محاضرات مادة خرسانة مسلحة /1/

لطلاب السنة الثالثة

(هندسة مدنية)

الدكتور نزيه يعقوب منصور

2026 - 2025

جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

المحاضرة السادسة والسابعة

العناصر الخاضعة لقوى محورية لامركزية(ضغط لا مركزي -شد لا مركزي)

العناصر الخاضعة لقوى محورية لامركزية(ضغط لا مركزي -شد لا مركزي)

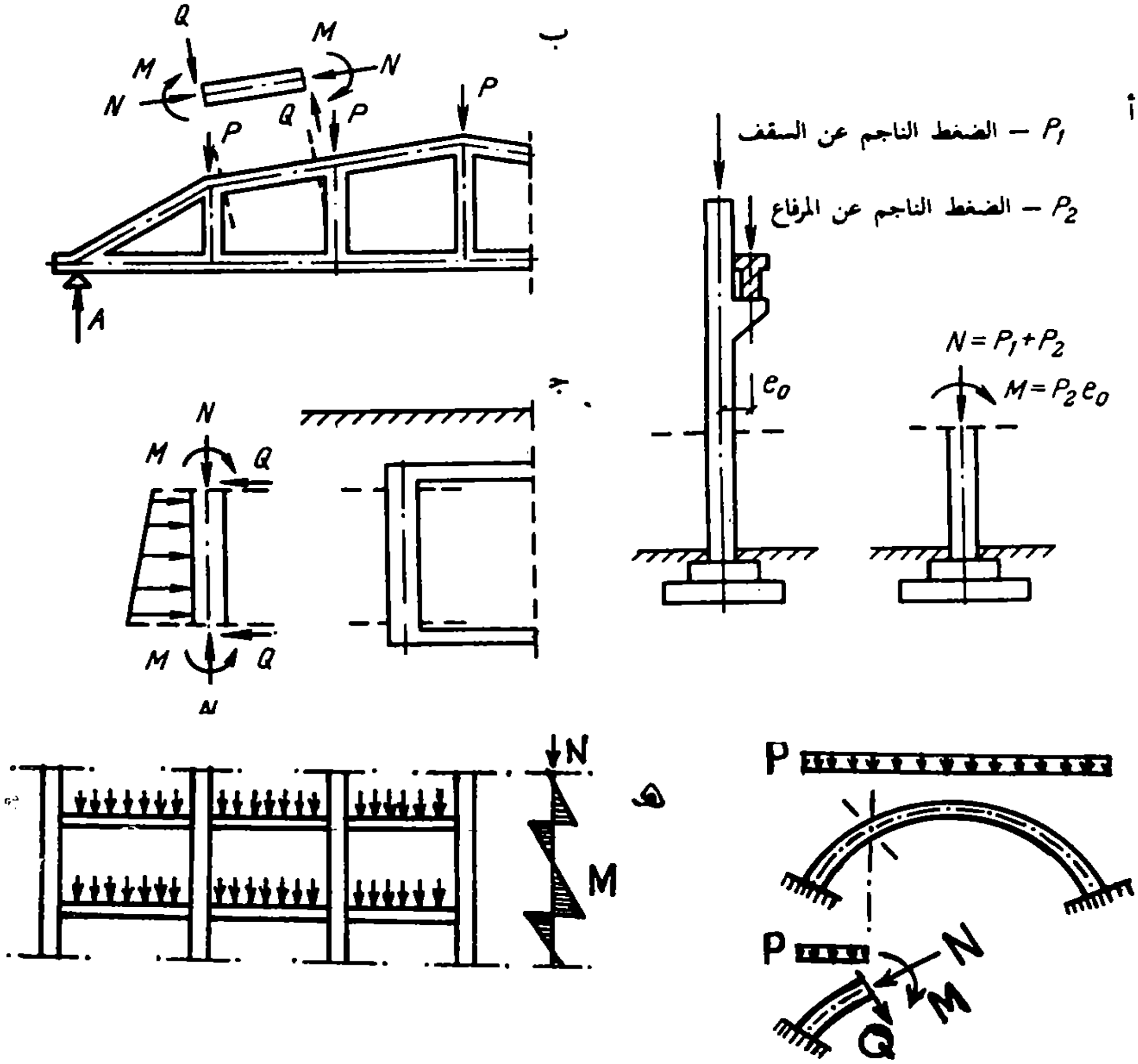
ينص الكود العربي السوري على الاشتراطات العامة لحساب نحافة الاعمدة الخرسانية وأطوال التحنيب لها في الفقرة 7-1-5والمذكورة في المحاضرة الثانية ومتى يكون العمود قصيرا او طويلا.

يعتبر العنصر الانشائي خاضعا لضغط لامركزي بسيط عندما يتعرض لقوى ضغط محورية نقطة تطبيقها بعيدة عن مركز ثقل المقطع العرضي وتتطبق على أحد محوريه ، أو بمعنى آخر عندما يتعرض لقوى ضغط محورية مركزية وعزم انعطاف في أحد الاتجاهين للمقطع (حول أحد محوريه) . وتصادف العناصر التي تتعرض مقاطعها لقوى ضغط لامركزية بشكل واسع في المنشآت الصناعية والمدنية، وأهم هذه العناصر هي : الأعمدة في الأبنية الصناعية التي تتعرض لحمولات شاقولية وأفقية من السقف والروافع والرياح، والأقواس، والعناصر المائلة والأوتار العلوية في الجوائز الشبكية، والعناصر الشاقولية في الاطارات ، وجدران الخزانات الجوفية ذات المسقط الأفقي المستطيل حيث تتحمل الضغط الجانبي الناجم عن التربة أو السائل والضغط الشاقولي الناجم عن السقف، شكل 5 – 1 ، وتؤثر في هذه المنشآت قوة الضغط N وعزم الانعطاف M

أما المقاطع العرضية لهذه العناصر فتأخذ أشكالا مختلفة كالمستطيل والمقطع I أو T والمفرغ والحلقي .... ويتم تسليح العناصر الخاضعة للضغط اللامركزي بتسليح متناظر أو غير متناظر ، والتسليح الغير متناظر يكون أكثر اقتصادية ولكن بسبب الفرق الصغير بين التسليحين المتناظر وغير المتناظر فإنه غالبا ما يستخدم التسليح المتناظر خاصة إذا كان العزم متناوبا .

ويعتبر التسليح الطولي الأبعد عن مركز ثقل المقطع باتجاه اللامركزية هو الأكثر فعالية في مقاومة الضغط اللامركزي ، أما التسليح الوسطي فيوضع بصفة إنشائية وبتباعد لا يزيد عن 300 mm ويمكن أن يساهم هذا التسليح بشكل نسبي في حالة اللامركزية الصغيرة. يختلف توزيع قضبان التسليح الطولية والأساور

العرضية باختلاف المقطع العرضي، وبشكل عام فإن قواعد ترتيب التسليح من حيث الأقطار والتباعدات ونسب التسليح المذكورة سابقا في الفصل الثالث في حالة الضغط البسيط تنطبق نفسها على العناصر المعرضة لضغط لامركزي .



شكل 5 – 1 – بعض العناصر والمنشآت التي تتعرض لقوى ضغط لامركزي

ينص الكود العربي السوري على حساب حالة الضغط اللامركزي البسيط والشد اللامركزي البسيط على العلاقات التالية:

٩-٢-٥-٦- العلاقات الأساسية للحساب في حالة الضغط اللامركزي البسيط:

يحسب العنصر المعرّض لقوة ضغط ناظميّة مترافقة مع عزم انحناء، كقوة ضغط مُطبّقة بصورة لا مركزية بالنسبة لمركز ثقل القطاع المعتمد، (حيث يحوي هذا القطاع محور تناظر).

تُعرّف حالة اللامركزية البسيطة بأنها الحالة التي يكون فيها عزم الانحناء واقعاً في مستوٍ عمودي على القطاع، ويحوي محور تناظر، أو الحالة التي تكون فيها قوة الضغط اللامركزية واقعة في مستوي التناظر، ومنحرفة بالنسبة لمركز ثقل القطاع. وتُطبّق الفرضيات الأساسية ذاتها المعتمدة في البند (٢-٩).

أ - حالة قطاع متناظر مسلح بتسليح موزّع على محيطه : (راجع الشكل ٩-٦)

تُكتب معادلات توازن القوى الداخلية والخارجية المقاومة للعنصر كما يلي:

$$N_{ur} = \Omega \left[0.85 \cdot f'_c \cdot A'_c + \Sigma \ A_{si} \cdot f_{si} \right] \qquad (9\text{-}19)$$

$$M_{ur} = N_{ur}.e = \Omega \left[0.85 \cdot f'_c \cdot A'_c \cdot \eta_c + \Sigma \ f_{si} \cdot A_{si} \cdot \eta_{si} \right] \qquad (9\text{-}20)$$

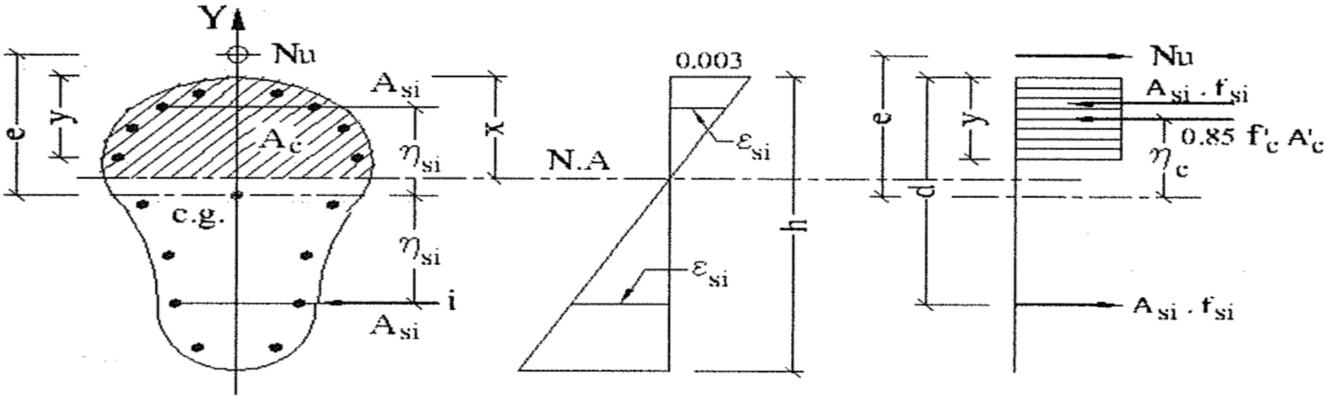
حيث: N_{ur} قوة الضغط الحديّة القصوى التي يمكن للقطاع تحملها، والمرافقة للعزم M_u.

M_{ur} العزم الحدّي الأقصى الذي يمكن للقطاع تحمله، والمرافق للقوة N_{ur}.

e اللامركزية بالنسبة للمحور المار بمركز الثقل العمودي على محور التناظر.

x البعد بين الطرف الأقصى المضغوط والمحور السليم للقطاع الخرساني المسلح.

y الارتفاع الافتراضي (الاعتباري) للمنطقة المضغوطة $(y = 0.85\ x)$.



الشكل (٦–٩): التشوهات والإجهادات والقوى في مقطع معرض لضغط لامركزي وتسليحه متناظر وموزع على المحيط

A'_c مساحة المنطقة المضغوطة الافتراضية (الاعتبارية) من القطاع الخرساني.

A_{si} مساحة صف التسليح (i).

ε_{si} الانفعال في صف (i) حسب مخطط التشوه الخطي، ويُؤخذ موجباً إذا كان انفعال ضغط، وسالباً إذا كان انفعال شدّ.

f_{si} الإجهاد في صف التسليح (i)، ويساوي إلى:

$$-f_y \leq f_{si} = E_s . \varepsilon_{si} \leq f_y$$

ويؤخذ موجباً إذا كان إجهاد ضغط، وسالباً إذا كان إجهاد شدّ.

η_{si} البعد بين صف التسليح (i) والمحور المار بمركز الثقل والعمودي على محور التناظر، ويؤخذ موجباً إذا كان من نفس طرف القوة (Nu) بالنسبة لهذا المحور، وسالباً إذا كان من الطرف المعاكس.

η_c البعد بين مركز ثقل المنطقة المضغوطة الافتراضية والمحور المار بمركز الثقل والعمودي على محور التناظر، وهو موجب دائماً.

ب– حالة القطاع المستطيل المسلح بتسليح موزّع على محيطه:

نستعمل العلاقات (9.19) و(9.20) ذاتها، ونستعيض عن قيم A'_c ، η_c بما يلي:

$$A'_c = b.y$$

$$\eta_c = 0.5h - 0.5y$$

ويُؤخذ المحور المار من مركز الثقل والعمودي على محور التناظر ماراً بمنتصف الارتفاع، وتنسب e، η_{ci} إلى هذا المحور.

٩-٢-٥-٧- حالة قطاع مستطيل مسلح بتسليح متوضّع على طرفي القطاع:

(راجع الشكل ٩-٧). تـعطى علاقات التوازن كما يلي:

$$N_{ur} = \Omega [0.85 f'_c b.y + A'_s f'_s + A_s f_s] \qquad (9 . 21)$$

$$M_{ur} = N_u . e = \Omega [0.85 f'_c b .y (0.5 h - 0.5 y) + A'_s f'_s (0.5 h - d') - A_s f_s (0.5 h - a)] \qquad (9 . 22)$$

حيث: b عرض القطاع المستطيل.

h الارتفاع الكلي للقطاع المستطيل.

A'_s التسليح الأقرب إلى القوة N_u.

A_s التسليح الأبعد عن القوة N_u.

d' بُعد A'_s عن طرف القطاع الأقرب إلى N_u.

a بُعد A_s عن طرف القطاع الأبعد عن N_u.

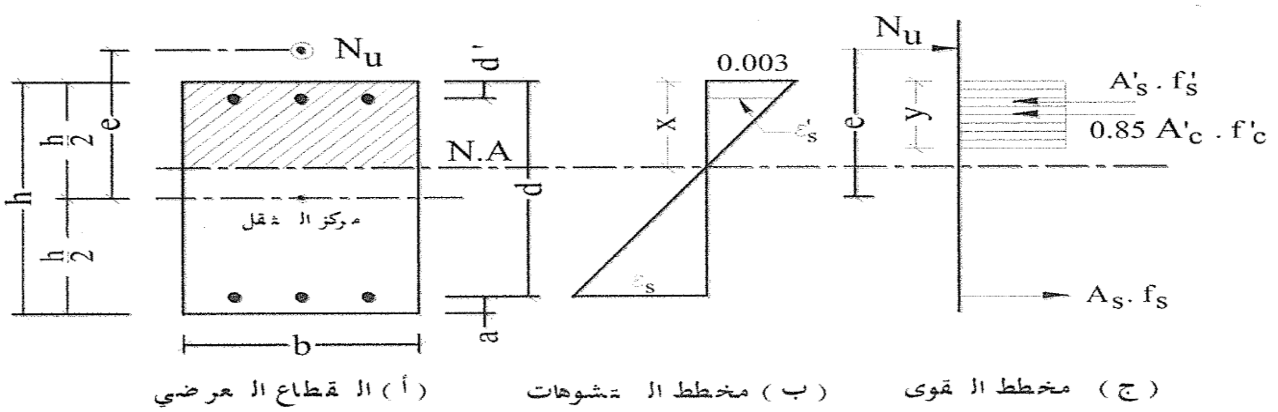
f'_s الإجهاد في التسليح A'_s.

f_s الإجهاد في التسليح A_s.

تؤخذ قيم f'_s ، f_s موجبة إذا كانت إجهادات ضغط، وسالبة إذا كانت إجهادات شدّ، وتعطى من مخطط الانفعالات الخطي بالعلاقتين الآتيتين:

$$-f_y \le f'_s = 630\left(\frac{y-0.85d'}{y}\right) \le f_y \qquad .....(9\text{-}23)$$

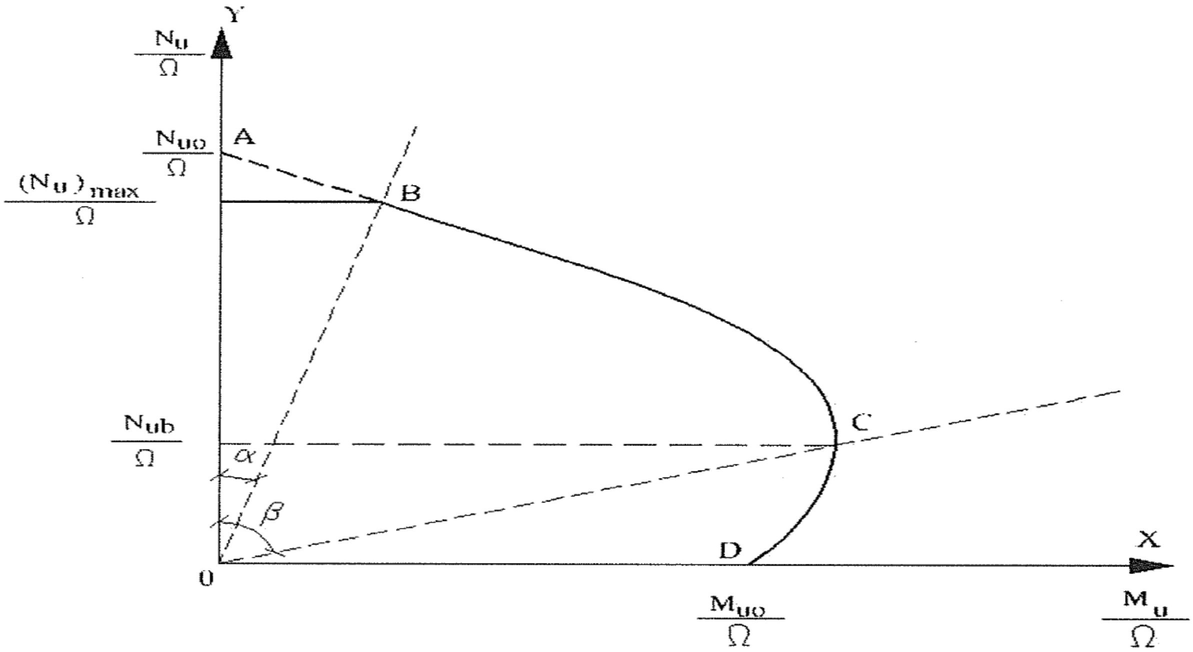
$$-f_y \le f_s = 630\left(\frac{-0.85d+y}{y}\right) \le f_y \qquad .....(9\text{-}24)$$



الشكل (٧-٩): التشوهات والإجهادات والقوى في مقطع معرض لضغط لا مركزي وتسليحه على طرفي المقطع

٩-٢-٥-٨- مخططات الترابط:

يمكن تمثيل العلاقتين (9.19)، (9.20) أو العلاقتين (9.21)، (9.22) بالإعتماد على العلاقتين (9.23)، (9.24) لكل قطاع مفروض، بمخطط الترابط المبيّن في الشكل (٩-٨).



الشكل (٨-٩): مخطط الترابط

أ - يُمثل ترتيب النقطة (A) على المحور (oy)، المقاومة النظرية لقطاع مُعرّض لضغط محوري ناظمي من دون عزم مُطبّق $\left(\frac{N_{uo}}{\Omega}\right)$.

ب- يُمثل ترتيب النقطة (B) على المحور (oy)، مقاومة الضغط القصوى المسموح بها النظرية للقطاع المعرّض لضغط محوري ناظمي، من دون عزم، أو مرفق بعزم بسيط، وفق البند (٩-٢-٣-٢) حسب الحالة $\left(\frac{N_{u\,max}}{\Omega}\right)$، حيث:

$\frac{N_{u\,max}}{\Omega} = 0.8\frac{N_{uo}}{\Omega}$ (في حالة القطاع المسلح بتسليح عرضي عادي).

$\frac{N_{umax}}{\Omega} = 0.85\frac{N_{uo}}{\Omega}$ (في حالة القطاع المسلح بتسليح عرضي حلزوني).

