

كلية: الهندسة

اسم المقرر: الرياضيات المتقطعة

رقم الجلسة (الثانية)

عنوان الجلسة

الاستدلال والتناقض والتكافؤ المنطقي

ضع = بين العبارات المنطقية التي لم يؤثر ازالة الاقواس على تساوي قيمتهما المنطقية أو في حالة عدم تساوي القيمتين المنطقيتين لهما مع توضيح السبب :

لان النفي لها تأثير فقط على المتحول الذي

$$\neg p \vee q \quad \neq \quad (\neg(p)) \vee (q) \quad -1$$

يليهما ولا تؤثر على الروابط الاخرى

$$p \leftrightarrow (q \rightarrow r) \quad \neq \quad (p \leftrightarrow q) \rightarrow r \quad -2$$

غير متساويتين لان الرابطتين المنطقيتين \rightarrow و \leftrightarrow

متساويتا التأثير فيجب ان نحافظ على الاقواس ولا نزيلها والا اختلفت القيمة المنطقية للعبارة الناتجة

$$p \vee (q \wedge r) \quad \neq \quad (p \vee q) \wedge r \quad -3$$

غير متساويتين لان الرابطتين المنطقيتين \vee ، \wedge

متساويتا التأثير فيجب ان نحافظ على الأقواس ولا نزيلها .

ملاحظة: يمكنك التأكد مما سبق بكتابة جدول الحقيقة لكل عبارتين ومقارنة قيم العبارتين المنطقية .

الاستدلال: أثبت ان العبارات المنطقية التالية هي استدلال باستخدام جدول الحقيقة:

(اي انها دوما صحيحة، دوما ذات قيمة منطقية 1)

$$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$$

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

$$(p \leftrightarrow q) \oplus (p \leftrightarrow \neg q)$$

p	q	$\neg q$	$p \leftrightarrow q$	$p \leftrightarrow \neg q$	$(p \leftrightarrow q) \oplus (p \leftrightarrow \neg q)$
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	T

التناقض: أثبت ان العبارة التالية هي تناقض باستخدام جدول الحقيقة (أي قيمتها المنطقية دائما خاطئة 0):

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge p)$$

p	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \wedge p$	$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge p)$
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	F	F

التكافؤ: لاثبات تكافؤ عبارتين منطقيتين سنعتمد على الخصائص والقوانين الموجودة في هذا الجدول :

التكافؤ	الاسم
$p \wedge T \equiv p$ $p \vee F \equiv p$	العنصر المحايد
$p \vee T \equiv T$ $p \wedge F \equiv F$	العنصر الماص
$p \wedge p \equiv p$ $p \vee p \equiv p$	خاصية اللانمو
$\sim(\sim p) \equiv p$	قانون النفي
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	قوانين التبديل Commutative laws
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	قوانين التجميع Associative laws
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	قوانين التوزيع Distributive laws
$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	قوانين دومورغان De Morgan's laws
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	قوانين الامتصاص Absorption laws
$p \vee \sim p \equiv T$ $p \wedge \sim p \equiv F$	قانون المتمم

وكذلك لدينا: ان الرابطتين الشرطية اذا.....واذا فقط اذا تكافئان العبارتين التاليتين:

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

بالاستفادة من الخصائص والقوانين السابقة اثبت صحة التكافؤات التالية:

التمرين 1

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\begin{aligned} (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) &\equiv (\neg p \vee r) \vee (\neg q \vee r) \\ &\equiv \neg p \vee r \vee \neg q \vee r \\ &\equiv \neg p \vee \neg q \vee r \vee r \\ &\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee (r \vee r) \\ &\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee r \\ &\equiv \neg (p \wedge q) \vee r \\ &\equiv (p \wedge q) \rightarrow r \end{aligned}$$

الرابطه الشرطية

الخاصية التجميعية

الخاصية الابدالية

الخاصية التجميعية

خاصية اللانمؤ

ديمورغان

الرابطه الشرطية

التمرين 2:

$$(r \vee p) \rightarrow (r \vee q) \equiv r \vee (p \rightarrow q)$$

$$\begin{aligned} (r \vee p) \rightarrow (r \vee q) &\equiv \neg(r \vee p) \vee (r \vee q) \\ &\equiv (\neg r \wedge \neg p) \vee (r \vee q) \\ &\equiv (\neg r \wedge \neg p) \vee r) \vee q \\ &\equiv ((\neg r \vee r) \wedge (\neg p \vee r)) \vee q \\ &\equiv (T \wedge (\neg p \vee r)) \vee q \\ &\equiv (\neg p \vee r) \vee q \\ &\equiv \neg p \vee r \vee q \\ &\equiv r \vee \neg p \vee q \\ &\equiv r \vee (\neg p \vee q) \\ &\equiv r \vee (p \rightarrow q) \end{aligned}$$

الرابطه الشرطية

قانون ديمورغان

الخاصية التجميعية

الخاصية التوزيعية

المتمم

الخاصية الاندالة

الخاصية الابدالية

الخاصية الاندالة

التجميعية

الرابطه الشرطية

التمرين 3:

$$\neg q \rightarrow (\neg p \vee r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$\begin{aligned} \neg q \rightarrow (\neg p \vee r) &\equiv q \vee (\neg p \vee r) \\ &\equiv q \vee \neg p \vee r \\ &\equiv \neg p \vee q \vee r \\ &\equiv \neg p \vee (q \vee r) \\ &\equiv p \rightarrow (q \vee r) \end{aligned}$$

