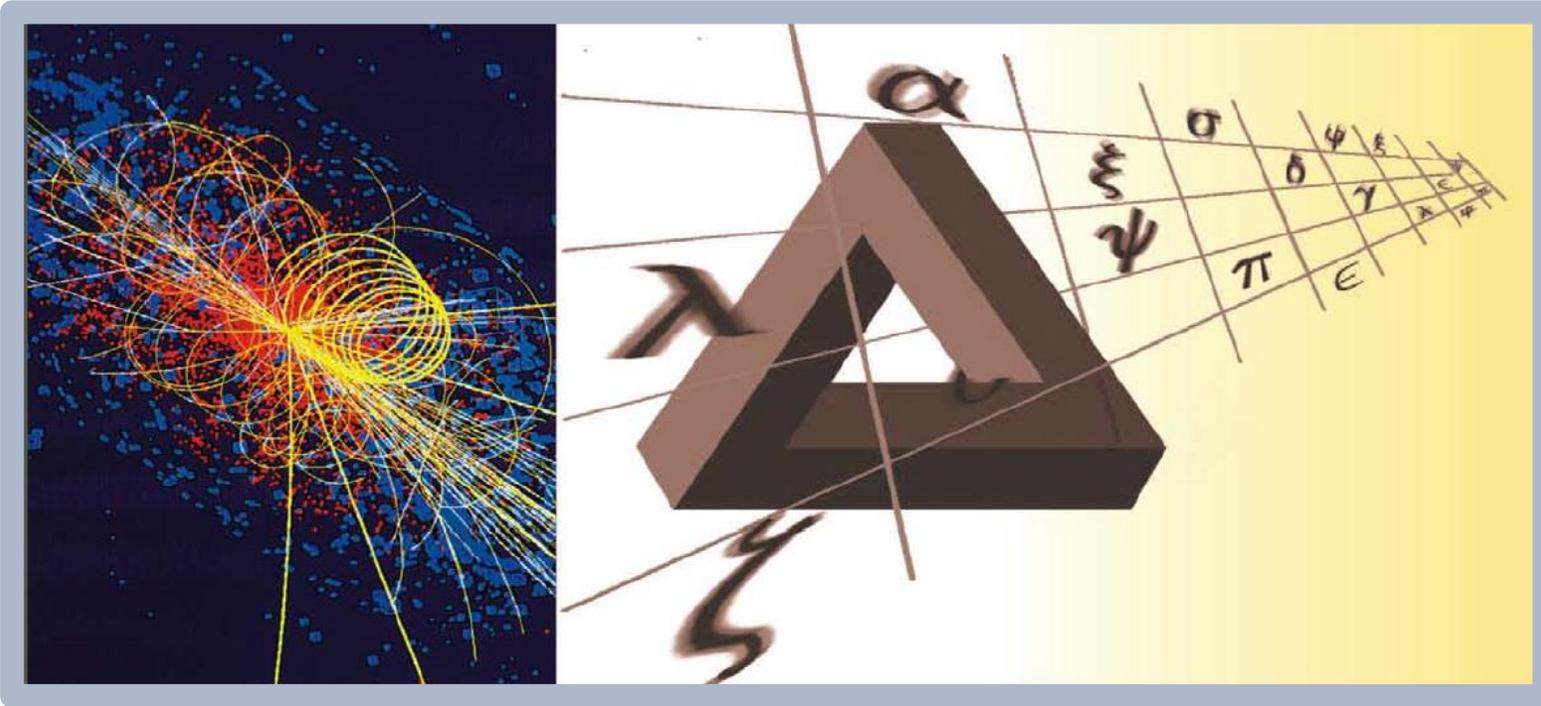


Numerical Solutions of Nonlinear Equations with Matlab



العام الدراسي 2025-2026

د. محمد خير عبد الله محمد



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

Contents

طريقة التنصيف

طريقة نيوتن رافسون

BISECTION METHOD

طريقة التنصيف

لنفرض بأنه يوجد جذر للمعادلة في الفترة $[x_1, x_2]$ أي إن

$$f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$$

في هذه الطريقة نحسب قيمة الدالة في نقطة تقع في منتصف المسافة بين x_1 و x_2 فإذا كانت إشارتها تختلف عن إشارة $f(x_1)$ فإن الجذر يقع بين x_1 والمنتصف. أما إذا تشابهت الإشارتان فإنها بالتأكيد ستكون مختلفة عن إشارة $f(x_2)$ وعليه يكون الجذر واقعاً بين المنتصف و x_2 ويمكن تكرار هذه العملية عدة مرات للحصول على فترة ضيقة حول الجذر المطلوب.