ويُمثل ميل الخط (OB) عن محور y $(\tan\alpha)$ اللامركزية الدنيا التي يتم تصميم كل قطاع ضمناً على تحملها، حتى لو قلّت اللامركزية الفعلية عنها، أي: $e_{min} = \tan\alpha$.

ج- تُمثل النقطة (C) الوضعية التوازنية، ويكون ترتيبها على المحور (oy)، قيمة القوة الضاغطة الحدّية في الوضع التوازني $\left(\frac{N_{ub}}{\Omega}\right)$. وتعرّف الوضعية التوازنية كما وردت في البند (٩-٢-٢ الحالة-٣-)، ويُمثل ميل الخط OC من محور y $(\tan \beta)$ اللامركزية التوازنية، أي:

$e_b = \tan \beta$.

فإذا كانت $e < e_b$ يتم الوصول إلى الحالة الحدّية بانكسار الخرسانة في الضغط، في حين يكون الإجهاد في التسليح الأبعد عن القوة (N_u)، إما إجهاد ضغط أو إجهاد شدّ تقلّ قيمته المطلقة عن حدّ الخضوع (f_y). أما الإجهاد في التسليح الأقرب من القوة (N_u)، فتصل قيمته إلى حدّ الخضوع (f_y). وتدعى اللامركزية في هذه الحالة باللامركزية الصغيرة.

وإذا كانت $e > e_b$ تتحقق الحالة الحدّية بعد وصول إجهاد الشدّ في التسليح الأبعد عن القوة (N_u) إلى حدّ الخضوع (f_y). وتدعى اللامركزية في هذه الحالة باللامركزية الكبيرة.

د- تمثل فاصلة النقطة (D) على المحور (ox)، العزم الحدّي الأقصى $\left(\frac{M_{uo}}{\Omega}\right)$ الذي يمكن للقطاع تحمّله من دون وجود قوة ضغط مرافقة (الانحناء البسيط)، وتعطى قيمته بالعلاقات الواردة في الفقرات (٢-٥-٢-٩ حتى ٥) للقطاعات المستطيلة أو بشكل T.

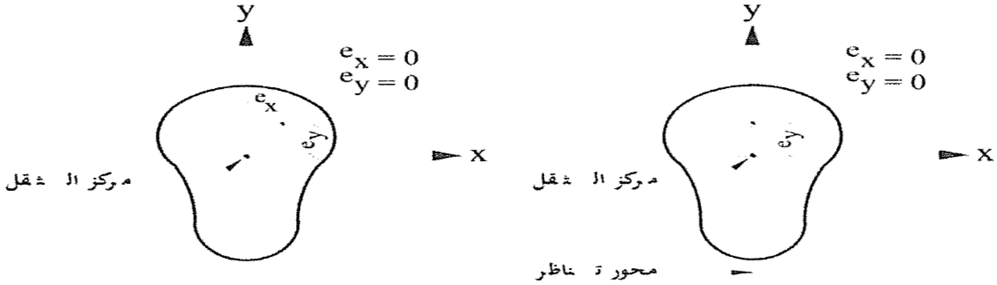
هـ- يكون القطاع مُحققاً لشروط الأمان في حالة الحدّ الأقصى، إذا كانت النقطة التي تمثل قيم $\left(\frac{N_u}{\Omega}, \frac{M_u}{\Omega}\right)$ المُطبّقتين واقعة على مخطط الترابط أو ضمنه، ويكون غير مُحقق لشرط الأمان إذا وقعت النقطة خارجه.

٩-٢-٥-٩- قيم معامل تخفيض المقاومة (Ω):

تؤخذ قيم معامل تخفيض المقاومة Ω وفقاً لما ورد في البند (٣-٣-٦).

٩-٢-٥-١٠- حالة اللامركزية المركّبة:

في حالة تعرّض القطاع إلى لامركزية مركّبة ذات مركّبتين e_x، e_y يمكن اعتماد المبدأ المبسّط الآتي، (راجع الشكل ٩-٩):



الشكل (٩-٩): قطاع معرض إلى لامركزية (مركبة أو عادية)

$$N_i = \frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y} - \frac{1}{N_0} \qquad \ldots\ldots \quad (9.25)$$

أو وفق الآتي:

$$N_n \leq \frac{1}{\frac{1}{N_x} + \frac{1}{N_y} - \frac{1}{N_0}}$$

ومن ثم تعطى القوة ذات اللامركزية المركبة المسموح تطبيقها على المقطع: $N_u = \Omega . N_n$

حيث: N_u تحمل المقطع الفعلي، N_n تحمل المقطع النظري.

وحددت قيمة عامل تخفيض المقاومة للمقطع لهذه الحالة كما هي في الضغط المركزي، أي:

$\Omega = 0.65$

صلاحية العلاقة أعلاه بأن يكون الضغط حاكم، أي أن يتحقق: $N_n \geq 0.1\ A'_c\ f'_c$

ويمكن كبديل: $N_n \geq 0.1\ N_0$

يمكن استعمال طريقة أخرى تدعى طريقة قطاع الحمولة وفق العلاقة الآتية:

$$\frac{M_{nx}}{M_{n0x}} + \frac{M_{ny}}{M_{n0y}} = 1$$

وأصل هذه العلاقة هو كالآتي:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{n0x}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{n0y}}\right)^{\alpha} = 1$$

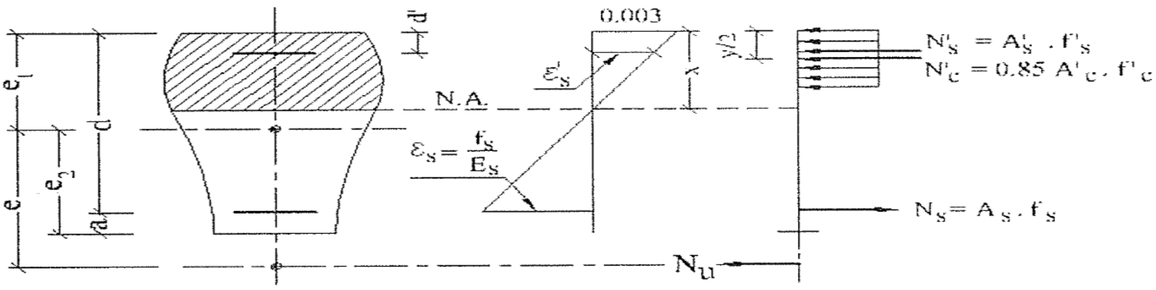
حيث تعطى قيمة α بين $\alpha = 1.15 \rightarrow 1.55$ ، وفي المقاطع المستطيلة والمربعة يمكن قبول القيمة

$\alpha = 1.5$

وأخذت قيمة α تساوي الـ (١) في العلاقة السابقة لصالح الأمان، والتي ينصح باستخدامها فقط من أجل قيم: $N_n < 0.1\ A'_c\ f'_c$

٩-٢-٥-١١- العلاقات الأساسية للحساب في حالة الشدّ اللامركزي (اللا مركزية الكبيرة):

تُطبّق أحكام هذا البند عندما تكون لا مركزية القوة الشادّة بحيث تقع نقطة تطبيقها خارج المنطقة المحدّدة بقضبان التسليح المحيطية (الشكل ٩-١٠)، وفي هذه الحالة يتعرّض القطاع لإجهادات ضغط وشدّ، كما في حالات الانحناء البسيط والضغط اللامركزي (اللامركزية الكبيرة).



الشكل (١٠-٩): قطاع معرض لقوة شد مطبقة خارجه (لامركزية كبيرة)

إن الفرضيات الأساسية التي تطبَق في هذه الحالة هي الفرضيات الأساسية ذاتها الواردة في البند (٢-٩).

أ – حالات التحقيق:

يتم الحساب في هذه الحالة انطلاقاً من الفرضيات الأساسية، وبكتابة علاقات التوازن الحدّي، نسبة إلى مركز ثقل القطاع الخرساني المسلح:

$$+ N_{ur} = \Omega \, [\, N_s - N'_c - N'_s \,] \qquad \ldots (9.26)$$

$$+ N_{ur} \, . \, e = \Omega \, [\, 0.85 f'_c \;\; A'_c \, (e_1 - 0.5y) + A'_s f'_s (e_1 - d') + A_s f_s \, (e_2 - a) \,] \qquad \ldots (9.27)$$

$$f'_s = 630 \times \frac{y - 0.85d'}{y} \le fy \qquad \ldots\ldots\ldots (9.28)$$

$$\left(f'_s = 6300 \times \frac{y - 085d'}{y} \le f_y \right. \quad \text{وفي النظام المتري)}$$

تكون f'_s في هذه العلاقة موجبة إذا كانت ضغط.

$$f_s = 630 \times \frac{0.85d - y}{y} \le fy \qquad \ldots (9.29)$$

$$\left(f_s = 6300 \times \frac{0.85d - y}{y} \le f_y \right. \quad \text{وفي النظام المتري)}$$

في هذه العلاقة f_s موجبة إذا كانت شدّ.

الرمز x يعني إشارة الضرب وأحياناً نستعمل رمز النقطة إن لم يكن من استعمالها التباس.

ب– حالات التصميم: (أي حساب مساحات التسليح انطلاقاً من أن أبعاد القطاع معطاة أو مفترضة).

يمكن في هذه الحالات أن يُحسب القطاع كما لو كان مُعرّضاً لعزم انحناء بسيط، على أن تؤخذ قيمة العزم مساوية:

$$M_{us} = N_u(e - e_2 + a) \qquad \dots (9.30)$$

ويكون $f_s = f_y$ في هذه الحالة:

حيث: M_{us} = عزم القوة الناظمية الشادّة الحدّية المُطبّقة على القطاع نسبة لمركز ثقل تسليح الشدّ.

N_u = القوة الناظمية الشادّة الحدّية المُطبّقة على القطاع.

e = لامركزية القوة الشادّة نسبة إلى مركز ثقل القطاع.

e_2 = البعد بين مركز ثقل القطاع وأقصى ليف مشدود.

a = البعد بين مركز ثقل التسليح المشدود، وطرف القطاع الأقرب إليه. وتضاف إلى مساحة تسليح الشدّ الناتجة عن عزم الانحناء M_{us} القيمة الآتية:

$$A_{s2} = \frac{N_u}{\Omega \; f_y}$$

وتؤخذ قيمة Ω مساوية إلى (0.9) في هذه الحالة.

٩-٢-٥-١٢- العلاقات الأساسية للحساب في حالة الشدّ اللامركزي (اللامركزية الصغيرة):

تُصادف هذه الوضعية عندما تقع القوة الشادّة داخل القطاع، بين مركزي ثقل التسليحين اللذين يكونان في حالة شدّ كليهما، ويكون القطاع الخرساني متشققاً بأكمله. تحسب A_{s1} و A_{s2} مباشرة بأخذ العزم على التوالي، مرّة حول مركز A_{s2} وأخرى حول مركز A_{s1}، وتؤخذ قيمة $\Omega = 0.9$. ويلزم التأكيد على ما ورد في البند (٩-٢-٤-١) بشأن تحقيق شرط التشقق.

٩-٢-٦- الأعضاء المضغوطة الطويلة والحساب للتحنيب:

هناك طريقتان لمعالجة هذا الموضوع، الطريقة الأولى هي الواردة في هذا البند أدناه، والطريقة الثانية هي ما سيرد في الملحق (و)، والطريقتان مقبولتان في هذا الكود بالدرجة ذاتها.

٩-٢-٦-١- يُعدّ العضو المضغوط طويلاً (أو نحيفاً)، ويؤخذ أثر التحنيب (الانبعاج) في الحسبان عند حساب طاقة تحمّله القصوى، إذا زادت نحافته (λ) بالنسبة لمحور التحنيب (الانبعاج) على 40 للمسندة جانبياً، كما هو وارد في البند (٩-٢-٣-١).

٩-٢-٦-٢- يُؤخذ التحنيب (الانبعاج) في الأعضاء المضغوطة الطويلة، مساوياً في تأثيره لعزم انحناء إضافي M_c، ناتج عن الحمل الناظمي الأقصى، المؤثر على العضو N_u مضروباً في لامركزية، أي أن: $M_c = N_u(e_c)$

حيث: e_c = اللامركزية الإضافية الناشئة من تشوه العمود أو العضو المضغوط في القطاع الحرج، وتؤخذ وفق ما سيرد لاحقاً في البند (٩-٢-٦-٧) العلاقة (d).

وبذلك يتحول حساب حالة حدّ الاتزان الناتج عن التحنيب (الانبعاج)، إلى حساب المقاومة القصوى للعزوم الناتجة عن إضافة M_c إلى العزوم الأصلية المؤثرة في العضو. ويحدث هذا العزم الإضافي M_c بتأثير التحنيب في الأعضاء المضغوطة الطويلة، بسبب التأثير المتبادل بين الأحمال الناظمية وتشوهات العضو النحيف المضغوط.

٩-٢-٦-٣- يُميّز في حساب الأعمدة الطويلة، بين الأعمدة المُسندة جانبياً (المُسندة اختصاراً)، والأعمدة غير المُسندة جانبياً (غير المسندة اختصاراً)، ويُعدّ العمود مُسنداً، إذا كانت الجملة الإنشائية للمنشأة (أو الطابق الذي يُشكل العمود المدروس جزءاً منه) مزودة بعناصر أخرى صلدة (كجدران القص أو مايماثلها) قادرة على مقاومة ما لا يقلّ عن 80% من الأحمال الأفقية المُطبّقة، أو 5% من مجموع الأحمال الشاقولية المُطبّقة على جميع الأعمدة، كحمل أفقي مركّز في مستوي كل طابق، أيهما أكبر، ولا تضاف لأحمال الجدران.

ويمكن في الحالات العادية افتراض هذا الشرط الوارد أعلاه محققاً، إذا كانت قساوة (جساءة) هذه العناصر، تزيد على أو تساوي ستة أمثال مجموع قساوات (جساءات) الأعمدة في كل طابق (دور).

٩-٢-٦-٤- يمكن في حالة المباني الهيكلية العادية الطابقية التي لا يزيد عدد طوابقها على الستة، افتراض أعضائها المضغوطة مُسندة، حتى ولو لم تشتمل جملتها الإنشائية على عناصر تقوية جانبية واضحة مثل جدران القص أو ما يماثلها، شريطة تحقق الاشتراطات الآتية:

أ - أن تكون قطاعات وتسليح جميع الأعمدة المعتمدة ذات مقاومة كافية لحالات التحميل الأخرى، التي تحوي إضافة إلى الأحمال الميتة والحية القصوى، أحمالاً أفقية كالرياح أو الهزات الأرضية أو دفع التربة.. الخ.

ب- ألا تزيد نحافة كل عمود على 60.

ج- ألا تحتوي الجملة الإنشائية للمنشأة على عدم تناظر هندسي بالغ، سواء في أشكال الأحمال أو في الشكل الهندسي أو المرن للمنشأة، بحيث يؤدي إلى ابتعاد مركز القساوة عن مركز الثقل بمقدار يزيد على % 20 من بعد المنشأة بالاتجاه ذاته.

د- ألا يؤخذ الطول الحر للعمود L_o أقل من الطول الحقيقي الصافي بين العناصر المرتبطة به.

٩-٢-٦-٥- يمكن افتراض أثر التحنيب محققاً، إذا استعملت في حساب قطاعات جميع عناصر المنشأة، القوى الناظمية وعزوم الانحناء الناجمة عن تحليل إنشائي من الدرجة الثانية، يأخذ بالحسبان أثر التشوهات الحاصلة في المنشأة، على القيم النهائية للقوى الداخلية وعزوم الانحناء وعلى استقرار المنشأة. ويتوجب في الحساب الإنشائي من الدرجة

الثانية اعتماد قيم واقعية لقساوة (جساءة) العناصر الإنشائية، تأخذ بالحسبان أثر التشقق والسلوك اللامرن للمواد، بالإضافة إلى أثر الأحمال الطويلة الأمد، وهذا التحليل إلزامي في الحالات التي تزيد فيها النحافة λ لكل عمود رئيسي حامل على 100.

٩-٢-٦-٦- في الحالة العامة، يمكن أن يؤخذ بالحسبان أثر التحنيب (الانبعاج)، بحساب قطاع العمود أو العنصر المضغوط الذي لا تزيد نحافته على 100، في حالة الحد الأقصى تحت تأثير القوة الناظمية الحدّية المُطبّقة عليه N_u، مترافقة مع عزم انحناء حدّي M_u مساوٍ إلى:

$$M_u = N_u (e_0 + e_c) \quad ..... \text{(a)}$$

حيث: e_o اللامركزية الأصلية المُطبّقة على العمود والناجمة عن الأحمال والتأثيرات الخارجية، وبضمنها اللامركزية الطارئة، وتُحسب وفق العلاقة الآتية :

$$e_0 = \frac{M_{ui}}{N_{ui}} \geq e_a \quad ..... \text{(b)}$$

حيث: e_a اللامركزية الطارئة وتؤخذ الأكبر من $\frac{l_o}{250}$; $\frac{h}{20}$; 25 mm

وعلى ألا تقل اللامركزية (e_0+e_c) عن $0.1\ h$ حتى في حال انعدام e_c.

L_o الطول الحسابي الحر للعمود، المحدد وفق البند (٥-١-٧)، على أن لا يقلّ عن الطول الحقيقي الصافي، بين العناصر المرتبطة به.

h البعد الكلي لقطاع العمود في اتجاه التحنيب (الانبعاج) المدروس.

٩-٢-٦-٧- تؤخذ قيمة العزم M_{ui} التي تمثل العزم الحدّي الأصلي، المُطبّق في القطاع الحرج للعمود (وتكون N_{ui} القوة الناظمية الحدية المرافقة) تحت تأثير حالة التحميل المدروسة، مساوية إلى:

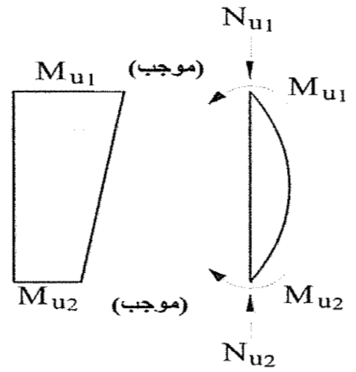
أ – العزم الأعظمي على الإطلاق، على كل قطاع من قطاعات العضو المضغوط، غير المُسند، أو المُسند المتعرّض لأحمال عرضية ما بين طرفي العنصر المضغوط، والناجم عن تحليل إنشائي للمنشأة من الدرجة الأولى، وفق الأسس المعتمدة في الباب الثامن.

ب – في الحالات الأخرى:

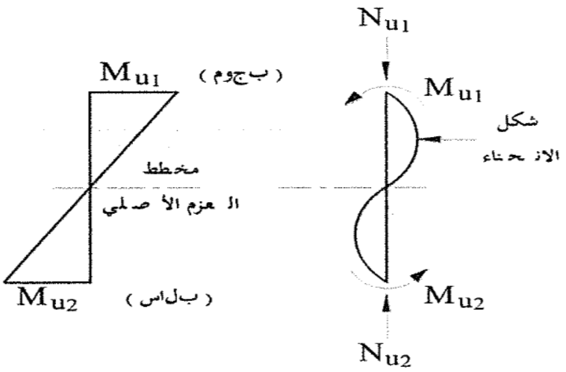
$$M_{ui} = 0.6\ M_{u1} + 0.4\ M_{u2} \geq 0.4\ M_{u1} \quad .... \text{(c)}$$

حيث: M_{u1} = العزم الأكبر بالقيمة المطلقة، والمُطبّق على أحد طرفي العمود، ويؤخذ بإشارة موجبة دائماً.

M_{u2} = العزم الأصغر بالقيمة المطلقة، والمُطبّق على الطرف الآخر للعمود، ويؤخذ موجباً إذا كان العمود منحنياً باتجاه واحد (الشكل ٩-١١) وسالباً إذا كان العمود منحنياً باتجاهين (الشكل ٩-١٢).



