{10} = 7.56 kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{10} = -\frac{\left(\frac{6.17+7.26}{2}\right)\times 3.5^2}{10} = -8.23 kN.m/ml$$

العزم السالب عند المسند الطرفي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{20} = -\frac{6.17\times 3.5^2}{20} = -3.78\,kN.m/ml$$

- البلاطة (2):

العزم الموجب: $M_u^+ = \frac{w_u L^2}{12} = \frac{7.26\times 3.5^2}{12} = 7.41\,kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{10} = -\frac{\left(\frac{6.17+7.26}{2}\right)\times 3.5^2}{10} = -8.26\,kN.m/ml$$

- البلاطة (3):

العزم الموجب: $M_u^+ = \frac{w_u L^2}{10} = \frac{4.96\times 3.5^2}{10} = 6.08\,kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{10} = -\frac{\left(\frac{6.17+4.96}{2}\right)\times 3.5^2}{10} = -6.82\,kN.m/ml$$

العزم السالب عند المسند الطرفي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{20} = -\frac{4.96\times 3.5^2}{20} = -3.04\,kN.m/ml$$

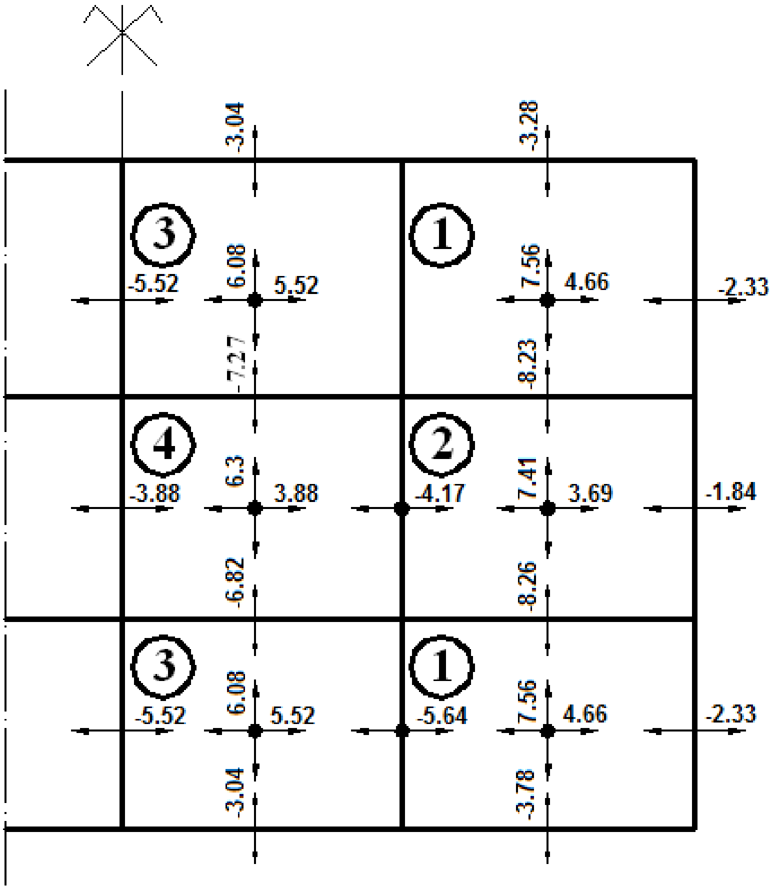
- البلاطة (4):

العزم الموجب: $M_u^+ = \frac{w_u L^2}{12} = \frac{6.17\times 3.5^2}{12} = 6.3\,kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي:

$$M_u^- = \frac{w_u L^2}{10} = -\frac{\left(\frac{6.17+4.96}{2}\right)\times 3.5^2}{10} = -6.82\,kN.m/ml$$

ونبين في الشكل التالي قيم عزوم الانعطاف الموجبة والسالبة للبلاطات المدروسة وفق طريقة الشرائح:



حساب العزوم وفق الطريقة المبسطة:

- العزم الحدي في اتجاه المجاز القصير (L_2): $M_{u02} = \mu_2 w_u L_2^2$
- العزم الحدي في اتجاه المجاز الطويل (L_1): $M_{u01} = \mu_1 . M_{u02}$
- $$\rho = \frac{L_2}{L_1} = \frac{3.5}{4.5} = 0.78 \Rightarrow \begin{cases} \mu_2 = 0.0643 \\ \mu_1 = 0.6465 \end{cases}$$
- $$M_{u02} = 0.0643 \times 12.1 \times 3.5^2 = 9.53 kN.m/ml$$
  $$M_{u01} = 0.6465 \times 9.53 = 6.16 kN.m/ml$$

نحسب عزوم الانعطاف بالاتجاه القصير:

- البلاطة (3&1): مستمرة من طرف واحد

العزم الموجب: $M_u^+ = 0.85 \times 9.53 = 8.1 kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي: $M_u^- = -0.60 \times 9.53 = -5.72 kN.m/ml$

العزم السالب عند المسند الطرفي:

$$M_u^- = -0.30\times 9.53 = -2.86 kN.m/ml$$

- البلاطة (4&2): مستمرة من طرفين

العزم الموجب: $M_u^+ = 0.75\times 9.53 = 7.15 kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي: $M_u^- = -0.60\times 9.53 = -5.72 kN.m/ml$

ونحسب عزوم الانعطاف بالاتجاه الطويل:

- البلاطة (2&1): مستمرة من طرف واحد

العزم الموجب: $M_u^+ = 0.85\times 6.16 = 5.24 kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي: $M_u^- = -0.60\times 6.16 = -3.7 kN.m/ml$

العزم السالب عند المسند الطرفي:

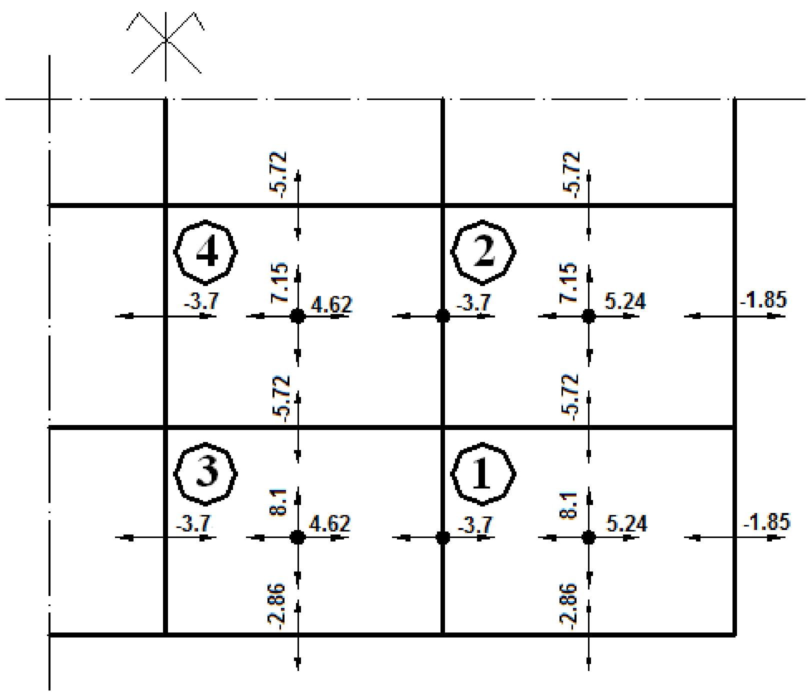
$$M_u^- = -0.30\times 6.16 = -1.85 kN.m/ml$$

- البلاطة (4&3): مستمرة من طرفين

العزم الموجب: $M_u^+ = 0.75\times 6.16 = 4.62 kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي: $M_u^- = -0.60\times 6.16 = -3.7 kN.m/ml$

ونبين في الشكل التالي قيم عزوم الانعطاف الموجبة والسالبة للبلاطات المدروسة وفق الطريقة المبسطة:



التطبيق الخامس:

يوضح المخطط التالي مسقط الطابق الأرضي لاستديو (مبنى سكني صغير)، والمطلوب دراسة سقف هذا المبنى باستخدام بلاطات مصمتة وأخرى مفرغة باتجاه واحد.

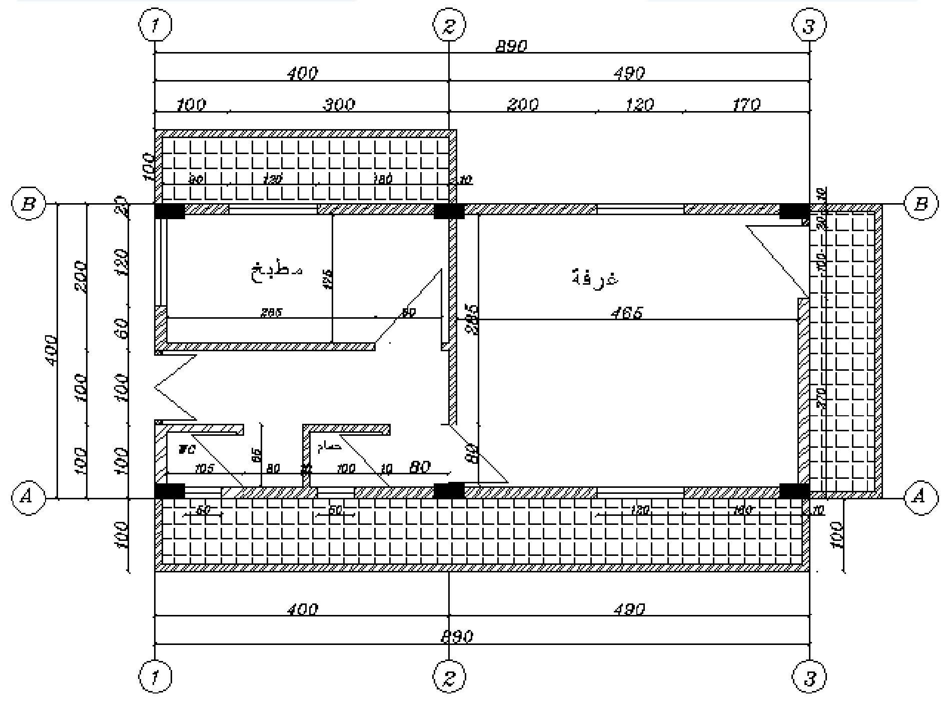
علماً أن:

- الحمولة الإضافية: $P = 4kN/m^2$ للشرفات، و $P = 2kN/m^2$ لبقية البلاطات.
- حمولة التغطية: $2kN/m^2$

$$f_y = 400MPa\,;\ f_c' = 20MPa\,;\ \Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$$

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f_c'} \quad ; \quad \tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} \ ; \ \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.011 \quad ; \quad \mu_{s\min} = 0.002$$



الحل:

أولاً- السقف مكون من بلاطات مصمتة:

1) تحديد أولي لأبعاد مقطع الجوائز الحاملة للبلاطة:

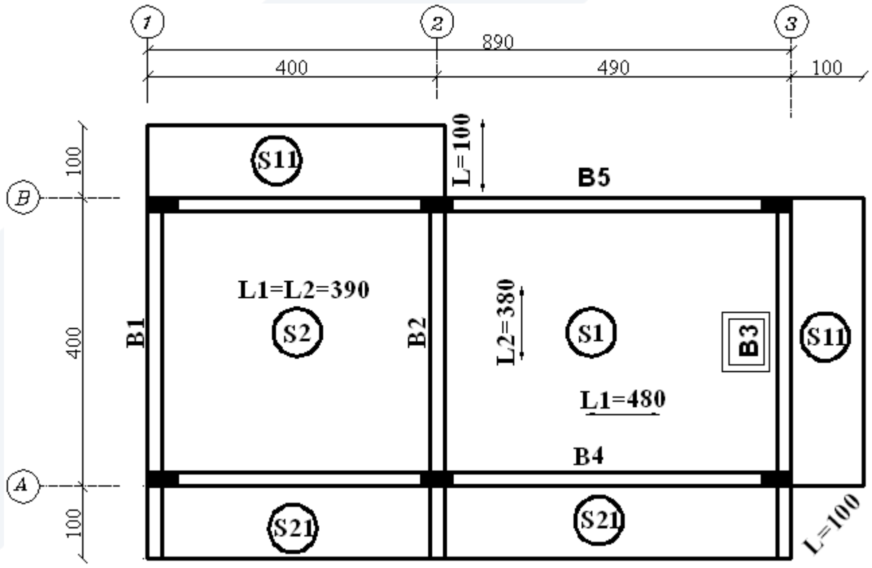
استناداً لشرط السهم، وبعد اعتماد المسافة بين المحاور كمجازات فعالة، لدينا:

- جائز غير مستمر من الجانبين: $h \geq \dfrac{L}{14} = \dfrac{400}{14} = 28.57\,cm$

- جائز مستمر من جانب واحد: $h \geq \frac{L}{15} = \frac{490}{15} = 32.67cm$

- جائز ظفري: $h \geq \frac{L}{6} = \frac{100}{15} = 16.67cm$

نختار أبعاداً أولية لمقطع الجائز: $(b \times h = 20 \times 40cm)$، والتي ستعمم على كافة الجوائز الحاملة للبلاطة، الموضحة في الشكل التالي الذي يمثل مخطط أولي لكوفراج بلاطة السقف. ونشير هنا إلى أننا اعتمدنا هذا الحل بهدف تدريسي يبين كيفية حساب الحمولات والتسليح، لكل من البلاطات والجوائز.



2) **دراسة البلاطة (S1):**

اعتماداً على المخطط السابق، نحدد المجازات الفعالة لهذه البلاطة وكذلك طبيعة الاستناد عند أطرافها.

البلاطة عاملة باتجاهين، وهي مستمرة من جانب واحد (الاتجاه الطويل) وبسيطة الاستناد في الاتجاه القصير، حيث أن مجاز الظفر أصغر من ثلث مجاز البلاطة. بالتالي يكون لدينا:

$$L_1 = 480cm \quad , \quad L_2 = 380cm$$

$$\rho = \frac{L_2}{L_1} = \frac{380}{480} = 0.79$$

نحسب سماكة البلاطة استناداً لشرط السهم، وسنعتمد هذه السماكة لتعميمها على بقية البلاطات.

$$t \geq \frac{\sum l_i}{140} = \frac{2 \times 480 + 380 + 0.76 \times 380}{140} = 11.63cm$$

نعتمد: $t = 12cm$.

حساب الحمولات:

- حمولة التغطية: $2kN/m^2$
- الوزن الذاتي للبلاطة: $0.12\times 25=3kN/m^2$
- الحمولة الإضافية (الحية): $P=2kN/m^2$

تكون الحمولة الكلية الحدية: $w_u=1.4\times(2+3)+1.7\times 2=10.4kN/m^2$

حساب العزوم والجهود القاطعة وفق الطريقة المبسطة:

- العزم الحدي في اتجاه المجاز القصير (L_2): $M_{u02}=\mu_2\, w_u\, L_2^2$
- العزم الحدي في اتجاه المجاز الطويل (L_1): $M_{u01}=\mu_1 . M_{u02}$
- $$\rho=\frac{L_2}{L_1}=0.79\Rightarrow\begin{cases}\mu_2=0.0615\\ \mu_1=0.681\end{cases}$$
- $$M_{u02}=0.0615\times 10.4\times 3.8^2=9.24kN.m/ml$$
$$M_{u01}=0.681\times 9.24=6.29kN.m/ml$$

نحسب عزوم الانعطاف بالاتجاه القصير:

- بسيطة الاستناد

العزم الموجب: $M_u^{+}=9.24kN.m/ml$

العزم السالب: $M_u^{-}=-0.3\times 9.24=-2.77kN.m/ml$

ونحسب عزوم الانعطاف بالاتجاه الطويل:

- مستمرة من طرف واحد

العزم الموجب: $M_u^{+}=0.85\times 6.29=5.35kN.m/ml$

العزم السالب الداخلي: $M_u^{-}=-0.60\times 6.29=-3.77kN.m/ml$

العزم السالب عند المسند الطرفي:

$$M_u^{-}=-0.30\times 6.29=-1.9kN.m/ml$$

قوة القص الحدية القصوى:

$$V_{u\max}=V_{u2}=\frac{w_u\, L_1\, L_2}{2L_1+L_2}=\frac{10.4\times 3.8\times 4.8}{2\times 4.8+3.8}=14.16kN/m.l$$

ونتحقق من القص:

$$d = t - 25 = 12 - 2.5 = 9.5\,cm$$
$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{14.16\times10^3}{0.85\times1000\times95} = 0.176\,MPa$$
$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f'_c} = 0.65\sqrt{20} = 2.91\,MPa > \tau_u \quad O.K.$$
$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f'_c} = 0.16\sqrt{20} = 0.72\,MPa > \tau_u \quad O.K.$$

حساب التسليح:

نحسب التسليح بالاتجاه القصير:

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f'_c b d^2} = \frac{9.24\times10^6}{0.9\times0.85\times20\times1000\times95^2} = 0.0669$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.0693 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9654 \end{cases}$$
$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{9.24\times10^6}{0.9\times0.9654\times95\times400} = 280\,mm^2$$
$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{280}{1000\times95} = 0.003 < \mu_{s\max} = 0.011 \quad O.K.$$
$$\mu_s > \mu_{s\min} = 0.002 \quad O.K.$$
$$\Rightarrow USE \quad 6T8\,mm/ml$$

وسوف نعتمد التسليح $5T8/ml$، وذلك للتسليح السفلي بالاتجاه الطويل، وأيضاً للتسليح العلوي المقاوم للعزم السالب عند المسند الطرفي. وفيما يخص التسليح العلوي عند مواقع الأظفار، فيحدده التسليح المقاوم لعزوم الأظفار.