خوارزمية طريقة التنصيف

لتكن f هي دالة مستمرة في الفترة $[a_0, b_0]$ بحيث أن: $f(a_0).f(b_0) < 0$

لقيم $i=0, 1, 2, \dots$ أوجد: $r = \frac{a_i + b_i}{2}$

إذا كان $f(a_i).f(r)=0$ فإن r هو الجذر المطلوب.

إذا كان $f(a_i).f(r) < 0$ ضع: $a_{i+1} = a_i, b_{i+1} = r$

إذا كان $f(a_i).f(r) > 0$ ضع: $a_{i+1} = r, b_{i+1} = b_i$

بتكرار الطريقة أعلاه نحصل على متتابعة من الفترات $[a_i, b_i]$ التي تحتوي على جذر المعادلة وتكون أطوالها أصغر كلما زادت قيمة i وعلى هذا الأساس إذا كان المطلوب إيجاد قيمة مقربة للجذر لا يتجاوز الخطأ فيها عن ϵ ، نتوقف عندما تتحقق المترابحة:

$$|b_i - a_i| \leq \epsilon$$



مثال: جد جذر المعادلة $f(x)=x \log x-1=0$ بطريقة التنصيف وبخطأ $\epsilon=0.001$ في الفترة (1, 3).
يلاحظ من الدالة أعلاه بأن $f(1).f(3)<0$. وهذا يعني بأن هناك جذراً في الفترة (1, 3).

$$f(1)=-1$$

$$f(3)=0.4314$$

$$\epsilon=b_0 - a_0 = 3 - 1 = 2$$

$$r = \frac{a_0 + b_0}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

$$f(2)=- 0.3979$$

$$a_1=r; \quad b_1=b_0;$$

$$\epsilon=b_1 - a_1 = 3 - 2 = 1$$

$$r = \frac{a_1 + b_1}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2.5$$

$$f(2.5)=- 0.0051$$

$$a_2=r; \quad b_2=b_1;$$

$$\epsilon=b_2 - a_2 = 3 - 2.5 = 0.5$$

$$r = \frac{a_2 + b_2}{2} = \frac{2.5 + 3}{2} = 2.75$$

$$f(2.75)=2.2081$$

$$a_3=a_2; \quad b_3=r;$$

$$\epsilon=b_3 - a_3 = 2.75 - 2.5 = 0.25$$

$$r = \frac{a_3 + b_3}{2} = \frac{2.5 + 2.75}{2} = 2.625$$

$$f(2.625)=0.1002$$

$$a_4=a_3; \quad b_4=r;$$

$$\epsilon=b_4 - a_4 = 2.625 - 2.5 = 0.125$$

وهكذا نستمر إلى أن نحصل على الجذر المطلوب أو نصل إلى قيمة خطأ $\epsilon \leq 0.001$.

برمجة طريقة التنصيف باستخدام لغة Matlab
(for حلقة)

```
f=inline('x*log10(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (y1*y) == 0
            disp('the exact root is')
            disp(x)
            break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
        else
            x1=x;
        end
    else
        break
    end
end
```

x1=1 x2=3 n=4	x1=1 x2=3 n=6	x1=1 x2=3 n=10	x1=1 x2=3 n=15	x1=1 x2=3 n=1000
2	2	2	2	2
2.5000	2.5000	2.5000	2.5000	2.5000
2.7500	2.7500	2.7500	2.7500	2.7500
2.6250	2.6250	2.6250	2.6250	2.6250
	2.5625	2.5625	2.5625	2.5625
	2.5313	2.5313	2.5313	2.5313
		2.5156	2.5156	2.5156
		2.5078	2.5078	2.5078
		2.5039	2.5039	2.5039
		2.5059	2.5059	2.5059
			2.5068	2.5068