الشكل (٩-١١):
عمود مسنود منحن باتجاه واحد



الشكل (٩-١٢):
عمود مسنود منحن باتجاهين

ج- تحسب قيمة اللامركزية الإضافية e_c الواردة في البند (٩-٢-٦-٢)، والعلاقة (a) في البند (٩-٢-٦-٦) كما يلي:

$$e_c = \frac{\beta \cdot \lambda^2 \cdot (e_o + h)}{30000} \leq \frac{\beta \cdot \lambda^2 \cdot h}{15000} \qquad \ldots\ldots (d)$$

حيث:

$$\beta = 1.65 - 0.65\alpha \qquad \text{في حالة الجو الجاف} \ \ldots\ldots (e)$$

$$\beta = 1.33 - 0.33\alpha \qquad \text{في حالة الجو الرطب} \ \ldots\ldots (f)$$

$$\alpha = \frac{M_{us}}{M_{ui}} \leq 1.00$$

من أجل $\alpha \leq 0$ نعتمد قيمتها المطلقة في العلاقتين (e، f) لهذه الحالة بما لايزيد على 1.

حيث: M_{us} = الجزء من M_{ui} الناتج عن الأحمال الآنية، وتشمل: أحمال الرياح، والهزّات الأرضية وأحمال المركبات أو الآلات المتحركة (وبضمنها الأثر الديناميكي)، والحمل الحي المُطبّق على السطوح ذات الاستعمال القليل أو النادر.

أما في الحالات التي تكون فيها قيمة α أكبر من الصفر، فيجب أن يتم التحقق من طاقة تحمّل العضو المضغوط لحالة تحميل لا تشمل الأحمال الآنية المشار إليها أعلاه، مع افتراض قيمة α تساوي إلى الصفر.

٩-٢-٦-٨- في حالة الأعمدة المسنودة فقط، يجب ألا تقلّ قيمة M_u المحسوبة في العلاقة (a)، عن العزم الأكبر المطلق المُطبّق في إحدى نهايتي العضو المضغوط (M_{u1}).

٩-٢-٦-٩- إذا تبيّن من التحليل الإنشائي العادي من الدرجة الأولى للأعضاء المضغوطة، أنها لاتتعرّض إلى عزوم انحناء، وأيضاً في الحالات التي يُسمح فيها وفقاً لما ورد في البند (٩-٢-٣-٢)، بحساب العضو المضغوط بافتراضه خاضعاً للضغط المركزي، مع إهمال عزم الانحناء المُطبّق عليه بسبب صغر قيم هذا العزم، أو بإدخال أثره بواسطة عامل التكافؤ k_e المشار إليه في

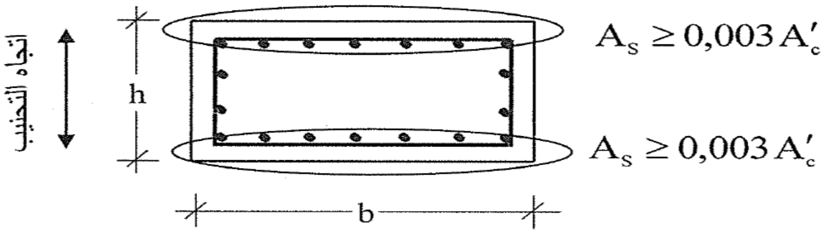
البند (٥-٣-٨) والجدولين (٢-٨)، فيمكن حساب أثر التحنيب (الانبعاج) بإحدى الطريقتين الآتيتين:

أ - بحساب العضو المضغوط على الضغط اللامركزي، تحت تأثير الحمل الناظمي الحدّي المُطبّق (N_u)، وعزم انحناء حدّي (M_u) يُحسب بموجب العلاقات (a)، (b)، (d)، (e أو f) من البندين (٦-٦-٢-٩) و(٧-٦-٢-٩) مع افتراض كل من قيمتي M_{ui}، α مساويتين إلى الصفر.

ب- أو إذا تحقق الشرطان الآتيان:

١) أن يكون قطاع العضو المضغوط مربعاً أو مستطيلاً.

٢) ألا تقلّ مساحة التسليح الموجودة في كل طرف من طرفي القطاع بالاتجاه المقاوم للتحنيب عن 0.003 من مساحة القطاع الكلية (الشكل ٩-١٣)، وألا تزيد نحافة العمود λ على 80.



الأساور غير مبينة بالشكل

الشكل (٩-١٣): مساحات التسليح الدنيا في القطاعات المستطيلة للأعمدة النحيفة

يمكن حساب العمود على الضغط المركزي، بموجب إحدى العلاقتين (9.1) أو (9.2) حسب الحال، الواردتين في البند (٢-٣-٢-٩)، بعد تخفيض المقاومة القصوى على الضغط البسيط للعنصر بتقسيم الطرف الأيمن للمعادلة المستعملة على العامل k_e المعطى بالجدولين (٨-٢) في البند (٥-٣-٨) والتقسيم أيضاً على العامل k_b المعطى بالجدول (١٠-٣) في البند (١٠-٣-٣-٤).

أما إذا لم يتحقق الشرطان المُبيّنان أعلاه، فتستعمل الطريقة الأولى المشروحة في الفقرة (أ) أعلاه.

٩-٢-٦-١٠- في الحالة العامة التي يكون فيها العضو المضغوط في وضعية التحميل المدروسة، معرّضاً لعزوم انحناء في أحد الاتجاهين الرئيسيين، يُحقّق العضو المضغوط على الضغط اللامركزي كما ورد في البنود (٦-٦-٢-٩)، (٩-٢-٦-٧)، (٩-٢-٦-٨)، (٩-٢-٦-٩)، في اتجاه العزم المُطبّق، ويُحقّق بالاتجاه الآخر بافتراضه غير معرّض لعزوم انحناء، كما ورد في الفقرة (٩-٢-٦-٩) ومع افتراض قيم λ و h في كل اتجاه على حدة وعلى نحو مستقل.

٩-٢-٦-١١- أما في الحالات التي يُبيّن فيها التحليل الإنشائي، أن العمود معرّض في وضعية التحميل المدروسة، لعزوم انحناء في الاتجاهين الرئيسيين، وفي آن واحد معاً، فيجري حساب قيمة e_o، e_c لكل من الاتجاهين، كما ورد في هذه الفقرة (٦-٢-٩)، وباستعمال قيم λ و h والعزوم الأصلية المناسبة في كل اتجاه على حدة. ثم يُحقَق العمود على الضغط اللامركزي باتجاهين، كما ورد في الفقرة (١٠-٥-٢-٩) تحت تأثير القوة الناظمية القصوى المُطبّقة عليه، وعزمي انحناء في كل من الاتجاهين الرئيسيين كما في الشكل (١٤-٩).

$$M_{uy} = N_u(e_{ox} + e_{cx})$$
$$M_{ux} = N_u(e_{oy} + e_{cy})$$

$$\tan\beta = \frac{e_{oy}}{e_{ox}}, \quad e_{oy} = \frac{M_{ux}}{N_u} \geq e_{ay}, \quad e_{ox} = \frac{M_{uy}}{N_u} \geq e_{ax}$$

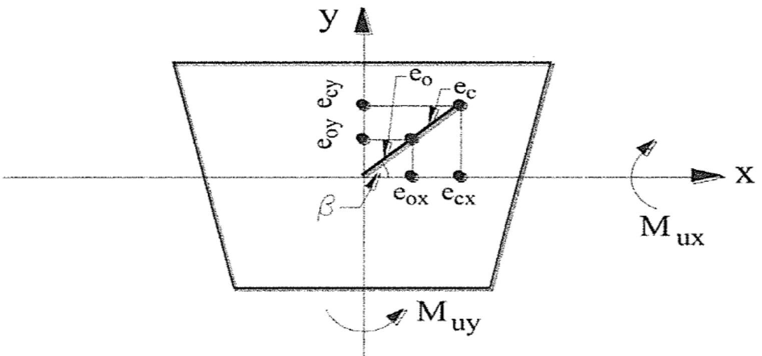
حيث: M_{ux} العزم الحدّي حول المحور x-x.

M_{uy} = العزم الحدّي حول المحور y-y.

N_u = القوة الناظمية الحدّية المُطبّقة على القطاع الخرساني عند مركز ثقله.

e_c = تُحسب وفق البند (٧-٦-٢-٩-ج).

و $e_{ax} = e_a \cos\beta$ و $e_{ay} = e_a \sin\beta$ تمثل قيمة اللامركزية الطارئة الأكبر، الواردة في البند (٦-٦-٢-٩).



الشكل (١٤-٩): مقطع عرضي لعمود معرض لعزمي انحناء

٩-٢-٦-١٢- يُراعى في حساب الأعمدة غير المسنودة جانبياً، الخاضعة لتأثير الأحمال الأفقية، أن يؤخذ أثر العزوم الإضافية الناتجة عن التحنيب (الانبعاج)، في تحقيق العناصر الأخرى المرتبطة بهذه الأعمدة كالجوائز والأساسات.

الحساب العملي للعناصر الخاضعة لقوى محورية لامركزية ضاغطة لا مركزيا :

من الملاحظ في العلاقتين 9-21 و9-22 المذكورتين سابقا والمعبرتين عن معادلتي التوازن للمقاطع الخاضعة لضغط لامركزي انه لدينا اربعة مجاهيل هي: N_u و y و f_y و f'_y ويمكن تحديد هذه المجاهيل بالاستعانة بالعلاقتين 9-23 و9-24 (علاقات الاجهادات), حيث نعوض قيم f_y و f'_y بما يقابلها بدلالة y ، وبالتالي تصبح معادلتي التوازن بمجهولين فقط هما N_u و y ويمكن تحديدهما .

5 – 1 – 2 – 3 – الحالة التوازنية للمقطع المتناظر المسلح عند طرفيه:

تصادف الحالة التوازنية في المقاطع المعرضة لضغط لامركزي كما هو الحال في العناصر المعرضة للانعطاف . وبالتالي تحدث الحالة التوازنية عند الوصول الى التشوهات القصوى في البيتون أي $\varepsilon'_c = 0,003$ وبالوقت نفسه بلوغ التشوهات في فولاذ تسليح الشد قيمتها القصوى وهي تشوه السيلان $\varepsilon_s = f_y / E_s$، أما تسليح الضغط فيكون الاجهاد فيه غالبا مساويا المقاومة المميزة f_y حيث :

$$f'_s = 630\frac{x-a'}{x} = 630(1-\frac{a'}{d}\cdot\frac{630+f_y}{630}) \le f_y \ldots (5-10)$$

والمعروف ضمنا عند الوصول للحالة التوازنية ، تكون قيمة ارتفاع المحور السليم وبالتالي ارتفاع منطقة الضغط مساوية الى الارتفاع المتوازن أي $y = y_b, x = x_b$. ويخضع المقطع للانكسار إذا تعرض إلى قوة ناظمية وحيدة تدعى بالقوة التوازنية N_b وتحت تأثير لامركزية وحيدة تسمى باللامركزية التوازنية e_b ، وسوف نستعرض فيما يلي كيفية إيجاد قيمتي N_b، e_b :

من مخطط التشوهات لدينا الارتفاع المتوازن لمنطقة الضغط يساوي إلى :

$$x_b = \frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon'_c + \varepsilon_s}\cdot d = \frac{0,003}{0,003 + f_y / E_s}\cdot d \ldots (5-11)$$

ومنه نوجد قيمة y_b :

$$y_b = 0,85 x_b = \frac{535,5}{630 + f_y} d \ldots (5-12)$$

أما القوة التوازنية N_b فنحصل عليها من العلاقة (5 – 8) بتبديل f'_s ، f_s بـ f_y ، وتعتبر مساحة بيتون منطقة الضغط هي المحددة بالارتفاع التوازني y_b، ومنه :

$$N_b = 0,85\ f_c'.A_c' + (A_s - A_s')f_y \ldots (5-13)$$

والمعادلة (9 – 5) تصبح على الشكل التالي :

$$N_b(0,\ h_t + e_b - a) = 0,85\ f_c'.A_c'(d - 0,5y_b) + A_s'.f_y(d - a') \ldots (5-14)$$

وإذا كان المقطع مستطيلا تأخذ العلاقتين (13 –5) و (14 – 5) الشكل التالي :

$$N_b = 0,85\ f_c'.b.y_b + (A_s' - A_s)f_y \ldots (5-15)$$

$$N_b(0,5h_t + e_b - a) = 0,85\ f_c'.b.y_b(d - 0,5y_b) + A_s'.f_y(d - a') \ldots (5-16)$$

من العلاقتين الأخيرتين (15 – 5) و (16 – 5) يمكن تحديد e_b, N_b .

وسوف ندرس الآن حالة اللامركزية أقل من اللامركزية التوازنية أي $e<e_b$ ، وحالة اللامركزية أكبر من اللامركزية التوازنية أي $e>e_b$.

أ – عندما تكون $e<e_b$:

تكون اللامركزية صغيرة وغالبا ما تقع نقطة تطبيق القوة داخل المقطع وهذا يؤدي الى انضغاط أكثرية المقطع فيكون ارتفاع منطقة الضغط أكبر من الارتفاع التوازني، ويقترب المحور السليم باتجاه تسليح الشد (وفي حالات خاصة قد يكون كامل المقطع مضغوطا والمحور السليم يقع تحت تسليح الشد أي أن تسليح الشد قد يكون مضغوطا أيضا) . يكون الاجهاد في تسليح الشد أقل من المقاومة المميزة ، ولذلك يبدأ الانهيار في البيتون ، وبالنسبة لتسليح الضغط يصل الى قيمته القصوى باعتباره موجودا في المنطقة الأكثر تشوها ، أما حمولة الانكسار فهي أكبر من الحمولة التوازنية . وبالتالي فإن المقطع يعمل بشكل أساسي على الضغط ويكون عمله على الانعطاف محدودا . وفي حالات خاصة عندما تكون اللامركزية صغيرة جدا قد يصل اجهاد التسليح الأبعد عن نقطة تطبيق القوة الناظمية إلى المقاومة المميزة على الضغط وبالتالي يقترب المقطع من حالة الضغط المركزي .

ب – عندما تكون $e>e_b$:

تكون اللامركزية كبيرة ويعمل المقطع بشكل أساسي علىالانعطاف ، ويكون ارتفاع منطقة الضغط أصغر من الارتفاع التوازني ، أما حمولة الانكسار فهي أصغر من التوازنية ، ويصل الاجهاد في

تسليح الشد الى المقاومة المميزة أما الاجهاد في تسليح الضغط قد يصل الى المقاومة المميزة .

سوف نلخص ما ذكرناه في الفقرتين (أ) و (ب) السابقتين من خلال الجدول 5 – 1 التالي :

جدول 5 – 1 – المقارنة بين اللامركزية الصغيرة والكبيرة في حالة الضغط اللامركزي

لامركزية كبيرة	ضغط لامركزي توازني	لامركزية صغيرة
$e > e_b$	e_b	$e < e_b$
$N_u < N_b$	N_b	$N_u > N_b$
$y < y_b$	y_b	$y > y_b$
$f_s = f_y$	$f_s = f_y$	$f_s < f_y$
$f_s' \le f_y$	$f_s' \le f_y$	$f_s' = f_y$
المقطع يعمل بشكل أساسي على الانعطاف	المقطع يعمل على الضغط وعلى الشد	المقطع يعمل بشكل أساسي على الضغط

5 – 1 – 2 – 4 – مخططات الترابط :

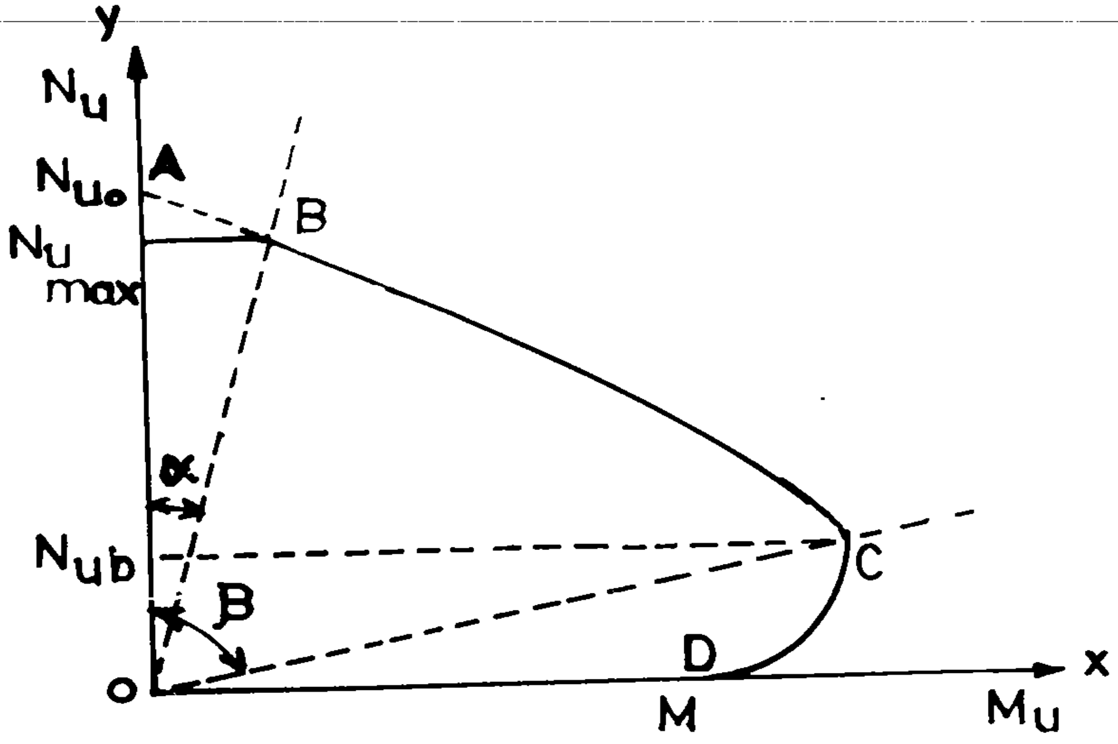
يمكن تمثيل العلاقات السابقة الخاصة بالضغط اللامركزي لكل مقطع مفروض بمخطط الترابط المبين في الشكل 5 –5 ، ونلاحظ مايلي :

– يمثل ترتيب النقطة A على المحور Y ، المقاومة النظرية لمقطع معرض لضغط محوري نظامي (Nuo) بدون عزم مطبق

– يمثل ترتيب النقطة B على المحور Y ، مقاومة الضغط القصوى النظرية المسموح بها للمقطع المعرض لضغط محوري ناظمي (Numax) بدون عزم، أو مرفق بعزم انعطاف صغير يتوافق مع اللامركزية الطارئة ، كما جاء في الفصل الثالث حيث :

$Nu\ max = 0,8 N_u$ ، وذلك في حالة المقطع المسلح بتسليح عرضي عادي

$Nu\ max = 0,85 N_u$ ، في حالة المقطع المسلح بتسليح حلزوني .