3) دراسة البلاطة الظفرية (S21):

نحسب هذه البلاطة كعنصر ظفري مقرر، بمجاز $L = 1m$.

حساب الحمولات:

- حمولة التغطية: $2\,kN/m^2$
- الوزن الذاتي للبلاطة: $0.12\times25 = 3\,kN/m^2$
- الحمولة الإضافية (الحية): $P = 4\,kN/m^2$
- حمولة الدرابزون (ارتفاع ا م): مركزة عند طرف الظفر وهي متعامدة مع مجازه، وتحسب كما يلي:

$$F = 14\times0.1 + 20\times(2\times0.02) = 2.2\,kN/m^2 \Rightarrow F_u = 1.4\times2.2 = 3.08\,kN/m^2$$

حيث الوزن الحجمي للطينة الاسمنتية (سماكة 2 سم من كل جانب): $\Delta = 20 kN/m^3$ ، وللبلوك الاسمنتي (سماكة 10 سم) $\Delta = 14 kN/m^3$.

وتكون شدة الحمولة الكلية الحدية الموزعة بانتظام:

$$w_u = 1.4 \times (2+3) + 1.7 \times 4 = 13.8 kN/m^2$$

حساب العزم السالب والتسليح، والتحقق من القص:

- $$M_u^- = \frac{w_u L^2}{2} + F_u L = \frac{13.8 \times 1^2}{2} + 3.08 \times 1 = -9.98 kN.m/ml$$
$$USE\ 5T10 mm/ml$$

- $$V_u = w_u L + F_u = 13.8 \times 1 + 3.08 = 16.88 kN/ml$$
$$\Rightarrow \tau_u = \frac{16.88 \times 1000}{0.85 \times 1000 \times 95} = 0.21 MPa << \tau_{cu}\ O.K.$$

4) دراسة البلاطة الظفرية (S11):

نحسب هذه البلاطة مثل البلاطة S21، والفرق بينهما هو وجود حمولة الدرابزون بشكل موازي لمجاز الظفر، حيث في البلاطة S21 يأخذ الجائز حمولة هذا الدرابزون.

حساب الحمولات:

- حمولة التغطية: $2 kN/m^2$
- الوزن الذاتي للبلاطة: $0.12 \times 25 = 3 kN/m^2$
- الحمولة الإضافية (الحية): $P = 4 kN/m^2$
- حمولة الدرابزون (ارتفاع ا م)المتعامد مع مجاز الظفر:

$$F = 14 \times 0.1 + 20 \times (2 \times 0.02) = 2.2 kN/m^2 \Rightarrow F_u = 1.4 \times 2.2 = 3.08 kN/m^2$$

- حمولة الدرابزون (ارتفاع ا م) الموازي لمجاز الظفر، وتحسب كما يلي:

$$w_W = \frac{F}{h_p + 0.3L} = \frac{2.2}{(0.1+0.04)+0.3 \times 1} = 5 kN/m^2$$

وتكون شدة الحمولة الكلية الحدية الموزعة بانتظام:

$$w_u = 1.4 \times (2+3+5) + 1.7 \times 4 = 20.8 kN/m^2$$

حساب العزم السالب والتسليح، والتحقق من القص:

- $$M_u^- = \frac{w_u L^2}{2} + F_u L = \frac{20.8 \times 1^2}{2} + 3.08 \times 1 = -13.48 kN.m/ml$$
$$USE\ 6T10 mm/ml$$

$$V_u = w_u L + F_u = 20.8\times1+3.08 = 23.88 kN/ml$$

- $$\Rightarrow \tau_u = \frac{23.88\times1000}{0.85\times1000\times95} = 0.296 MPa < \tau_{cu} \quad O.K.$$

5) دراسة البلاطة (S2):

إن وجود القواطع (بلوك اسمنتي بارتفاع 3 م، بسماكة 15 سم و طول تقريبي 6 م)، يزيد من الحمولة الكلية الحدية، بالتالي يجب حساب الحمولة الإضافية المكافئة لأوزان الجدران. البلاطة عاملة باتجاهين، حيث:

$$L_1 = L_2 = 390cm$$

$$\rho = \frac{L_2}{L_1} = 1$$

حساب الحمولات:

- حمولة التغطية: $2kN/m^2$
- الوزن الذاتي للبلاطة: $0.12\times25 = 3kN/m^2$
- الحمولة الإضافية (الحية): $P = 2kN/m^2$
- حمولة القواطع، وتحسب كما يلي (حالة البلاطات العاملة باتجاهين):

$$w_W = 1.5\frac{\sum l\times H\times(w_W)}{L_1 L_2} = 1.5\times\frac{6\times3\times(14\times0.15+20\times0.04)}{3.9\times3.9}$$

$$= \frac{78.3}{3.9\times3.9} = 5.15kN/m^2$$

وتكون شدة الحمولة الكلية الحدية الموزعة بانتظام:

$$w_u = 1.4\times(2+3+5.15)+1.7\times2 = 17.61kN/m^2$$

حساب العزوم وفق الطريقة المبسطة والتسليح:

- العزم الحدي في اتجاه المجاز القصير (L_2): $M_{u02} = \mu_2 w_u L_2^2$
- العزم الحدي في اتجاه المجاز الطويل (L_1): $M_{u01} = \mu_1 . M_{u02}$
- $$\rho = \frac{L_2}{L_1} = 1 \Rightarrow \begin{cases}\mu_2 = 0.0423\\ \mu_1 = 1\end{cases}$$
- $$M_{u02} = M_{u01} = 0.0423\times17.61\times3.9^2 = 11.33kN.m/ml$$
- العزم الموجب الأقصى: $$M_u^+ = 11.33kN.m/ml$$ $$USE\ 6T10 mm/ml$$

- العزم السالب الداخلي: $M_u^- = -0.60 \times 11.33 = -6.8\,kN.m/ml$

- العزم السالب عند المسند الطرفي:

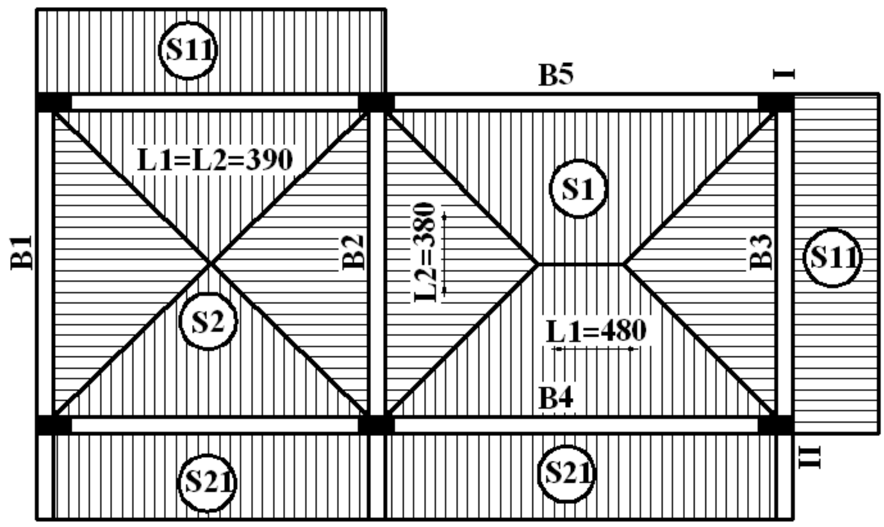
$$M_u^- = -0.30 \times 11.33 = -3.4\,kN.m/ml$$

النتيجة: بعد الاطلاع على قيم التسليح الناتج عن الدراسة، وعلى تأمين أطوال التثبيت المناسبة، وكذلك مراعاة شروط التنفيذ، نقترح التسليح التالي للسقف ليصار إلى تفريده:

- اعتماد شبكة تسليح سفلي بالاتجاهين مقداره: $6T10/ml$.
- تأمين تسليح علوي للأظفار: $6T10/ml$، وفي البلاطات المستمرة معها.
- اعتماد تسليح علوي بمقدار $5T8/ml$ عند المساند الطرفية، وعند اتصال البلاطات (S1&S2).

6) نقل الحمولات إلى الجائز نموذج (B3):

يوضح الشكل التالي آلية نقل الحمولات من البلاطات المصمتة إلى الجوائز، وسوف نحدد الحمولات الحدية النهائية بالمتر الطولي التي يخضع لها الجائز نموذج (B3)، والمكون من فتحة طرفية (I-II) وأخرى ظفرية. هذه الحمولات تستخدم لحساب تسليح هذا الجائز.



نقل الحمولات من البلاطات إلى الجوائز

أ- الحمولات القادمة من البلاطة (S1):

شدة الحمولات بالمتر المربع لهذه البلاطة:

$$\begin{cases} G_u = 1.4 \times 5 = 7\,kN/m^2 \\ P_u = 1.7 \times 2 = 3.4\,kN/m^2 \end{cases}$$

المنطقة المحملة على الجائز المدروس B3 (الفتحة الطرفية (I-II) منه)، هي مثلثية، حيث الجائز قصير، ويكون لدينا:

$$\begin{cases} \alpha = 0.667 \\ \beta = 0.5 \end{cases}$$

وعندما نريد تحديد الحمولة القادمة إلى بقية الجوائز الطويلة، مثلاً النماذج B4&B5، تكون المنطقة المحملة شبه منحرف ونحدد العوامل وفقاً للاستطالة كما يلي:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{480}{380} = 1.26 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0.80 \\ \beta = 0.61 \end{cases}$$

بالتالي:

- الحمولة الحدية الدائمة عند حساب العزم:

$$G_{ue1} = \alpha\, G_u L_2 / 2 = 0.667 \times 7 \times 3.8 / 2 = 8.87\, kN / ml$$

- الحمولة الحدية الدائمة عند حساب القص ورد الفعل:

$$G_{ue2} = \beta\, G_u L_2 / 2 = 0.5 \times 7 \times 3.8 / 2 = 6.65\, kN / ml$$

- الحمولة الحدية الإضافية عند حساب العزم:

$$P_{ue1} = \alpha\, P_u L_2 / 2 = 0.667 \times 3.4 \times 3.8 / 2 = 4.31\, kN / ml$$

- الحمولة الحدية الإضافية عند حساب القص ورد الفعل:

$$P_{ue2} = \beta\, P_u L_2 / 2 = 0.5 \times 3.4 \times 3.8 / 2 = 3.23\, kN / ml$$

ب- الحمولات القادمة من البلاطة الظفرية (S11):

أيضاً تنتقل الحمولة من هذه البلاطة الظفرية إلى الفتحة الطرفية (I-II) فقط، من الجائز المدروس.

وتكون الحمولات بالمتر الطولي:

$$\begin{cases} G_u = 1.4 \times [2 + 3 + 2.2 + 5] \times 1 = 17.08\, kN / ml \\ P_u = 1.7 \times 4 \times 1 = 6.8\, kN / ml \end{cases}$$

ت- حمولات الوزن الذاتي للجائز والجدران (مع التلييس)، وهي حمولات دائمة:

- على الفتحة الظفرية (جدار من البلوك الإسمنتي بسماكة 10 سم):

$$G_u = 1.4 \times [(20 \times 0.02 \times 2 \times 1 + 14 \times 0.1 \times 1) + (25 \times 0.2 \times (0.4 - 0.12))] = 5.04\, kN / ml$$

- على الفتحة الطرفية (I-II) (جدار من البلوك الإسمنتي بسماكة 20 سم):

$$G_u = 1.4 \times [(20 \times 0.02 \times 2 \times 3 + 14 \times 0.2 \times 3) \times 0.85 + (25 \times 0.2 \times (0.4 - 0.12))]$$
$$= 14.81\, kN / ml$$

بالنتيجة، نحدد الحمولات الحدية النهائية:

- في الفتحة الطرفية:

$$\begin{cases}\sum G_{u1} = [8.87+17.08+14.81]\times 1.1 = 44.84 kN/ml \\ \sum G_{u2} = [6.65+17.08+14.81]\times 1.1 = 42.4 kN/ml\end{cases}$$

- في الفتحة الظفرية:

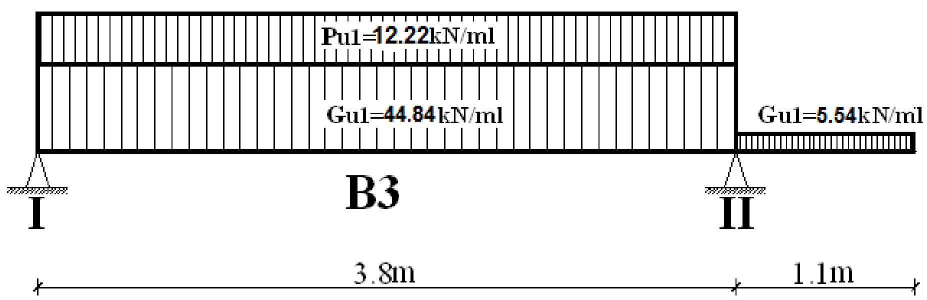
$$\begin{cases}\sum G_{u1} = [0+0+5.04]\times 1.1 = 5.54 kN/ml \\ \sum G_{u2} = [0+0+5.04]\times 1.1 = 5.54 kN/ml\end{cases}$$

- في الفتحة الطرفية:

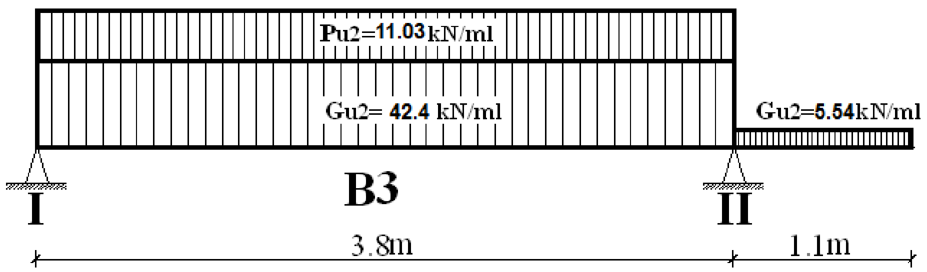
$$\begin{cases}\sum P_{u1} = [4.31+6.8+0]\times 1.1 = 12.22 kN/ml \\ \sum P_{u2} = [3.23+6.8+0]\times 1.1 = 11.03 kN/ml\end{cases}$$

- في الفتحة الظفرية:

$$\sum P_{u1} = \sum P_{u2} = [0+0+0] = 0$$



الحمولات الحدية من أجل حساب العزوم



الحمولات الحدية من أجل القص ورد الفعل

ثانياً- السقف مكون من بلاطات مفرغة باتجاه واحد مع جوائز متدلية $\left(\frac{h}{t} \geq 2\right)$:

1- دراسة أولية لمسقط كوفراج البلاطة – جوائز متدلية (مقاربة أولى):

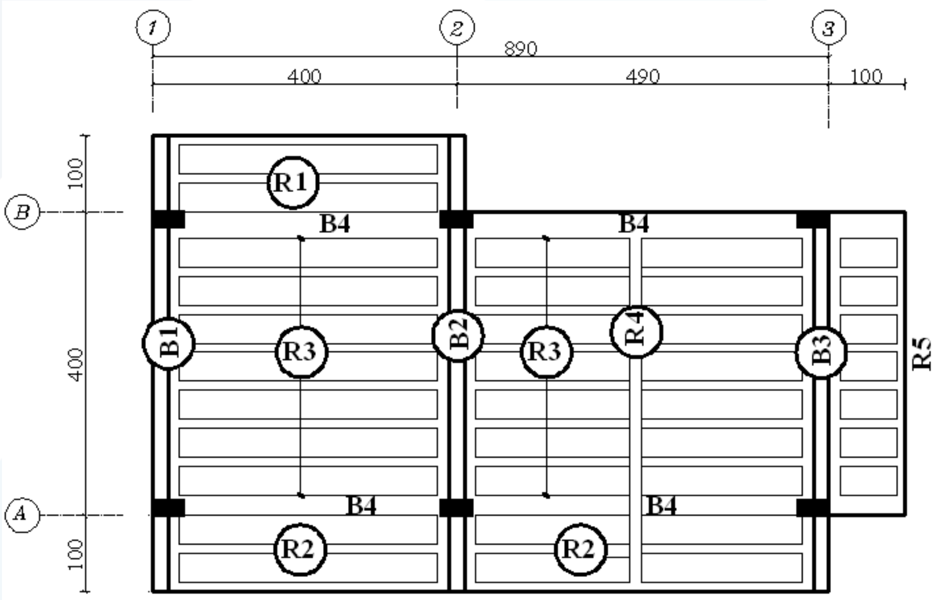
نحدد ارتفاع الجوائز استناداً إلى شرط السهم، ومن ثم نختار العرض المناسب كتابع لأطوال المجازات الفعالة وشروط الاستناد وشدة الحمولات المطبقة، وفق ما يلي:

- جائز غير مستمر من الجانبين: $h \geq \frac{L}{14} = \frac{400}{14} = 28.57cm$
- جائز ظفري: $h \geq \frac{L}{6} = \frac{100}{15} = 16.67cm$

وبالنظر للمجاز الطويل للبلاطة، نختار المقطع التالي: $(b \times h = 20 \times 40cm)$، للجوائز الحاملة للبلاطة، كما هو مبين في المخطط التالي لكوفراج بلاطة السقف:

1) ثلاثة جوائز رئيسة متدلية نماذج $B1, B2 \& B3$، ونموذج لجائز ثانوي رابط $B4$.