(حلقة for)

```
f=inline('x*log10(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (y1*y) == 0
            disp('the exact root is')
            disp(x)
            break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
        else
            x1=x;
        end
    else
        break
    end
end
```

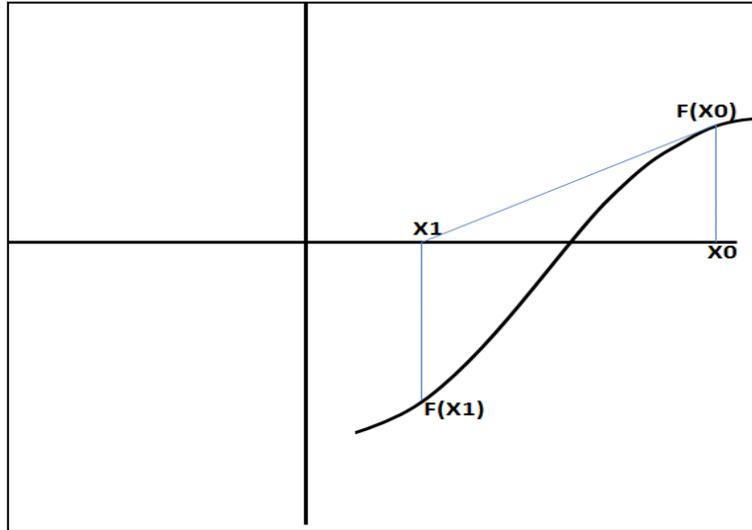
```
f=inline('x*log10(x)-1')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
while abs(x2-x1)>0.001
    x=(x1+x2)/2;
    y=f(x);
    disp(x)
    if (y1*y) == 0
        disp('the exact root is ')
        disp(x)
        break
    end
    if y1*y<0
        x2=x;
    else
        x1=x;
    end
end
```

(حلقة while)

NEWTON RAPHSON METHOD

طريقة نيوتن رافسون

إذا أخذنا X_0 نقطة ليست بعيدة جداً عن جذر المعادلة ثم قمنا بإيجاد صورة النقطة $F(X_0)$ الآن نلاحظ أن $F'(X)$ هو المماس للدالة F ويقطع محور X عند النقطة X_1 . X_1 هو القيمة التقريبية لجذر الدالة F . نستطيع إيجاد قيمة X_1 من المثلث $X_0, X_1, F(X_0)$ بالشكل التالي



$$F'(X_0) = \frac{F(X_0)}{X_0 - X_1}$$

$$X_1 = X_0 - \left(\frac{F(X_0)}{F'(X_0)} \right)$$

من ذلك نستطيع حساب قيمة X_2

$$X_2 = X_1 - \left(\frac{F(X_1)}{F'(X_1)} \right)$$

و

$$X_3 = X_2 - \left(\frac{F(X_2)}{F'(X_2)} \right)$$

$$X_{N+1} = X_N - \left(\frac{F(X_N)}{F'(X_N)} \right) \quad N=1, 2, \dots$$

وبشكل عام

```
syms x
f= x*log(x)-1;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
for i=1:n
    w=a-(subs(f,a)/subs(u,a));
    v=double(w);
    disp(v)
    if abs(w-a)<= 0.001
        break
    else
        a=w;
    end
end
```

مثال: جد جذر المعادلة $f(x)=x \cdot \ln(x)-1=0$ في الفترة $[1, 2]$ وبمقدار خطأ $\varepsilon=0.001$.

