

كلية: الهندسة

اسم المقرر: الرياضيات المتقطعة

رقم الجلسة (الثالثة)

عنوان الجلسة

(الاقتضاء-الثوية)

القاعدة: دائما " لإثبات صحة اقتضاء $A \Rightarrow B$ علينا ان نثبت ان $A \rightarrow B \equiv t$

تمرين 1:

اثبت صحة الاقتضاء التالي :

$$A \wedge B \Rightarrow B \quad \text{و} \quad A \wedge B \Rightarrow A \quad \forall A, B \in L$$

الحل:

$$\begin{aligned} A \wedge B \rightarrow A &\equiv \neg(A \wedge B) \vee A \equiv \neg A \vee \neg B \vee A \\ &\equiv (\neg A \vee A) \vee \neg B \equiv t \vee \neg B \equiv t \end{aligned}$$

تمرين 2:

اثبت صحة الاقتضاء التالي:

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow D) \Rightarrow A \rightarrow D$$

الحل:

$$\begin{aligned} (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D) &\equiv \\ &\equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee D) \rightarrow (\neg A \vee D) \\ &\equiv \neg((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee D)) \vee (\neg A \vee D) \\ &\equiv \neg(\neg A \vee B) \vee \neg(\neg B \vee D) \vee (\neg A \vee D) \\ &\equiv (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg D) \vee (\neg A \vee D) \\ &\equiv ((A \wedge \neg B) \vee \neg A) \vee ((B \wedge \neg D) \vee D) \\ &\equiv ((A \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee \neg A)) \vee ((B \vee D) \wedge (\neg D \vee D)) \\ &\equiv (t \wedge (\neg B \vee \neg A)) \vee ((B \vee D) \wedge t) \\ &\equiv ((\neg B \vee \neg A)) \vee ((B \vee D)) \\ &\equiv (\neg B \vee B) \vee (\neg A \vee D) \\ &\equiv t \vee (\neg A \vee D) \equiv t \end{aligned}$$

تمرين 3:

$$(A \oplus B) \wedge \neg B \Rightarrow A \quad \text{و} \quad (A \oplus B) \wedge \neg A \Rightarrow B$$

الحل:

$$\begin{aligned} (A \oplus B) \wedge \neg A \rightarrow B &\equiv ((A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)) \wedge \neg A \rightarrow B \\ &\equiv (A \vee B) \wedge (\neg A \wedge (\neg A \vee \neg B)) \rightarrow B \\ &\equiv (A \vee B) \wedge \neg A \rightarrow B \\ &\equiv (A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg A) \rightarrow B \\ &\equiv c \vee (B \wedge \neg A) \rightarrow B \\ &\equiv (B \wedge \neg A) \rightarrow B \\ &\equiv \neg(B \wedge \neg A) \vee B \\ &\equiv \neg B \vee A \vee B \\ &\equiv (\neg B \vee B) \vee A \\ &\equiv t \vee A \equiv t \end{aligned}$$

تمرين 4:

$$\neg A \Rightarrow A \rightarrow B$$

الحل:

$$\begin{aligned} \neg A \rightarrow (A \rightarrow B) &\equiv \neg(\neg A) \vee (\neg A \vee B) \\ &\equiv A \vee (\neg A \vee B) \\ &\equiv (A \vee \neg A) \vee B \equiv t \vee B \equiv t \end{aligned}$$

تمرين 5:

$$(A \oplus B) \wedge A \Rightarrow \neg B$$

الحل:

$$\begin{aligned} (A \oplus B) \wedge A \rightarrow \neg B &\equiv ((A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)) \wedge A \rightarrow \neg B \\ &\equiv A \wedge (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \rightarrow \neg B \\ &\equiv A \wedge (\neg A \vee \neg B) \rightarrow \neg B \\ &\equiv (A \wedge \neg A) \vee (A \wedge \neg B) \rightarrow \neg B \\ &\equiv c \vee (A \wedge \neg B) \rightarrow \neg B \\ &\equiv (A \wedge \neg B) \rightarrow \neg B \\ &\equiv \neg(A \wedge \neg B) \vee \neg B \\ &\equiv \neg A \vee B \vee \neg B \\ &\equiv \neg A \vee t \equiv t \end{aligned}$$

تمرين 6:

$$(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow \neg A$$

الحل:

$$\begin{aligned} (A \rightarrow B) \wedge \neg B \rightarrow \neg A &\equiv (\neg A \vee B) \wedge \neg B \rightarrow \neg A \\ &\equiv \neg((\neg A \vee B) \wedge \neg B) \vee \neg A \\ &\equiv \neg(\neg A \vee B) \vee \neg(\neg B) \vee \neg A \\ &\equiv \neg(\neg A \vee B) \vee B \vee \neg A \\ &\equiv \neg(\neg A \vee B) \vee (\neg A \vee B) \equiv t \end{aligned}$$

تمرين 7: ماهي ثنوية العبارة التالية:

$$X = (p \wedge q) \vee (\neg q \wedge r)$$

ثنوية العبارة المنطقية X هي استبدال كل عملية or ب and والعكس صحيح

$$X^* = (p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)$$

تمرين 8: اذا كان التكافؤ التالي صحيحا

$$1) (p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (q \vee r)$$

اثبت صحة التكافؤ التالي:

$$2) (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

الحل: حسب مبدأ الثنوية الذي ينص انه اذا كانت خاصية صحيحة من اجل كل المتغيرات المنطقية فان ثنويتها تكون صحيحة وبالتالي بما ان التكافؤ الاول صحيح ← التكافؤ الثاني صحيح لانه ثنوية للتكافؤ الاول
تمارين داعمة:

1- اثبت باستخدام جدول الحقيقة صحة الاقتضاء التالي (يجب ان تكون قيمة الحقيقة للعلاقة الشرطية بين العبارتين استدلالا قيمتها 1)

$$B \Rightarrow A \rightarrow B$$

2- هل تعتبر الاقتضاءات التالية صحيحة

"إذا كان مربع عدد زوجياً، فإن العدد نفسه زوجي"

$$N2(\text{even number}) \Rightarrow n(\text{is even number}) \text{ الاقتضاء صحيح}$$

"اذا كان مكعب عدد فرديا" فان العدد نفسه يكون فرديا"

$$N3(\text{odd number}) \Rightarrow n(\text{is odd even}) \text{ الاقتضاء صحيح}$$

-انتهت الجلسة-