2) ثلاثة أعصاب رئيسة نماذج $R1, R2 \& R3$، مع عصب تقوية $R4$ وآخر تربيط $R5$.



نحدد المجازات الفعالة للأعصاب الرئيسة وكذلك طبيعة وشروط استنادها بهدف تحديد السماكة لهذه البلاطة المفرغة باتجاه واحد.

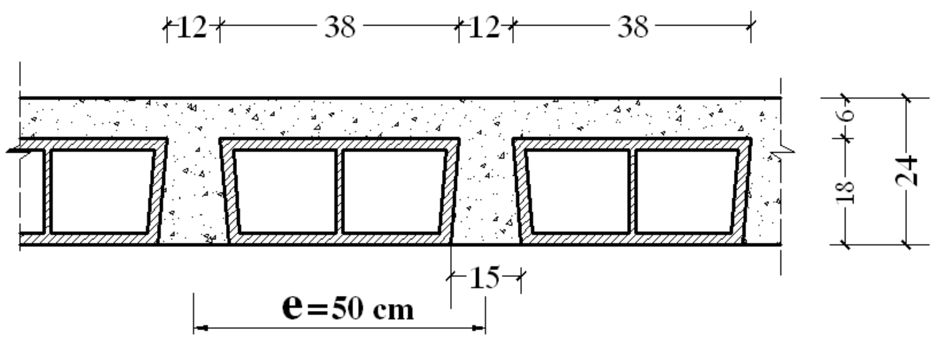
- العصب الرئيس نموذج $R1$: استناد بسيط: $\frac{L}{20} = \frac{390}{20} = 19.5cm$

- العصب الرئيس نموذج $R2$ or $R3$: مستمر من طرف واحد: $\frac{L}{22}=\frac{480}{22}=24cm$

- العصب الظفري: $\frac{L}{8}=\frac{110}{8}=13.75cm$

نعتمد السماكة الكلية للعصب $t=24cm$. وباستخدام بلوك إسمنتي مفرغ بارتفاع $18cm$ وبعرض $20cm$، مع وزن البلوكة الواحدة $G_B=0.12kN/m^2$، تكون سماكة بلاطة التغطية $t_f=24-18=6cm$.

نوزع البلوك بحيث نؤمن تباعد بين الأعصاب بمقدار $e=50cm$، كما هو مبين في المقطع التالي:



حساب الحمولات والقوى الداخلية الحدية (عزوم وقوى قص):

- حمولة التغطية: $2kN/m^2$

- وزن بلاطة التغطية: $0.06\times25=1.5kN/m^2$

- وزن البلوك: $\frac{5G_B}{e}=\frac{5\times0.12}{0.5}=1.2kN/m^2$

- وزن الأعصاب:

$$\left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)(t-t_f)\frac{25}{e}=\left(\frac{0.12+0.15}{2}\right)(0.24-0.06)\frac{25}{0.5}=1.215kN/m^2$$

- حمولات القواطع والجدران:

  - حمولة القواطع بارتفاع 3m، وتحسب كما يلي (حالة القاطع الموازي للعصب باتجاه واحد):

$$w_W=\frac{2\times3\times(14\times0.15+20\times0.04)}{(h_p+0.6L)}=\frac{17.4}{(0.15+0.04)+0.6\times3.9}=6.88kN/m^2$$

  - حمولة الدرابزون (ارتفاع ١ م) المتعامد مع مجاز الظفر:

$$F=14\times0.1+20\times(2\times0.02)=2.2kN/m^2$$

- حمولة الدرابزون (ارتفاع ١ م) الموازي لمجاز الظفر:

$$e^* = \min\begin{cases}(h_p + 0.3L + h) = (0.1+0.04)+0.3\times3.9+0 = 1.31m \\ (h_p + 0.6L) = (0.1+0.04)+0.6\times3.9 = 2.48m \\ l = 1m \\ 3m\end{cases}$$

$$w_W = \frac{w_p}{e^*} = \frac{1(2.2)}{1} = 2.2\,kN/m^2$$

- الحمولة الإضافية (الحية): $P = (2-4)\,kN/m^2$

تكون الحمولة الكلية الحدية بالمتر الطولي لكل عصب كما يلي:

العصب $R1$:

$$w_u = w_u\, e = [1.4\times(2+1.5+1.2+1.215+2.2)+1.7\times4]\times0.5 = 9.08\,kN/ml$$

العصب $R2$:

$$w_u = w_u\, e = [1.4\times(2+1.5+1.2+1.215+2.2)+1.7\times4]\times0.5 = 9.08\,kN/ml$$

العصب $R3$:

الفتحة الأولى:

$$w_u = w_u\, e = [1.4\times(2+1.5+1.2+1.215+6.88)+1.7\times2]\times0.5 = 10.66\,kN/ml$$

الفتحة الثانية:

$$w_u = w_u\, e = [1.4\times(2+1.5+1.2+1.215+0)+1.7\times2]\times0.5 = 5.84\,kN/ml$$

الفتحة الظفرية:

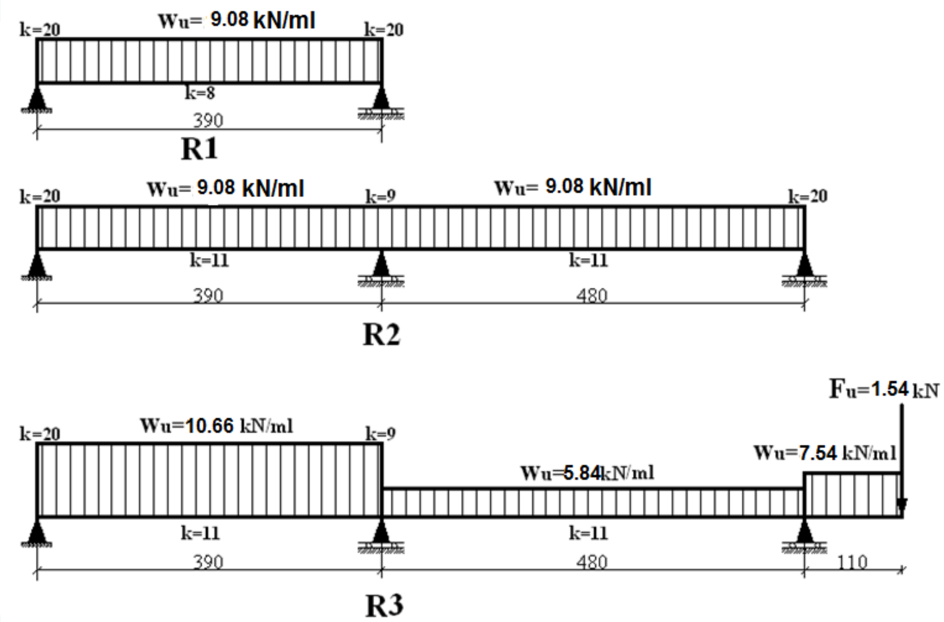
$$w_u = w_u\, e = [1.4\times(2+1.5+1.2+1.215+0)+1.7\times4]\times0.5 = 7.54\,kN/m^2$$

إضافة لقوة مركزة عند الطرف (الدرابزون):

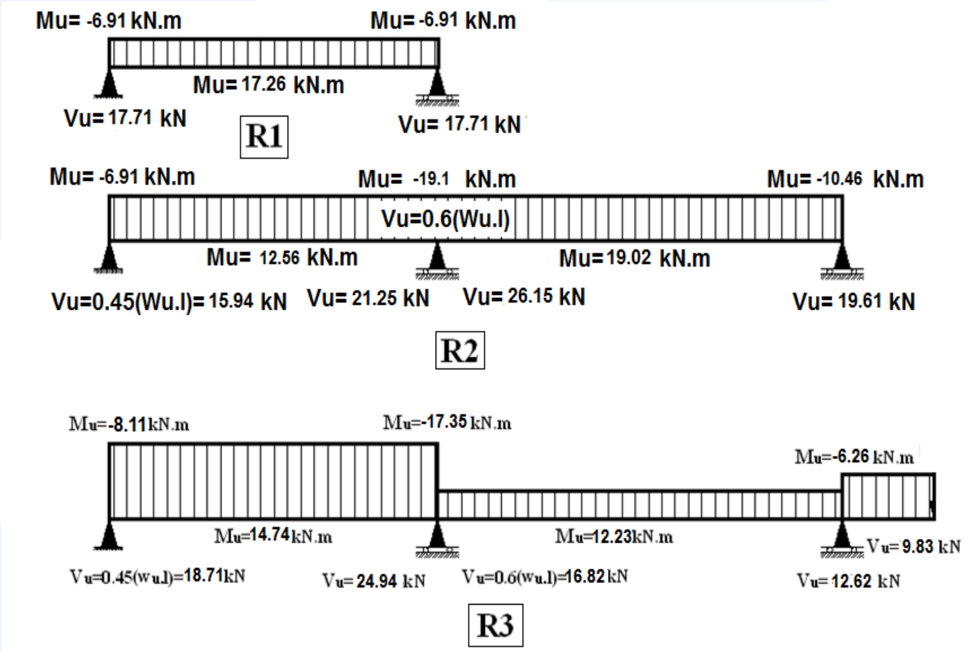
$$F_u = 1.4\times2.2\times0.5 = 1.54\,kN/ml$$

ونبين في الشكل التالي توزع الحمولات على هذه الأعصاب، ليصار إلى حساب العزوم بالطريقة المبسطة

$$\left(\frac{480-390}{480} = 19\% \le 25\%\right)$$



ويمكننا حساب العزوم لكل عصب، ومن ثم رسم مغلفها وكذلك الجهود القاطعة، كما هو مبين في الشكل التالي:



حساب التسليح:

- التسليح المقاوم للعزم الحدي الأقصى السالب عند المسند الوسطي للعصب (R3)، حيث

$$\left(M_u = -17.35 kN.m\right)$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' \left(\frac{b_1+b_2}{2}\right) d^2} = \frac{17.35\times10^6}{0.9\times0.85\times20\times135\times210^2} = 0.1905$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.2132 \\ \gamma = \frac{A_0}{\alpha} = 0.8935 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{17.35\times10^6}{0.9\times0.8935\times210\times400} = 257 mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{257}{135\times210} = 0.00907 < \mu_{s\max} = 0.011\ O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 3T12mm$$

- التسليح المقاوم للعزم الحدي السالب عند المسند الأول أو عند الظفر للعصب (R3)، وكذلك عند المسند الأول والثالث للعصب(R2): باعتبار أن العزم الحدي $(M_u = -10.46 kN.m)$ ، يمكن اعتماد التسليح: $2T12mm$.

- التسليح المقاوم للعزم الحدي الموجب الأقصى في الفتحة الثانية من العصب (R2)، حيث $(M_u = 19.02 kN.m)$

بفرض أن $d = 210mm$ ، يكون لدينا:

$$\Omega 0.85 f_c' t_f b_f (d - t_f/2) = 0.9\times0.85\times20\times60\times500(210-60/2)10^{-6}$$
$$= 82.62 kN.m > M_u = 19.02 kN.m$$

فالمقطع يعمل كمستطيل عرضه: $b = b_f = 500\,mm$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' b_f d^2} = \frac{19.02\times10^6}{0.9\times0.85\times20\times500\times210^2} = 0.0564$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.0581 \\ \gamma = \frac{A_0}{\alpha} = 0.9707 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{19.02\times10^6}{0.9\times0.9707\times210\times400} = 259 mm^2$$

$$\Rightarrow USE \quad 2T14$$

- التسليح المقاوم للقص الحدي عند المسند الوسطي للعصب (R2)، حيث $(V_u = 26.15 kN)$

$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{26.15\times10^3}{0.85\times135\times210} = 1.09\,MPa$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'} = 0.65\sqrt{20} = 2.91MPa > \tau_u \quad O.K.$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} = 0.16\sqrt{20} = 0.72\,MPa < \tau_u$$

$$\therefore \quad A_{St} \geq \frac{(\tau_u - \tau_{0u})}{f_y}.b.s = \frac{(1.09-0.72)}{400}\times135\times200 = 25mm^2$$

نختار إترية بقطر 6 ملم وبتباعد 20 سم: $A_{St}(2T6mm) = 56.52 > 25mm^2$

2- دراسة أولية لمسقط كوفراج البلاطة – جوائز متدلية (مقاربة ثانية):

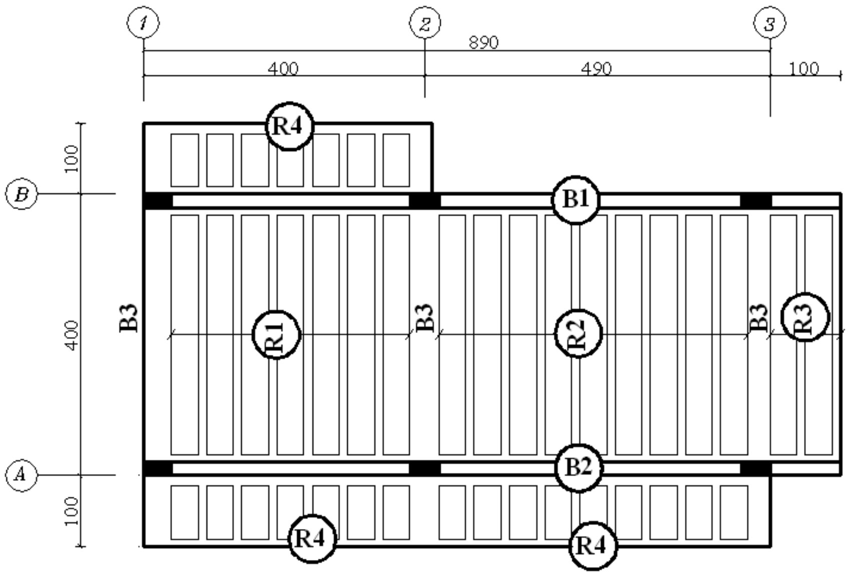
نحدد ارتفاع الجوائز استناداً لشرط السهم، ومن ثم نختار العرض المناسب كتابع لأطوال المجازات الفعالة وشروط الاستناد وشدة الحمولات المطبقة، وفق ما يلي:

- جائز غير مستمر من الجانبين: $h \geq \frac{L}{14} = \frac{400}{14} = 28.57\,cm$
- جائز مستمر من جانب واحد: $h \geq \frac{L}{15} = \frac{490}{15} = 32.67\,cm$
- جائز ظفري: $h \geq \frac{L}{6} = \frac{100}{15} = 16.67\,cm$

ونختار المقطع التالي: $(b\times h = 20\times40cm)$، للجوائز الحاملة للبلاطة، كما هو مبين في المخطط التالي لكوفراج بلاطة السقف:

1) جائزين رئيسيين متدليين نماذج $B1\,\&\,B2$، ونموذج لجائز ثانوي رابط $B3$.

2) ثلاثة أعصاب رئيسة نماذج $R1, R2\,\&\,R3$، مع عصب تقوية $R4$.



نحدد المجازات الفعالة للأعصاب الرئيسة وكذلك طبيعة وشروط استنادها بهدف تحديد السماكة لهذه البلاطة المفرغة باتجاه واحد.

– الأعصاب الرئيسة بسيطة الاستناد حيث لم نعتبر استمرارية عند الظفر:

$$\frac{L}{20}=\frac{380}{20}=19cm$$

– العصب الظفري: $\frac{L}{8}=\frac{110}{8}=13.75cm$

نعتمد السماكة الكلية للعصب $t=20cm$. وباستخدام بلوك إسمنتي مفرغ بارتفاع $14cm$ وبعرض $20cm$، مع وزن البلوكة الواحدة $G_B=0.10kN/m^2$، تكون سماكة بلاطة التغطية مساوية إلى $t_f=20-14=6cm$.