الرابطه الشرطية

الخاصية التجميعية

الاندالة

التجميعية

الرابطه الشرطية

التمرين 4:

$$\neg((\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$\begin{aligned} \neg((\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \vee (p \wedge q) &\equiv \neg(\neg p \wedge (q \vee \neg q)) \vee (p \wedge q) \\ &\equiv \neg(\neg p \wedge T) \vee (p \wedge q) \\ &\equiv \neg(\neg p) \vee (p \wedge q) \\ &\equiv p \vee (p \wedge q) \\ &\equiv p \end{aligned}$$

الخاصية التوزيعية

المتمم

الحيادي

النفي

قانون الامتصاص

تمرين 5:

أثبت ان العبارة التالية هي عبارة استدلال (تكافئ ال1):

$$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q \text{ (مصدوقة)}$$

$$\begin{aligned} (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q &\equiv (p \wedge (\neg p \vee q)) \rightarrow q \\ &\equiv ((p \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)) \rightarrow q \\ &\equiv (F \vee (p \wedge q)) \rightarrow q \\ &\equiv (p \wedge q) \rightarrow q \\ &\equiv \neg(p \wedge q) \vee q \\ &\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee q \\ &\equiv \neg p \vee (\neg q \vee q) \\ &\equiv \neg p \vee T \\ &\equiv T \text{ (tautology)} \end{aligned}$$

الرابطة الشرطية

الخاصية التوزيعية

المتمم

الحيادي

الرابطة الشرطية

ديمورغان

التجميعية

المتمم

العنصر الماص

تمرين 6: اثبت ان العبارة التالية هي تناقض (تكافئ 0):

(تناقض) $(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge p)$

$$\begin{aligned}
 (p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge p) &\equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \wedge p) \\
 &\equiv ((\neg p \vee q) \wedge \neg q) \wedge p \\
 &\equiv ((\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)) \wedge p \\
 &\equiv ((\neg p \wedge \neg q) \vee \mathbf{F}) \wedge p \\
 &\equiv (\neg p \wedge \neg q) \wedge p \\
 &\equiv (\neg q \wedge \neg p) \wedge p \\
 &\equiv \neg q \wedge (\neg p \wedge p) \\
 &\equiv \neg q \wedge \mathbf{F} \\
 &\equiv \mathbf{F} \text{ (contradiction)}
 \end{aligned}$$

الرابطه الشرطية

الخاصية التجميعية للرابطه and

الخاصية التوزيعية

المتمم

العنصر الخاد

الخاصية الابدالية

التجميعية

المتمم

العنصر الماص

تمرين 7: اثبت ان العبارة التالية هي تناقض (تكافئ 0):

(تناقض) $(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge p)$

$$\begin{aligned}
 (p \rightarrow q) \wedge (\neg q \wedge p) &\equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \wedge p) \\
 &\equiv ((\neg p \vee q) \wedge \neg q) \wedge p \\
 &\equiv ((\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q)) \wedge p \\
 &\equiv ((\neg p \wedge \neg q) \vee \mathbf{F}) \wedge p \\
 &\equiv (\neg p \wedge \neg q) \wedge p \\
 &\equiv (\neg q \wedge \neg p) \wedge p \\
 &\equiv \neg q \wedge (\neg p \wedge p) \\
 &\equiv \neg q \wedge \mathbf{F} \\
 &\equiv \mathbf{F} \text{ (contradiction)}
 \end{aligned}$$

الرابطه الشرطية

الخاصية التجميعية

الخاصية التوزيعية

المتمم

الحيادى

الخاصية التبديلية

الخاصية التوزيعية

المتمم

العنصر الماص

تمرين 8:

($p \wedge q$) \wedge $\neg(p \vee q)$ (تناقض)

$$\begin{aligned} (p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q) &\equiv (p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg q) \\ &\equiv p \wedge q \wedge \neg p \wedge \neg q \\ &\equiv p \wedge \neg p \wedge q \wedge \neg q \\ &\equiv (p \wedge \neg p) \wedge (q \wedge \neg q) \\ &\equiv F \wedge F \\ &\equiv F \end{aligned}$$

ديمورغان

التجميعية

التبديلية

التجميعية

المتمم

خاصية العنصر الماص

تمرين 9:

حدد باستخدام جدول الحقيقة ان كانت العبارتين التاليتين متكافئتين او لا:

$$(p \rightarrow q \vee r) \wedge (p \rightarrow r) \equiv q \rightarrow r \quad (?)$$

من جدول الحقيقة نجد عدم تطابق في قيم الحقيقة بين العبارتين في السطرين الرابع و السادس بالتالي العبارتين غير متكافئتين منطقياً

p	q	r	$q \vee r$	$p \rightarrow (q \vee r)$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q \vee r) \wedge (p \rightarrow r)$	$q \rightarrow r$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T	F
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

تمرين 10:

حدد باستخدام الخصائص والقوانين فيما اذا كانت العبارتين التاليتين متكافئتين:

$$(p \rightarrow q \vee r) \wedge (p \rightarrow r) \equiv q \rightarrow r \quad (?)$$

$$\begin{aligned} (p \rightarrow q \vee r) \wedge (p \rightarrow r) &\equiv (\neg p \vee (q \vee r)) \wedge (\neg p \vee r) \\ &\equiv (\neg p \vee ((q \vee r) \wedge r)) \\ &\equiv \neg p \vee r \\ &\equiv p \rightarrow r \\ &\not\equiv q \rightarrow r \end{aligned}$$

الرابطة الشرطية

الخاصية التوزيعية

قانون الامتصاص

الرابطة الشرطية

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

تمارين داعمة:

$$\neg (p \vee \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv \neg p$$

$$(q \wedge p) \vee \neg(q \rightarrow p) \equiv q$$

-----انتهت الجلسة-----