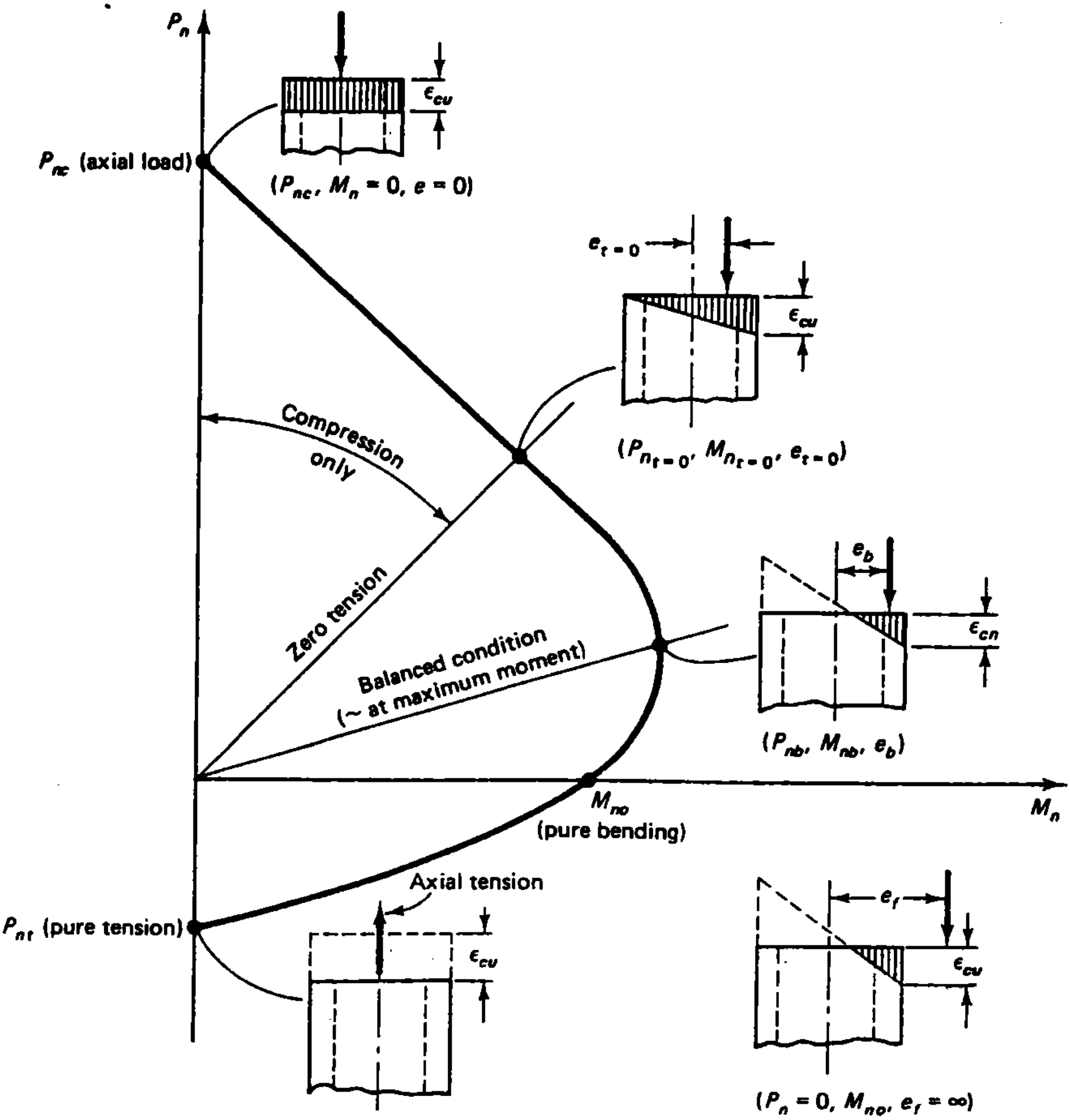


شكل 5 - 5مخطط الترابط

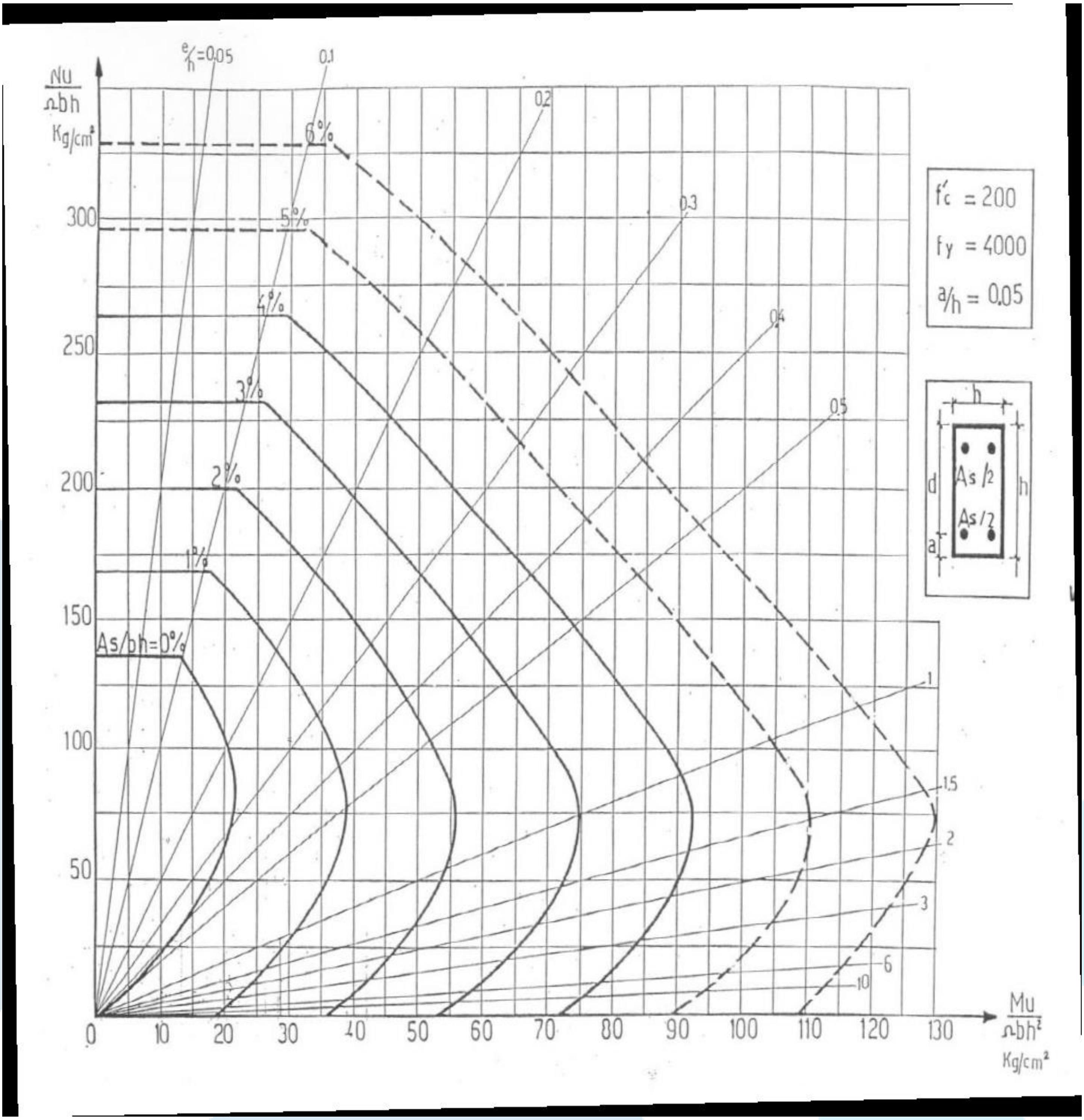
ويمثل ميل الخط OB على المحور Y , tanα اللامركزية الدينا التي يتم تصميم المقطع ضمنا على تحملها (اللامركزية الطارئة) أي $e_{min} = \tan\alpha$.

- تمثل النقطة c الوضعية التوازنية ويكون ترتيبها على المحور Y مساويا لقيمة القوة الضاغطة الحدية في الوضع التوازني N_b ويمثل ميل الخط OC مع المحور Y، tanβ اللامركزية التوازنية أي $e_b = \tan\beta$.
- تمثل فاصلة النقطة D على المحور X العزم الحدي الأقصى M_u الذي يمكن للقطاع تحمله دون وجود قوة ضغط مرافقة، حالة انعطاف بسيط
- يكون المقطع محققا لشروط الأمان في حالة الحد الأقصى إذا كانت النقطة التي تمثل قيم (N_u , M_u) المطبقتين واقعة على مخطط الترابط أو ضمنه ، ويكون غير محقق لشروط الأمان إذا وقعت النقطة خارجه .

وتكون الاجهادات في المقاطع المميزة كما موضحة على الشكل التالي :



ويمكن ايجاد مخطط الترابط لمقطع ما اذا كانت المواد والابعاد والتسليح معروفا ،كما يمكن استخدام مخططات الترابط المولدة لنسب تسليح مختلفة في ايجاد كمية التسليح المطلوبة للمقطع كما في المثال المبين على الشكل التالي :



5 - 1 - 3 - حساب المقاطع المستطيلة المسلحة بتسليح متوضع على طرفي المقطع :

5 – 1 – 3 – 1 – حساب حمولة الانكسار :

أ – إذا كانت $e > e_b$ ، لامركزية كبيرة، أي أن الانكسار يبدأ بوصول تسليح الشد إلى المقاومة المميزة .

في هذه الحالة تصبح العلاقتان (5 – 8) و (5 – 9) على الشكل التالي :

$$N_u = 0,85.\, f'_c .\, b.\, y + A'_s .\, f'_s - A_s .\, f_y \ldots (5-17)$$

$$N_u e_\alpha = 0,85 f'_c .\, b.\, y(d - 0,5y) + A'_s .\, f'_s (d - a') \ldots (5-18)$$

نفرض أن $f'_s = f_y$ وتصبح العلاقتان السابقتان بمجهولين هما Nu , y يمكن حلهما بتعويض الأولى في الثانية فنحصل على معادلة من الدرجة الثانية لـ y ، فنحسب y ومن ثم Nu . لكن يجب التأكد من وصول تسليح الضغط الى المقاومة المميزة وذلك بالاستعانة بمخطط التشوهات ، فإذا لم يصل الى المقاومة المميزة ، يجب إعادة الحل بالعودة إلى العلاقتين السابقتين أعلاه والاستيعاض عن f'_s بقيمتها من العلاقة (5– 6) بدلالة Y ، فنعوض Nu من الأولى (5– 17) في الثانية (5– 18) فنحصل على معادلة من الدرجة الثالثة لـ y ، ويفضل حلها بطريقة التقريب المتتالي فنحصل على قيمة y ثم على قيمة Nu .

ب – إذا كانت $e < e_b$ ، لامركزية صغيرة، أي أن الانكسار يبدأ بالبيتون دون وصول تسليح الشد إلى المقاومة المميزة ، أي $f_s < f_y$ وبهذه الحالة يحدد إجهاد تسليح الشد من العلاقة (5– 5) ، وتأخذ العلاقتان (5– 8) و (5 – 9) الشكل التالي :

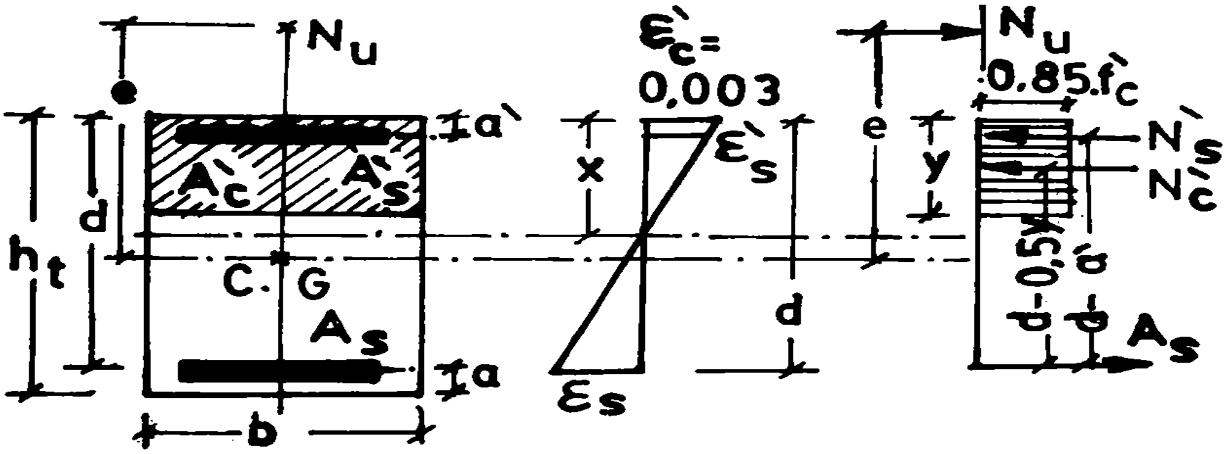
$$N_u = 0,85.\, f'_c .\, b.\, y + A'_s .\, f_y - A_s .\, f_s \ldots (5-19)$$

$$N_u e_\alpha = 0,85.\, f'_c .\, b.\, y(d - 0,5y) + A'_s .\, f_y (d - a') \ldots (5-20)$$

إذا عوضنا في العلاقة (5– 19) f_s بقيمتها بدلالة y من العلاقة (5– 5) ، فتصبح المعادلتان (5– 19) و (5 – 20) بمجهولين فقط هما y , Nu وعندئذ يجب حل معادلة من الدرجة الثالثة فنحدد قيمة y ثم Nu .

5 – 1 – 3 – 2 – التحقق من المقاطع المستطيلة :

أ – حالة $e > e_b$ ، لامركزية كبيرة ، شكل 5 – 6 :



شكل 5 – 6 – مقطع مستطيل أبعاده وتسليحه معلوم، لامركزية كبيرة

في تحقيق المقطع نوجد التحمل الأقصى للمقطع باستخدام العلاقتين الأساستين التاليتين :

$$N_u = \Omega(0,85. f'_c . b. y + A'_s . f'_s - A_s . f_y)...(5-21)$$

$$N_u . e_s = \Omega[0,85 f'_c . b. y(d - 0,5y) + A'_s . f'_s(d - a')]...(5-22)$$

نفرض أن : $f'_s = f_y$

يؤخذ عامل التخفيض Ω ، كما ورد في الفصل الأول ، مساوٍ إلى :

$$0.90 \leq \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{N_u}{N_c}\right) \geq 0.65$$

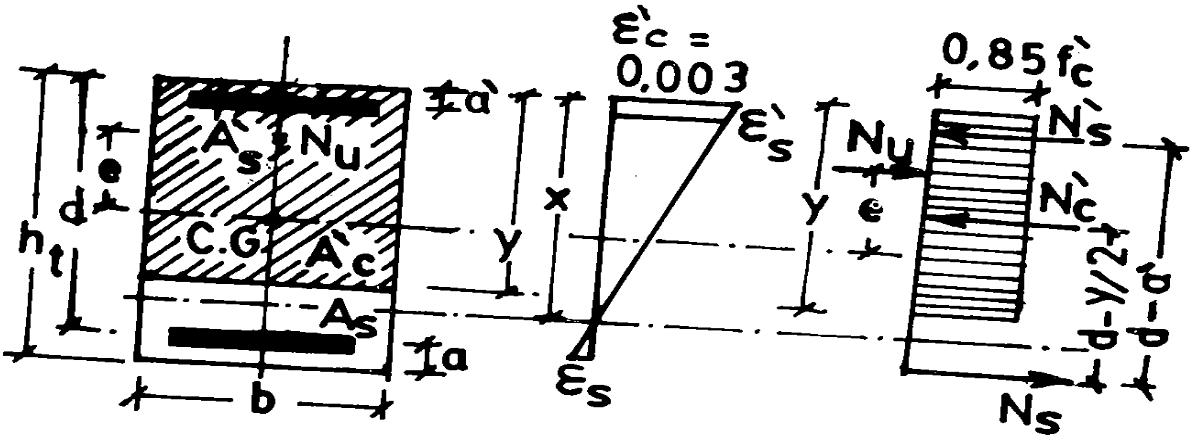
حيث : N_u هي قوة الضغط المصعدة المطبقة على المقطع و N_c هي مقاومة المقطع الخرساني لوحده $0.85 f'_c . A_c$

بتعويض قيمة N_u من العلاقة (21 – 5) في العلاقة (22 – 5) نحصل على معادلة من الدرجة الثانية لـ y بحلها نحصل على قيمة y ومن ثم نحصل على N_u التي تقارن مع القوة الخارجية القصوى المطبقة .

لكن لابد من إجراء التحقق فيما إذا كان إجهاد تسليح الضغط قد وصل إلى المقاومة المميزة أو لا ، فإذا لم يصل يجب إعادة الحل وذلك بوضع $f'_s = 0,003 E_s (y - 0,85a')/y$ في العلاقتين (21 – 5) و (22 – 5) ونعوض الأولى في الثانية فنحصل على معادلة من الدرجة الثالثة لـ y يتم حلها ومن ثم نحسب N_u . هذا ويسمح في الحالة الأخيرة (عندما يكون $f'_s < f_y$) بإهمال

التسليح المضغوط وحل المقطع على أساس اعتبار تسليح الشد فقط ويكون الفرق صغيرا .

ب – حالة $e < e_b$، لا مركزية صغيرة ، شكل 5 – 7 :



شكل 5 – 7 – مقطع مستطيل أبعاده وتسليحه معلوم ، لامركزية صغيرة

هنا نستخدم العلاقتين الأساسيتين التاليتين :

$$N_u = \Omega(0,85 f'_c b.y + A'_s.f_y - A_s.f_s)...(5-23)$$

$$N_u.e_s = \Omega[0,85 f'_c.b.y(d-0,5y) + A'_s.f_y]...(5-24)$$

ونبدل f_s بقيمته بدلالة y ثم نعوض N_u من العلاقة (5 – 23) في العلاقة (5 – 24) فنحصل على معادلة من الدرجة الثالثة لـ y يتم حلها فنوجد قيمة y ومن ثم نحصل على القيمة القصوى للقيمة N_u التي يمكن للمقطع تحملها .

5 – 1 – 3 – 3 – تصميم المقاطع المستطيلة :

في هذه الحالة تكون أبعاد المقطع معلومة (وإلا نفترض أبعادا مناسبة للمقطع) ويكون المطلوب هو إيجاد مقاطع التسليح A'_s, A_s

أ – إذا كانت $e > e_b$ ، لامركزية كبيرة : نفرض $f_s = f_y$ ، وتصبح العلاقتان (5 – 21) و (5 – 22) على الشكل التالي :

$$N_u = \Omega(0,85 f'_c.b.y + A'_s.f_y - A_s.f_y)...(5-25)$$

$$N_u.e_s = \Omega[0,85 f'_c.b.y(d-0,5y) + A'_s.fy(d-a')]...(5-26)$$

في المعادلتين السابقتين يوجد ثلاثة مجاهيل هي A_s, A_s', y.

من المعادلة الثانية (26 -5) نوجد A_s' وتساوي إلى :

$$A_s' = \frac{Nu.e_\alpha - \Omega.0,85.f_c'.b.y(d-0,5y)}{\Omega.f_y.(d-\alpha')} \Rightarrow$$

$$A_s' = \frac{Nu.e_\alpha - \Omega.0,85.f_c'.b.d^2.A_0}{\Omega.f_y.(d-\alpha')} \ldots(5-27)$$

نستخدم A_0 القصوى أي $(A_0 = A_{0max})$ في العلاقة السابقة وذلك بهدف استغلال كامل طاقة البيتون حتى يكون مجموع التسليحين أصغري أي $A_s + A_s' = (A_s + A_s')_{min}$، وإن A_0 القصوى المقترح استخدامها هي المقابلة لـ $y = y_{max} = 0,75y_b$ أو $\alpha = \alpha_{max} = 0,75\,\alpha_b$ وذلك كما في حالات الانعطاف البسيط. وهنا نميز ثلاث حالات :

- إذا كانت A_s' الناتجة من العلاقة السابقة (27 – 5) سالبة فإن ذلك يعني أنه لاحاجة لتسليح ضغط، وفي هذه الحالة ومن العلاقة السابقة بعد وضع $A_s' = 0$ نجد:

$$A_0 = \frac{Nu.e_\alpha}{\Omega.0,85.f_c'.b.d^2} \ldots..(5-28)$$

من الجدول 4–2 ، الوارد سابقا، يمكن إيجاد قيمة α المقابلة لـ A_0 التي حصلنا عليها من العلاقة (28 - 5) و تصبح علاقة التوازن الأولى (25 -5) بالشكل التالي :

$$N_u = \Omega(0,85.f_c'.b.y - A_s.f_y) = \Omega(0,85.f_c'.b.d.\alpha - A_s.f_y) \ldots.(5-29)$$

ومن هذه العلاقة نحدد تسليح الشد ويساوي الى :

$$A_s = 0,85.f_c'.b.d.\alpha / f_y - Nu/(\Omega.f_y) \ldots.(5-30)$$

- إذا كانت A_s' الناتجة من العلاقة (27 - 5) موجبة فنجد باتباع ما سبق ، أي باستخدام علاقة التوازن الأولى (25 -5) وبعد إيجاد قيمة α_{max} المقابلة لـ A_{0max} ، قيمة تسليح الشد وتساوي إلى :

$$A_s = 0,85.f_c'.b.d.\alpha_{max} / f_y + A_s' - Nu/(\Omega.f_y) \ldots(5-31)$$

- قد تكون $A_s < A'_s$ ، في هذه الحالة يتم إعادة توزيع التسليح في المقطع بشكل آخر . فبالعودة إلى معادلتي التوازن الأساستين (25 ـ 5) و(26 ـ 5) ، نجد أن هاتين العلاقتين تحتويان على ثلاثة مجاهيل هي (y, A_s, A'_s) لذلك إذا فرضنا نسبة معينة β بين تسليح الضغط وتسليح الشد أي $A'_s / A_s = \beta$ استطعنا حل هاتين المعادلتين من أجل As ;y إذينتج لدينا معادلة من الدرجة الثانية لـ y نحلها فنحدد y ومن ثم نحسب As وايضا A's وغالبا مانفترض $\beta = 1$ ، أي تسليحا متناظرا .