نوزع البلوك بحيث نؤمن تباعد بين الأعصاب بمقدار $e=50cm$، ونعمل على تحديد الحمولات على الأعصاب.

– حمولة التغطية: $2kN/m^2$

– وزن بلاطة التغطية: $0.06\times 25=1.5kN/m^2$

– وزن البلوك: $\frac{5G_B}{e}=\frac{5\times 0.10}{0.5}=1kN/m^2$

– وزن الأعصاب:

$$\left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)(t-t_f)\frac{25}{e}=\left(\frac{0.12+0.15}{2}\right)(0.20-0.06)\frac{25}{0.5}=0.945kN/m^2$$

– حمولات القواطع والجدران:

- حمولة القواطع بارتفاع 3m، وتحسب كما يلي (حالة القاطع المتعامد مع العصب باتجاه واحد):

$$w_W=2\times\frac{2\times 3\times(14\times 0.15+20\times 0.04)}{L}=2\times\frac{17.4}{3.8}=9.16kN/m^2$$

- حمولة الدرابزون (ارتفاع ا م)المتعامد مع مجاز الظفر:

$$F=14\times 0.1+20\times(2\times 0.02)=2.2kN/m^2$$

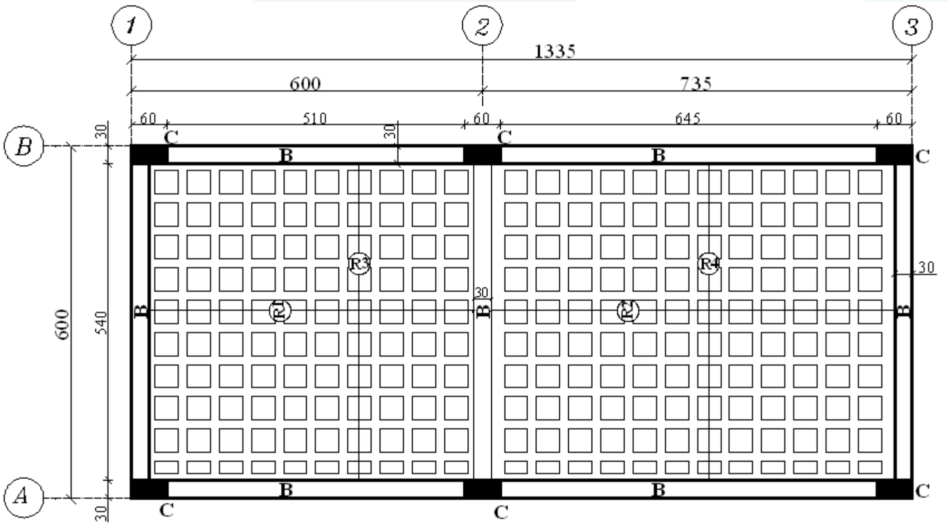
– الحمولة الإضافية (الحية): $P=(2-4)kN/m^2$

وبعد ذلك نرسم مغلفات القوى الداخلية ومن ثم نحسب التسليح اللازم، كما هو مبين أعلاه.

التطبيق السادس:

يبين الشكل التالي سقفاً من البيتون المسلح، مكوناً من بلاطتين مفرغتين ذات أعصاب باتجاهين، مستندة على جملة من الجوائز المتدلية، نموذج $(B: b\times h = 30\times 60cm)$. هذه الجوائز تستند على ستة أعمدة نموذج (C)، بمقطع عرضي مقداره $(30\times 60cm)$.

يخضع هذا السقف إلى حمولة إضافية موزعة بانتظام مقدارها $P = 5kN/m^2$، وحمولة تغطية $3kN/m^2$ إضافة للوزن الذاتي.



Beams: Type B:30x60cm Columns: Type C:30x60cm

يطلب دراسة هذه البلاطة، علماً أن المواد لها الخواص التالية:

$$f_y = 400MPa\,;\; f_c' = 25MPa\,;\; \Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$$

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f_c'} \quad ; \quad \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.014 \quad ; \quad \mu_{s\min} = 0.002$$

الحل:

1- دراسة الأبعاد:

نتحقق من أن ارتفاع الجوائز محقق لشرط السهم:

- جائز غير مستمر من الجانبين: $h \geq \frac{L}{14} = \frac{600-30}{14} = 40.71cm$
- جائز مستمر من جانب واحد: $h \geq \frac{L}{15} = \frac{735-30}{15} = 47cm$

نحسب سماكة البلاطة المفرغة باتجاهين استناد لشرط السهم، آخذين بالحسبان وجود جوائز متدلية:

- البلاطة $(A-B-1-2)$: مربعة ويكون مجازها الفعال: $L_1 = L_2 = L = \min\begin{cases} 600-30=570cm \\ 1.05\times 540=567cm \\ - \end{cases}$

$$L_1 = L_2 = L \cong 570cm$$

- البلاطة $(A-B-2-3)$: مستطيلة وتكون مجازاتها الفعالة:

الاتجاه القصير: $L_2 = 570cm$ ، وفي الاتجاه الطويل:

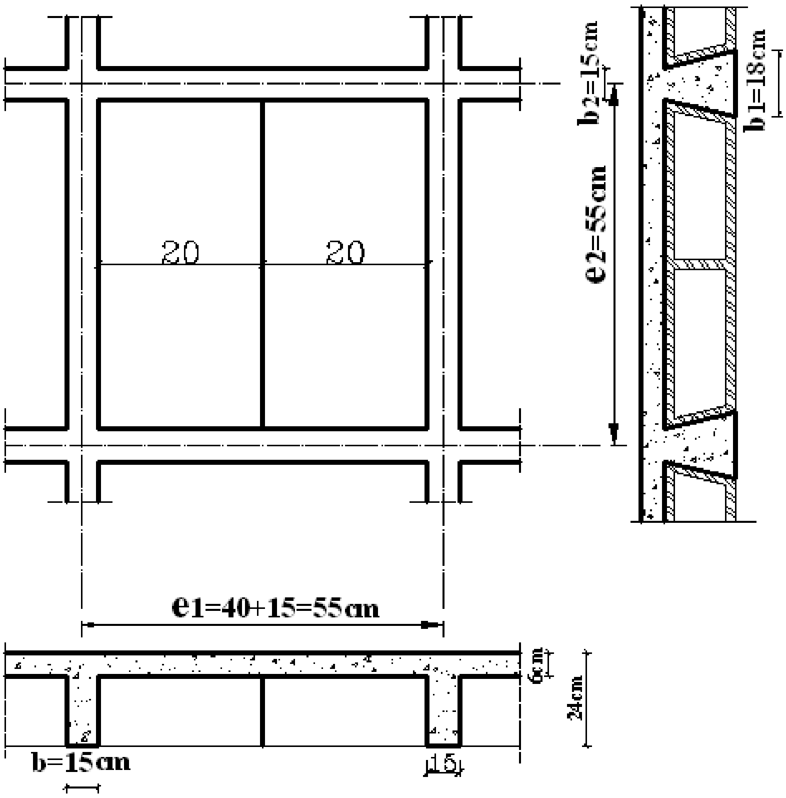
$$L_1 = \min\begin{cases} 735-15=720cm \\ 1.05\times(735-15-30)=1.05\times 690=724.5cm \Rightarrow \\ - \end{cases}$$

$$L_1 = 720\,cm$$

وهذه البلاطة هي التي تحدد السماكة: $t \geq \frac{\sum l_i}{120} = \frac{2\times 720+570+0.76\times 570}{120} = 20.36cm$

نعتمد السماكة الكلية للأعصاب $t = 24cm$. وباستخدام بلوك إسمنتي مفرغ بارتفاع $18cm$ وبعرض $20cm$ ، مع وزن البلوكة الواحدة: $G_B = 0.14kN/m^2$ ، تكون سماكة بلاطة التغطية $t_f = 24-18 = 6cm$.

نوزع البلوك بحيث نؤمن تباعد بين الأعصاب بمقدار $e_1 = e_2 = e = 55cm$ ، كما هو مبين في المقطع التالي:



2- حساب الحمولات والقوى الداخلية الحدية (عزوم وقوى قص):

- حمولة التغطية: $3kN/m^2$
- وزن بلاطة التغطية: $0.06\times 25=1.5kN/m^2$
- وزن البلوك: $\frac{2G_B}{e_1\,e_2}=\frac{2\times 0.14}{0.55\times 0.55}=0.93kN/m^2$
- وزن الأعصاب:

$$\frac{(t-t_f)\times 25}{e_1\times e_2}\left[\left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)(e_1-b)+(e_2\times b)\right]$$

$$\frac{(0.24-0.06)\times 25}{0.55\times 0.55}\left[\left(\frac{0.18+0.15}{2}\right)(0.55-0.15)+(0.55\times 0.15)\right]=$$

$$2.21kN/m^2$$

- الحمولة الإضافية (الحية): $P=5kN/m^2$

تكون شدة الحمولة الكلية الحدية بالمتر المربع:

$$w_u=[1.4\times(3+1.5+0.93+2.21)+1.7\times 5]=19.2\,kN/m^2$$

بالتالي يتم توزيع الحمولة الكلية الحدية على عصبين باتجاهين، كتابع لنسبة الاستطالة ونوع الجوائز (متدلية أم مخفية):

- حمولة العصب بالاتجاه الطويل: $w_{u1}=\alpha_1\,e_2\,w_u$
- حمولة العصب بالاتجاه القصير: $w_{u2}=\alpha_2\,e_1\,w_u$

- البلاطة $(A-B-1-2)$، مجازاتها الفعالة: $L_1=L_2=L=570cm$

$$r=\frac{m_1L_1}{m_2L_2}=\frac{0.87\times 570}{1\times 570}=0.87$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha_1=0.509\Rightarrow w_{u1}=0.509\times 0.55\times 19.2=5.38kN/ml\\ \alpha_2=0.292\Rightarrow w_{u2}=0.292\times 0.55\times 19.2=3.08kN/ml\end{cases}$$

- البلاطة $(A-B-2-3)$: مجازاتها الفعالة:

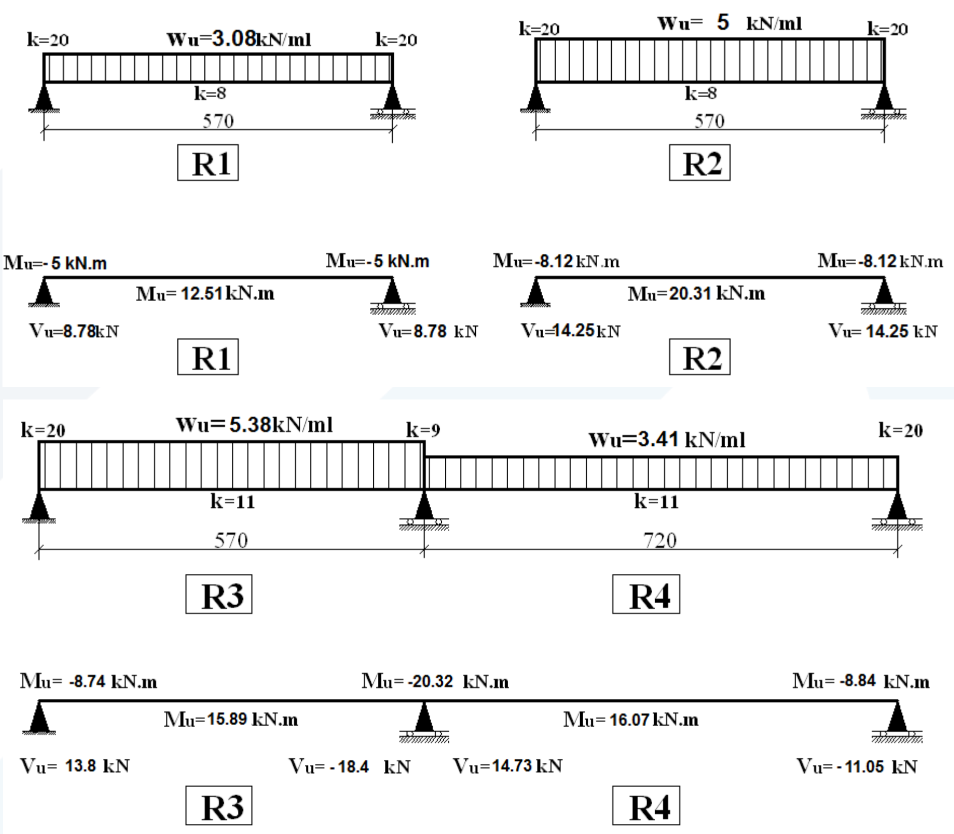
الاتجاه القصير: $L_2=570cm$

الاتجاه الطويل: $L_1=720cm$

$$r=\frac{m_1L_1}{m_2L_2}=\frac{0.87\times720}{1\times570}=1.1$$

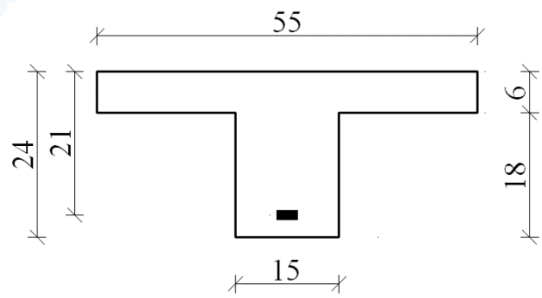
$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha_1=0.323\Rightarrow w_{u1}=0.323\times0.55\times19.2=3.41kN/ml\\ \alpha_2=0.473\Rightarrow w_{u2}=0.473\times0.55\times19.2=5kN/ml\end{cases}$$

وتوضح الأشكال التالية قيم العزوم والجهود القاطعة لكل من الأعصاب المدروسة:



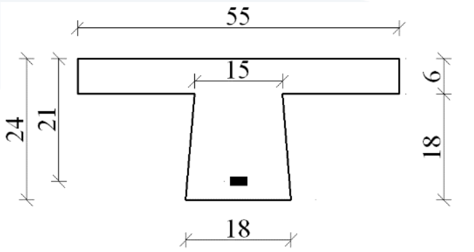
3- حساب التسليح:

العصبين $R1\&R2$ ، العاملين بالاتجاه العرضي (القصير)، لهما شكل T، كما هو مبين في الشكل التالي:



R1&R2

أما العصبين $R3\&R4$ ، لهما الشكل التالي:



R3&R4

أ. تسليح العصبين الواقعين على امتداد واحد بالاتجاه الطولي (R3&R4):

– التسليح المقاوم للعزم الحدي الأقصى السالب عند المسند الوسطي – محور العصبين (R3&R4)، حيث $(M_u = -20.32\,kN.m)$:

$$\mathrm{A}_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85\, f_c' \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right) d^2} = \frac{20.32\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 25\times 165\times 210^2} = 0.146$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 - \sqrt{1 - 2\mathrm{A}_0} = 0.1586 \\ \gamma = \dfrac{\mathrm{A}_0}{\alpha} = 0.9206 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{20.32\times 10^6}{0.9\times 0.9206\times 210\times 400} = 292\,mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_S}{b.d} = \frac{292}{165\times 210} = 0.00843 < \mu_{s\max} = 0.014 \quad O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 3T12\,mm$$

– التسليح المقاوم للعزم الحدي السالب عند المسند الأول والثالث (المساند الطرفية) – محور العصبين (R3&R4)، حيث $(M_u = -8.84\,kN.m)$ ، يمكن اعتماد التسليح: $2T12\,mm$.

– التسليح المقاوم للعزم الحدي الموجب الأقصى في العصب (R4)، ويمكن اعتماده للعصب (R3)، حيث $(M_u = 16.07\,kN.m)$: نبحث عن آلية عمل المقطع، بفرض أن $d = 210\,mm$ ، يكون لدينا:

$$\Omega 0.85\, f_c' t_f\, b_f \left(d - t_f/2\right) = 0.9\times 0.85\times 25\times 60\times 550(210 - 60/2)10^{-6}$$
$$= 113.6\,kN.m >> M_u = 16.07\,kN.m$$

فالمقطع يعمل كمستطيل عرضه: $b = b_f = 550\,mm$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85\, f_c' b_f\, d^2} = \frac{16.07\times10^6}{0.9\times0.85\times25\times550\times210^2} = 0.0346$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.0353 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9802 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{16.07\times10^6}{0.9\times0.9802\times210\times400} = 217mm^2$$

$$\Rightarrow USE \quad 2T14$$

– التسليح المقاوم للقص الحدي السالب عند المسند الوسطي - العصب (R3)، حيث $(V_u = 18.4kN)$:

$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{18.4\times10^3}{0.85\times165\times210} = 0.625MPa$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'} = 0.65\sqrt{25} = 3.25MPa > \tau_u \quad O.K.$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} = 0.16\sqrt{25} = 0.80MPa > \tau_u$$

البيتون يقاوم القص لوحده، ونختار إترية بقطر 8 ملم وبتباعد 20 سم كتسليح أصغري.