a=1.5
n=100

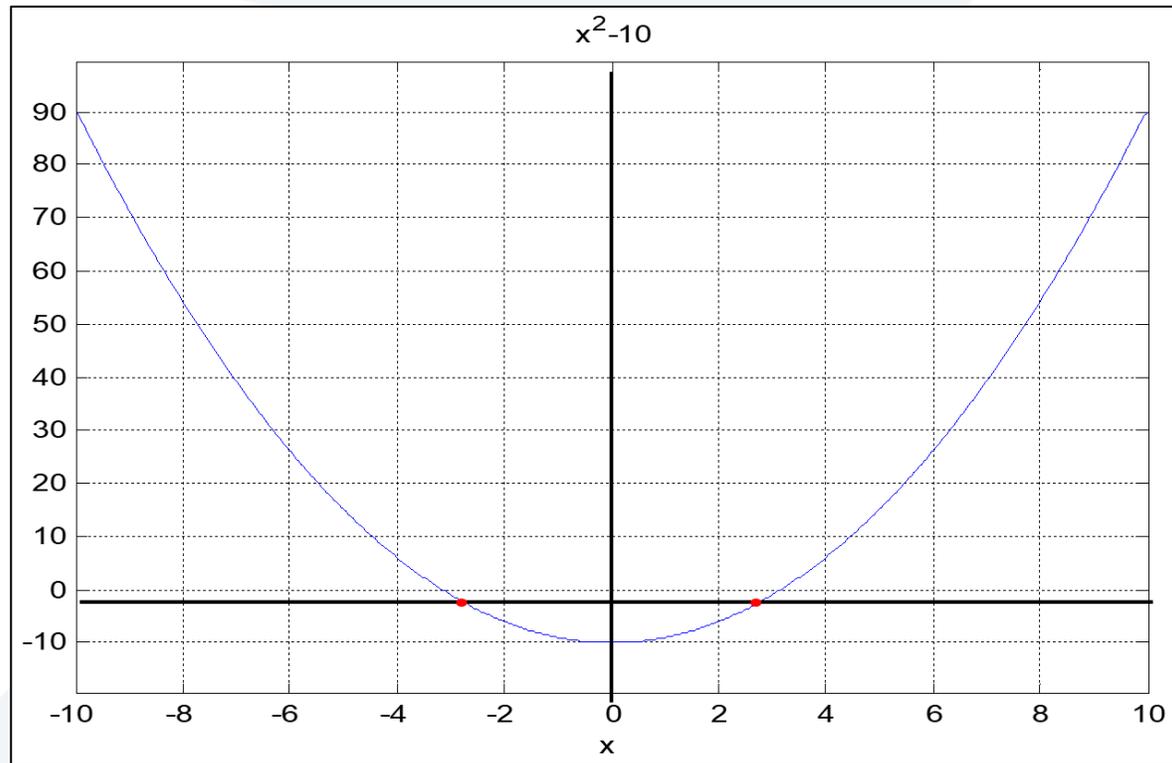
1.7788

1.7633

1.7632

إن الحل العددي لمعادلة ما بطريقة نيوتن رافسون قد يواجه إمكانية حصول عدم التعيين عند نقطة البدء

```
ezplot (' x^2-10',[-10 10])  
grid
```





جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

```
f=inline(' x^2-10')
x1=input('x1=');
x2=input('x2=');
n=input('n=');
y1=f(x1);
y2=f(x2);
for i=1:n
    if abs(x2-x1)>0.001
        x=(x1+x2)/2;
        y=f(x);
        disp(x)
        if (abs(y1*y) == 0)
            disp('the exact root is ')
            disp(x)
            break
        end
        if y1*y<0
            x2=x;
        else
            x1=x;
        end
    else
        break
    end
end
end
```

(' x^2-10')

المجال [-1 4]

```
syms x
f=x^2-10;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
for i=1:n
    w=a-subs(f,a)/subs(u,a);
    v=double(w);
    disp(v)
    if abs(w-a)<= 0.001
        break
    else
        a=w;
    end
end
end
```

```
syms x
f=x^2-10;
u=diff (f);
a=input('a=');
n=input('n=');
if subs(u,a)==0;
    a=a+0.1;
end
for i=1:n
    w=a-subs(f,a)/subs(u,a);
    v=double(w);
    disp(v)
    if abs(w-a)<= 0.001
        break
    else
        a=w;
    end
end
end
```

انتهت المحاضرة