نعود ونذكر ، طالما أننا افترضنا أن $f'_s = f_y$ ، لابد من إجراء عملية تحقيق لتحديد القيمة الفعلية لـ f'_s فيما إذا كانت مساوية لـ f_y أم لا ، فإذا كانت $f'_s < f_y$ يجب إعادة الحل حيث يتم التعويض عن f'_s بقيمتها بدلالة y وذلك في معادلات التوازن الأساس.

ب ـ إذا كانت e< eb ، لامركزية صغيرة :

بما أن $f'_s = f_y ; f_s < f_y$ تكون معادلتا التوازن كالتالي:

$$Nu = \Omega(0,85.f'_c.b.y + A'_s.f_y - A_s.f_s)...(5-32)$$

$$Nu.e\alpha = \Omega[0,85.f'_c.b.y(d-0,5y) + A'_s.f_y(d-\alpha')]...(5-33)$$

وبتعويض f_s بقيمتها بدلالة y أي $f_s = 0,003E_s(0,85d-y)/y$ يكون لدينا معادلتان بثلاثة مجاهيل هي y, A'_s, A_s . ولابد من حذف أحدهما فنفترض نسبة معينة بين مساحتي تسليح الضغط والشد وغالبا ما تفرض مساويه الواحد أي تسليح متناظر .

وبعد ذلك يمكن حل المعادلتين (32 ـ 5) و (33 ـ 5) ، تنتج معادلة من الدرجة الثالثة لـ y يجري حلها بالتقريب المتتالي .

5ـ1ـ4ـ حساب لامركزية الضغط (e) التي يخضع لها المقطع :

عندما يتعرض عنصر إنشائي إلى عزم انعطاف أقصى (Mu) وقوة ناظمية محورية قصوى (Nu) ، يتولد في المقطع لامركزية ضغط قيمتها تساوي إلى :

$$e_o = M_u / N_u ....(5-34)$$

ويجب إدخال لامركزية طارئة (e_{min}) وتحدد قيمتها كما ورد في الفقرة 5 -1 -2 - .

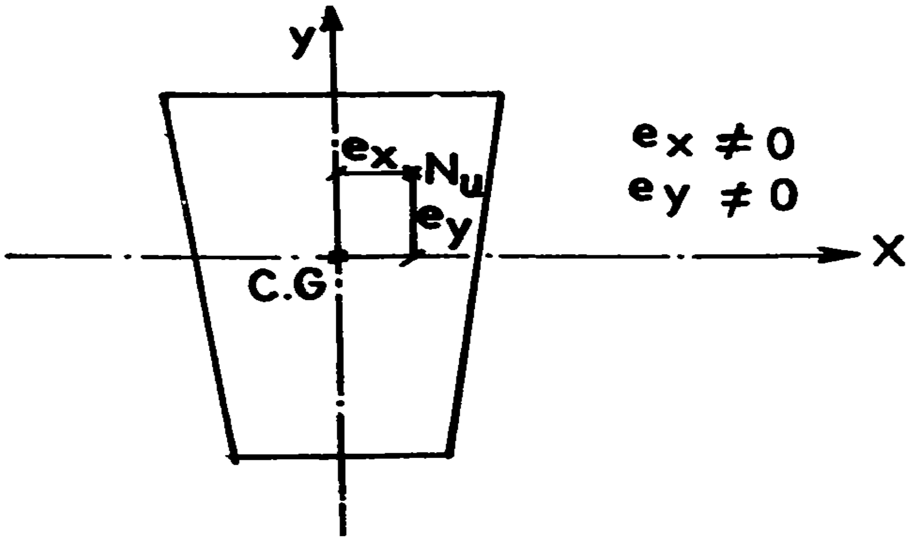
وتصبح لامركزية الضغط المعتبرة في الحساب، في حالة عدم خضوع العنصر الانشائي لتأثير التحنيب أي $\lambda \leq 40$ مساوية الى :

$$e = e_{o} + e_{min} \ldots\ldots (5-35)$$

ولذا كان العنصر الانشائي يخضع لتأثير التحنيب أي$\lambda > 40$، تدخل بالحساب لامركزية إضافية (e_{c}) ناتجة عن التحنيب ، سوف ندرس كيفية حسابها في فقرات لاحقة

5 ـ 2 . العناصر الخاضعة لضغط لامركزي مركب:

يكون العنصر الانشائي خاضعا لضغط لامركزي مركب إذا كانت قوى الضغط المحوري المطبقة عليه ذات لامركزية باتجاهين e_y ,e_x ، شكل 5 ـ 11 ـ



شكل 5 .11 .مقطع يتعرض لضغط لامركزي مركب

سنكتفي باعطاء علاقة مبسطة لهذه الحالة يمكن استخدامها في حالة التحقيق.
لايجوز أن تزيد القوة الناظمية الحدية (N_u) المطبقة على المقطع عن القيمة (N'_u max) المعطاه بالعلاقة التالية :

$$\frac{1}{N'_{u\,max}} = \frac{1}{N_{ux\,max}} + \frac{1}{N_{uy\,max}} - \frac{1}{N_{u\,max}} \ldots(5-36)$$

حيث :

N_{uxmax} ـ القوة الناظمية الحدية القصوى التي يمكن للمقطع تحملها في حالة اللامركزية البسيطة وباعتبار $e_x \neq 0; e_y = 0$

N_{uymax} ـ ا لقوة الناظمية الحدية القصوى التي يمكن للمقطع تحملها في حالة اللامركزية البسيطة ، وباعتبار $e_y \neq 0; e_x = 0$

$N_{u\,max}$ ـ القوة الناظمية الحدية القصوى التي يمكن للمقطع تحملها في حالة **الضغط المركزي** أي $e_x = 0$; $e_y = 0$.

او كما وردت في الفقرة 9–2–5–10 من الكود الاساس المذكورة سابقا في هذا الفصل.

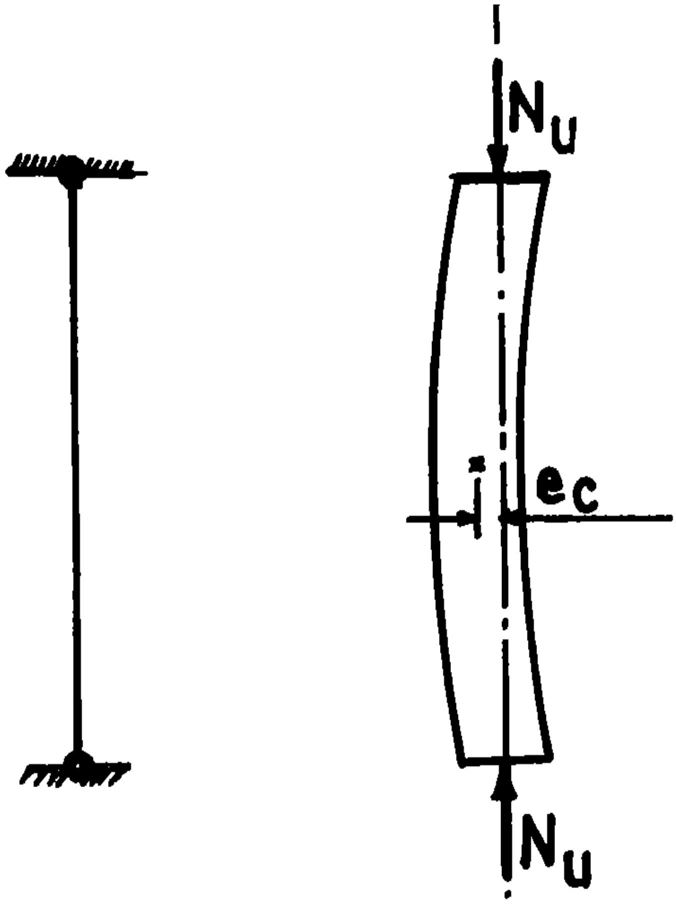
5 . 3 . العناصر المضغوطة الطويلة ، والحساب على التحنيب :

يعتبر العنصر الانشائي المضغوط طويلا (أو نحيفا) ،ويؤخذ أثر التحنيب في الحساب، إذا زادت نحافته بالنسبة لمحور التحنيب عن 40 أي $\lambda = L_0 / i > 40$ وفي هذه الحالة لايمكن استخدام علاقات الضغط البسيط (المركزي) في الحساب حتى ولو كان العنصر غير معرضا لعزم انعطاف ، بل يجب حساب هذه العناصر الطويلة على أساس علاقات الضغط اللامركزي ، وبادخال أثر التحنيب .

5 ـ 3 ـ 1 . العناصر المضغوطة الطويلة والمحملة مركزيا :

يؤخذ التحنيب في العناصر المضغوط الطويلة مساويا في تأثيره لعزم انعطاف إضافي Muc ناتج عن الحمل الناظمي الأقصى المؤثر على العنصر (Nu) مضروبا في لامركزية إضافية (e_c) أي أن: $Muc = Nu \cdot e_c$ ، شكل 5 ـ 13 ، هذا إضافة الى العزم الناتج عن اللامركزية الطارئة وهو : $Mumin = Nu \cdot e_{min}$ ، وبالتالي تكون اللامركزية الكلية مساوية الى :

$$e = e_{min} + e_c \quad ...(5\ -37)$$



شكل 13.5 ـ التحنيب في العناصر الطويلة المحملة مركزيا

حيث : e_c- اللامركزية الاضافية الناشئة عن تشوه العنصر المضغوط في المقطع الحرج ، وتؤخذ حسب العلاقة التالية :

$$e_c = \frac{\beta.\lambda^2(e_{min} + h_t)}{30000} \le \frac{\beta.\lambda^2.h_t}{15000} \qquad \ldots\ldots(5-38)$$

حيث : e_{min} ـ اللامركزية الطارئة حسب الفقرة 5 ـ 1 ـ 2 ـ

حيث: (e) ..... في حالة الجو الجاف $\beta = 1.65 - 0.65\alpha$

(f) ..... في حالة الجو الرطب $\beta = 1.33 - 0.33\alpha$

$$\alpha = \frac{M_{us}}{M_{ui}} \leq 1.00$$

من أجل $\alpha \leq 0$ نعتمد قيمتها المطلقة في العلاقتين (e، f) لهذه الحالة بما لايزيد على 1.

حيث: M_{us} = الجزء من M_{ui} الناتج عن الأحمال الآنية، وتشمل: أحمال الرياح، والهزّات الأرضية وأحمال المركبات أو الآلات المتحركة (وبضمنها الأثر الديناميكي)، والحمل الحي المُطبّق على السطوح ذات الاستعمال القليل أو النادر.

أما في الحالات التي تكون فيها قيمة α أكبر من الصفر، فيجب أن يتم التحقق من طاقة تحمّل العضو المضغوط لحالة تحميل لا تشمل الأحمال الآنية المشار إليها أعلاه، مع افتراض قيمة α تساوي إلى الصفر.

5-3-2 –العناصر المضغوطة الطويلة والمحملة لامركزيا :

في هذه الحالة تكون قيمة اللامركزية الاضافية مساوية الى :

$$e_c = \frac{\beta.\lambda^2.(e_\circ + e_{min} + h_t)}{30000} \leq \frac{\beta.\lambda^2.h_t}{15000} \ldots (5-41)$$

حيث : e_o ـ اللامركزية الأصلية المطبقة

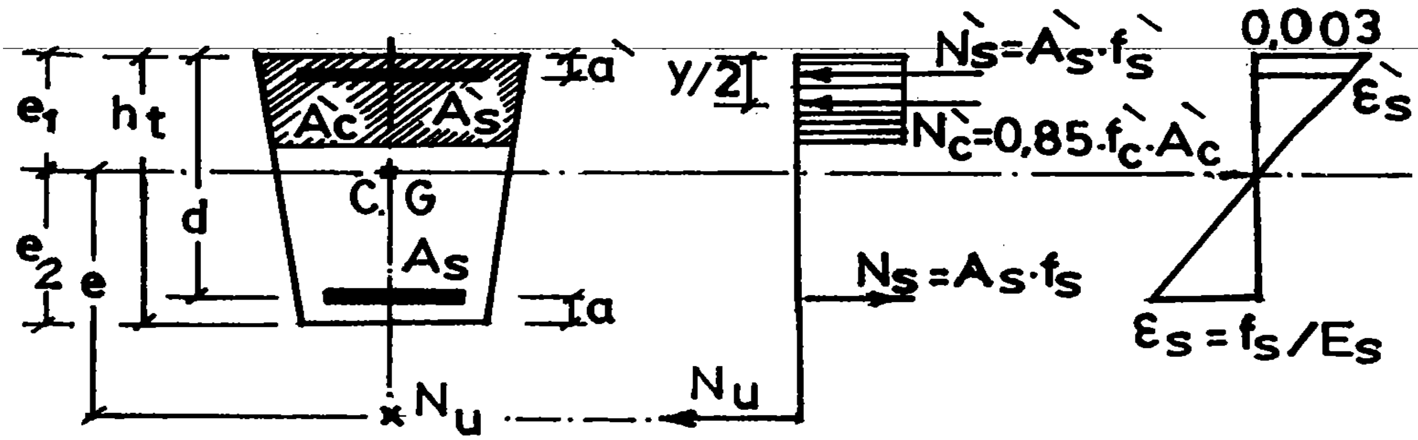
وتكون اللامركزية الكلية مساوية الى :

$$e = e_\circ + e_{min} + e_c \ldots (5-42)$$

5 – 4 – العناصر الخاضعة لشد لامركزي :

5 - 4 - 1 - العناصر الخاضعة لشد لامركزي ، حالة لامركزية كبيرة :

تكون لامركزية الشد كبيرة عندما تقع نقطة تطبيق قوة الشد خارج المنطقة المحددة بقضبان التسليح المحيطية ، ويتعرض المقطع في هذه الحالة لاجهادات ضغط وشد ، شكل 5 – 16 .



شكل 5 – 16 .الاجهادات والتشوهات في عنصر معرض لشد لامركزي، حالة لامركزية كبيرة .

أ – حالة التحقيق:علاقة التوازن الأولى هي :

$$Nu = \Omega(N_s - N'_c - N'_s)\ldots(5-43)$$

وبأخذ العزم بالنسبة لمركز ثقل المقطع نجد :

$$Nu.e = \Omega[0,85.\, f'_c \cdot A'_c\,(e_1 - 0,5y) + A'_s.\, f'_s(e_1 - a') + A_s.\, f_s(e_2 - a)]$$

$\ldots(5-44)$; $f'_s = 630\dfrac{y - 0,85a'}{y} \le f_y \ldots(5-45)$

$$f_s = 630\,\frac{0,85d - y}{y} \le f_y \ldots(5-46)$$

حيث e1 – البعد بين مركز ثقل المقطع والليف الأقصى المضغوط

e2 – البعد بين مركز ثقل المقطع والليف الأقصى المشدود شكل 5 – 16

. في حالة مقطع مستطيل يكون :

$$e_1 = e_2 = 0,5h_t$$

ب – حالة التصميم (حساب التسليح باعتبار أبعاد المقطع معطاة) :

يحسب المقطع في هذه الحالة كما لوكان معرضا لانعطاف بسيط على أن تؤخذ قيمة العزم مساوية الى :

$$Mu = Nu.(e - e_2 + a)\ldots(5-47)$$

ويكون في هذه الحالة $f_s = f_y$ ،

حيث Mu – عزم القوة الناظمية الشادة الحدية المطبقة على المقطع نسبة الى مركز ثقل تسليح الشد .

يحسب تسليح الشد (A_{s1}) اللازم لمقاومة عزم انعطاف (Mu) كما لو كان المقطع معرضا لعزم انعطاف . ثم تضاف كمية تسليح شد (A_{s2}) مساوية الى :

$$A_{s2}=\frac{Nu}{\Omega.f_y}$$

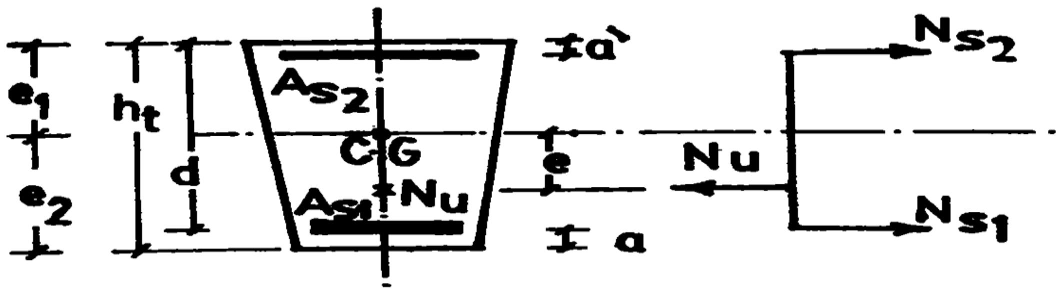
ويكون تسليح الشد الكلي اللازم هو :

$$A_s=A_{s1}+A_{s2}$$

5 – 4 – 2 – العناصر الخاضعة لشد لا مركزي، حالة لامركزية صغيرة :

تكون لامركزية الشد صغيرة عندما تقع القوة الشادة داخل المقطع بين مركزي ثقل التسليحين المشدود كليهما ، ويكون المقطع البيتوني متشققا بأكمله .

يحسب التسليح (A_{s1}) و (A_{s2}) بأخذ العزم مرة حول مركز (A_{s2}) وأخرى حول مركز (A_{s1}) ، شكل 5 – 17 .