ب. تسليح العصب (R1):

– التسليح المقاوم للعزم الحدي السالب عند المسند الأول والثاني (المساند الطرفية)، حيث $(M_u = -5kN.m)$، نعتمد التسليح: $1T10mm$.

– التسليح المقاوم للعزم الحدي الموجب، حيث $(M_u = -12.51kN.m)$، نعتمد التسليح: $2T12mm$.

البيتون يقاوم القص لوحده، ونختار إترية بقطر 8 ملم، بتباعد 20 سم.

ت. تسليح العصب (R2):

– التسليح المقاوم للعزم الحدي السالب عند المسند الأول والثاني (المساند الطرفية)، حيث $(M_u = -8.12kN.m)$، نعتمد التسليح: $2T10mm$.

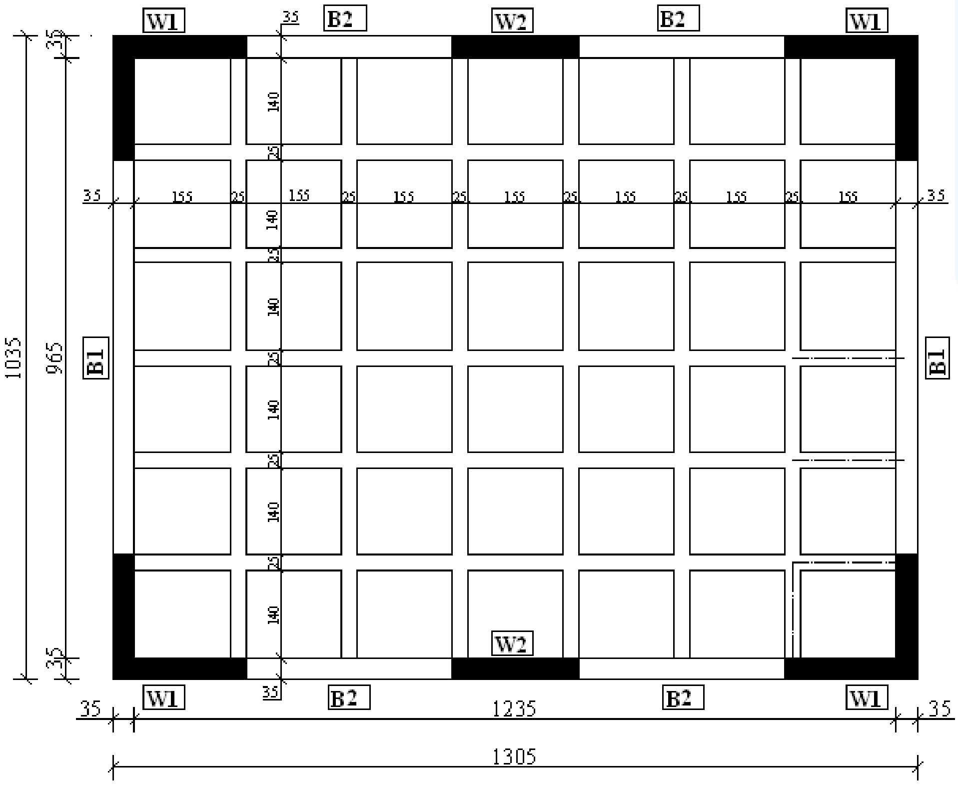
– التسليح المقاوم للعزم الحدي الموجب، حيث $(M_u = -20.31kN.m)$، نعتمد التسليح: $2T14mm$.

البيتون يقاوم القص لوحده، ونختار إترية بقطر 8 ملم، بتباعد 20 سم.

التطبيق السابع:

يبين الشكل التالي سقفاً من البيتون المسلح، مكوناً من بلاطة ذات جوائز متصالبة، مستندة عند محيطها على جملة من الجدران الحاملة $(W1\&W2)$، والجوائز المتدلية $(B1\&B2)$، بعرض $(b=35cm)$.

يخضع هذا السقف إلى حمولة إضافية موزعة بانتظام مقدارها $P=2kN/m^2$، وحمولة تغطية $3kN/m^2$، إضافة للوزن الذاتي.



يطلب دراسة هذه البلاطة، علماً أن المواد لها الخواص التالية:

$$f_y=400MPa\,;\; f_c'=25MPa\,;\; \Delta_{Concrete}=25kN/m^3$$

$$\tau_{cu}=0.23\sqrt{f_c'} \quad ; \quad \tau_{u\max}=0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max}=0.5\mu_{sb}=0.014 \quad ; \quad \mu_{s\min}=0.002$$

الحل:

1- دراسة الأبعاد:

بافتراض أن الجوائز المحيطية قادرة على نقل حمولة البلاطة إلى جملة الجدران الحاملة، يلزمنا تحديد السماكات الأولية لكل من البلاطات الداخلية العاملة باتجاهين $(l_1\times l_2)$، وكذلك سماكة الجوائز المتصالبة، وذلك استناداً لشرط السهم.

نحدد أطوال المجازات الفعالة (الحسابية) لهذه البلاطة:

الاتجاه الطويل:

$$L_1 = \min\begin{cases}1305-35=1270cm\\1.05\times1235=1297cm\end{cases} \Rightarrow L_1 = 1270\,cm$$

الاتجاه القصير:

$$L_2 = \min\begin{cases}1035-35=1000cm\\1.05\times965=1013cm\end{cases} \Rightarrow L_2 = 1000\,cm$$

يمكننا تحديد سماكة الجوائز المتدلية من العلاقة التالية:

$$h \geq \frac{L}{20 \rightarrow 25} = \frac{(1000+1270)/2}{20} = 56.75cm$$

نعتمد أبعاد المقطع التالية للجوائز المتصالبة: $b\times h = 25\times 65cm$

ونأخذ سماكة البلاطة المصمتة العاملة باتجاهين: $t = 10cm$

2- حساب الحمولات والقوى الداخلية الحدية (عزوم وقوى قص):

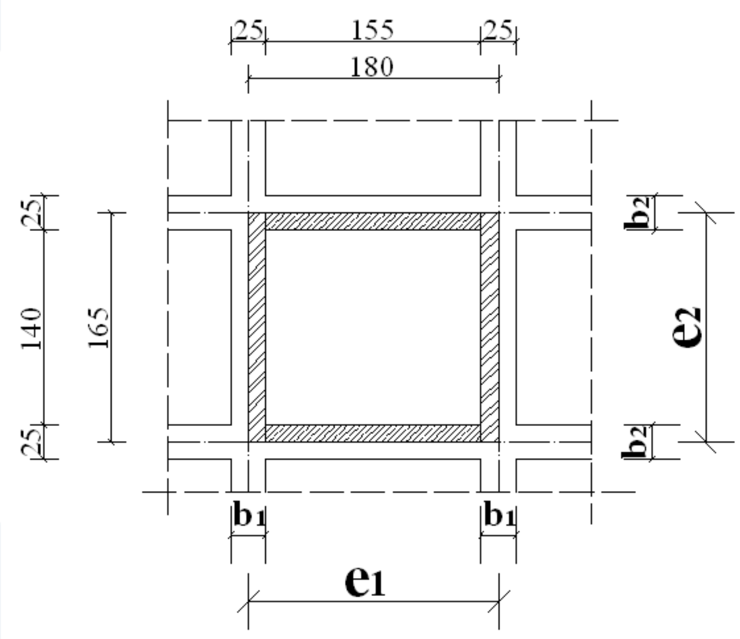
- حمولة التغطية: $3kN/m^2$
- وزن بلاطة التغطية: $0.1\times 25 = 2.5kN/m^2$
- الحمولة الإضافية (الحية): $P = 2\,kN/m^2$

وتكون شدة الحمولة الكلية الحدية بالمتر المربع للبلاطة المصمتة العاملة باتجاهين:

$$w_u = [1.4\times(3+2.5)+1.7\times 2] = 11.1kN/m^2$$

- وزن الجوائز المتصالبة المتدلية بالمتر المربع:

$$\frac{(h-t)\times 25}{e_1\times e_2}[(b_2)(e_1-b_1)+(e_2\times b_1)]$$



$$= \frac{(0.65-0.10)\times 25}{1.80\times 1.65}\left[(0.25)(1.80-0.25)+(1.65\times 0.25)\right]$$
$$= 3.71 kN/m^2$$

تكون شدة الحمولة الكلية الحدية بالمتر المربع للبلاطة مع الجوائز المتصالبة:

$$w_u = \left[1.4\times(3+2.5+3.71)+1.7\times 2\right] = 16.3 kN/m^2$$

بالتالي يتم توزيع الحمولة الكلية الحدية على جائزين متصالبين (وسطيين) بالاتجاهين الطويل والقصير، كتابع لنسبة الاستطالة:

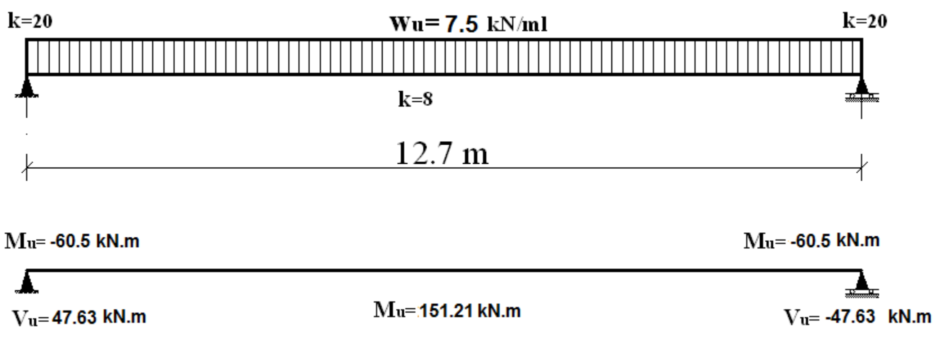
- حمولة الجائز الوسطي بالاتجاه الطويل: $w_{u1} = \alpha_1 e_2 w_u$
- حمولة الجائز الوسطي بالاتجاه القصير: $w_{u2} = \alpha_2 e_1 w_u$

نحسب نسبة الاستطالة:

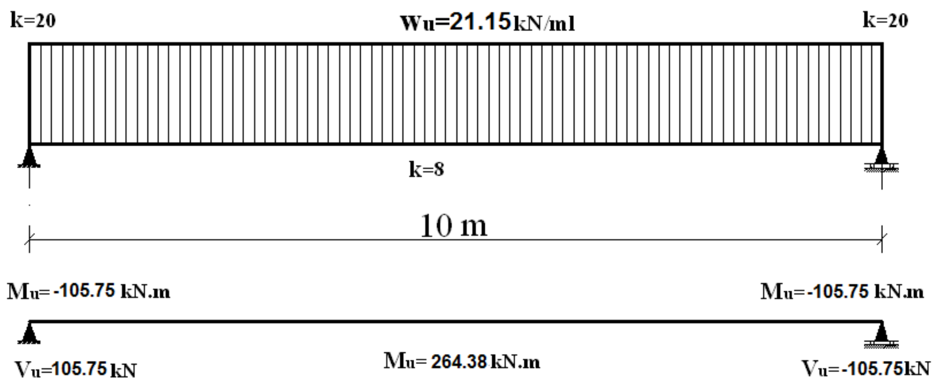
$$r = \frac{m_1 L_1}{m_2 L_2} = \frac{1270}{1000} = 1.27$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0.279 \Rightarrow w_{u1} = 0.279\times 1.65\times 16.3 = 7.5 kN/ml \\ \alpha_2 = 0.721 \Rightarrow w_{u2} = 0.721\times 1.80\times 16.3 = 21.15 kN/ml \end{cases}$$

وبالتالي نحدد العزوم الموجبة والسالبة والجهود القاطعة للجوائز الوسطية وفقاً لشروط الاستناد:



الاتجـــاه الطويـــل (L1)



الاتجـــاه القصـــــير (L2)

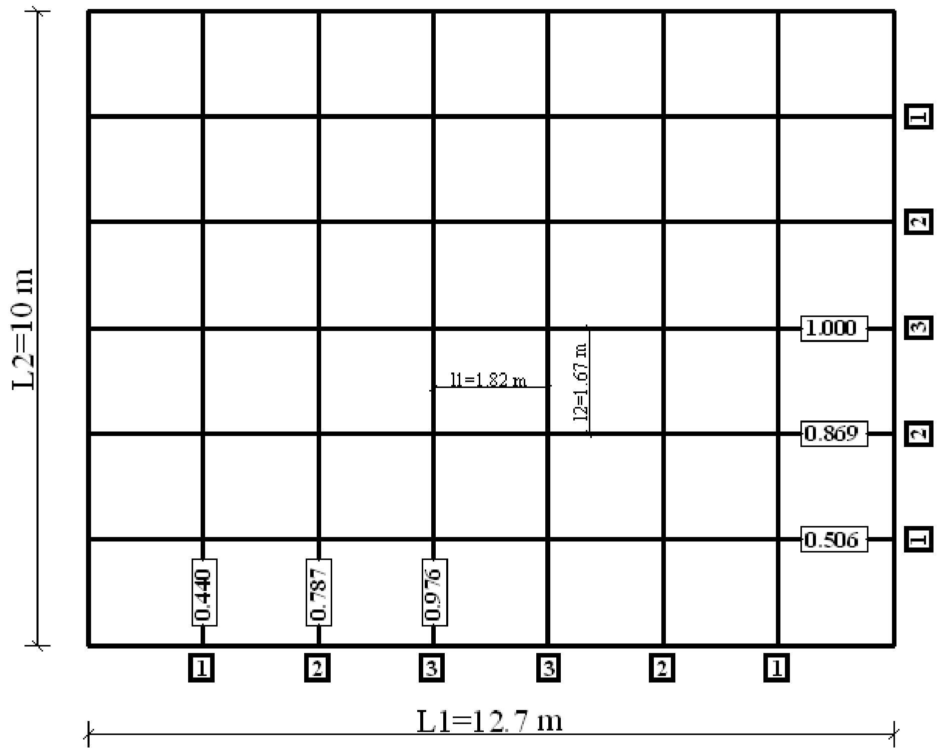
وبالنسبة للجوائز التي لا تقع في وسط البلاطة، يتم تحديد القوى أو كمية التسليح اللازمة (أقل من الوسطية) استناداً لنسبة التخفيض المرتبطة بأماكن توضعها وبعددها، وفق ما يبينه الشكل التالي:

ملاحظة: عند حساب البلاطة المصمتة العاملة باتجاهين، نعتمد المجازات الفعالة التالية:

$$l_1 = \frac{L_1}{7} = \frac{12.7}{7} = 1.82$$

$$l_2 = \frac{L_2}{6} = \frac{10}{6} = 1.67$$

ويتم حسابها كما مر معنا سابقاً عند دراسة البلاطات المصمتة العاملة باتجاهين.



3- حساب التسليح:

نبين فيما يلي طريقة حساب تسليح الجوائز المتصالبة، وذلك من خلال دراسة جائز وسطي بالاتجاه القصير، ويمكن دراسة بقية الجوائز غير الوسطية بنفس الطريقة مع الانتباه إلى نسبة التخفيض المحسوبة سابقاً.

أبعاد الجائز: $b \times h = 25 \times 65 cm$، علماً بأنه يمكن اعتماد مقطع بشكل T، حيث سماكة بلاطة الضغط تساوي $t = 10 cm$.

- الجائز الوسطي بالاتجاه القصير $R3$:

$$M_u^+ = 0.976 \times 264.38 = 258 kN.m$$
$$M_u^- = -0.976 \times 105.75 = -103.212 kN.m$$
$$V_{u\max} = 0.976 \times 105.75 = 103.212 kN$$

التسليح السفلي المقاوم للعزم الموجب في وسط الفتحة:

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' bd^2} = \frac{258\times10^6}{0.9\times0.85\times25\times250\times600^2} = 0.1458$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.1584 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9205 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{258\times10^6}{0.9\times0.9205\times600\times400} = 1298 mm^2$$

$$\mu_S = \frac{A_s}{b.d} = \frac{1298}{250\times600} = 0.00865 < \mu_{S\max} = 0.014 \quad O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 5T20mm \quad or \quad 6T18mm$$

التسليح العلوي المقاوم للعزم السالب عند المساند:

$$USE \quad 3T16mm$$

- التسليح المقاوم للقص الحدي:

$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{103.212\times10^3}{0.85\times250\times600} = 0.81MPa$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'} = 0.65\sqrt{25} = 3.25MPa > \tau_u \quad O.K.$$

$$\tau_{cu} = 0.23\sqrt{f_c'} = 0.23\sqrt{25} = 1.15MPa > \tau_u$$

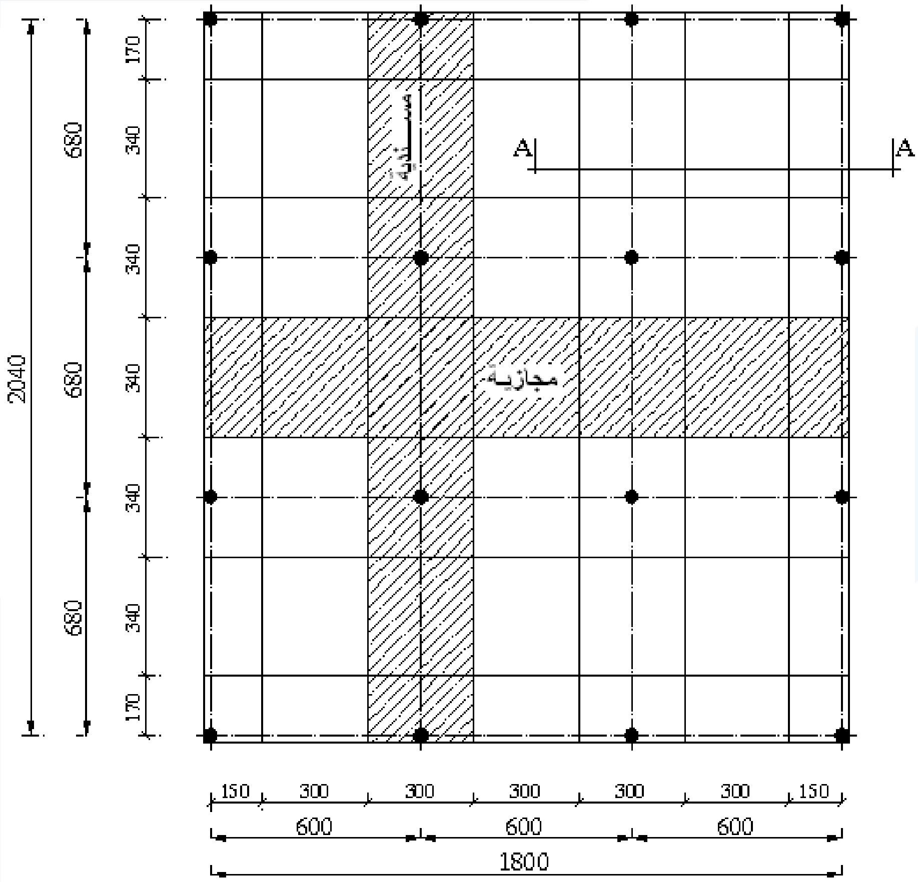
البيتون يقاوم القص لوحده، ونختار تسليحاً عرضانياً أصغرياً، محققاً لكافة اشتراطات وترتيبات التسليح المنصوص عنها في الكود السوري. وهذا الأمر يجب تحقيقه فيما يخص بقية أنواع التسليح.

التطبيق الثامن:

يبين الشكل التالي سقفاً من البيتون المسلح بأبعاد $(20.4\times18m)$، بحيث تبتعد الأعمدة الدائرية عن بعضها مسافة $6m$ في الاتجاه الأول و $6.8m$ في الاتجاه الثاني. هذا السقف مكون من بلاطات فطرية، وهي غير مستندة عند محيطها على جوائز، بل حرة عند الأطراف.

والمطلوب تصميم البلاطات الفطرية مع السقوط لهذا السقف مع رسم التسليح اللازم، وكذلك تحديد أبعاد التيجان والأعمدة، بافتراض أن الارتفاع الكلي للسقف هو $H = 5.5m$.

يخضع هذا السقف إلى حمولة إضافية موزعة بانتظام مقدارها $P = 6kN/m^2$، وحمولة تغطية $3kN/m^2$، إضافة للوزن الذاتي.



تملك المواد المستخدمة في تكوين السقف الخواص التالية:

$$f_y = 400MPa\,;\; f_c' = 25MPa\,;\;\; \Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$$

الحل:

1) تحديد سماكة البلاطة الفطرية (t_s):

يمكن حساب هذا السقف استناداً لطريقة الحساب الافتراضي، حيث متطلبات استخدامها متوفرة وفقاً لنص المسألة:

- توفر ثلاث فتحات في كل اتجاه.
- النسبة بين طول الفتحة وعرضها عن: $\frac{L_1}{L_2} = \frac{6.8}{6} = 1.13 \le 1.33$
- الفرق بين أطوال المجازات: $\frac{\Delta L}{L} = 0$

باعتبار $L = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{600+680}{2} = 640cm$ المتوسط الحسابي لأبعاد الفتحة $L_1 \,\&\, L_2$.

نحدد السماكة الكلية للبلاطة الفطرية t_s، كما يلي:

✓ $\frac{L}{35}=\frac{640}{35}=18.28cm$ للفتحات الطرفية مع سقوط.

✓ $\frac{L}{38}=\frac{640}{38}=16.84cm$ للفتحات الداخلية مع سقوط.

✓ يجب أن لا تقل هذه السماكة عن $15cm$.

بالتالي نعتمد السماكة: $t_s=20cm$

2) **تحديد أبعاد السقوط وسماكته:**

يجب ألا يقل عرض السقوط في كل اتجاه عن ثلث طول المجاز في الاتجاه ذاته. وعملياً يؤخذ النصف. بالتالي تكون أبعاد السقوط: $(340\times300cm)$.

تحدد السماكة عند السقوط كما يلي:

$$\begin{aligned}
&1.25t_s\le t_s'\le1.5t_s\\
&1.25\times20\le t_s'\le1.5\times20\\
&25\le t_s'\le30\\
&USE\quad t_s'=30cm
\end{aligned}$$

3) **تحديد قطر العمود:**

يجب ألا يقل قطر العمود الدائري عن أكبر القيم التالية:

✓ $\frac{L}{20}=\frac{640}{20}=32cm$

✓ $\frac{H}{15}=\frac{550}{15}=36.67cm$

✓ $35cm$

بالتالي نعتمد قطر عمود يساوي: $40cm$.

4) **تحديد أبعاد التاج:**

تزود الأعمدة ذات المقطع الدائري بتيجان مخروطية، بحيث تحقق المتطلبات التالية:

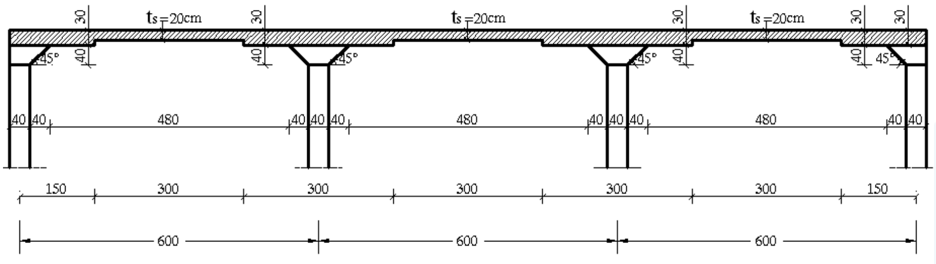
✓ إذا زادت زاوية أقصي ميل للتاج مع الاتجاه الرأسي على 45°، يكون فقط الجزء من التاج المحصور بالزاوية 45°، هو الفعال.

✓ إذا زادت قطر تاج العمود على ربع طول الفتحة، يعد القطر الفعال لهذا التاج (d) فقط ربع طول الفتحة $\left(d=\frac{L}{4}=\frac{640}{4}=160cm\right)$.

بافتراض: ارتفاع التاج يساوي قطر العمود، واعتماد زاوية 45°، يكون قطر تاج العمود:

$$d = 40 + 2\times 40 = 120cm < 160cm \quad O.K.$$

ويبين المقطع التالي (SEC. A-A) أبعاد العناصر المكونة للسقف المدروس.



SEC. A-A

5) **تحديد الحمولات الحدية الكلية (w_u):**

أ- حمولة التغطية: $3kN/m^2$

ب- الوزن الذاتي للبلاطة الفطرية: $0.2\times 25 = 5kN/m^2$

ت- الحمولة الإضافية (الحية): $P = 6kN/m^2$

وتكون شدة الحمولة الكلية الحدية بالمتر المربع:

$$w_u = [1.4\times(3+5)+1.7\times 6] = 21.4kN/m^2$$

6) **حساب عزوم الانعطاف في البلاطات:**

أ- تحسب قيمة عزم الانعطاف الحدي الكلي (M_{u01}) في الاتجاه الطويل (L_1) في كل مجاز من العلاقة التالية:

$$M_{u01} = \frac{w_u L_2}{8}\left[L_1 - \frac{2d}{3}\right]^2 = \frac{21.4\times 6}{8}\times\left[6.8 - \frac{2\times 1.2}{3}\right]^2 = 577.8kN.m$$

ب- تحسب قيمة عزم الانعطاف الحدي الكلي (M_{u02}) في الاتجاه القصير (L_2) في كل مجاز من العلاقة التالية:

$$M_{u02} = \frac{w_u L_1}{8}\left[L_2 - \frac{2d}{3}\right]^2 = \frac{21.4\times 6.8}{8}\times\left[6 - \frac{2\times 1.2}{3}\right]^2 = 491.86kN.m$$

يمكن حساب وتوزيع عزوم الانعطاف في البلاطة الفطرية الحاوية على سقوط وتيجان عند اتصالها بالأعمدة، وكذلك عندما تكون مستندة أو غير مستندة على جوائز عند المحيط (الأطراف)، عن طريق تقسيم $(M_{u01} \& M_{u02})$ بين الشرائح الوسطية والمسندية في الاتجاه المعتمد، بالنسبة المئوية المعطاة في الجدول التالي.

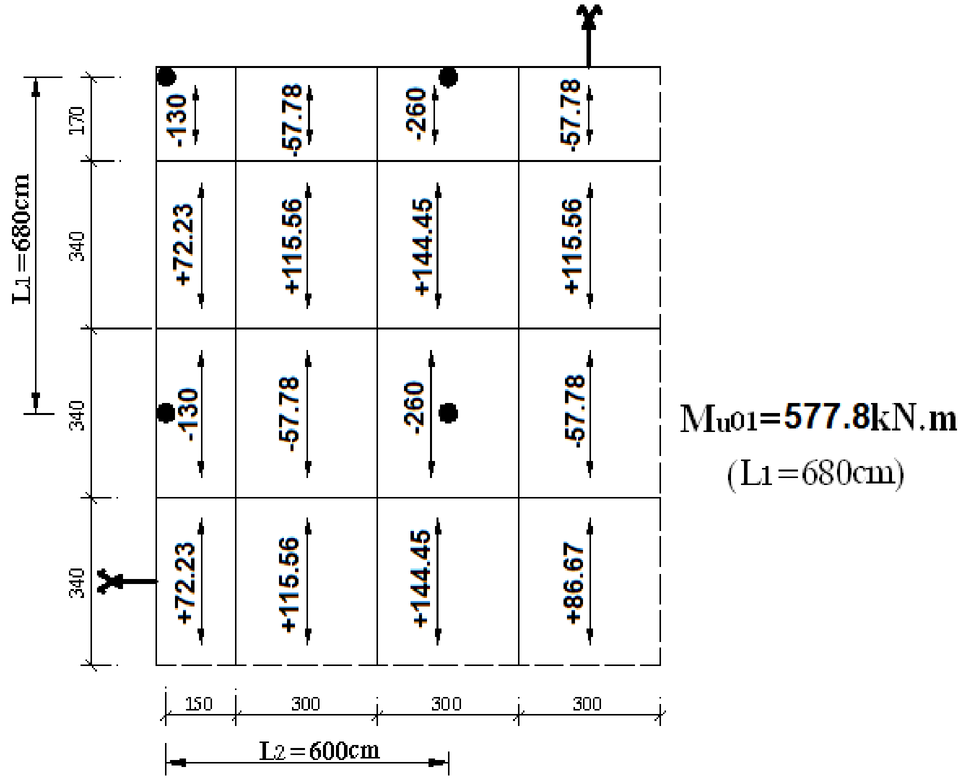
الشريحة	تاج العمود	نوع الارتكاز الطرفي *	الفتحة الخارجية		الفتحة الداخلية	
			عزم سالب	عزم موجب	عزم سالب	عزم موجب
الشريحة المسندية	بسقوط	A B	45 35	25	50	20
	دون سقوط	A B	40 30	30	45	25
الشريحة المجازية	بسقوط	A B	10 20	20	15	15
	دون سقوط	A B	10 20	20 20	15	15

* أنواع الارتكازات الطرفية:
A دون جوائز.
B جوائز بعمق كلي يساوي أو أكبر من ثلاثة أمثال سمك البلاطة.

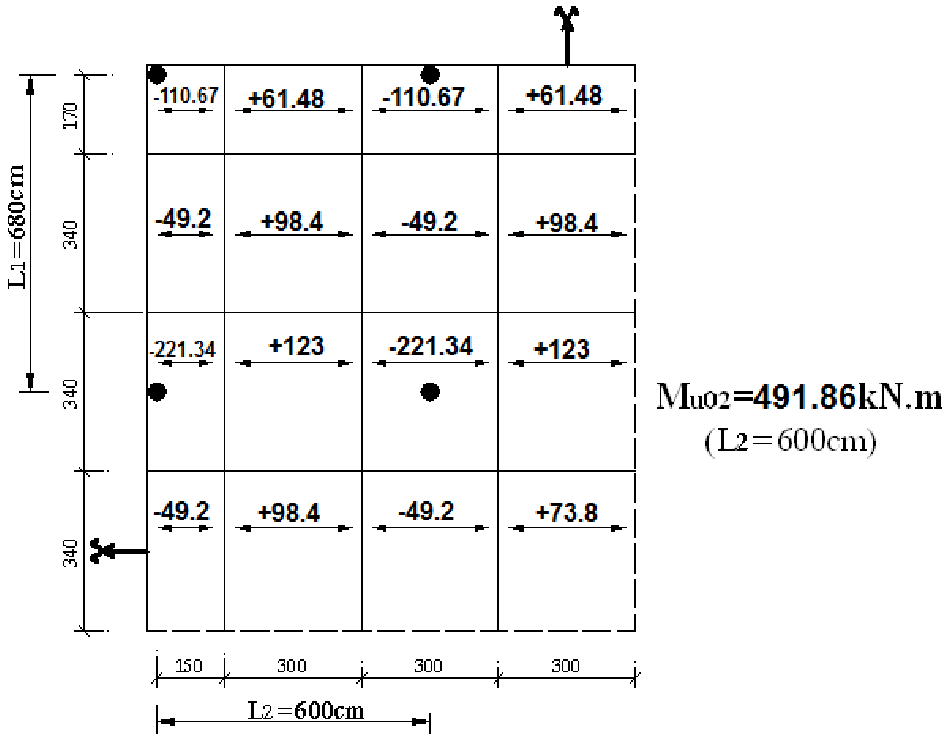
مع ملاحظة ما يلي:

- عندما ترتكز البلاطة على جائز طرفي لا يقل ارتفاعه الكلي عن 3 أمثال سماكة البلاطة $\left(\frac{h}{t_s} \geq 3\right)$، يحسب الجائز على حمولة كلية موزعة بانتظام مساوية إلى 0.25 الحمولة الكلية للفتحة المجاورة للجائز.
- تؤخذ عزوم الانعطاف المؤثرة على نصف الشريحة المسندية الطرفية المحاذية لهذا الجائز الطرفي مساوية 0.25 القيم المعطاة في الجدول السابق بالنسبة لشريحة مسندية عادية، وكذلك الأمر بالنسبة لحالة الاستناد على جدار مصبوب بشكل مستمر مع البلاطة.
- أما في الحالات الأخرى، مثل استناد البلاطة على جدار غير مستمر معها، أو أن يكون الطرف الحر للبلاطة حراً غير مسنود (التطبيق الحالي)، فتؤخذ عزوم الانعطاف المؤثرة على نصف الشريحة المسندية الطرفية المحاذية لهذا الطرف مساوية 0.5 القيم المعطاة في الجدول السابق بالنسبة لشريحة مسندية عادية.

وتبين الأشكال التالية قيم العزوم في الاتجاهين القصير والطويل للبلاطات.



قيـــم العـزوم فــي الشـــرائح بالاتجــــاه الطويــل (L1)



قيـــم العـزوم فــي الشـــرائح بالاتجــــاه القصـــــير (L2)

7) حساب التسليح المقاوم لعزوم الانعطاف:

قبل أن نحسب التسليح المقاوم للانعطاف في الشرائح بالاتجاهين، يتوجب التحقق من كفاية الارتفاع الفعال للبلاطة عند السقوط في حالة العزم السالب $d = 30 - 2.5 = 27.5\,cm$، والارتفاع الفعال دون سقوط للعزم الموجب $d = 20 - 2.5 = 17.5\,cm$.