الشكل 5 – 17 – مقطع خاضع لشد لامركزي، حالة لامركزية صغيرة

وتصبح العلاقات بالشكل التالي :

$$Nu.(e_1+e-a')=\Omega.A_{s1}.f_{s1}(d-a')...(5-48)$$

$$Nu.(e_2-e-a)=\Omega.A_{s2}.f_{s2}(d-a')...(5-49)$$

ويكون التسليح اللازم مساو الى :

$$A_{s1}=\frac{Nu(e_1+e-a')}{\Omega.f_{s1}.(d-a')}$$

$$A_{s2}=\frac{Nu.(e_2-e-a)}{\Omega.f_{s2}.(d-a')}$$

في حالة التصميم نأخذ $f_{s1}=f_{s2}=f_y$ ،

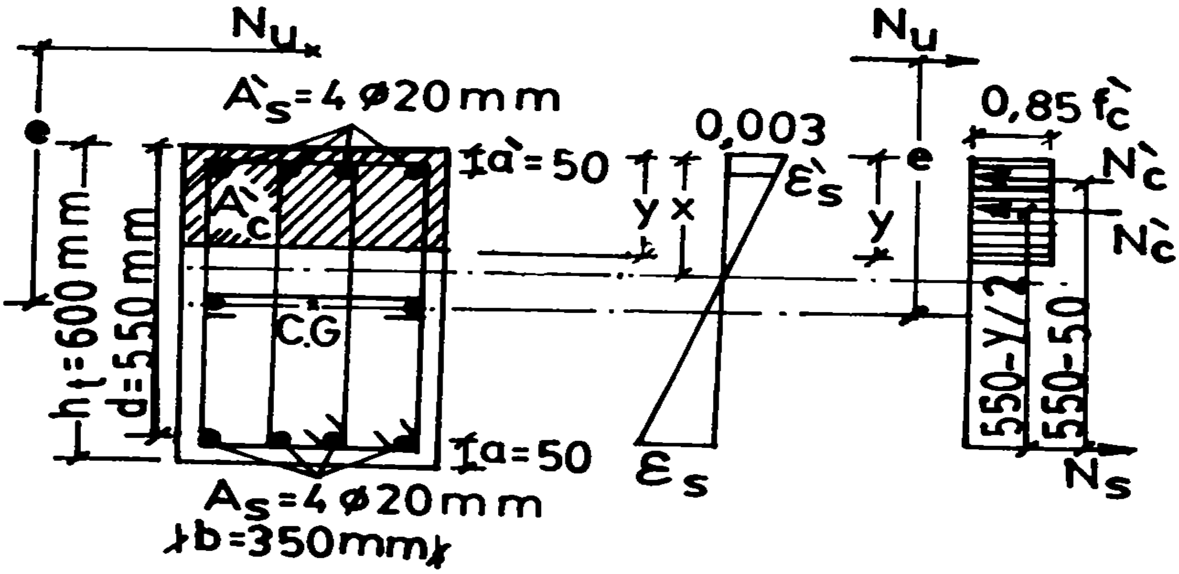
وإذا كان المقطع مستطيلا فإن $e_1=e_2=0,5h_t$.

وفي جميع حالات الشد اللامركزي تؤخذ قيمة $\Omega=0,9$.

أمثلة :

مثال 1 :حساب الاعمدة تحت تاثير اللامركزية

مقطع مستطيل أبعاده $b \times h_t = 350 \times 600\,mm$، مسلح بتسليح متناظر $A_s = A_s' = 4\varnothing 20\,mm = 1256,63\,mm^2$، تطبق على المقطع قوة ضغط ناظمية لامركزيتها e ، شكل 5 -8 ، $f_c' = 20\,N/mm^2$، $f_y = 240\,N/mm^2$، والمطلوب:



شكل 5 .8 أبعاد وتسليح المقطع

أ ـ حساب حمولة الانكسار إذا كانت e=400 mm

ب ـ حساب حمولة الانكسار اذا كانت e = 200 mm

جـ ـ حساب القوة التوازنية N_b واللامركزية التوازنية e_b

د ـ حساب الحمولة القصوى التي يمكن تطبيقها على المقطع اذا كانت e=400mm

هـ ـ حساب الحمولة القصوى التي يمكن تطبيقها على المقطع اذا كانت e =200 mm

الحل :

أ: $e = 400mm$:

نفرض ان اللامركزية كبيرة ، $f_y = f_s$ وان $f_y = f'_s$

$$e_a = 0.5h_t + e - a = 0.5 * 600 + 400 - 50 = 650mm$$

$$N_u = 0.85f'_c.b.y + A'_s.f_y - A_s.f_y = 0.85 * 20 * 350 * y + 1256.63 * 240 - 1256.63 * 240$$

$$N_u = 5950 * y \mapsto y = N_u/5950$$

$$N_u * e_a = 0.85f'_c.b.y(d - 0.5y) + A'_s.f_y(d - a')$$

$$N_u * 650 = 0.85 * 20.350.y(550 - 0.5y) + 1256.63.240(550 - 50)$$

بتعويض العلاقة الاولى في الثانية نحصل على علاقة من الدرجة الثانية هي :

$$N^2_u + 1190051.2N_u - 1.7946 * 10^{12} = 0 \mapsto N_u = 870803N \mapsto y = 146.35mm$$

للتحقق من الفرض ان تسليح الضغط قد وصل ال المقاومة المميزة (حد السيلان f_y) **نحدد اولا تشوه تسليح الضغط :**

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_c \frac{x - a'}{x} = \varepsilon'_c \frac{y - 0.85a'}{y} = 0.003 \frac{146.35 - 0.85.50}{146.35} = 0.00213 > \varepsilon'_y = \frac{240}{2.1 * 10^5} = 0.00114$$

تشوه تسليح الضغط اكبر من تشوه السيلان وبالتالي $f_y = f'_s$ والفرض صحيح .

التحقق من ان اللامركزية كبيرة اي $f_y = f_s$

$$y_b = \frac{535.5}{630 + f_y} d = \frac{535.5}{630 + 240} 550 = 338.53mm > y = 146.35mm$$

وهذا يعني ان اللامركزية كبيرة

وتكون حمولة الانكسار للمقطع مساوية الى : $N_u = 870803N = 870.803KN$

ب: $e = 200mm$:

نفرض ان اللامركزية كبيرة ، $f_y = f_s$ **ونفرض** $f_y = f'_s$

$$e_a = 0.5h_t + e - a = 0.5 * 600 + 200 - 50 = 450mm$$

باستخدام العلاقتين كما مر معنا في (أ) وحلهما بدلالة المجهولين نحصل على: $N_u = 2060784.8N \mapsto$

$$y = 346.35mm$$

وبما ان

$$y = 346.35mm > y_b = 338.53mm$$

تكون اللامركزية صغيرة لا كما فرضناها ويجب اعادة الحل بلامركزية صغيرة .

نعوض في العلاقات الاساس قيمة f_s ونفرض $f_y = f'_s$ فتصبح علاقة f_s كما يلي :

$$f_s = 0.003\frac{0.85d - y}{y}E_s = 630\frac{0.85 * 550 - y}{y}$$

فنجد :

$$N_u = 0.85f'_c.b.y + A'_s.f_y - A_s.630\frac{0.85 * 550 - y}{y}$$
$$N_u * e_a = 0.85f'_c.b.y(d - 0.5y) + A'_s.f_y(d - a')$$

بتعويض العلاقة الاولى في الثانية نحصل على علاقة من الدرجة الثالثة هي :

$$y^3 \quad - 200y^2 + 114678.99y - 55983193 = 0 \Rightarrow N_u = 2050259.9N \Rightarrow y = 342.47mm > y_b = 338.53mm$$

ج:حساب القوة التوازنية واللامركزية التوازنية :

و$y = y_b = 338.53mm$

$$\Rightarrow N_b = 0.85f'_c.b.y_b = 2014253.5\ N$$

نحسب بالاستعانة بالعلاقة :

$$N_b * (e_a)_b = 0.85f'_c.b.y_b(d - 0.5y_b) + A'_s.f_y(d - a')$$

بالتعويض يكون: $(e_a)_b = 455.60mm = 0.5h_t + e_b - a$

$$\Rightarrow e_b = 205.60mm$$

بالمقارنة نجد : (أ) لامركزية كبيرة (ج): لامركزية توازنية (ب): لامركزية صغيرة

$$N_u = 2050259.9N > N_b = 2014253.5\ N > N_u = 870803\ N$$
$$y = 342.47mm > y_b = 338.53mm > y = 146.35mm$$
$$e = 200mm < e_b = 205.60mm < e = 400mm$$

د:حساب الحمولة القصوى التي يمكن تطبيقها على المقطع عندما تكون $e = 400mm$:

$$e_a = 650mm$$

$$0.90 \le \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{N_u}{N_c}\right) \ge 0.65$$

حيث : N_u هي قوة الضغط المصعدة المطبقة على المقطع وN_c هي مقاومة المقطع الخرساني لوحده $0.85f'_c.A_c$

$$0.90 \le \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{N_u}{N_c}\right) \ge 0.65 \Rightarrow \Omega = 0.778$$

بفرض ان اللامركزية كبيرة ، $f_y = f_s$ وان $f_y = f'_s$

باستخدام معادلتي التوازن:

$$N_u = \Omega(0.85f'_c.b.y + A'_s.f'_s - A_s.f_y)$$
$$N_u * e_a = \Omega(0.85f'_c.b.y(d - 0.5y) + A'_s.f_y(d - a'))$$

بالتعويض والحل نجد : $y_b = 338.53mm > y = 146.35mm$

$$N_u = 677484N = 677.484KN$$

هـ:حساب الحمولة القصوى التي يمكن تطبيقها على المقطع عندما تكون $e = 200mm$:

$$e_a = 450\text{mm}$$

$$0.90 \le \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{N_u}{N_c}\right) \ge 0.65$$

حيث : N_u هي قوة الضغط المصعدة المطبقة على المقطع وN_c هي مقاومة المقطع الخرساني لوحده $0.85f'_c.A_c$

$$0.90 \le \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{N_u}{N_c}\right) \ge 0.65 \Rightarrow \Omega = 0.65$$

بفرض ان اللامركزية صغيرة ،

$$f_s = 630\frac{0.85 * 550 - y}{y}$$

وان

$$f_y = f'_s$$

باستخدام معادلتي التوازن:

$$N_u = \Omega(0.85f'_c.b.y + A'_s.f'_s - A_s.f_y)$$

$$N_u * e_a = \Omega(0.85f'_c.b.y(d - 0.5y) + A'_s.f_y(d - a'))$$

بالتعويض والحل نجد :

$$y_b = 338.53mm > y = 342.47mm$$

$$N_u = 1332668.9N = 1332.668KN$$

مثال 2 :حساب الاعمدة تحت تاثير اللامركزية

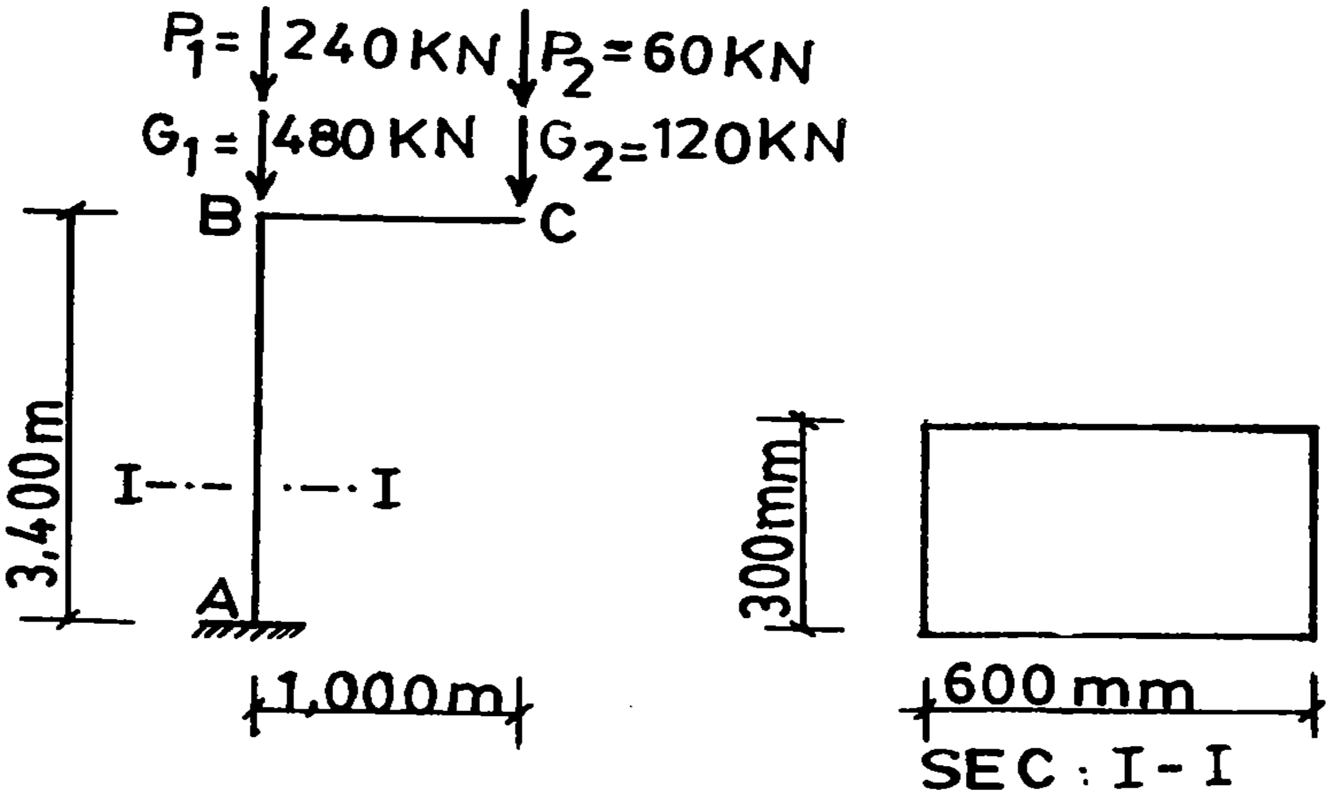
منشأ ABC موثوق في A وحر في Bو C و هناك تثبيت مفصلي للنقطة B في الاتجاه المتعامد مع المستوي ABC .

الأبعاد والحمولات مبينة على الشكل 5-9 ، وللتبسيط يهمل الوزن الذاتي للعنصر BC .

مقاومة المواد : $f_y = 240N/mm^2$

$$f'_c = 18N/mm^2$$

المطلوب : حساب التسليح اللازم للمقطع عند A



شكل 9.5 الأبعاد والحمولات على المنشا

الحل :

المقطع في A يتعرض الى ضغط لامركزي .

لنختبر أثر التحنيب :

–في الاتجاه الاول (مستوي المنشأة) :

$$\mathbf{L_0} = 2 * 3400mm = 6800mm$$

$$\mathbf{i_0} = \sqrt{I/A'_c} = \sqrt{300 * \frac{600^3}{12} / (600 * 300)} = 173.2mm$$

$$\lambda = \frac{\mathbf{L_0}}{\mathbf{i_0}} = \frac{6800}{173.2} = 36.37 < 40 \; ok$$

لا أثرللتحنيب في هذا الاتجاه .

-في الاتجاه الثاني (المتعامد مع مستوي المنشأة) :

$$\mathbf{L_0} = 0.7 * 3400mm = 2380mm$$

$$\mathbf{i_0} = \sqrt{I/A'_c} = \sqrt{600 * \frac{300^3}{12} / (600 * 300)} = 86.6mm$$

$$\lambda = \frac{\mathbf{L_0}}{\mathbf{i_0}} = \frac{2380}{86.6} = 27.48 < 40\ ok$$

لا أثر للتحنيب في هذا الاتجاه .

حساب اللامركزية الطارئة :وهي:

$$\frac{\boldsymbol{h_t}}{20} = \frac{600}{20} = 30mm$$

$$\frac{\mathbf{L_0}}{250} = 2 * \frac{3400}{250} = 27.2$$

$$25mm$$

فاللامركزية الطارئة هي: $\boldsymbol{e_{min}} = 30mm$

نميز ثلاث حالات للتحميل وذلك حسب توضع الحمولات الحية :

-حالة التحميل الاولى (وجود الحمولة الحية $\mathbf{P_1} = 240kN$)

$$N_u = 1.4(120 + 480) + 1.4 * 0.3 * 0.6 * 3.400 * 25 + 1.7 * 240 = 1269.42kN$$

$$M_u = 1.4 * 120 * 1 = 168kNm$$

$$\boldsymbol{e} = \frac{M_u}{N_u} + \boldsymbol{e_{min}} = \frac{168}{1269.42} + 0.03 = 0.1623m$$

بفرض ان اللامركزية صغيرة ،

$$f_s = 630 \frac{0.85 * 550 - y}{y}$$

وان $f_y = f'_s$

وبفرض : $A'_s = A_s$

$$e_a = 0.5h_t + e - a = 0.5 * 600 + 162.3 - 50 = 412.3mm$$

باستخدام معادلتي التوازن:

$$N_u = \Omega(0.85f'_c . b . y + A'_s . f'_s - A_s . f_y)$$

$$N_u * e_a = \Omega(0.85f'_c . b . y(d - 0.5y) + A'_s . f_y (d - a'))$$

$$0.90 \leq \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{N_u}{N_c}\right) \geq 0.65$$

حيث : N_u هي قوة الضغط المصعدة المطبقة على المقطع وN_c هي مقاومة المقطع الخرساني لوحده $0.85f'_c.A_c$

$$0.90 \leq \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{1269420}{2754000}\right) \geq 0.65 \Rightarrow \Omega = 0.669$$

بالتطبيق على معادلة التوازن الاولى :

$$1269420 = 0.669(0.85 * 18 * 300.y + A'_s.240 - A'_s.\left(630\frac{0.85 * 550 - y}{y}\right))$$

وعلى معادلة التوازن الثانية :

$$1269420 * 412.3 = 0.669(0.85 * 18 * 300.y(550 - 0.5y) + A'_s.240 * (550 - 50))$$

بحل المعادلتين بمجهولين نحصل على

$$y = 384.8mm > y_b = 338.53mm$$

فاللامركزية صغيرة كما فرضنا وتكون كمية التسليح ونسبتها :

$$A'_s = 1254.8 \qquad mm^2 = A_s$$

نسبة التسليح :

$$\frac{A_s + A'_s}{b.h_t} = \frac{A_s + A'_s}{300.600} = 0.01394(1.394\ \%) < \mu'_{s\,max} = 0.025(2.5\%)$$

–حالة التحميل الثانية (وجود الحمولة الحية $P_2 = 60kN$)

$$N_u = 1.4(120 + 480) + 1.4 * 0.3 * 0.6 * 3.400 * 25 + 1.7 * 60 = 963.42kN$$

$$M_u = 1.4 * 120 * 1 + 1.7 * 60 * 1 = 270kNm$$

$$\boldsymbol{e} = \frac{M_u}{N_u} + \boldsymbol{e_{min}} = \frac{270}{963.42} + 0.03 = 0.31025m$$

بفرض ان اللامركزية كبيرة ،

$$f_y = f'_s \quad \text{وان} \quad f_s = f_y$$

$$e_a = 0.5h_t + e - a = 0.5 * 600 + 310.25 - 50 = 560.25mm$$

$$0.90 \leq \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{N_u}{N_c}\right) \geq 0.65$$

حيث : N_u هي قوة الضغط المصعدة المطبقة على المقطع وN_c هي مقاومة المقطع الخرساني لوحده $0.85f'_c.A_c$

$$0.90 \leq \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{963420}{2754000}\right) \geq 0.65 \Rightarrow \Omega = 0.725$$

وبفرض : $A'_s = A_s$ (بعد حل المعادلتين بمجهولين واستخدام نسبة تسليح الشد العظمى للتسليح المشدود تبين ان تسليح الضغط اكبر من تسليح الشد)

من معادلة التوازن الاولى :

$$N_u = \Omega(0.85f'_c.b.y + A'_s.f'_s - A_s.f_y$$
$$N_u = \Omega(0.85f'_c.b.y)$$
$$963.42 * 10^3 = 0.725(0.85 * 18.300.y) \Rightarrow y = 289.51mm < y_b = 338.53\text{mm}$$

فاللامركزية كبيرة كما فرضنا , ونعوض في معادلة التوازن الثانية لحساب كمية التسليح :

$$N_u * e_a = \Omega(0.85f'_c.b.y(d-0.5y) + A'_s.f_y(d-a'))$$
$$963.42 * 10^3 * 560.25 = 0.725(0.85 * 18 * 300 * 289.51(550 - 0.5 * 289.51) + A'_s.240.(550-50))$$

وتكون كمية التسليح المشدود والمضغوط :

$$A'_s = 1716.5 \quad mm^2 = A_s$$

نتاكد من فرضنا بوصول تسليح الضغط لحد السيلان :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_c \frac{x-a'}{x} = \varepsilon'_c \frac{y-0.85a'}{y} = 0.003 * \frac{289.51 - 0.85 * 50}{289.51} = 0.00255 > \varepsilon'_y = \frac{240}{2.1 * 10^5} = 0.00114$$

وتسليح الضغط وصل لحد السيلان كما فرضنا

وتكون نسبة التسليح :

$$\frac{A_s + A'_s}{b.h_t} = \frac{A_s + A'_s}{300.600} = 0.01907(1.907\,\%) < \mu'_{s\,max} = 0.025(2.5\%)$$

–حالة التحميل الثالثة (وجود كل الحمولات):

$$N_u = 1.4(120+480) + 1.4 * 0.3 * 0.6 * 3.400 * 25 + 1.7 * (60+240) = 1371.42\text{kN}$$
$$M_u = 1.4 * 120 * 1 + 1.7 * 60 * 1 = 270kNm$$

$$\boldsymbol{e} = \frac{M_u}{N_u} + \boldsymbol{e}_{\mathbf{min}} = \frac{270}{1371.42} + 0.03 = 0.22687\text{m}$$

بفرض ان اللامركزية كبيرة ،

$$f_y = f'_s \quad \text{وان} \quad f_s = f_y$$
$$e_a = 0.5h_t + e - a = 0.5 * 600 + 226.87 - 50 = 476.87\text{mm}$$
$$0.90 \le \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{N_u}{N_c}\right) \ge 0.65$$

حيث : N_u **هي قوة الضغط المصعدة المطبقة على المقطع و** N_c **هي مقاومة المقطع الخرساني لوحده** $0.85f'_c.A_c$

$$0.90 \le \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{1371420}{2754000}\right) \ge 0.65 \Rightarrow \Omega = 0.651$$

وبفرض : $A'_s = A_s$ (بعد حل المعادلتين بمجهولين واستخدام نسبة تسليح الشد العظمى للتسليح المشدود تبين ان تسليح الضغط اكبر من تسليح الشد)

وبعد الحساب نتج ان $y > y_b = 338.53\text{mm}$ فن الواضح ان اللامركزية صغيرة.