في حالة مقطع مستطيل أحادي التسليح (شريحة مترية من بلاطة مثلاً)، نحدد قيمة الارتفاع الفعال للمقطع من العلاقة:

$$d = r\sqrt{\frac{M_u}{\Omega\, b\,(0.85 f_c')}}$$

حيث:

$$\alpha = \frac{y}{d} = \mu_s \frac{f_y}{0.85 f_c'} \quad ; \quad \gamma = \frac{z}{d} = 1 - 0.5\alpha$$

$$A_0 = \alpha\,\gamma = \alpha\,(1 - 0.5\alpha) \quad ; \quad r = \frac{1}{\sqrt{A_0}}$$

وعادة يتم تصميم جدول اعتماداً على قيمة المعامل $\left(\alpha = \frac{y}{d} = \mu_s \frac{f_y}{0.85 f_c'}\right)$ المرتبطة بالمقاومات المميزة للمواد المستخدمة وبنسبة التسليح المفترضة.

ويتم حساب مساحة التسليح المشدود من العلاقة التالية: $A_s = \frac{M_u}{\Omega\,\gamma\,d\,f_y}$، وهنا يجب أن تتم المقارنة مع نسب التسليح الحدية (أصغرية وأعظمية) المحددة في الكود:

$$\mu_{s\min} \le \mu_s = \frac{A_s}{b\,d} \le \mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.5\left[\frac{455}{630 + f_y}\,\frac{f_c'}{f_y}\right]$$

ويحدد العزم المقاوم الحدي لمقطع ما (M_{ur}) (حالة تحقيق) كما يلي:

$$M_{ur} = \Omega\, b\, d^2\,(0.85 f_c')A_0$$

ونبين فيما يلي الجدول المطروح من قبل الكود السوري، والذي يصيغ العلاقات السابقة بصورة لا بعدية، بحيث يمكن استخراج قيم العوامل كاملة بدلالة قيمة معطاة لعامل ما.

α	r	γ	A_o
0.01	10.00	0.995	0.010
0.02	7.12	0.990	0.020
0.03	5.82	0.985	0.030
0.04	5.05	0.980	0.039
0.05	4.53	0.975	0.048
0.06	4.15	0.970	0.058
0.07	3.85	0.965	0.067
0.08	3.61	0.960	0.077
0.09	3.41	0.955	0.085
0.10	3.24	0.950	0.095
0.11	3.11	0.945	0.104
0.12	2.98	0.940	0.113
0.13	2.88	0.935	0.121
0.14	2.77	0.930	0.130
0.15	2.68	0.925	0.139
0.16	2.61	0.920	0.147
0.17	2.53	0.915	0.155
0.18	2.47	0.910	0.164
0.19	2.41	0.905	0.172
0.20	2.36	0.900	0.180
0.21	2.31	0.895	0.188
0.22	2.26	0.890	0.196
0.23	2.22	0.885	0.203
0.24	2.18	0.880	0.211
0.25	2.14	0.875	0.219
0.26	2.10	0.870	0.226
0.27	2.07	0.865	0.236
0.28	2.04	0.860	0.241
0.29	2.01	0.855	0.248
0.30	1.98	0.850	0.255
0.31	1.95	0.845	0.262
0.32	1.93	0.840	0.269

0.33	1.90	0.835	0.275
0.34	1.88	0.830	0.282
0.35	1.86	0.825	0.289
0.36	1.84	0.820	0.295
0.37	1.82	0.815	0.301
0.38	1.80	0.810	0.309
0.39	1.78	0.805	0.314
0.40	1.77	0.800	0.320
0.41	1.75	0.795	0.326

α	r	γ	A_o
0.42	1.74	0.790	0.332
0.43	1.72	0.785	0.337
0.44	1.71	0.780	0.343
0.45	1.69	0.775	0.349
0.46	1.68	0.770	0.354
0.47	1.67	0.765	0.359
0.48	1.66	0.760	0.365
0.49	1.64	0.755	0.370
0.50	1.63	0.750	0.375
0.51	1.62	0.745	0.380
0.52	1.61	0.740	0.385
0.53	1.60	0.735	0.390
0.54	1.59	0.730	0.395
0.55	1.58	0.725	0.400

ونتحقق من كفاية الارتفاع الفعال، كما يلي:

$$\mu_{s\min} \leq \mu_s = \frac{A_s}{b\,d} \leq \mu_{s\max} = 0.5\mu_{sb} = 0.5\left[\frac{455}{630+f_y}\,\frac{f_c'}{f_y}\right]$$

$$\mu_{s\min} = 0.1\%\,;\ \mu_{s\max} = 0.5\times\left[\frac{455}{630+400}\,\frac{25}{400}\right] = 1.38\%$$

نعتمد نسبة التسليح الأعظمي $\mu_{s\max} = 0.0138$ ، ومن ثم نحدد العوامل من الجدول السابق.

$$\alpha = \frac{y}{d} = \mu_s \frac{f_y}{0.85 f_c'} = 0.0138 \times \frac{400}{0.85 \times 25} = 0.26$$

$$\Rightarrow r = 2.1$$

$$d = 2.1 \times \sqrt{\frac{M_u}{\Omega\, b\, (0.85 f_c')}}$$

- حالة وجود سقوط (عزم سالب):

$$d = 2.1 \times \sqrt{\frac{86.67 \times 10^6}{0.9 \times 1000 \times 0.85 \times 25}} = 141.4\,mm < 275\,mm \quad O.K.$$

- خارج منطقة السقوط (عزم موجب):

$$d = 2.1 \times \sqrt{\frac{48.15 \times 10^6}{0.9 \times 1000 \times 0.85 \times 25}} = 105.4\,mm < 175\,mm \quad O.K.$$

ننوه إلى أن العزوم الحدية المبينة في الأشكال السابقة، تخص الشرائح على كامل عرضها. وهذا العرض يساوي عرض السقوط في الشرائح المسندية، بالتالي:

- عرض الشرائح المسندية والمجازية بالاتجاه القصير (L_2): $b = 340cm$
- عرض الشرائح نصف المسندية المتعامدة بالاتجاه القصير (L_2): $b = 170cm$
- عرض الشرائح المسندية والمجازية بالاتجاه الطويل (L_1): $b = 300cm$
- عرض الشرائح نصف المسندية المتعامدة بالاتجاه الطويل (L_1): $b = 150cm$

ونورد فيما يلي، العزوم الأعظمية بالمتر الطولي وذلك للشرائح بالاتجاهين:

أ- بالاتجاه القصير:

- العزم الحدي الأعظمي السالب للشريحة نصف المسندية:

$$M_{u\max} = -\frac{110.67}{1.7} = -65.1\,kN.m/ml$$

- العزم الحدي الأعظمي السالب للشريحة المسندية:

$$M_{u\max} = -\frac{221.34}{3.4} = -65.1\,kN.m/ml$$

- العزم الحدي الأعظمي الموجب (شريحة مسندية):

$$M_{u\max} = -\frac{123}{3.4} = +36.18 kN.m/ml$$

ب- بالاتجاه الطويل:

- العزم الحدي الأعظمي السالب للشريحة نصف المسندية:

$$M_{u\max} = -\frac{130}{1.5} = -86.67 kN.m/ml$$

- العزم الحدي الأعظمي السالب للشريحة المسندية:

$$M_{u\max} = -\frac{260}{3} = -86.67 kN.m/ml$$

- العزم الحدي الأعظمي الموجب (شريحة مسندية):

$$M_{u\max} = +\frac{144.45}{3} = +48.15 kN.m/ml$$

وسنحسب التسليح الخاص بالعزمين الأعظميين السالب والموجب، بحيث ينجز الحساب كاملاً، ويتم تنظيم جدول يحدد التسليح لكامل الشرائح، ويوزع ويفرد وفق ما ورد من توصيات وترتيبات في الجزء النظري.

- التسليح المقاوم للعزم الحدي الأعظمي السالب للشريحة المسندية ونصف المسندية:

$$M_{u\max} = -86.67 kN.m/ml$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' bd^2} = \frac{86.67\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 25\times 1000\times 275^2} = 0.06$$

$$\Rightarrow \gamma = 0.9708$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{86.67\times 10^6}{0.9\times 0.9708\times 275\times 400} = 902 mm^2$$

$$\mu_S = \frac{A_s}{b.d} = \frac{902}{1000\times 275} = 0.00328 < \mu_{s\max} = 0.0138 \quad O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 9T12 mm/ml \quad or \quad 7T14 mm/ml$$

- التسليح المقاوم للعزم الحدي الأعظمي الموجب للشريحة المسندية:

$$M_{u\max} = +48.15 kN.m/ml$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f_c' b d^2} = \frac{48.15\times10^6}{0.9\times0.85\times25\times1000\times175^2} = 0.0822$$
$$\Rightarrow \gamma = 0.9569$$
$$\therefore \quad A_S = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{48.15\times10^6}{0.9\times0.9569\times175\times400} = 800mm^2$$
$$\mu_S = \frac{A_s}{b.d} = \frac{800}{1000\times175} = 0.0046 < \mu_{s\max} = 0.0138 \ \ O.K.$$
$$\Rightarrow USE \quad 8T12mm/ml \quad or \quad 6T14mm/ml$$

وبالنسبة للسقوط، نستخدم تسليحاً سفلياً ثانوياً عند الاستناد بالاتجاهين (شبكة)، مقداره $5T10mm/ml$ ، على أن يتم إرساؤه في البلاطة شاقولياً (عكفة 90°).

8) دراسة القص:

– نحقق المقاطع الحرجة بحيث يقاوم البيتون إجهادات القص الحدية الناجمة عن الثقب. ونعتمد المقاومة التالية:

$$\tau_{up}(MPa) = 0.23\sqrt{f_c'}(MPa) = 0.23\times\sqrt{25} = 1.15MPa$$

اجهادات القص بالثقب عند المقطع الحرج (اتصال التاج بالبلاطة)، لحالة عمود داخلي:

$$\tau_u = \frac{V_u}{0,85\ b_0\ d_s'} = \frac{w_u\times L_1\times L_2}{0,85\ \pi(d+d_s')d_s'} = \frac{21.4\times6\times6.8\times10^3}{0.85\times3.14\times(1200+275)\times275}$$
$$\Rightarrow \tau_u = 0.806MPa < \tau_{up} = 1.15MPa \quad O.K.$$

وتكون اجهادات القص بالثقب عند المقطع الحرج (اتصال السقوط بالبلاطة)، لحالة عمود داخلي:

$$\tau_u = \frac{V_u}{0,85\ b_0\ d_s} = \frac{w_u\times L_1\times L_2}{0,85\ (2(a+b+2d_s))d_s}$$
$$= \frac{21.4\times6\times6.8\times10^3}{0.85\times2\times(3000+3400+2\times175)\times175}$$
$$\Rightarrow \tau_u = 0.435MPa < \tau_{up} = 1.15MPa \quad O.K.$$

ملاحظات:

✓ تم إهمال وزن السقوط في هذا المثال (عند حساب العزوم والقص).

✓ تم استخدام الارتفاع الكامل للبلاطة والسقوط عند الحساب، والمنطق هو استخدام الارتفاع المفيد.

✓ وقد اعتمدنا رد فعل العمود كاملاً، $21.4\times6\times6.8 = 873.12kN$ ، وهذا الأمر غير منطقي، بل يجب حساب الحمولة المسببة للثقب بمعنى قوة رد فعل العمود الواجب أن تنقل عن طريق اجهادات القص، وذلك كما يلي.

- حالة تحقيق القص بالثقب عند التاج:

$$w_u\left[L_1\times L_2-\frac{\pi(d+d_s')^2}{4}\right]=21.4\times\left[6\times6.8-\frac{3.14\times(1.2+0.275)^2}{4}\right]=836.55kN$$

- حالة تحقيق القص بالثقب عند السقوط:

$$\begin{aligned}&w_u\left[L_1\times L_2-(a+d_s)(b+d_s)\right]\\&=21.4\times[6\times6.8-(3+0.175)\times(3.4+0.175)]=630.22kN\end{aligned}$$

بالتالي نرى أن اجهادات القص سوف تقل كثيراً، لتصبح $0.772MPa$ و $0.314MPa$ بالترتيب.

ويترك للطالب التحقق من بقية الحالات، عمود جانبي وآخر زاوية.

- وفيما يخص المقاطع الحرجة للجهد القاطع، فإنه يجب التحقق من أن البيتون يقاوم لوحده إجهادات القص الحدية الناجمة عن الجهد القاطع. ونعتمد أيضاً المقاومة التالية:

$$\tau_{cu}(MPa)=0.23\sqrt{f_c'}(MPa)=0.23\times\sqrt{25}=1.15MPa$$

اجهادات القص الناجمة عن الجهد القاطع عند المقطع الحرج (اتصال السقوط بالبلاطة)، لحالة عمود داخلي، باعتبار أن المقاطع الحرجة للقص والثقب هي نفسها (كود سوري):

الجهد القاطع عند المقطع الحرج بالاتجاه القصير للبلاطة $(L_2=6m)$:

$$V_u=w_u\,L_1\left[\frac{L_2}{2}-\left(\frac{a}{2}+\frac{d_s}{2}\right)\right]=21.4\times6.8\times\left[\frac{6}{2}-\left(\frac{3}{2}+\frac{0.175}{2}\right)\right]$$

$$V_u=205.55kN.$$

الجهد القاطع عند المقطع الحرج بالاتجاه الطويل للبلاطة $(L_1=6.8m)$:

$$V_u=w_u\,L_2\left[\frac{L_1}{2}-\left(\frac{b}{2}+\frac{d_s}{2}\right)\right]=21.4\times6\times\left[\frac{6.8}{2}-\left(\frac{3.4}{2}+\frac{0.175}{2}\right)\right]$$

$$V_u=207.05kN.$$

بالتالي، نحسب اجهادات القص الحدية الأعظمية الناجمة عن الجهد القاطع:

$$\tau_u=\frac{V_u}{0{,}85\,b\,d_s}=\frac{207.05\times10^3}{0.85\times6000\times175}$$

$$\Rightarrow\tau_u=0.232MPa<\tau_{cu}=1.15MPa\quad O.K.$$

9) تسليح التاج:

أ. عندما يكون مقطع تاج العمود مستطيلاً: نأخذ القيمة المساوية لـ $\frac{1}{25}$ من مساحة التسليح السالب في المتر، للشريحة المسندية في الاتجاه المعتمد، مضروباً في طول الفتحة في الاتجاه المتعامد مع هذا التسليح.

ب. عندما يكون مقطع تاج العمود مستديراً: يوزع مجموع التسليح $(1)\&(2)$ المحسوب بالاتجاهين، على محيط التاج.

بافتراض أن التسليح السالب المعتمد بالاتجاهين هو واحد (تسليح سالب للشريحة المسندية)، ويعادل $9T12mm/ml$ ، بمعنى $A_{s1}=A_{s2}=1017mm^2/ml$. فإنه يتم حساب مساحة التسليح المطلوبة والتي تتوزع على شكل قضبان على محيط التاج، كما يلي:

$$A_s=\frac{1}{25}\times(A_{s1}\,L_2+A_{s2}\,L_1)=\frac{1}{25}\times1017\times(6.8+6)=521mm^2$$

10) عزوم الانعطاف المطبقة على الأعمدة:

– تحسب الأعمدة الداخلية والخارجية على القوى الناظمية المطبقة عليها (N'_{uc})، إضافة إلى عزوم انعطاف (M_{uc}) تساوي قيمتها إلى ما يلي:

$$M_{uc}=\frac{w_u\,L_b-w_{ud}\,L_s}{f}$$

حيث:

w_u : الحمولة الكلية الحدية على فتحة البلاطة ذات المجاز الأكبر على طرفي العمود المدروس.

w_{ud} : الحمولة الدائمة الحدية على فتحة البلاطة ذات المجاز الأصغر على طرفي العمود المدروس.

L_b : المجاز الأكبر على طرفي العمود المدروس.

L_s : المجاز الأصغر على طرفي العمود المدروس، ويؤخذ مساوياً للصفر في حالة العمود الطرفي.

$f=30$: في حالة العمود الطرفي.

$f=40$: في حالة العمود الداخلي.

– في الأعمدة الخارجية الحاملة لأجزاء من السقف والجدران بصفة أحمال ظفرية، يمكن تخفيض عزوم الانعطاف المحسوبة كما في الفقرة السابقة بمقدار العزم الناتج عن الحمل الميت المؤكد وجوده على الجزء الظفري.