نعود ونفرض اللامركزية صغيرة :

$$f_y = f'_s \quad \text{وان} \quad f_s = 0.003\frac{0.85d-y}{y}E_s = 630\frac{0.85*550-y}{y}$$

وبفرض : $A'_s = A_s$

بالتطبيق على معادلة التوازن الاولى :

$$1371420 = 0.651\left(0.85 * 18 * 300.y + A'_s.240 - A'_s.\left(630\frac{0.85 * 550 - y}{y}\right)\right)$$

وعلى معادلة التوازن الثانية :

$$1371420 * 476.87 = 0.651(0.85 * 18 * 300.y(550 - 0.5y) + A'_s.240 * (550 - 50))$$

بحل المعادلتين بمجهولين نحصل على

$$y = 386.1mm > y_b = 338.53mm$$

فاللامركزية صغيرة كما فرضنا وتكون كمية التسليح ونسبتها :

$$A'_s = 3120 \quad mm^2 = A_s$$

نسبة التسليح :

$$\frac{A_s + A'_s}{b.h_t} = \frac{A_s + A'_s}{300.600} = 0.0346(3.46\,\%) < \mu'_{s\,max} = 0.035(3.5\%)$$

بالمقارنة نجد ان الحالة الاخيرة هي الاسوأ

نختار لكل جهة $A's = 8\Phi23 = 3323.7mm^2$

اختيار التسليح العرضي :

$$\Phi \geq 6\,mm$$

$$\geq \frac{d}{3} = \frac{23}{3} = 7.6\,mm$$

وايضا :

$$\geq 100\,mm$$

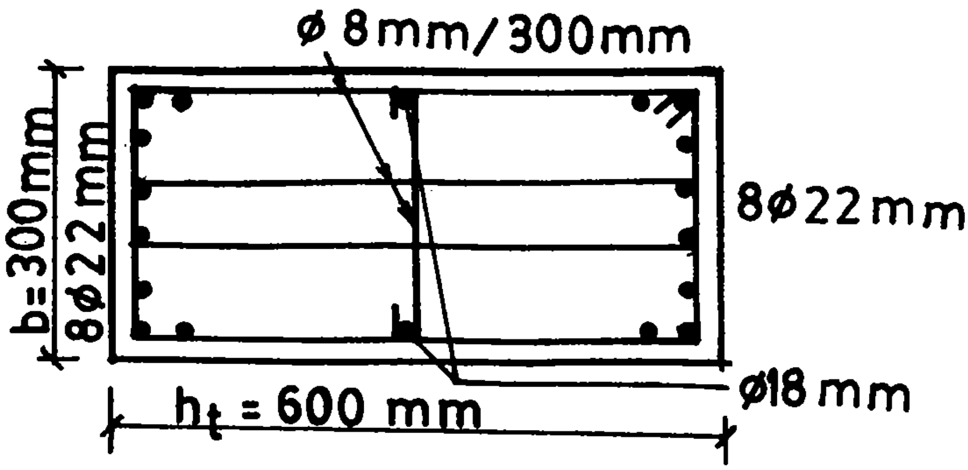
$$\leq b = 300\,mm$$

$$\leq 15d = 15 * 23 = 345\,mm$$

$$\leq 300\,mm$$

نختار :

$\Phi = 8\,mm$ كل : $S = 250\,mm$ كما يبين توضع التسليح على المقطع العرضي التالي :



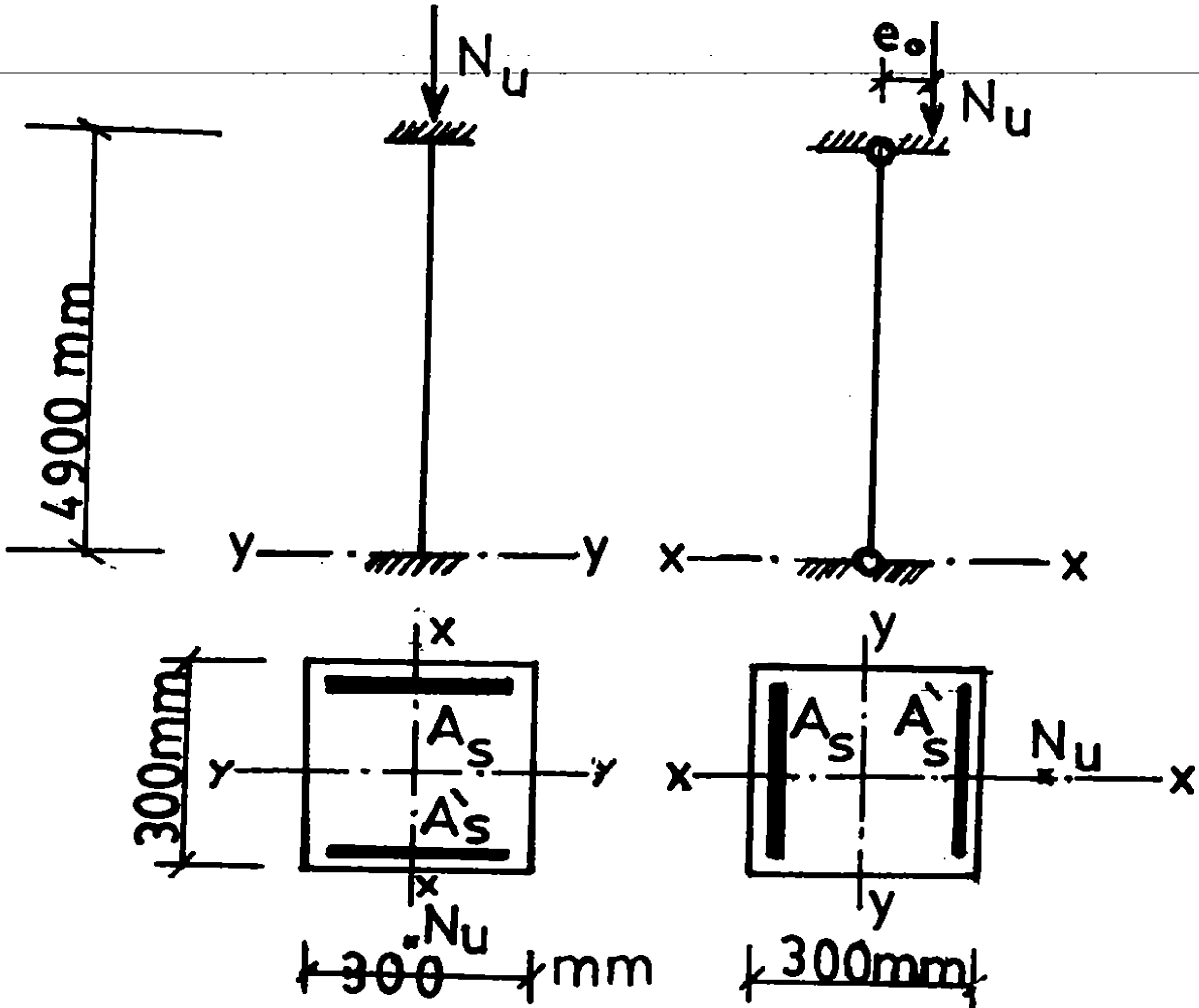
شكل 10.5. توزيع التسليح على المقطع العرضي

مثال 3 :حساب الاعمدة تحت تاثير اللامركزية والتحنيب

عمود مقطعه العرضي مربع أبعاده 300×300 mm ، وارتفاعه mm 4900 استناده في الأعلى وفي الأسفل مفصلي بالأتجاه الأول وموثوق بالاتجاه الثاني ، شكل 5 ـ 14 ـ ، يتعرض لحمولة قصوى مقدارها Nu=450KN . العمود موجود في وسط جاف ، ونسبة الحمولة الدائمة الحدية الى الحمولة القصوى الحدية المطبقة على العنصر fy = 420 N/mm² ;f`c=22,5N/mm²;50٪ . الحمولة تتضمن الوزن الذاتي . والمطلوب:

أ ـ تصميم العمود ليتحمل القوة المطبقة بلا مركزية مقدارها225mm

ب ـ حساب القوة المركزية القصوى التي يمكن للمقطع تحملها حسب التسليح الناتج في الطلب الأول:



شكل 14.5. استناد العمود والأبعاد

الحل :

التحقق من العمود اذا كان قصيرا ام طويلا

في الاتجاه الاول حول **x-x**:

$$\mathbf{L_0} = 0.5 * 4900mm = 2450mm$$

$$\mathbf{i_0} = \sqrt{I/A'_c} = \sqrt{300 * \frac{300^3}{12} / (300 * 300)} = 86.6mm$$

$$\lambda = \frac{\mathbf{L_0}}{\mathbf{i_0}} = \frac{2450}{86.6} = 28.29 < 40 \; ok$$

لا تاثير للتحنيب حول **x-x** .

في الاتجاه الثاني حول **y-y**:

$$\mathbf{L_0} = 1 * 4900mm = 4900mm$$

$$\mathbf{i_0} = \sqrt{I/A'_c} = \sqrt{300 * \frac{300^3}{12}/(300 * 300)} = 86.6mm$$

$$\lambda = \frac{\mathbf{L_0}}{\mathbf{i_0}} = \frac{4900}{86.6} = 56.58 > 40 \; not \; ok$$

فالعمود طويل ويجب ادخال اثر التحنيب .

أ–تصميم العمود ليتحمل القوة المطبقة بلامركزية مقدارها $e = 225mm$:

اللامركزية الأصلية : $\boldsymbol{e_0} = 225mm$

اللامركزية الطارئة : $\boldsymbol{e_{min}} = 25mm$

اللامركزية الاضافية : $$e_c = \frac{\beta.\lambda^2(\boldsymbol{e_0}+\boldsymbol{e_{min}}+\boldsymbol{h_t})}{30000} \leq \frac{\beta.\lambda^2.\boldsymbol{h_t})}{15000}$$

حيث: (e) ..... في حالة الجو الجاف $\beta = 1.65 - 0.65\alpha$

(f) ..... في حالة الجو الرطب $\beta = 1.33 - 0.33\alpha$

$$\alpha = \frac{M_{us}}{M_{ui}} \leq 1.00$$

من أجل $\alpha \leq 0$ نعتمد قيمتها المطلقة في العلاقتين (e، f) لهذه الحالة بما لايزيد على 1.

حيث: M_{us} = الجزء من M_{ui} الناتج عن الأحمال الآنية، وتشمل: أحمال الرياح، والهزّات الأرضية وأحمال المركبات أو الآلات المتحركة (وبضمنها الأثر الديناميكي)، والحمل الحي المُطبّق على السطوح ذات الاستعمال القليل أو النادر.

أما في الحالات التي تكون فيها قيمة α أكبر من الصفر، فيجب أن يتم التحقق من طاقة تحمّل العضو المضغوط لحالة تحميل لا تشمل الأحمال الآنية المشار إليها أعلاه، مع افتراض قيمة α تساوي إلى الصفر.

اللامركزية الاضافية : $$e_c = \frac{\beta.\lambda^2(\boldsymbol{e_0}+\boldsymbol{e_{min}}+\boldsymbol{h_t})}{30000} \leq \frac{\beta.\lambda^2.\boldsymbol{h_t})}{15000}$$

$$\frac{1.65 * 56.58^2(225+25+300)}{30000} = 96.83mm$$

$$\leq \frac{1.65 * 56.58^2 * 300)}{15000} = 105.64mm$$

$$e = \boldsymbol{e_0} + \boldsymbol{e_{\min}} + \mathrm{e_c}$$
$$e = 225 + 25 + 96.83 = 346.83\ mm$$

بفرض ان اللامركزية كبيرة ،

$$f_y = f'_s \quad \text{وان} \quad \mathrm{f_s} = f_y$$
$$e_a = 346.83 + 0.5 * 300 - 50 = 446.83\mathrm{mm}$$
$$0.90 \le \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{\mathrm{N_u}}{\mathrm{N_c}}\right) \ge 0.65$$

حيث : $\boldsymbol{N_u}$ هي قوة الضغط المصعدة المطبقة على المقطع و $\boldsymbol{N_c}$ هي مقاومة المقطع الخرساني لوحده $0.85\mathrm{f}'_c.A_c$

$$0.90 \le \Omega = 0.9 - 0.5\left(\frac{450000}{1721250}\right) \ge 0.65 \Rightarrow \Omega = 0.769$$

(بعد حل المعادلتين بمجهولين واستخدام نسبة تسليح الشد العظمى للتسليح المشدود تبين ان تسليح الضغط اكبر من تسليح الشد)

لذلك نفرض : $\mathrm{A'_s} = \mathrm{A_s}$ ونحل معادلة التوازن الاولى :

$$\mathrm{y_b} = \frac{535.5}{630 + f_y} d = \frac{535.5}{630 + 420} 250 = 127.5\mathrm{mm}$$
$$\mathrm{N_u} = \Omega(0.85\mathrm{f}'_c.\mathrm{b.y} + \mathrm{A'_s}.f'_s - \mathrm{A_s}.f_y$$
$$\mathrm{N_u} = \Omega(0.85\mathrm{f}'_c.\mathrm{b.y})$$
$$450 * 10^3 = 0.769(0.85 * 22.5 * 300 * \mathrm{y}) \Rightarrow \mathrm{y} = 101.99mm < \mathrm{y_b} = 127.5\mathrm{mm}$$

واللامركزية كبيرة .

نتاكد من فرضنا بوصول تسليح الضغط لحد السيلان :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_c \frac{\mathrm{x} - \mathrm{a}'}{x} = \varepsilon'_c \frac{\mathrm{y} - 0.85\mathrm{a}'}{y} = 0.003 * \frac{101.99 - 0.85 * 50}{101.99} = 0.001749 < \frac{420}{2.1 * 10^5} = 0.002$$

وتسليح الضغط لم يصل لحد السيلان كما فرضنا, بسبب بعده عن الليف المضغوط . نعود الى معادلتي التوازن :

$$\mathrm{N_u} = \Omega(0.85\mathrm{f}'_c.\mathrm{b.y} + \mathrm{A'_s}.f'_s - \mathrm{A_s}.f_y$$
$$\mathrm{N_u} * e_a = \Omega(0.85\mathrm{f}'_c.\mathrm{b.y(d - 0.5y)} + \mathrm{A'_s}.f_y(\mathrm{d - a'}))$$

نعوض :

$$450000 = 0.769(0.85 * \ 22.5 * 300 * \mathrm{y} + \mathrm{A'_s} * 630 * \frac{\mathrm{y} - 0.85 * 50}{\mathrm{y}} - \mathrm{A_s}.420$$
$$450000 * 446.83 = 0.769(0.85 * 22.5 * 300.\mathrm{y}(250 - 0.5\mathrm{y}) + \mathrm{A'_s}.630 * \frac{\mathrm{y} - 0.85 * 50}{\mathrm{y}}(250 - 50))$$

بحل المعادلتين بمجهولين نحصل على

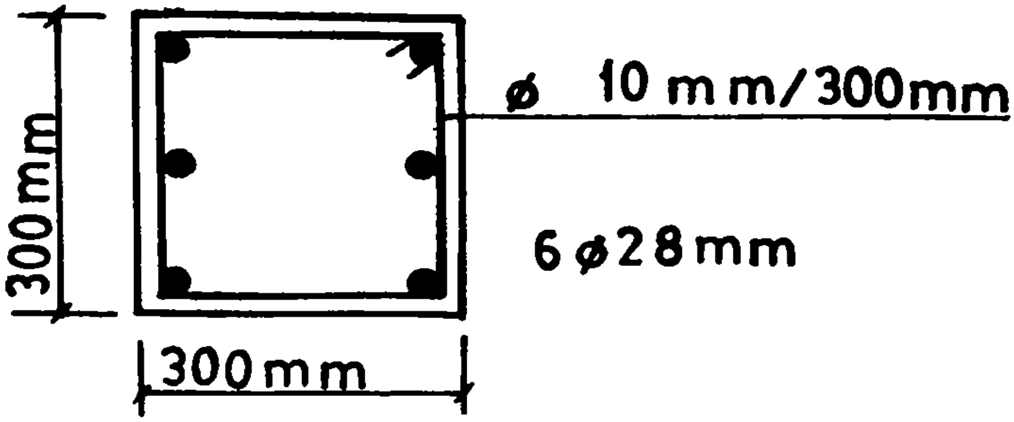
$$y = 111.0mm < \mathrm{y_b} = 127.5\mathrm{mm}$$

فاللامركزية كبيرة كما فرضنا وتكون كمية التسليح:

$$\mathrm{A'_s} = 1655.8 \quad mm^2 = \mathrm{A_s}$$

نختار لكل جهة $A's = A_s = 3\Phi28 = 1847.25mm^2$

$\Phi = 10\ mm$ كل : $S = 300\ mm$ كما يبين توضع التسليح على المقطع العرضي التالي :



ب–حساب تحمل المقطع عند تطبيق قوة ناظمية مركزية عليه: $\lambda = 56.58 > 40$ والعمود طويل :

اللامركزية الاضافية :

$$e_c = \frac{\beta.\lambda^2(e_{min}+h_t)}{30000} = \frac{1.65*56.58^2(25+300)}{30000} = 57.22mm$$

$$\leq \frac{\beta.\lambda^2.h_t)}{15000} = \frac{1.65*56.58^2*300)}{15000} = 105.64mm$$

$$e = e_{min} + e_c$$

$$e = 25 + 57.22 = 82.22\ mm$$

$$e_a = 82.22 + 0.5*300 - 50 = 182.22\text{mm}$$

بفرض ان اللامركزية صغيرة :

$f_y = f'_s$ وان $f_s = \left(630\frac{0.85*250-y}{y}\right)$

بالتطبيق على معادلة التوازن الاولى :

$$N_u = 0.769(0.85*22.5*300.y + 1847.25*420 - 1847.25*\left(630\frac{0.85*250-y}{y}\right))$$

وعلى معادلة التوازن الثانية :

$$N_u * 182.22 = 0.769(0.85*22.5*300.y(250-0.5y) + 1847.25*420*(250-50))$$

بحل المعادلتين بمجهولين نحصل على

$$y = 194.8mm > y_b = 127.5\text{mm}$$

فاللامركزية صغيرة كما فرضنا ويكون الاجهاد في الفولاذ والقوة التي يتحملها المقطع (لحالة القوى المركزية):

$$f_s = \left(630\frac{0.85 * 250 - 194.8}{194.8}\right) = 57.243\ N/mm^2$$

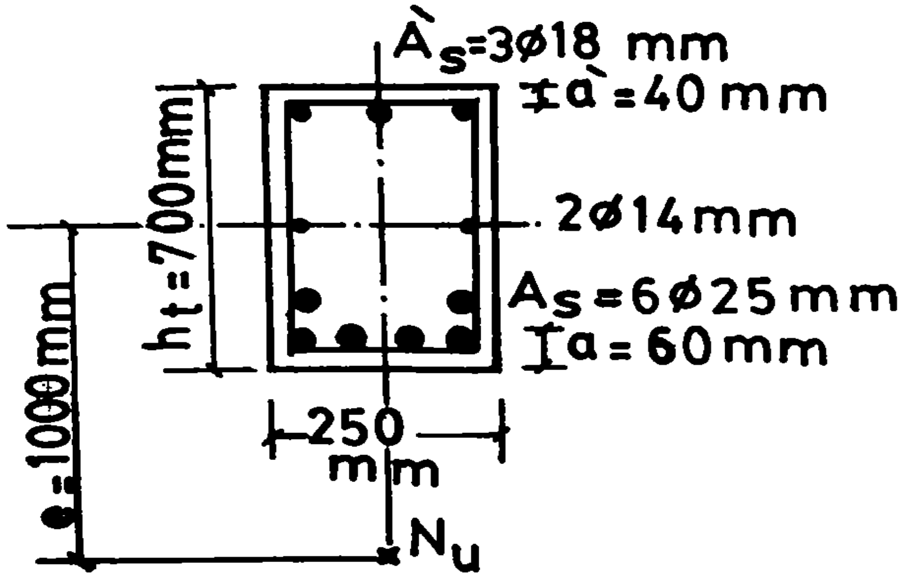
$$N_u = 0.769(0.85 * 22.5 * 300 * 194.8 - 1847.25 * 57.243 + 1847.25 * 420) = 1374793\ N$$
$$= 1374.793\ kN$$

امثلة لحالة الشد اللامركزي :

مثال (1) :

مقطع مستطيل أبعاده 250 × 700 mm ، يتعرض لقوة شد حدية ? = Nu مطبقة على بعد e = 1000 mm من مركز ثقل المقطع . المقطع مسلح كما هو مبين على الشكل 5 – 18 . $f_y = 420 N/mm^2 ; f'_c = 16 N/mm^2$

والمطلوب حساب قيمة Nu العظمى التي يمكن للمقطع تحملها.