نحسب الحمولات:

- حمولة التغطية: $3kN/m^2$
- الوزن الذاتي للبلاطة الفطرية: $0.2\times 25 = 5kN/m^2$
- الحمولة الإضافية (الحية): $P = 6kN/m^2$

وتكون الحمولة الكلية الحدية: $w_u = [1.4\times(3+5)+1.7\times 6]\times 6.8\times 6 = 873.12kN$

والحمولة الدائمة الحدية: $w_{ud} = [1.4\times(3+5)]\times 6.8\times 6 = 457kN$

ولدينا: $L_b = L_s = 6.8m$

يكون العزم الحدي في عمود داخلي $(f = 40)$:

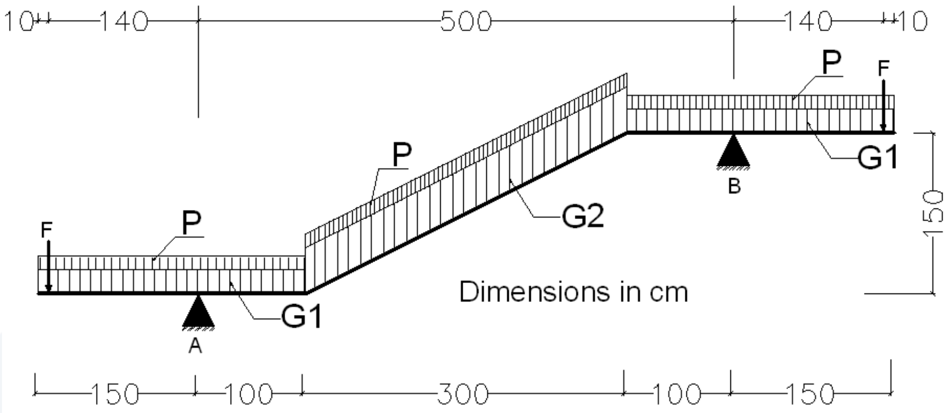
$$M_{uc} = \frac{w_u\, L_b - w_{ud}\, L_s}{f} = \frac{(873.12 - 457)\times 6.8}{40} = 70.75kN.m$$

ونشير هنا إلى أن تحديد قيمة العزم في أعمدة البلاطات الفطرية هو عملية معقدة نسبياً. ولهذا يتم اللجوء إلى طرائق مبسطة في الحساب، كما هو وارد أعلاه (الكود السوري). وتقترح بعض المراجع قيمة للعزم تساوي 50% و 90% من عزوم الشرائح المسندية، وذلك للأعمدة الداخلية والجانبية بالترتيب.

أثنتا عشر- تطبيقات على الأدراج

التطبيق الأول:

لدينا بلاطة درج من البيتون المسلح سماكتها $(20cm)$ ، مستندة على جائزين $(A\&B)$ ، ومعرضة للحمولات الاستثمارية التالية (غير مصعدة)، كما هو مبين في الشكل المرفق.



- حمولات دائمة موزعة بانتظام : $G1\&G2$
- حمولة إضافية موزعة بانتظام: $P=4kN/m^2$
- حمولة دائمة مركزة عند نهاية الظفر: $F=5kN/m.l$

والمطلوب دراسة وتصميم هذه البلاطة (البسطية والشاحط)، $U=[1.4G+1.4F+1.7P]$ ، ومن ثم رسم مقطع طولي لهذه البلاطة بمقياس مناسب مبيناً فيه كافة التسليح اللازم لتنفيذ هذا الدرج.

علماً أن:

وزن التغطية يعادل $(2kN/m^2)$ ، ووزن الدرابزون يعادل:$(1kN/m.l)$

$$f_y=400MPa;\ f_c'=25MPa;\ \Delta_{Concrete}=25kN/m^3$$

$$\tau_{0u}=0.16\sqrt{f_c'};\ \tau_{u\max}=0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max}=0.014;\ \mu_{s\min}=0.002$$

الحل :

تحديد الحمولات الحدية:

- الحمولة الحدية الدائمة الموزعة بانتظام نموذج G_{U1} (في المتر الطولي):

الوزن الذاتي للبلاطة الأفقية + وزن التغطية + وزن الدرابزين

$$G_{U1}=\sum G_{Ui}=1.4(1\times0.2\times25+1\times2+1)=11.2kN/m.l$$

- الحمولة الحدية الدائمة الموزعة بانتظام نموذج G_{U2} (في المتر الطولي):

الوزن الذاتي للبلاطة المائلة (الشاحط) + الوزن الذاتي للدرجات + وزن التغطية + وزن الدرابزين .

زاوية ميلان الشاحط: $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{150}{300}\right) = 26^{\circ}.56 \Rightarrow \cos\alpha = 0.894$

ارتفاع الدرجة: $h_S = 15cm$ ، عرض الدرجة: $b = 30cm$ ،

$$G_{U2} = \sum G_{Ui} = 1.4\left(1\times 0.2\times 25/0.894 + 1\times 25\times\left(\frac{0.15}{2}\right) + 1\times 2 + 1\times 1\right)$$
$$= 14.7\,kN/m.l$$

ولتبسيط الحساب سوف نعمم هذه الحمولة على كامل طول الدرج.

- الحمولة الحدية الدائمة المركزة عند طرف الظفر F_U :

$$F_U = 1.4(1\times 5) = 7\,kN$$

- الحمولة الحدية الاضافية الموزعة بانتظام على كامل طول الدرج :

$$P_U = 1.7(1\times 4) = 6.8\,kN/m.l$$

حساب القوى الداخلية الحدية (عزوم وجهد قاطع):

- العزوم:

• العزم الحسابي الحدي عند المساند و في المنتصف لشريحة مترية:

$$M_U^{\pm} = \frac{w_u L^2}{10} = \frac{(14.7+6.8)\times 5^2}{10} = \pm 53.75\,kN.m/m.l$$

• هذا ويجب حساب العزم السالب عند المساند على أساس ظفر معرض للحمولات : $F_U ; P_U \ \& \ G_{U1}$:

$$M_{uA,B} = -\left(\frac{(G_{U1}+P_U)l^2}{2} + F_U l'\right) = -\left(\frac{(11.2+6.8)\times 1.5^2}{2} + 7\times 1.4\right)$$
$$= -30\,kN.m/m.l$$

بالتالي يكون العزم الواجب اعتماده عند المساند وكذلك عند منتصف مجاز الشاحط هو:

$$M_u^{\pm} = \pm 53.75\,kN.m/m.l$$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85 f'_c b d^2} = \frac{53.75\times10^6}{0.9\times0.85\times25\times1000\times170^2} = 0.0972$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.1025 \\ \gamma = \dfrac{A_0}{\alpha} = 0.9483 \end{cases}$$

$$\therefore \quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{53.75\times10^6}{0.9\times0.9483\times170\times400} = 926mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{926}{1000\times170} = 0.00545 < \mu_{s\max} = 0.014 \quad O.K.$$

$$\mu_s = 0.00545 > \mu_{s\min} = 0.002 \quad O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 5T16/ml \quad or \quad 7T14/ml$$

- التحقق من القص:

- يكون الجهد القاطع الحدي الأعظمي عند منطقة الاستناد (تقريبي)، والناجم عن تحميل الفتحة الوسطية لشريحة مترية:

$$V_u = \frac{w_u L}{2} = \frac{(14.7+6.8)\times5}{2} = 53.75kN/m.l$$

- ومن جهة ثانية، لحالة الظفر:

$$V_U = ((G_{U1}+P_U)l + F_U) = ((11.2+6.8)\times1.5+7) = 34kN/m.l$$

بالتالي نتحقق من القص:

$$V_u(\max) = 53.75kN/m.l$$

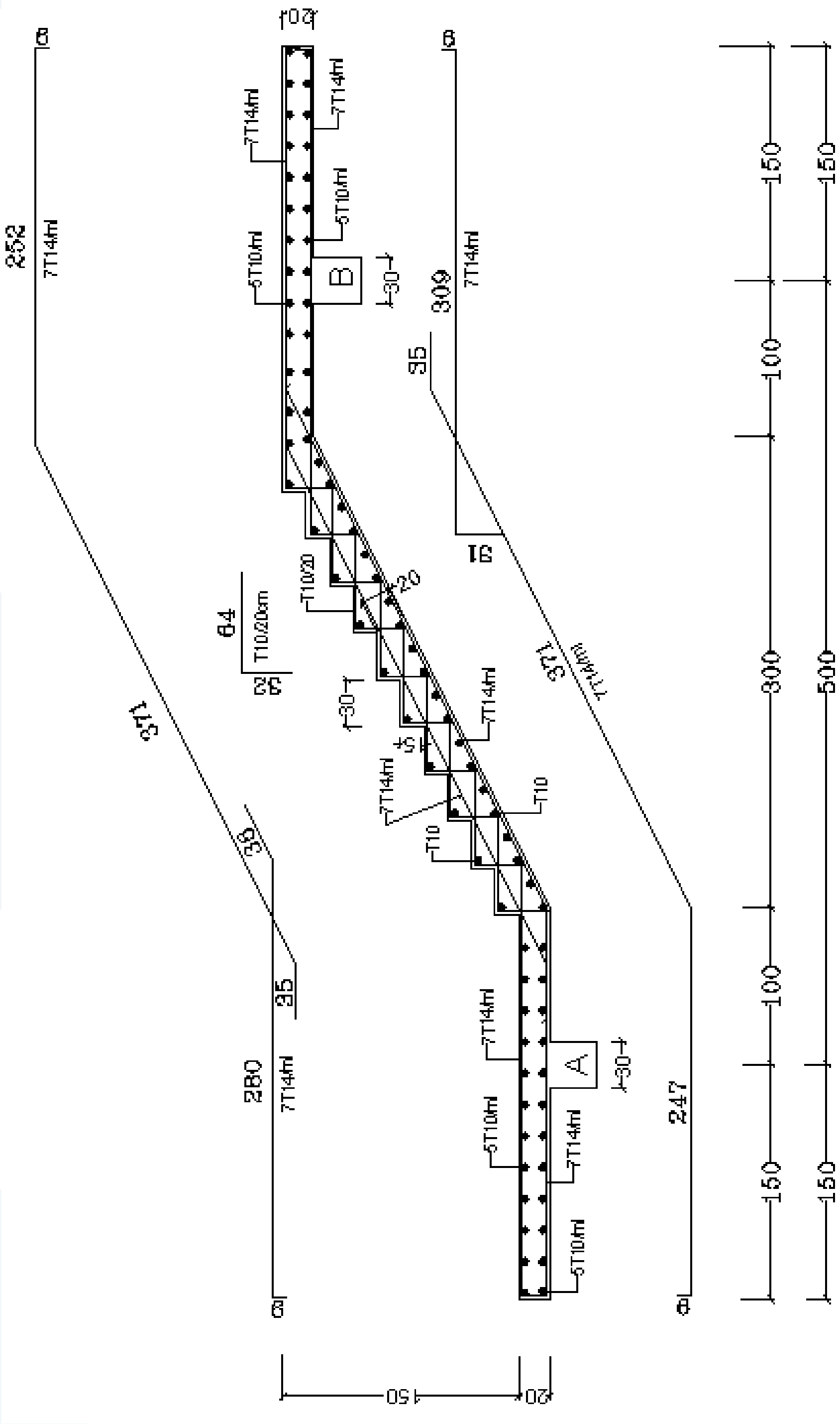
$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{53.75\times10^3}{0.85\times1000\times170} = 0.372MPa$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f'_c} = 0.65\sqrt{25} = 3.25MPa > \tau_u \quad O.K.$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f'_c} = 0.16\sqrt{25} = 0.8MPa > \tau_u \quad O.K.$$

والبيتون يتحمل القص لوحدة.

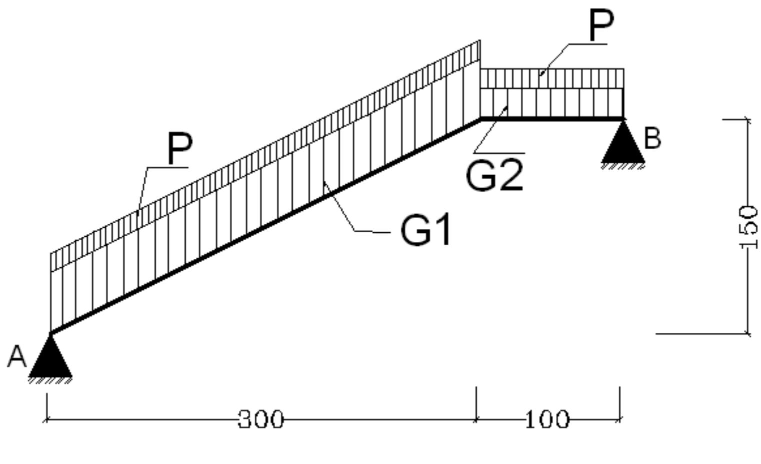
ويبين الشكل التالي مخطط تسليح الدرج.



Reinforcing Details of Stair slabs
Dimensions in cm

التطبيق الثاني:

لدينا بلاطة درج من البيتون المسلح سماكتها $(16cm)$ ، مستندة على جائزين $(A\&B)$ ، ومعرضة للحمولات الاستثمارية التالية (غير مصعدة)، كما هو مبين في الشكل المرفق.



Dimensions in cm

- حمولات دائمة موزعة بانتظام (البسطية): $G2$
- حمولات دائمة موزعة بانتظام (الشاحط) : $G1$
- حمولة إضافية موزعة بانتظام على البلاطة بشدة: $P = 5kN/m^2$

إذا علمت أن وزن التغطية يعادل $(2kN/m^2)$ ، ووزن الدرابزون يعادل: $(1.5kN/m.l)$ ، و

$$f_y = 400MPa\,;\; f_c' = 20MPa\,;\; \Delta_{Concrete} = 25kN/m^3$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'}\,;\; \tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'}$$

$$\mu_{s\max} = 0.011;\, \mu_{s\min} = 0.002$$

يطلب تصميم هذه البلاطة (البسطية والشاحط)، $U = [1.4G + 1.7P]$.

الحل:

تحديد الحمولات الحدية :

- الحمولة الحدية الدائمة الموزعة بانتظام نموذج G_{U2} (في المتر الطولي):

الوزن الذاتي للبلاطة الأفقية + وزن التغطية + وزن الدرابزون

$$G_{U2} = \sum G_{Ui} = 1.4(1\times0.16\times25 + 1\times2 + 1.5) = 10.5\,kN/m.l$$

- الحمولة الحدية الدائمة الموزعة بانتظام نموذج G_{U1} (في المتر الطولي):

الوزن الذاتي للبلاطة المائلة (الشاحط) + الوزن الذاتي للدرجات + وزن التغطية + وزن الدرابزون .

زاوية ميلان الشاحط: $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{150}{300}\right) = 26^{\circ}.56 \Rightarrow \cos\alpha = 0.894$

ارتفاع الدرجة: $h_S = 15cm$ ، عرض الدرجة: $b = 30cm$ ،

$$G_{U1} = \sum G_{Ui} = 1.4\left(1\times 0.16\times 25/0.894 + 1\times 25\times\left(\frac{0.15}{2}\right) + 1\times 2 + 1\times 1.5\right)$$

$$= 13.8\,kN/m.l$$

ولتبسيط الحساب سوف نعمم هذه الحمولة على كامل طول الدرج.

- الحمولة الحدية الاضافية الموزعة بانتظام على كامل طول الدرج :

$$P_U = 1.7(1\times 5) = 8.5\,kN/m.l$$

حساب القوى الداخلية الحدية (عزوم وجهد قاطع) :

- العزوم:

- يكون العزم الحسابي الحدي في منتصف الشريحة مترية:

$$M_u = +\frac{w_u L^2}{8} = \frac{(13.8+8.5)\times 4^2}{8} = 44.6\,kN.m/m.l$$

والعزم الحسابي الحدي عند المساند : $M_u = -\frac{w_u L^2}{20} = \frac{(13.8+8.5)\times 4^2}{20} = -17.84\,kN.m/m.l$

$$A_0 = \frac{M_u}{\Omega 0.85\, f'_c b d^2} = \frac{44.6\times 10^6}{0.9\times 0.85\times 20\times 1000\times 130^2} = 0.173$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1-\sqrt{1-2A_0} = 0.1913 \\ \gamma = \frac{A_0}{\alpha} = 0.9043 \end{cases}$$

$$\therefore\quad A_s = \frac{M_u}{\Omega.\gamma.d.f_y} = \frac{44.6\times 10^6}{0.9\times 0.9043\times 130\times 400} = 1053mm^2$$

$$\mu_s = \frac{A_s}{b.d} = \frac{1053}{1000\times 130} = 0.0081 < \mu_{s\max} = 0.011 \quad O.K.$$

$$\mu_s = 0.00634 > \mu_{s\min} = 0.002 \quad O.K.$$

$$\Rightarrow USE \quad 7T14/ml \quad or \quad 10T12/ml$$

وعند المساند، نستخدم تسليحاً: $6T10/ml$

- التحقق من القص:

يكون الجهد القاطع الحدي الأعظمي عند منطقة الاستناد (تقريبي) لشريحة مترية:

$$V_u = \frac{w_u L}{2} = \frac{(13.8+8.5)\times 4}{2} = 44.6\,kN/m.l$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{\Omega.b.d} = \frac{44.6\times 10^3}{0.85\times 1000\times 130} = 0.404 MPa$$

$$\tau_{u\max} = 0.65\sqrt{f_c'} = 0.65\sqrt{20} = 2.91 MPa > \tau_U \quad O.K.$$

$$\tau_{0u} = 0.16\sqrt{f_c'} = 0.16\sqrt{20} = 0.72\, MPa > \tau_U \quad O.K.$$

والبيتون يتحمل القص لوحدة.