شكل 5 – 18 – المقطع العرضي والتسليح

الحل :

لامركزية الشد كبيرة ، نفرض وصول التسليح الى حد السيلان أي :

$f'_s = f_y; f_s = f_y$

$$Nu = \Omega(A_s . f_y - 0,85. f'_c . b. y - A'_s . f_y)$$

$$N_u = 0,9(2945,24.420 - 0,85.16.250. y - 763,40.240)$$

$$\Rightarrow Nu = 824735,52 - 3060y$$

$$Nu.e = \Omega[0,85. f'_c . b. y(e_1 - 0,5y) + A'_s . f_y(e_1 - \alpha')$$
$$+A_s . f_y(e_2 - \alpha)]$$

$$Nu.1000 = 0,9[0,85.16.250. y(350 - 0,5y) + 763,40.420(350 - 40)$$
$$+2945,24.420(350 - 60)]$$

$$\Rightarrow Nu = 1071y - 1,53y^2 + 412308$$

بحل المعادلتين مع بعض نجد :

$$y^2 - 2700y + 269560,47 = 0$$

$$\Rightarrow y = 103,83\,mm$$

$$f'_s = 360\frac{y - 0,85.\alpha'}{y} = 423,70\,N/mm^2$$

$$\varepsilon'_s = f'_s / E_s = 423,70/(2,1.10^5) = 0,002017$$
$$> f_y / E_s = 0,002$$

فتسليح الضغط وصل حد السيلان .

$$f_s = 360\frac{0,85.d - y}{y} = 2670,78\,N/mm^2$$

$$\varepsilon_s = f_s / E_s = 0,01271 > f_y / E_s = 0,002$$

فتسليح الشد وصل حد السيلان .

$$Nu = 1071.103,83 - 1,53.103,83^2 + 412308$$
$$= 507015,51\,N = 507,015\,KN$$

مثال (2) :

مقطع مستطيل أبعاده $b \times ht = 250 \times 700\ mm$ ، يتعرض لقوة شد حدية مقدارها $Nu = 500\ KN$ ، تقع نقطة تطبيقها على بعد $e = 1000\ mm$ من مركز ثقل المقطع ، $f_y = 420 N/mm^2 ; f_c' = 16 N/mm^2$. والمطلوب تصميم هذا المقطع (حساب التسليح اللازم).

الحل :

لامركزية الشد كبيرة

$$Mu = Nu(e - e_2 + \alpha) = 500.10^3(1000 - 350 + 60) = 3,55.10^8 N.mm$$

$$f_s = f_y = 420 N/mm^2$$

$$A_0 = \frac{Mu}{\Omega.b.d^2.0,85.f_c'} = \frac{3,55.10^8}{0,9.250.640^2.0,85.16} 0,2832$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,3416 < \alpha_{max} = 0,38$$

$$\gamma_0 = 0,8292$$

$$A_{s1} = \frac{Mu}{\Omega.\gamma_0.d.f_y} = \frac{3,55.10^8}{0,9.0,8292.640.420} = 1769,69 mm^2$$

$$A_{s2} = \frac{Nu}{\Omega.f_y} = \frac{500.10^3}{0,9.420} = 1322,75 mm^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 3092,44 mm^2$$

نختار : $4\phi26mm + 2\phi25mm = 3105,46mm^2$

مثال (3) :

مقطع مستطيل أبعاده $b \times ht = 250 \times 700$ mm ،يتعرض لقوة شد حدية مقدارهـا Nu = 500 KN مطبقة عند نقطة تبعد 200 mm عن مركز ثقل المقطع .

$f_y = 420 N/mm^2 ; f'_c = 16 N/mm^2$ والمطلوب تصميم المقطع .

الحل :

اللامركزية هي لامركزية شد صغيرة لأن نقطة تطبيق القوة الشادة تقع بين التسليحين $(e = 200 mm < e_2 - \alpha = 350 - 60 = 290 mm)$

$$A_{s1} = \frac{Nu.(e_1 + e - \alpha')}{\Omega f_{s1}.(d - \alpha')} = \frac{500.10^3(350 + 200 - 40)}{0,9.420(640 - 40)} = 1124,34\,mm^2$$

$$A_{s2} = \frac{Nu(e_2 - e - \alpha)}{\Omega f_{s2}(d - \alpha')} = \frac{500.10^3(350 - 200 - 60)}{0,9.420(640 - 40)} 198,41\,mm^2$$

نختار :

$$A_{s1} = 2\phi 20 mm + 2\phi 18 mm = 1137,25 mm^2$$

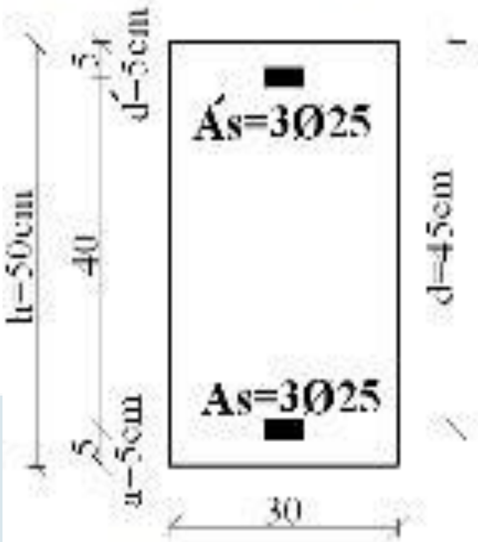
$$A_{s2} = 2\phi 12 mm = 226,19 mm^2$$

مثال حول حساب ورسم مخطط الترابط :

لدينا عنصر بيتوني مسلح، مقطعه مستطيل: $b\times h=30\times 50\,cm$، ومسلح بشكل متناظر كما هو مبين في الشكل المرفق: $A_s=A'_s=3\phi 25mm=3\times 491=1473mm^2$

باعتبار أن مقاومات المواد: $f_y=240MPa\,;\,f'_c=20MPa$

يطلب رسم مخطط الترابط الخاص بهذا المقطع، والتحقق من تحمل المقطع للحالات التالية:



1- $\left(\dfrac{N'_u}{\Omega}=3000kN\,,\,\dfrac{M_u}{\Omega}=200kN.m\right)$

2- $\left(\dfrac{N'_u}{\Omega}=1500kN\,,\,\dfrac{M_u}{\Omega}=200kN.m\right)$

3- $\left(\dfrac{N'_u}{\Omega}=500kN\,,\,\dfrac{M_u}{\Omega}=200kN.m\right)$

الحل:

مخطط الترابط هو المنحني الذي يمثل العلاقة بين القوة الناظمية الحدية والعزم الحدي، ويمكن رسمه بعد تحديد عدة نقاط مميزة، تمثل حالات متباينة.

1- حالة الضغط البسيط: $e=0\Rightarrow\dfrac{M_u}{\Omega}=0$

$$\frac{N'_u}{\Omega}=0.85f'_c bh+A'_s f_y+A_s f_y$$

$$=0.85\times 20\times 300\times 500+2\times 1473\times 240=3257\,kN$$

2- حالة الانعطاف البسيط: $e=\infty\Rightarrow\dfrac{N'_u}{\Omega}=0$

لتسهيل المسألة، نفترض أن قوة الضغط في البيتون منطبقة على قوة الضغط في فولاذ التسليح المضغوط، ومن ثم نحسب العزم بالنسبة للمحور المار من مركز ثقل التسليح المضغوط، وهذا التقريب مقبول.

$$\frac{M_s}{\Omega} = N_s\, z = A_s\, f_y (d - d') = 1473 \times 240 \times (450 - 50) = 141.41\, kN.m$$

3- الحالة التوازنية:

$$\frac{x_b}{d} = \frac{\varepsilon_c'}{\varepsilon_y + \varepsilon_c'}$$

$$E_s = 210000 MPa \Rightarrow$$

$$\frac{x_b}{d} = \frac{0.003}{f_y / E_s + 0.003} = \frac{630}{f_y + 630}$$

$$\Rightarrow x_b = \frac{630}{f_y + 630} d = \frac{630 \times 450}{240 + 630} = 325.9\, mm$$

$$\therefore y_b = 0.85 x_b = 0.85 \times 325.9 = 277\, mm$$

– التحقق من الاجهادات في التسليح المضغوط:

$$f_s' = 630 \left(\frac{y_b - 0.85 d'}{y_b} \right) \le f_y$$

$$f_s' = 630 \left(\frac{277 - 0.85 \times 50}{277} \right) = 533.3 MPa > f_y = 240 MPa$$

$$\therefore f_s = f_s' = f_y = 240 MPa$$

– تحديد $\left(\frac{N_{ub}'}{\Omega} , \frac{M_{ub}}{\Omega} \right)$:

- من معادلة توازن القوى:

$$\frac{N_{ub}'}{\Omega} = N_c' + N_s' - N_s$$

$$\frac{N_{ub}'}{\Omega} = 0.85 f_c' b\, y_b + A_s' f_s' - A_s f_y$$

$$= 0.85 \times 20 \times 300 \times 277 + 0 = 1412.7\, kN$$

- من معادلة العزوم بالنسبة لمركز ثقل المقطع:

$$\frac{M_{ub}}{\Omega} = 0.85 f_c' b\, y_b \left(\frac{h}{2} - \frac{y_b}{2} \right) + A_s' f_s' \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_y \left(\frac{h}{2} - a \right)$$

$$=0.85\times 20\times 300\times 277\left(\frac{500}{2}-\frac{277}{2}\right)+2\times 1473\times 240\left(\frac{500}{2}-50\right)$$

$$=298.9\,kN.m$$

بالتالي:

$$\left(\frac{N'_{ub}}{\Omega},\frac{M_{ub}}{\Omega}\right):\left(\frac{1412.7}{\Omega}kN,\frac{298.9}{\Omega}kN.m\right)$$

$$e_b=\frac{M_{ub}}{N'_{ub}}=\frac{298.9}{1412.7}\times 10^3=211.6\,mm$$

4- حالة الضغط هو المسيطر (لامركزية صغيرة):

$$e\le e_b=211.6\,mm$$

نختار لامركزية معينة، أصغر من اللامركزية التوازنية، ومن ثم نحسب كل من ال
والقوة الموافقين، ولتكن $e=100\,mm\le e_b=211.6\,mm$.

$$f'_s=f_y=240\,MPa$$

$$f_s=630\left(\frac{0.85d-y}{y}\right)=630\times\left(\frac{0.85\times 450-y}{y}\right)=630\times\left(\frac{382.5-y}{y}\right)$$

- تعوض قيم الاجهادات في معادلة توازن القوى:

$$\frac{N'_u}{\Omega}=0.85f'_c\,b\,y+A'_s\,f'_s-A_s\,f_s$$

$$=0.85\times 20\times 300\times y+1473\times 240-1473\times 630\left(\frac{382.5-y}{y}\right)$$

$$\frac{N'_u}{\Omega}=5100y+353520-927990\left(\frac{382.5-y}{y}\right)$$

- وأيضاً في معادلة العزوم بالنسبة لمركز ثقل المقطع:

$$\frac{M_u}{\Omega}=0.85f'_c\,b\,y\left(\frac{h}{2}-\frac{y}{2}\right)+A'_s\,f'_s\left(\frac{h}{2}-d'\right)+A_s\,f_s\left(\frac{h}{2}-a\right)$$

$$=0.85\times 20\times 300\times y\left(\frac{500}{2}-\frac{y}{2}\right)+1473\times 240\left(\frac{500}{2}-50\right)$$

$$+1473\times 630\left(\frac{382.5-y}{y}\right)\left(\frac{500}{2}-50\right)$$

- ومن ثم نكتب المعادلة:

$$\frac{N_u'}{\Omega}e = \frac{M_u}{\Omega}$$

حيث $e = 100\,mm$ ، لنحصل على معادلة من الدرجة الثالثة بالنسبة لـ y ،
وبحل هذه المعادلة نحصل على:

$$y \approx 358.5\,mm$$

$$f_s = 630\left(\frac{0.85d - y}{y}\right) = 630 \times \left(\frac{382.5 - 358.5}{358.5}\right) = 42.2\,MPa$$

وبعد التعويض، نحصل:

$$\frac{N_u'}{\Omega} = 5100y + 353520 - 927990\left(\frac{382.5 - y}{y}\right) = 2119.7\,kN$$

$$\frac{M_u}{\Omega} = \frac{N_u'}{\Omega}e = 2119.7 \times 0.1 = 211.97\,kN.m$$

بالتالي: $\left(\frac{N_u'}{\Omega}, \frac{M_u}{\Omega}\right) : \left(\frac{2119.7}{\Omega}kN, \frac{211.97}{\Omega}kN.m\right)$

$$e = \frac{M_u}{N_u'} = 100\,mm$$

5- حالة الشد هو المسيطر (لامركزية كبيرة):

$$e > e_b = 211.6\,mm$$

نختار لامركزية معينة، أكبر من اللامركزية التوازنية، ونحسب كل من العزم والقوة الموافقين، ولتكن $e = 300\,mm > e_b = 211.6\,mm$.

- بافتراض: $f_s = f_s' = f_y = 240\,MPa$
- نعوض قيم الاجهادات في معادلة توازن القوى:

$$\frac{N_u'}{\Omega} = 0.85 f_c' b\, y + A_s' f_s' - A_s f_s$$
$$= 0.85 \times 20 \times 300 \times y + 1473 \times 240 - 1473 \times 240 = 5100y$$

- وأيضاً في معادلة العزوم بالنسبة لمركز ثقل المقطع:

$$\frac{M_u}{\Omega} = 0.85 f_c' b\, y\left(\frac{h}{2} - \frac{y}{2}\right) + 2A_s f_y\left(\frac{h}{2} - a\right)$$
$$= 0.85 \times 20 \times 300 \times y\left(\frac{500}{2} - \frac{y}{2}\right) + 2 \times 1473 \times 240\left(\frac{500}{2} - 50\right)$$
$$= 5100y(250 - y/2) + 141408000$$

- ومن ثم نكتب المعادلة: $\frac{N'_u}{\Omega}e = \frac{M_u}{\Omega}$

حيث $e = 300\,mm$ ، لنحصل على معادلة من الدرجة الثانية بالنسبة لـ y ،
وبحل هذه المعادلة نحصل على:

$$y \approx 190.7\,mm$$

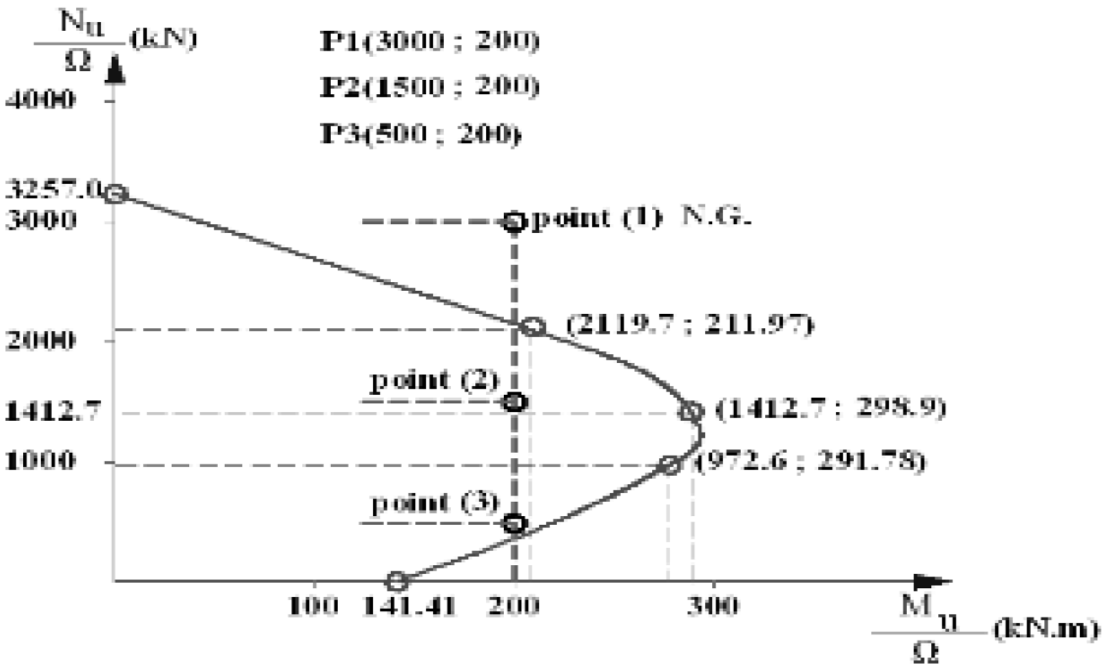
$$f'_s = 630\left(\frac{y - 0.85d'}{y}\right) = 630 \times \left(\frac{190.7 - 0.85 \times 50}{190.7}\right)$$
$$= 489.6 > 240\,MPa \quad O.K.$$

وبعد التعويض، نحصل:

$$\frac{N'_u}{\Omega} = 5100y = 5100 \times 190.7 = 972.6\,kN$$
$$\frac{M_u}{\Omega} = \frac{N'_u}{\Omega}e = 972.6 \times 0.3 = 291.78\,kN.m$$

بالتالي: $\left(\frac{N'_u}{\Omega}, \frac{M_u}{\Omega}\right) : \left(\frac{972.6}{\Omega}kN, \frac{291.78}{\Omega}kN.m\right) \Rightarrow e = \frac{M_u}{N'_u} = 300\,mm$

6- رسم مخطط الترابط وإجراء التحقيق (التقويم) للحالات المفروضة في المسألة:
نستنتج أن المقطع قادر لتحمل الحالتين الثانية والثالثة، وغير محقق للحالة الأولى.



مخطط الترابط الخاص بالمقطع المدروس

$f_y = 240\,MPa$ – $f'_c = 20\,MPa$ - $A_s = A'_s = 3\phi25mm$ - $b \times h = 30 \times 50\,cm$